



## 캐비테이팅 유동 해석 코드 개발

양 승 용,<sup>\*1</sup> 명 현 국<sup>2</sup>

### DEVELOPMENT OF CAVITATING FLOW ANALYSIS CODE

Seung Yong Yang<sup>\*1</sup> and Hyon Kook Myong<sup>2</sup>

*The Rayleigh Plesset based cavitation model(Singhal et al., 2002) is reproduced through a conservative pressure-based finite-volume numerical method using unstructured hexagonal mesh, which is developed by the author. In the process of reproduction, a mass conservation problem by the large density changes associated with phase change, which wasn't mentioned by them, has been exposed. One resolution about it is proposed and then cavitating flow characteristics around a hydrofoil (NACA66) for evaluation of the code are investigated. The computational results are verified by the comparison with the experimental results and show good agreements with them.*

**Key Words :** 캐비테이션(Cavitation), 선단 캐비테이션(leading edge cavitation), NACA66, 전산유체역학(CFD)

#### 1. 서 론

액체 내에서 발생하는 기포에는 증기로 된 기포와 가스로 형성된 기포가 있다. 증기 기포는 액체의 온도 상승으로 발생하는 비등현상(boiling)과 액체 내 국부 순간 압력이 증기압 이하로 내려갔을 때 일어나는 공동현상(cavitation)으로 구분된다. 가스 기포는 높은 압력에서 많은 가스 분자들이 용액 속에 용해되어 있다가 압력이 낮아지면 용해되어 녹아 있던 가스 분자들이 과포화상태에 이르게 됨에 따라 발생하게 된다.

이 공동현상에 의한 증기와 가스 기포가 포함된 캐비테이팅 유동(cavitating flow)에서 증기 기포는 불안정하고, 종종 압력이 상승한 영역에 도달했을 때, 기포 내 압력이 변하지 않고 증기압에 가까운 상태로 머물러 있어 격렬하게 붕괴된다. 이것은 이웃한 부품사이의 작은 유동 틈이 갑자기 사라지면서 발생하는 충격과 매우 흡사하며, 소음, 진동과 추가부하는 물론, 시스템 성능변화(날개의 항력증가와 양력감소, 터보기계 효율악화, 여수로 방류 용량감소, 에너지 소산 등)를 발생시킬 수 있다. 또한 주위 액체와 시스템 구조물 표면 사이의 큰 속도차로 발생된 캐비테이션은 구조물 표면을 부식시킬 수도 있다[1]. 따라서 작동유체가 액상인 시스템이 요구되는 출력,

운전 특성, 내구성 등을 갖도록, 설계가 이루어지기 위해서는 캐비테이션에 대한 영향 평가는 필수적이다. 엔지니어는 캐비테이션에 대한 예측을 통해 설계 단계에서 캐비테이션 발생 여부를 판단하고, 만약 이를 피할 수 없을 경우 원래의 설계안대로 시스템에는 문제가 없는지 판단하여, 설계를 변경하는 등의 공학적 문제를 해결해야 한다. 현재 이러한 엔지니어링 환경을 제공하기 위해, 상용 CFD 코드마다 캐비테이션 해석 모델이 포함되는 추세이며, 엔지니어는 이를 이용하여 캐비테이션 발생을 직관적으로 예측할 수 있게 되었다. 그러나 다양한 캐비테이션 현상 중 제한된 부분만이 해석 범위로 제공되고 있어, 해석 모델에 대한 지속적인 연구가 필요하다.

현재 캐비테이션 모델의 형태는 크게 3가지로 분류 될 수 있다. 즉, 상에 따른 영역을 분할하고 반복법으로, 상 경계면 변형을 고려하는 단상 계면추적 모델(Single-Phase Interface Tracking Model)과, 증기압 이하 압력에서 상변화나 밀도변화를 상태방정식으로 계산하는 균질다상 상태방정식 모델(Homogeneous Multi-phase State Equation Based Model)이 있고, 액체-증기 변화(기포 성장과 붕괴)를 모델링하기 위해, 상간의 질량 전달 과정을 반영하는 생성항을 갖는, 질량이나 체적 분율에 대한 수송방정식을 고려하는 균질다상 수송방정식 모델(Homogeneous Multi-phase Equation Based Model)이 있다[2].

본 연구의 목적은 캐비테이션 모델 개발을 위한 사전 단계로서, 상용 CFD 코드에서 널리 사용되고 있는 균질다상 수송방정식 모델 계열의 Singhal 등[2]의 모델을 재현하면서, 그

1 정희원, (주)경원테크

2 종신회원, 국민대 기계시스템공학부

\* Corresponding author, E-mail: syyang@kw-tech.co.kr

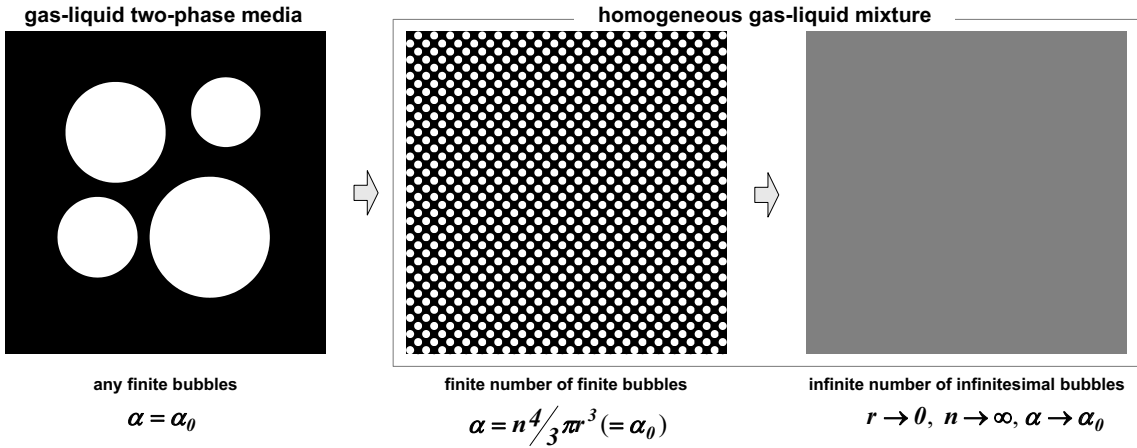


Fig. 1 Schematic diagram of homogeneous model in a cell

과정을 통해 모델의 특징과 모델링의 주요 인자를 분석하고, 또한 급격한 밀도변화에 따라 발생하는 여러 문제를 고민하고 해결하면서, 수치해석 방법에 대한 경험을 얻기 위함이다. 이러한 과정은 기존 모델의 수정이나 새 모델 개발의 기초연구가 될 것이며, 그 과정의 하나로 여기서는 모델 재현 과정 중 집합, Singhal이 언급하지 않았던, 급격한 밀도변화에 따른 질량보존 문제에 대한 하나의 해결안을 제시하고, 재현된 코드에 Singhal이 모델 검증에 위해 선정한 수증의 선단 캐비테이션 (leading edge cavitation) 문제를 적용하여 코드의 정확성과 타당성을 검증하였다.

## 2. 수치해석 방법

기포가 포함된 액체는, 하나의 제어체적(cell)에 대한 전체 빈공간 분율(void fraction,  $\alpha$ )에 기포수 밀도(bubble number density,  $n$ )를 도입하여, 균질한 기체-액체 혼합유체 (homogeneous gas-liquid mixture)로 모델링될 수 있다. Fig. 1에 Saito 등[2]이 제시한 그림을 참고하여, 하나의 계산 제어체적에 이 과정을 도식화 하였다. 이렇게 모델링된 혼합유체의 운동량 방정식은 혼합밀도(mixture density,  $\rho$ )를 고려한 하나의 식으로 표현될 수 있다. 따라서 널리 사용되고 있는 압력수정에 기반을 둔 유한체적법(FVM)의 유동해석 방법에, 혼합 밀도를 고려하고 압력수정 방정식을 수정하여 캐비테이션 모델을 결합할 수 있다. 이를 위해 비정렬 육면체 격자계를 사용하고, Myong 등[5-6]의 유한체적에 대한 이산화 방법을 적용한 3차원 유동해석 코드를 구현하고, Singhal 등의 증기 수송 방정식을 결합하여 캐비테이팅 유동(cavitating flow) 특성 연구를 위한 코드를 완성하였다.

## 2.1 캐비테이션 모델

표준  $k-\epsilon$  난류모델로 모델링된 RANS (Reynolds-averaged Navier-Stokes) 방정식과 관련된 식들은 생략하고, Singhal 등의 증기 질량분율  $f_v$ 의 수송방정식과 관련된 식들 (1)-(5)만을 나타내었다. 상변화율 계수는  $C_e = 0.02$ ,  $C_c = 0.01$  이다.

$$\frac{1}{\rho} = \frac{f_v}{\rho_v} + \frac{f_g}{\rho_g} + \frac{1-f_v-f_g}{\rho_l} \tag{1}$$

$$\alpha_v = f_v \frac{\rho}{\rho_v} \tag{2}$$

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{V} f_v) = \nabla \cdot (\Gamma \nabla f_v) + R_e - R_c \tag{3}$$

$$R_e = C_e \frac{V_{ch}}{\sigma} \rho_l \rho_v \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p_{sat} - p}{\rho_l}} (1 - f_v - f_g) \tag{4}$$

$$R_c = C_c \frac{V_{ch}}{\sigma} \rho_l \rho_l \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p - p_{sat}}{\rho_l}} f_v \tag{5}$$

여기서 식 (3)의 상변화율은 핵형성 현상인 증기의 생성(기화, evaporation)과 응축(condensation)이 도너 상(donor phase)의 빈공간 분율에 비례한다고 할 수 있어, 각각 식 (4)와 (5)로 표현되어,  $R_e$ 와  $R_c$ 로 구분된다[3]. 그리고 제곱근 항은 원래 시간에 대한 증기 기포 반경의 1차 도함수이나 Rayleigh-Plesset 식을 이용해 근사화 되었다[3]. 이 항을 통해 유동장에 의한 국부 압력 변화가 포화증기압  $p_{sat}$ , 즉 상변화 기준에

따라 증기의 생성과 소멸을 유발하게 된다. 특성속도  $V_{ch}$ 는 기포 주위의 상대속도 제곱의 근사값으로, 액체 영역 유속의 5~10% 정도로 층류나 낮은 난류상태에서 1로 가정하고, 그 이상의 난류유동에서 국부적 난류강도  $\sqrt{k}$ 로 근사화 되었다 [3].

한편 난류를 고려한 증기 수송방정식이 시간 평균화된 식으로 변형되기 위해서는, 상변화율이 시간과 압력에 대한 순간 변화율에 대한 적분을 통하여 시간 평균화된 상변화율로 고려되어야 하나, 식 (6)과 같이 상변화의 발단이 되는 압력을 증가시켜 단순하게 처리되고[3], 확산 계수  $\Gamma$ 는 난류에 대한 운동량 방정식의 유효점성 계수가 동일하게 사용된다[3].

$$p_{sat} = p_s(T) + 0.5p_{turb} = p_s(T) + 0.5(0.39\rho k) \quad (6)$$

여기서  $p_s(T)$ 는  $p_s@T$ 로 등은 상태에서의 포화증기압을 의미한다.

비응축 가스(non-condensable gas, 이하 NCG) 질량분율  $f_g$ 은 일정한 값이지만 NCG 밀도  $\rho_g$ 는 식 (7)과 같이 계산되기 때문에 NCG 빈공간 분율 식 (8)는 일정한 값을 갖지 않는다.

$$\rho_g = \frac{WP}{RT} \quad (7)$$

$$\alpha_g = f_g \frac{\rho}{\rho_g} \quad (8)$$

즉, NCG는 압력이 낮은 영역에서 팽창하여 그 밀도가 작아지기 때문에, 질량분율  $f_g$ 가 일정하더라도 NCG 빈공간 분율  $\alpha_g$ 는 커질 수 있다. 이  $\alpha_g$ 와 증기 빈공간 분율  $\alpha_v$ 의 합은 전체 빈공간 분율  $\alpha$ 을 의미한다.

## 2.2 압력수정과 확산계수

캐비테이션 유동은 밀도 변화가  $O(10^3)$ 에서  $O(10^{-1})$ 에 이르는 극도로 급격한 현상이기 때문에, 질량유속의 수정량에서 셀 면의 속도 보정량에 추가로, 셀 면에서의 혼합 밀도 변동을 고려해야 한다. 즉, SIMPLE 방법에서 밀도변동을 압력변동으로 표현할 수 있도록, 압력수정 방정식에서 Karki와 Patankar[3]가 제시한  $\rho' = Kp'$  꼴의 추가적인 압력보정이 반영되어야 한다. 이 혼합 밀도의 변동분  $K$ 를 Ventikos 등[4]은 물에 대해 액체, 기체상에 따라 각각 1,  $1 + CS_{\phi}|S_{\phi}|$ 을 사용하였고, Senocak와 Shyy[5]는  $C(1 - \alpha_l)$ 를 사용하였다. 여기서  $C$ 는 경험적으로 선택된 상수이고,  $S_{\phi}$ 는 각 격자 셀의 질량잔차(mass residual),  $\alpha_l$ 은 액상의 빈공간 분율이다. 이는 수

치 해석적 경험에 근거한 접근방법으로, 본 연구에서는 이를 보다 이론적으로 접근하기 위해 혼합 밀도의 변동분을 다음 식 (9)과 같이 적용하였다. 이 식은 식 (1)을 압력에 대해 미분하여 얻을 수 있고, 우변 1번째 항은 증기에 대한 압축성, 2번째 항은 NCG에 대한 압축성, 3번째 항은 액상에 대한 압축성을 의미한다. 실제 코드에서 우변 3번째 항은 그 영향을 무시할 수 있어 생략 되었다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial p} = f_v \left( \frac{\rho}{\rho_v} \right)^2 \frac{\partial \rho_v}{\partial p} + f_g \left( \frac{\rho}{\rho_g} \right)^2 \frac{\partial \rho_g}{\partial p} + (1 - f_v - f_g) \left( \frac{\rho}{\rho_l} \right)^2 \frac{\partial \rho_l}{\partial p} \quad (9)$$

운동량, 난류운동에너지, 소산율에 대한 수송방정식에서 확산계수의 분자점성은 역학점성(dynamic viscosity)을 사용하되, 혼합 밀도와 동점성(kinematic viscosity)의 곱으로 근사화 하였다. 이는 기체-액체 혼합유체에 대한 역학점성을 상수로 가정하는 것 보다 합리적이며, 코드 검증과정에서 이를 반영한 경우는 캐비테이션 발생 즉, 압력계수가 캐비테이션 수에 근접한 영역이 5% 정도 확대되는 효과가 있었다.



Fig. 2 Computational domain and boundary condition

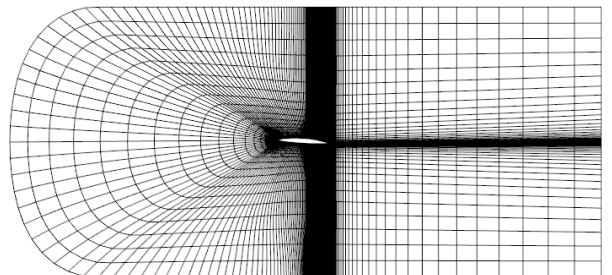


Fig. 3 A two-block grid consisting of 30x130 cells/block

## 3. 코드 검증

Singhal의 모델 검증 문제인 Shen과 Dimotakis[6]이 측정된,

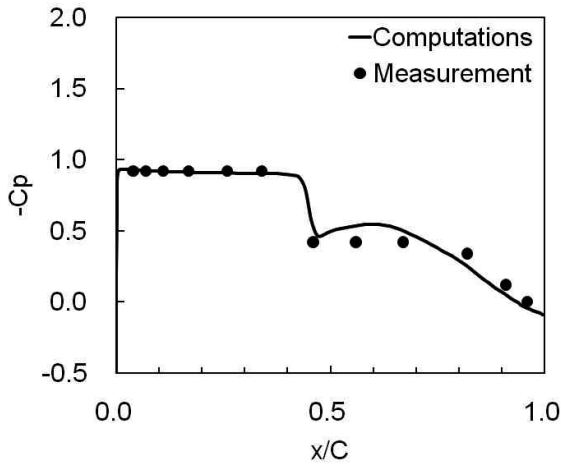


Fig. 4 Distribution of  $C_p$  on the suction side;  $\Sigma=0.91$

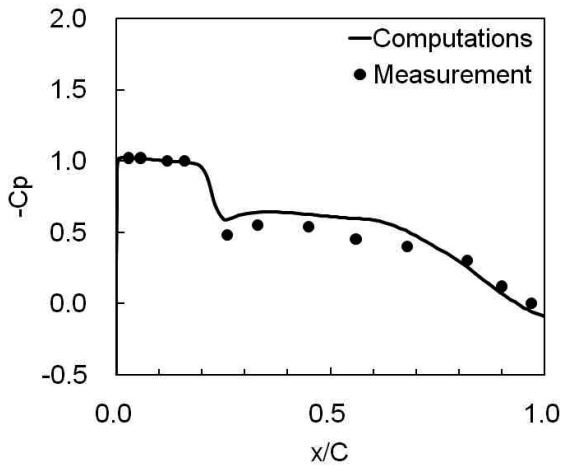


Fig. 5 Distribution of  $C_p$  on the suction side;  $\Sigma=1.00$

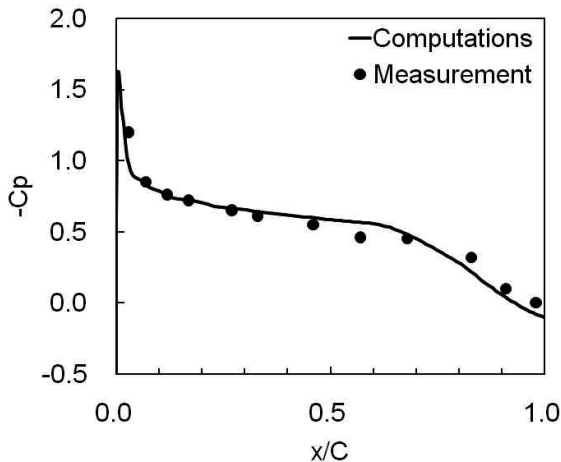


Fig. 6 Distribution of  $C_p$  on the suction side;  $\Sigma=1.76$

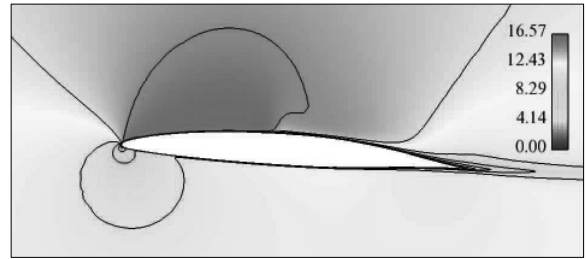


Fig. 7 Velocity magnitude distributions;  $\Sigma=0.91$

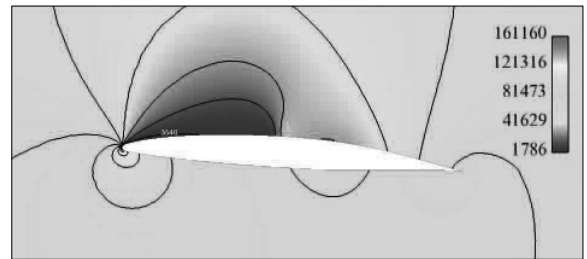


Fig. 8 Pressure distributions;  $\Sigma=0.91$

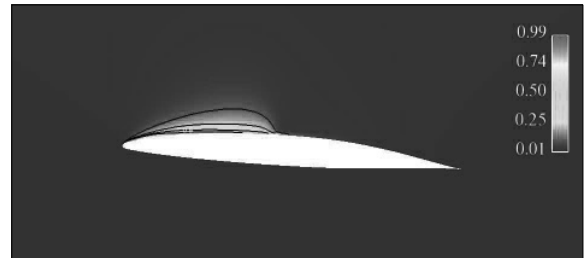


Fig. 9 Void fraction distributions;  $\Sigma=0.91$

수동(water tunnel)에 설치된 챔버비(chamber ratio) 0.02, 평균선 0.8, 두께비 0.09, 익현길이 0.1524m, 영각(angle of attack) 4°인 NACA66 (MOD) 날개(이하 수중익) 흡입면의 압력계수  $C_p$  값이 확보되었다. 이 값은 레이놀즈수  $2 \times 10^6$ , 캐비테이션 수(Cavitation number or Thoma number,  $\Sigma$ ) 0.91, 1.00, 1.76에 따라 측정되었고, 개발된 코드의 수치해와 비교하여 검증되었다.

### 3.1 물성 및 경계 조건

작동 유체는 300K의 물로, 액체, 증기밀도는 각각 1000,  $0.02558 \text{ kg/m}^3$ , 동점성은  $0.000001 \text{ m}^2/\text{s}$ , 포화증기압은 3540 Pa, 표면장력은  $0.0717 \text{ N/m}$ , NCG 포함량은 15ppm이다.

입구 유속  $U_\infty$ 은  $12.19999981 \text{ m/s}$ 로 고정하고, 캐비테이션 수 0.91, 1.00, 1.71에 따라 출구 압력  $P_\infty$ 을 각각 71252, 77950, 134509 Pa로 설정하였다. 그리고 입구 난류운동에너지,



소산율은 각각  $0.134m^2/s^2$ ,  $1.06m^2/s^3$ 로 고정되었다.

Fig. 2은 수중익 주위를 비롯한 전체 계산영역과 경계조건에 대한 개략도로 입구, 출구가 설정 값에 대한 기호로 표기되었다. Fig. 3은 수중익 주위가 C 타입으로 구성된 격자의 평면 모습으로, 평면 두께 방향(Z축 방향)으로 하나의 격자 층이 있다. 2차원 해석을 위해, 평면 두께 방향 앞뒤 면은 대칭 경계조건으로 설정되고, Z축 방향 운동량 방정식의 풀이는 생략 되었다.

### 3.2 계산결과 및 고찰

수중익 흡입면(suction side) 상의 압력계수 분포를 Fig. 4-6에 나타내었으며, 수치해와 측정해는 잘 일치하고 있다. Fig. 4와 5에서 압력계수가 캐비테이션수로 일정하게 유지되는 구간은 국부 압력 저하로 증기로의 상변화와 NCG 팽창으로 발생한 기포가 분포하는 영역이다. 그 범위는 수중익 익현(chord) 길이를 1로 보았을 때, 캐비테이션 수가 0.91, 1.00인 경우 선단(leading edge)으로부터 각각 0.4, 0.2 정도이다. 이 구간을 지나면 압력은 급격하게 증가하고, 유속은 감소해 압력계수가 급격하게 떨어진다. 캐비테이션 수가 1.76인 경우 압력계수 분포 Fig. 6을 보면, 앞선 결과와 같은 압력계수가 캐비테이션수로 일정하게 유지되는, 캐비테이션 유동 특성이 나타나지 않고 있다.

캐비테이션수가 0.91인 경우, 수중익 주위 유속크기, 압력, 전체 빈공간 분율  $\alpha$ 의 분포를 각각 Fig. 7, 8, 9에 나타내었다. 압력계수가 캐비테이션수로 일정하게 유지되는 구간에서 유속크기가 가장 크고 압력은 가장 낮게 분포하고 있다. Fig. 9의 전체 빈공간 분율은 흡입면 위, 기포가 분포하고 있는 캐비테이션 영역을 잘 보여주고 있다. 이와 같이 수중익의 낮은 압력 면과 같은, 물체의 선단에 부착되는 캐비티(cavity)들을 부착 혹은 얇은층 캐비티(attached or sheet cavities)라 한다<sup>11</sup>. 이  $\alpha$ 의 분포와 압력이 포화증기압 이하로 떨어진 영역을 비교하기 위해, Fig. 8에 물의 포화증기압을 구분하는 등고선 위에 3540을 표기 하였다.  $\alpha_g$ 와  $\alpha_v$ 가 포함되어 있는  $\alpha$ 의 분포는 압력 등고선 3540보다는 넓게 확대되어 나타난다. 이는 압력 등고선 3540 밖 근방에서  $\alpha_v$ 가 발생하지 않더라도, 일정한 양(15ppm)으로 용해되어 있던 NCG는 팽창하여,  $\alpha_g$ 의 양이 무시될 수 없기 때문이다.

### 4. 결 론

본 연구에서는 널리 사용되고 있는 압력수정에 기반을 둔 유한체적법(FVM)의 유동해석 방법에, 혼합 밀도를 고려하고 비정렬 육면체 격자계를 사용하는 3차원 유동해석 코드를 구현하고, 여기에 균질다상 수송방정식 형태의 Rayleigh-Plesset 식에 기초한 캐비테이션 모델(Singhal 등<sup>13</sup>)을 결합하였으며, 이 과정에서 추가로 고려할 질량보존 방법, 즉 밀도 변동을 반영해 주는 압력수정 방정식에 대한 수정안을 제안하였다. 이를 통해 재현된 코드에 Singhal의 모델 검증 문제인 NACA66(MOD) 수중익 선단 주위 캐비테이션 유동 문제를 적용하여 코드를 검증하였다. 연구 결과, 수중익 주위 캐비테이션 유동문제에 대해 정확성과 타당성이 입증되어, Singhal의 모델에 대한 재현이 성공적으로 이루어졌음이 확인 되었다. 이를 통해 캐비테이션 유동 특성과 모델링의 주요 인자를 분석하여, 기존 캐비테이션 모델의 수정이나 새 모델 개발의 기초연구로 활용할 것이다.

### 참고문헌

- [1] 2004, Franc, J.-P. and Michel, J.-M., *Fundamentals of Cavitation*, Kluwer Academic Publishers.
- [2] 2007, Saito, Y., Takami, R., Nakamori, I. and Ikohagi, T., "Numerical analysis of unsteady behavior of cloud cavitation around a NACA0015 foil," *Comput Mech.*, Vol.40, pp.85-96.
- [3] 1989, Karki, K.C. and Patankar, S.V., "Pressure Based Calculation Procedure for Viscous Flows at All Speeds in Arbitrary Configurations," *AIAA Journal*, Vol.27 NO.9, pp.1167-1174.
- [4] 2000, Ventikos, Y. and Tzabiras, G., "A numerical method for the simulation of steady and unsteady cavitating flows," *Computers & Fluids*, Vol.29, pp.63-88.
- [5] 2001, Senocak, I., Shyy, W., "A pressure-based method for turbulent cavitating flow computations," *31st AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit*, AIAA 2001-2907, *J. Comput. Phys.*
- [6] 1989, Shen, Y.J. and Dimotakis, P.E., "The Influence of Surface Cavitation on Hydrodynamic Forces," *Proc. 22nd ATTC*, St. Johns.