韓國數學敎育學會誌 시리즈 C <初等數學敎育>
https://doi.org/10.7468/jksmec.2024.27.4.365
2024. 10. 제 27권, 제 4호, 365-384

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. C:
Education of Primary School Mathematics
October. 2024, Vol. 27, No. 4, 365-384

초등 교사의 비와 비율 과제 설계 사례 분석: 문제해결을 중심으로

구나영(경기과학고등학교, 교사)

본 연구는 비와 비율의 문제해결에 초점을 맞추어, 현직 초등 교사들이 주어진 원본 과제를 기반으로 과제를 어떻게 설계하는지에 확인함으로써 교과서 집필과 교사 교육에 시사점을 도출하고자 한다. 20명의 교사가 설계한 과제를 선행 연구를 기초로 도출한 분석틀에 따라 분석하였다. 연구 결과, 교사들은 원본 과제의 문제해결 4단계 중 계획 실행 단계의 발문을 가장 많이 변형하였고, 조건을 확장하여 수학 외적 문제를 해결하게 하거나 조건을 바꾸어 문제 만들기에 중점을 두었다. 교사의 과제 설계 사례를 바탕으로, 비와 비율의 문제해결에 관한 교과서 집필과 교사 교육에서 문제해결의 각 단계마다 추가적인 교육과 안내가 필요한 발문들과 조건을 바꾸어 문제 만들기에서 고려해야 할 점 등을 제안하였다.

I. 서론

문제해결은 학생들이 수학적 개념을 깊이 이해하고 이를 실제 상황에 적용할 수 있는 중요한 역량 중 하나로 강조된다(박경미 외, 2015). 이를 통해 학생들은 수학적 사고력과 논리적 추론 능력을 키울 수 있다. Polya의 문제해결 4단계는 학생이 문제를 해결할 수 있는 절차를 안내하고, 스스로 그 과정을 반성할 수 있는 기회를 제공한다(이종학, 류성림, 2014). 이러한 문제해결의 중요성은 초등 수학 교과서에서 특히 강조되며(안병곤, 2018), 교사에게는 문제해결 단계를 효과적으로 지도하고, 학생들이 겪는 어려움을 이해하여 문제해결 능력을 기를 수 있도록 지원하는 역할이 요구된다.

그러나 5, 6학년 교과서에 제시된 문제해결 발문이 단계별로 고르게 분포되지 않았으며(권미선, 김은경, 2024), 문제해결 능력의 신장을 위한 문제의 유형들이 한정적이라는 지적이 있다(박진형, 2021; 여승현 외, 2021). 이러한 배경에서 교사의 주체적인 과제 설계 능력이 더욱 중요해지고 있다. 교육과정이 지속적으로 개정되고 교과서가 변화하면서 교사는 중앙에서 결정한 것을 전달하고 시행하는 데 머물지 않고, 학생에 맞춘 과제 변형과 수업 설계를 통해 교육 현장을 이끌어가는 주체로 인식된다(소경희, 최유리, 2018).

초등 수학에서 비와 비율은 중요한 수학적 개념 중 하나로, 학생들이 이해하는 데 어려움을 겪는 것으로 잘 알려져 있다(권미숙, 김남균, 2009). 비와 비율은 가법적 추론을 토대로 적절한 맥락을 제공하여 승법적 추론의 필요성을 인식하고, 두 양 사이의 관계를 이해해야 하므로 교사의 세심한 지도가 요구된다(장혜원 외, 2017). 이에 선행 연구자들은 실생활 맥락을 제공하며(박지연, 김성준, 2016), 다양한 유형의 과제를 다루고(정영옥, 2015), 시각적 표현을 활용할 필요가 있음을 강조하였다(박선영, 이광호, 2018). 그러나 교사에게도 비와 비율의 지도는 도전적이라는 점이 알려져 있다(강향임, 최은아, 2015). 특히, 비와 비율 개념을 지도하는 3명의 교사들 사이에서도 강조하는 바가 달랐다는 박슬아와 오영열(2017)의 연구 결과는 주목할 만 하다.

교과서나 지도서를 비롯한 교육과정 자료가 교사의 수업 설계에 영향을 미치며(González-Martín et al., 2018) 교사들이 교과서의 구조를 따르면서도 학생에 맞추어 과제를 변형하는 방식에 차이가 있다는 점이 알려져 있다(구나영, 이경화, 2020; Choppin, 2011). 그러나 현직 교사에게 설문과 면담을 하고 비와 비율 지도에 관한 교사 지식을 분석한 연구(강향임, 최은아, 2015; 박슬아, 오영열, 2017)가 주로 이루어져 현직 교사가 교과서와 어떻게 상호작용하여 과제를 설계하는지를 살펴본 연구는 부족한 상황이다. 이에 교과서를 접한 교사가 제시된 과제를 어떻게 인식하고, 자신의 의도를 반영하여 어떻게 변형하는지를 살펴볼 필요가 있다.

본 연구는 비와 비율의 문제해결에 초점을 맞추어,

---

* 접수일(2024년 9월 22일), 심사(수정)일(2024년 10월 9일), 게재확정일(2024년 10월 18일)
* MSC2000분류 : 97B50, 97D50, 97F80
* 주제어 : 문제해결, 비와 비율, 초등 교사, 과제 설계

현직 교사들이 원본 과제를 기초로 과제를 어떻게 설계하는지를 분석하고, 이로부터 교과서 집필과 교사 교육에 시사점을 도출하는 데 목적을 둔다. 특히, 문제해결은 교육과정에서 지속적으로 강조되므로(교육부, 2020; 2022), 이 연구를 통해 교과서 및 지도서 집필과 교사 교육에 구체적인 시사점 도출이 가능할 것으로 예상된다. 이를 위한 연구 문제는 다음과 같다: 교사들은 비와 비율의 문제해결 과제를 설계할 때, 주어진 원본 과제를 어떻게 변형하는가?

II. 선행 연구

1. 문제해결

문제해결은 수학교육의 핵심 목표 중 하나로, 실생활이나 다른 교과에서의 활용을 가능하게 하는 실용적인 도구적 측면뿐만 아니라, 수학적 사고력과 탐구 능력을 기르는 데 강조되는 수학 교과 역량이다(박경미 외, 2015). 이는 단순한 연산 능력이 아닌, 수학적 개념을 깊이 있게 이해하고 문제에 전략적으로 접근하는 능력을 중시하는 최근 교육 패러다임의 변화와 맞물려 지속적으로 강조되고 있다. 2015 개정 수학과 교육과정에서는 5개 영역의 '교수·학습 방법 및 유의사항'에서 문제해결과 관련된 내용을 강조하였다. 예를 들어, 5~6학년군의 규칙성 영역에서는 문제 상황에서 문제해결 전략 비교하기, 주어진 문제에서 필요 없는 정보나 부족한 정보 찾기, 조건을 바꾸어 새로운 문제 만들기, 문제해결 과정의 타당성 검토하기 등을 통하여 문제해결 능력을 기르도록 강조한다(교육부, 2020, p.27). 본 절에서는 초등학교 문제해결 지도에서 강조되는 Polya의 문제해결 4단계와 교과서에 문제해결의 각 단계와 전략이 어떻게 반영되어 있는지를 살펴본다.

문제해결 능력을 기르기 위해서는 문제해결 과정에 대한 지도가 이루어져야 한다. Polya는 문제해결 과정을 4단계로 설명하고, 학생들이 문제 상황을 분석하고, 적절한 해결 전략을 스스로 찾아낼 수 있도록 돕는 데 중점을 둔다. 이 4단계는 문제 이해, 계획 수립, 계획 실행, 반성 단계로 이루어지는데 이는 학생이 문제해결의 절차를 이해하고, 자신의 문제해결 과정을 반성하는 기회를 제공한다(이종학, 류성림, 2014). 문제 이해 단계는 문제 상황을 인식하고 구하고자 하는 것이 무엇인지를 명확히 파악하며 관련된 요소들과 그들 사이의 관계를 결정하는 단계로 성공적인 문제해결에 결정적인 영향을 미친다. 계획 수립 단계는 문제를 이해하고 해결 전략을 구상하는 단계이다. 계획 실행 단계는 주어진 문제의 해에 도달하기 위해 계획한 전략에 따라 실제로 활동을 하거나, 풀이 과정을 쓰면서 해에 접근하는 단계이다. 반성 단계는 문제해결의 결과와 과정을 검토하고 새로운 풀이 방법을 찾거나 다른 분야로 확장하는 단계이다(남승인 외, 2014). 특히 반성 단계는 새로운 전략을 발견하거나 문제를 확장하여 문제해결 능력을 향상시키는 중요한 단계이다(안병곤, 2018). 문제해결의 각 단계에서 교사가 사용할 수 있는 발문과 권고는 [표 1]과 같다.

Polya의 문제해결 과정은 우리나라 초등 수학 교과서에서도 주요하게 다루어졌다. 6차 교육과정 이후, Polya의 문제해결 4단계는 초등학교 수학 교육과정에서 중요한 지침으로 사용되었으며, 교과서와 지도서에서도 이 단계를 바탕으로 한 문제해결 지도가 이루어졌다(안병곤, 2018). 권미선과 김은경(2024)은 5, 6학년 교과서에 제시된 문제해결 차시의 문제와 발문 및 권고를 분석한 결과, 문제 이해 단계와 계획 수립 단계에 대한 발문이 상대적으로 적었으며, 계획 실행 단계에서는 지나치게 상세한 발문이 제시되어 단계 간 집중도가 불균형하다는 점을 보고하였다. 또한 안병곤(2018)은 2015 개정 수학과 교육과정에서 문제해결 능력을 기르는 구체적인 전략을 제시하지만 학년군마다 교과서에 반영되는 정도가 차이가 있다는 점을 지적하였다. 방정숙 외(2016)도 교과서가 교육과정에 제시된 문제해결 전략을 적절하게 반영하지 못한 사례를 보고하였다. 문제해결 능력을 신장하기 위한 방안 중 문제 만들기에 대한 연구도 이루어졌다. 김경탁과 류성림(2013)은 5, 6학년 교과서와 익힘책을 분석한 결과, 문제 만들기 유형 중 가장 많은 것은 조건을 바꾸어 문제 만들기였으며 앞선 문제에 제시된 정보를 이용하여 문제를 만들도록 하거나 주어진 식을 이용하여 문제를 만들도록 하는 과제는 그 수가 적다고 지적하였다. 박진형(2021)도 2015 개정 5, 6학년 교과서 전반에서 문제 만들기 과제의 비율이 전체 과제 수의 약 1% 내외로 매우 낮았으며, 실생활 맥락을 반영한 문제 만들기 과제는 거의 없었다고 보고하였다. 이와 같이, 선행 연

구자들은 공통적으로 교과서에서 문제해결 4단계를 구현한 과제나 문제해결 능력을 기르도록 하는 과제들이 특정 부분에 치중되어 있음을 지적하며, 보다 균형 잡힌 문제해결 과제의 구성이 필요함을 강조하고 있다.

2. 비와 비율의 지도

비와 비율은 실생활과 밀접하게 관련된 초등 수학에서 중요한 주제로 그 지도에 주의가 요구된다(장혜원 외, 2017). 선행 연구자들은 비와 비율을 의미 있게 지도하기 위해 여러 가지 측면을 강조해왔다. 먼저 비는 두 대상 사이의 곱셈적 관계로(Shield & Dole, 2013), 학생들이 상황이나 크기가 바뀌어도 그 안에 내재하는 관계가 같다는 구조의 불변성을 인식하게 할 필요가 있다(송동현, 박영희, 2022; 정영옥, 2015). 특히, 두 양을 비교할 때 기호 :을 사용하여 비를 나타낼 때에는 기준량과 비교하는 양의 순서에 따라 의미가 달라지므로 이에 대한 명확한 지도가 필요하다(교육부, 2015). 또한 학생들이 흥미를 가질 수 있는 실생활의 맥락을 적극적으로 활용하여 비와 비율 개념을 형성하도록 지도할 필요가 있다(박지연, 김성준, 2016). 또한 비와 비율의 교수·학습에서 기하적 맥락을 적극 활용하고(정영옥, 정유경, 2016), 비를 수적으로 처리할 때 여러 가지 시각적 표현을 사용하여 학습을 도울 필요를 제안하였다(박선영, 이광호, 2018; 장혜원 외, 2017).

5~6학년군에서는 비율의 개념을 이해하고, 비율을 분수, 소수, 백분율로 나타내게 한다. 백분율은 경제, 사회, 공학을 비롯한 다양한 분야에서 사용되고, 분수, 소수, 비례 등 곱셈적 구조와 연결된 개념이다(정영옥, 2016). 선행 연구자들은 백분율 개념을 도입하고 이를 구할 때 실제성 있는 실생활 맥락을 활용하고, 이해를 높이기 위해 시각적 표현을 활용할 것을 제안한다. 그

[표 1] 문제해결 단계에서의 발문과 권고 (Polya, 2014)

<table>
<tr><th>단계</th><th colspan="2">발문과 권고</th></tr>
<tr><td>문제 이해</td><td>• 구하고자 하는 것은 무엇인가?
• 주어진 것은 무엇인가?
• 조건은 무엇인가?
• 조건은 만족할 수 있는가?</td><td>• 조건은 미지의 것을 결정하기에 충분한가?
• 문제 상황에 대해 그림을 그려보아라.
• 적절한 기호를 붙여라.
• 조건을 여러 부분으로 분해하여라.</td></tr>
<tr><td>계획 수립</td><td>• 전에 이와 유사한 문제를 본 적이 있는가?
• 관련된 문제를 알고 있는가?
• 유용하게 쓰일 수 있는 어떤 사실이나 정리를 알고 있는가?
• 미지인 것을 잘 살펴보아라.
• 친숙한 문제 중에 미지인 것이나 유사한 문제를 생각해 보아라.
• 더 좋은 단서를 얻을 수 있도록 문제를 재진술할 수 있을까?
• 정의로 되돌아가 보자. 이 용어의 정의가 무엇이었지?</td><td>• 문제를 보다 일반적인 형태로 변형할 수 있을까?
• 문제를 보다 특수한 문제로 변형할 수 있을까?
• 왜 그 전략을 사용하려고 하는가?
• 문제를 부분적으로 풀 수 있을까?
• 조건을 모두 사용했는가?
• 미지인 것을 결정하는 데 적절한 다른 자료를 생각해 볼 수 있을까?
• 문제에 포함된 핵심적인 개념을 모두 고려했는가?</td></tr>
<tr><td>계획 실행</td><td colspan="2">• 각 단계를 실행하고, 매 단계를 점검하도록 하라.
• 각 단계가 올바른지 명확히 알 수 있는가?
• 그것이 옳다는 것을 설명할 수 있는가?</td></tr>
<tr><td>반성</td><td colspan="2">• 구한 답이 문제의 조건에 맞는가?
• 결과를 다른 방법으로 이끌어낼 수 있는가?
• 풀이 과정을 설명하고 다른 사람의 방법과 비교할 수 있는가?
• 결과나 방법을 어떤 다른 문제에 활용할 수 있는가?</td></tr>
</table>

러나 우리나라 교과서는 다양한 실생활 맥락을 사용하면서도 주변에서 실제로 백분율을 찾아보거나 실생활에서 쓰이는 백분율에 기초하여 학습한 개념을 활용하는 내용이 다소 부족한 것으로 알려져 있다(이지영, 서은미, 2022; 장혜원 외, 2017). 또한 백분율이 활용되는 상황을 학생들이 수직선에 나타내고 이를 활용하여 문제를 해결하는 경험은 백분율 개념을 이해하는데 도움이 된다(Dole, 2000). 그러나 교과서에서 비와 비율의 도입부와 비교해 백분율은 시각적 표현의 활용이 미비한 상황이다(장혜원 외, 2017).

학생들이 비와 비율을 학습할 때 겪는 어려움에 대한 연구도 진행되었다. 학생들은 외적비를 내적비보다 더 어려워하며, 두 내적비 간의 불변성을 인식하는 것으로부터 시작하여 점차 외적비의 일정성을 지도할 필요가 있음에도 불구하고(강완 외, 2013), 교과서에서는 형식적 전략 위주의 지도가 이루어진다는 지

적이 있다. 그러나 학생들은 형식적 전략을 배운 후에도 비와 비율을 개념적으로 이해하는데 어려움을 보이는 경우가 많으며(김경선, 박영희, 2007), 정영옥과 정유경(2016)에 의하면 6학년 학생들은 다른 과제보다 기하적 맥락을 반영한 과제, 질적인 추론을 해야 하는 과제, 두 비나 비율을 비교해야 하는 과제에 친숙하지 않다. 특히, 백분율은 비와 비율에 관한 다른 문항들에 비해 학생들의 이해 정도가 낮다고 알려져 있다(권미숙, 김남균, 2009). 이수은과 정영옥(2017)은 6학년 학생들의 백분율 이해 실태를 조사한 결과, 백분율의 의미 이해와 계산에 대한 정답률이 모두 낮은 것을 확인하였다. 학생들은 백분율의 기준이 100이라는 것을 이해하지 못하거나 기호 %에 대한 이해, 백분율 상황에서의 덧셈적 표현의 의미에 대한 이해, 100보다 큰 백분율에 대한 이해 등에 어려움을 겪는다(정영옥, 2016; Reys, et al., 2012).

이를 종합하면, 교사는 학생들이 두 양 사이의 곱셈적 관계에 주목하도록 지도하고, 다양한 시각적 표현과 실생활 맥락을 통해 비와 비율, 백분율을 학습할 수 있도록 해야 한다. 또한, 교과서에서 시각적 표현이 부족한 점을 보완할 필요가 있다. 아울러, 학생들이 개념적 이해를 위한 다양한 과제와 실생활 맥락을 다루도록 하여 직관적이고 비형식적인 전략에서 출발해 형식적 전략으로 나아가도록 지도할 필요가 있다.

선행 연구에 따르면, 교사들 역시 비와 비율을 지도하는 데 어려움을 겪는다. 강향임과 최은아(2015)는 교사 3명을 대상으로 설문 및 면담을 한 결과, 교사들은 학생들이 비를 ‘한 양이 다른 양의 몇 배’라 설명하고 곱셈적 구조를 적용하여 문제를 해결하였을 때, 비와 비율을 개념적으로 이해하였다고 판단하였다. 이들 중 내적비와 외적비, 합성단위로의 두 양의 결합이라는 비의 개념을 언급한 교사의 사례는 없었으며, 교사들은 교과서에 제시된 백분율 정의의 약점을 지적하지 못하였다. 또한 박슬아와 오영열(2017)은 교사 3명의 교수학적 내용 지식을 분석하였는데, 교사들이 비의 개념을 정확하게 이해하지 못하거나 비율 개념과 분수 개념을 혼동하는 경우도 발견하였다. 또한 각 교사는 실생활과의 연계성, 반복 지도, 의미론적 관점 등 다양한 교수 방식을 강조하였으며, 이는 교사마다 교수·학습 방법에 차이가 있음을 시사한다. 이와 같이 비와 비율은 교사에게도 도전적이며 교사가 선택할 수 있는 접근이 다양하므로 교사들의 과제 설계 사례를 확인하여 교사 교육에 시사점을 제공할 필요가 있다.

Ⅲ. 연구 방법

사례 연구는 자연스러운 맥락에서의 현상에 대해 연구하며 현상을 심층적으로 이해하여 새로운 의미를 발견하고자 할 때 좋은 접근이다(Yin, 2009). 본 연구는 비와 비율의 문제해결에 초점을 맞추고, 초등 교사들이 주어진 원본 과제를 기반으로 과제를 어떻게 설계하는지에 대한 설명을 시도한다. 이에 연구진은 특정 사례에 관해 상세한 자료를 수집하여 교사들이 비와 비율의 문제해결을 위해 과제를 어떻게 설계하였는지를 보여줄 수 있는 특징적 양상을 파악하고자 사례 연구 방법을 채택하였다.

1. 연구 대상

본 연구는 수도권 소재 교육전문대학원의 2024학년도 1학기 ‘초등수학문제해결교육’을 수강하는 20명의 교사를 대상으로 수행되었다. 이 강좌는 3학점으로 운영되었으며 수강생들은 모두 석사과정 5학기째를 수강 중이었다. 참여한 교사의 경력은 다양한데, 경력 5년 미만이 13명, 5년 이상 10년 미만이 4명, 10년 이상 15년 미만이 1명, 15년 이상 20년 미만이 1명, 20년 이상

이 1명이었다. 이 강좌의 목표는 수학 문제해결에 관한 이론을 이해하고, 문제해결 역량을 기르기 위한 교수·학습 전략에 관심을 갖도록 하며 학생들이 수학 문제를 창의적이고 합리적으로 해결하기 위한 교사의 역량을 기르는데 있었다.

연구 대상의 선정은 사례 연구의 특성에 맞게 접근 가능성과 편의를 고려하면서도, 연구 목적에 적합한 전형적인 대상이 포함되도록 이루어졌다(우정호 외, 2006). 본 연구에서는 수학 문제해결 이론에 대한 강의를 듣고, 다양한 연구 논문을 통해 배경을 갖춘 수강생들이 비와 비율 문제해결 과제를 변형하는 사례를 분석하기에 적합한 전형적 대상이라고 판단하였다

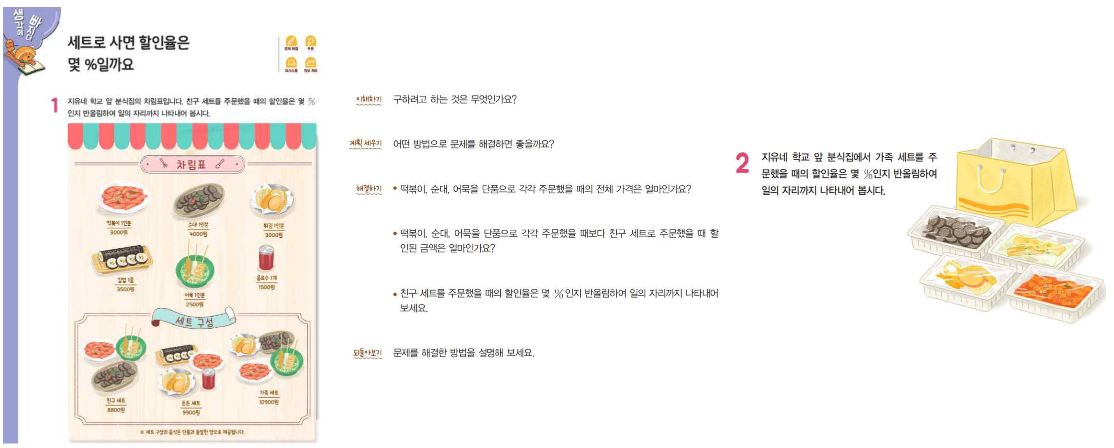
2. 원본 과제

본 연구에서는 2015 개정 교과서 중 현장에서 많이 선택된 1종의 교과서(김성여 외, 2023)을 선정하여 교사들에게 원본 과제로 제공하였다. 연구진이 원본 과제를 선정하는 데에는 이 교과서가 2015 개정 교과서 중 문제해결 4단계를 분명히 드러낸다는 점도 영향을 미쳤다.

원본 과제의 '생각에 빠지다' 코너는 비와 비율, 백분율을 모두 학습하고 단원의 마무리에 제시되는 코너로 두 개의 과제로 구성된다. [그림 1]과 같이 두 과제 모두 분식집의 차림표를 보고, 세트 메뉴를 주문했을 때의 할인율을 반올림하여 일의 자리까지 나타내게 한다. 이는 물건의 가격이 원래 가격의 몇 %만큼 감소하는지의 상황과 관련된 것으로 감소한 백분율을 구하는 변화 과제(정영옥, 2016)이다. 과제 1에서는 문제해결 4단계에 따라 문제해결 과정을 구분하고, 각 단계마다 발문하였다. 문제 이해 단계에서는 '구하려고 하는 것은 무엇인가요?'라고 발문하였으며, 계획 수립 단계에서는 '어떤 방법으로 문제를 해결하면 좋을까요?'라고 발문하여 문제해결 방법을 탐색하도록 하였다. 계획 실행 단계에서는 세 가지 발문을 하였는데 할인율을 구하는 절차를 순차적으로 제시하였다. 먼저 '떡볶이, 순대, 어묵을 단품으로 주문했을 때의 전체 가격은 얼마인가요?'라고 발문하여 기준량을 구하게 하고, '친구 세트로 주문했을 때 할인된 금액은 얼마인가요?'를 발문하여 비교하는 양을 구하게 하였다. 이후 '할인율이 몇 %인지 반올림하여 일의 자리까지 나타내 보세요'라고 발문하여 앞서 구한 두 양으로 백분율을 구하게 하였다. 마지막으로 반성 단계에서는 '문제를 해결한 방법을 설명해 보세요'라고 발문하여 검토하도록 하였다. 이후 과제 2에서는 가족 세트를 주문했을 때의 할인율을 반올림하여 일의 자리까지 나타내게 하였는데 이는 과제 1과 구하는 것은 다르지만 해결 과정은 같아 구조가 같은 문제로 볼 수 있다.

3. 자료 수집

본 연구는 두 단계로 진행되었다. 첫 번째 단계에서



[그림 1] 원본 과제 (김성여 외, 2023, pp. 94-95)

는 4주간에 걸쳐 수학 문제해결 이론에 대한 강의 및 토론을 진행하였다. 이를 통해 교사들에게 문제해결 방법론, 문제해결의 심리학, 문제해결과 모델링, 문제해결 능력, 문제해결 지도, 문제 만들기와 같은 수학 문제해결 이론에 대한 전반적인 이해를 도왔다. 이어서 5주 동안 수학 문제해결에 관한 연구 논문 및 문제해결과 관련된 교과서 연구 논문 10편을 함께 읽고 논의하였다. 연구의 두 번째 단계에서는 교사들이 실제로 과제 설계에 참여하게 하였다. 연구 참여자 중 절반 이상이 경력 5년 미만의 교사들로, 이들은 비와 비율 및 문제해결에 대한 지식이 상대적으로 부족할 수 있다는 점을 고려하여, 마지막 주차에는 비와 비율에 관한 선행 연구와 2015 개정 수학과 교육과정의 관련 내용을 추가적으로 강의하였다. 특히, 문제해결 능력을 기르기 위한 구체적인 방안을 제공하고, 다양한 출판사의 교과서들을 제시하여 원본 과제와 어떤 차이가 있는지를 확인하도록 하였다.

연구진은 20명의 교사에게 원본 과제를 변형하여 비와 비율에 관련된 교수·학습 자료를 설계하고, 이를 보고서 형식으로 작성하도록 요청하였다. 교수·학습 자료 제작의 주된 목적은 학생들이 비와 비율을 이해하고, 문제해결 역량을 기를 수 있는 과제를 설계하는 것이었다. 연구진은 구체적인 설계 방향을 제공하지 않고, 교사들이 자율적으로 과제를 변형하도록 하여 그들의 문제해결 과제 설계 역량을 관찰하고자 하였다. 이러한 방식은 선행 연구(구나영, 2024; 김하림, 이경화, 2016)를 기초로 비와 비율의 문제해결을 다루는 교사의 과제 설계 사례들을 두루 포착하고, 이와 관련된 논점이나 시사점을 다각도로 제기하여 본 연구의 목적을 달성하는데 적절할 것으로 판단하였다. 보고서에는 2015 교육과정 및 원본 과제에 대한 분석, 학습 목표, 수업 의도, 수업의 단계, 각 과제의 설계 의도 및 풀이, 학생의 예상 반응, 과제 재구성 과정에서 사용된 출처 등이 포함되었다. 해당 강좌를 수강하는 20명의 보고서는 모두 수집되었고, 이후 이들을 T1~T20으로 부른다.

4. 자료 분석

가. 과제 1의 분석

1) 문제해결 단계별 범주 확인

과제 1은 원본 과제에 명시된 문제해결 4단계를 기반으로, 교사들이 각 단계를 어떻게 변형하였는지 분석하였다. 먼저, 각 단계별로 원본 과제가 변형되었는지 확인하고, 변형이 된 경우 남승인 외(2014)와 권미선과 김은경(2024)의 연구를 참고하여([표 2] 참조) 어떤 발문 및 권고가 이루어졌는지 분석하였다. 남승인 외(2014)는 문제해결 사례를 소개하며 각 단계의 발문 및 권고를 범주화하고, 권미선과 김은경(2024)은 초등학교 5, 6학년 국정 및 검정 교과서 4종에서의 문제해결 단계에 따른 발문 및 권고의 범주를 정리하였다.

가) 문제 이해

남승인 외(2014)는 문제 이해 단계에서의 발문 및 권고를 구하려는 것, 주어진 조건을 알아보고 조건이 충분한지 묻는 것(주어진 정보 알아보기), 문제 상황을 그림으로 그리거나 자신의 말로 다시 설명하게 하는 것(문제 상황 알아보기)의 3가지로 구분하였다. 권미선과 김은경(2024)은 구하려는 것, 알고 있는 것을 묻는 발문(전반적인 정보), 문제에 제시된 구체적인 정보를 묻는 발문(특정한 정보), 과잉 정보나 부족한 정보 등을 묻는 발문(필요하지 않거나 부족한 정보)의 4가지로 구분하였다.

나) 계획 수립

남승인 외(2014)는 계획 수립 단계의 발문 및 권고를 관련된 문제를 회상하게 하는 발문, 활용 가능한 공식이나 방법을 묻는 것(관련된 정보 불러오기), 표나 식을 세워보도록 하는 것(전략을 선택하기)의 3가지로 구분하였다. 권미선과 김은경(2024)은 이를 더 구체적으로 어떤 방법으로 문제를 해결할 수 있는지 묻는 발문(일반적인 방법 탐색), 문제해결 전략을 직접 제시하거나 탐색하기 위한 조건을 구체적으로 제시하는 발문(구체적인 방법 탐색), 유사한 문제해결 과정을 떠올리게 하는 발문(유사한 방법 탐색), 친구와 방법과 비교하는 발문, 이미 제시된 조건을 다시 한번 언급하는 발문(조건의 사용)의 5가지로 구분하였다.

다) 계획 실행

계획 실행 단계의 발문 및 권고는 두 연구에서 모두 전반적으로 계획을 실행하라는 발문과 구해야 할 것을 언급하거나 각 세부 단계를 실행하도록 하는 발문의 두 가지로 구분하였다.

라) 반성

남승인 외(2014)는 반성 단계의 발문 및 권고를 반성 단계의 발문 및 권고는 풀이 결과를 점검하라는 발문(답을 점검하기), 다른 풀이 발견하라는 발문, 해결 과정을 일반화하고 확장하라는 발문(일반화와 확대하기), 문제를 변형하거나 만들라는 발문(문제 만들기)의 4가지로 구분하였다. 권미선과 김은경(2024)는 해결 결과가 타당한지를 확인하거나 비교하게 하는 발문(해결 결과 검토), 해결 과정을 검토하거나 더 편리한 방법을 찾게 하는 발문(해결 과정 검토), 필요하거나 부족한 정보를 찾게 하는 발문(조건 검토), 수학적 내용 및 실생활과 연결하게 하는 발문(확장 및 연결), 문제를 만들도록 하는 발문(문제 만들기)의 5가지로 구분하였다.

2) 분석틀 도출

분석틀은 다음과 같이 도출되었다. 먼저 두 연구의 범주를 이론적으로 비교하고, 유사한 범주를 대응시킨 후, 각 연구에서 독자적으로 제시한 범주를 정리하여 예비 분석틀을 마련하였다. 이후 원본 과제의 단계별 발문이 어느 범주에 속하는지 구분하고, 교사가 각 단계에서 원본 과제의 발문을 변형하였는지를 확인하여, 변형이 된 경우에는 보고서에 작성한 설계 의도 등을 살펴보면서 어느 범주의 발문을 하였는지 확인하였다.

20명의 과제를 분석한 결과, 한 교사가 각 단계에서 두 가지 이상의 범주에 속하는 발문을 한 경우가 있었으며, 발문을 변형했지만 한 범주 내에서의 변형으로 확인된 경우가 있었다. 예를 들어, T5는 계획 수립 단계에서 ‘할인율을 구하는 방법을 생각해 보자’고 변형하였는데 할인율을 구하기 위한 구체적인 조건을 제시하지 않았기 때문에 원본 과제의 발문과 동일하게 ‘일반적 방법 탐색’ 범주로 구분된다. 또한 반성 단계에서 변형을 한 경우, 해결 결과를 검토하는 것인지 방법을 검토하는 것인지를 명시하지 않은 경우도 있었다. 이러한 1차 분석 결과를 초등 수학교육 전문가와 함께 검토하고 의견을 교환하였다. 본 연구의 목적을 고려할 때, 교사들이 문제해결을 위한 발문을 다양하게 선택할 수 있음을 감안하여 중복을 허용한 빈도를 분석하고, 반성 단계에서 해결 결과와 방법을 검토하는 것은 궁극적으로 문제해결 과정에 대한 검토를 의도한 것이기 때문에 하나의 범주로 통합하여 분석하는 것으로 합의하였다. 1차 분석 이후 정리한 본 연구의 분석틀을 [표 2]의 마지막 열과 같다.

원본 과제([그림 1])에 이를 적용한 결과, 각 단계에서의 발문은 ‘구하려는 것’, ‘일반적 방법 탐색’, ‘구체적

[표 2] 과제 1의 분석틀

단계	남승인 외(2014)	권미선, 김은경(2024)	본 연구의 범주
문제 이해	구하려는 것 알아보기	구하려는 것	구하려는 것
	주어진 정보 알아보기	전반적인 정보	전반적 정보
		특정한 정보	특정한 정보
		필요하지 않거나 부족한 정보	과잉·부족 정보
	문제 상황 알아보기	·	문제 상황 파악
계획 수립	관련된 문제 회상하기	일반적인 방법 탐색	일반적 방법 탐색
	관련된 정보 불러오기	구체적인 방법 탐색	구체적 방법 탐색
	전략을 선택하기	유사한 방법 탐색	유사한 방법 탐색
		친구의 방법과 비교	방법의 비교
	·	조건의 사용	조건의 사용
계획 실행	전반적 실행	일반적인 실행	일반적 실행
	국소적 실행	구체적인 실행	구체적 실행
반성	답을 점검하기	해결 결과 검토	결과·방법 검토
	다른 풀이 발견하기	해결 방법 검토	
	·	조건 검토	조건 검토
	일반화와 확대하기	확장 및 연결	확장 및 연결
	문제 만들기	문제 만들기	문제 만들기

실행', '결과·방법 검토'로 구분된다. 본 연구진은 [표 2]를 적용하여 2차 분석을 진행하였고, 동일한 전문가와 의견을 교환하여 연구 결과에 반영함으로써, 본 연구의 타당도와 신뢰도를 높이고자 하였다.

나. 과제 2의 분석

1) 범주 확인

과제 2는 과제 1과 구조가 같은 문제이며 문제해결 4단계가 드러나지 않는 과제이다. 본 연구에서는 김하림과 이경화(2016)와 박경미 외(2015)를 기초로 과제 2의 변형 양상을 분석하였다. 김하림과 이경화(2016)는 예비교사가 교과서 과제를 어떻게 변형하는지 분석하였고, 박경미 외(2015)는 문제해결 역량의 하위 요소를 제시하였다.

김하림과 이경화(2016)는 예비교사의 문제해결 과제 변형을 수학 내적 문제해결, 수학 외적 문제해결, 모델링, 범교과 문제해결, 문제 만들기로 범주화하였다. 박경미 외(2015)는 문제 이해, 문제해결 전략 탐색, 문제해결 과정 통제 및 반성, 협력적 문제해결, 수학적 모델링, 문제 만들기의 5가지 요소를 제안하였다. 이 중 문제 이해, 문제해결 전략 탐색, 문제해결 과정 통제 및 반성은 Polya의 문제해결 4단계와 연결되므로 과제 2의 분석틀에서는 제외하였으며 협력적 문제해결은 문제해결 과정에서의 교수·학습 방법과 연결되어 수학적 모델링, 문제 만들기와 모두 연결될 수 있는 범주라 판단하여 분석틀에서 제외하였다.

2) 분석틀 도출

분석틀은 다음과 같이 도출되었다. 먼저 두 연구의 범주를 이론적으로 비교하고, 유사한 범주를 대응시킨 후, 각 연구에서 독자적으로 제시한 범주를 정리하여 예비 분석틀을 마련하였다. 이후 과제 2가 변형되었는지를 확인하고, 변형이 된 경우에는 보고서에 작성한 설계 의도 등을 살펴보면서 어떤 범주의 과제인지를 확인하였다.

20명의 과제를 분석한 결과, 한 교사가 두 가지 이상을 의도한 변형을 한 경우가 있었으며, 수학 외적 문제해결, 모델링, 범교과 문제해결은 모두 실생활이나 융합적 상황에서의 문제해결을 한다는 점에서 명확히 하나의 범주로 구분하는 것에 한계가 있었다. 이러한 1차 분석 결과를 초등 수학교육 전문가와 함께 검토하고 의견을 교환하였고, 중복을 허용한 빈도를 분석하고, 수학 외적 문제해결, 모델링, 범교과 문제해결의 세 범주는 '수학 외적 확장'의 한 범주로 통합하여 분석하는 것으로 합의하였다. 1차 분석 이후 정리한 본 연구의 분석틀을 [표 3]의 마지막 열과 같다.

이 분석틀을 적용하여 2차 분석을 진행하였고, 동일한 전문가와 의견을 교환하여 연구 결과에 반영함으로써, 본 연구의 타당도와 신뢰도를 높이고자 하였다. 다음 장에서는 과제 1과 과제 2의 변형 양상을 확인하고, 각 과제별로 구체적인 사례를 토대로 그 특징을 분석한다.

[표 3] 과제 2의 분석틀

김하림, 이경화(2016)	박경미 외(2015)	본 연구의 범주
수학 내적 문제해결	·	수학 내적 연결
수학 외적 문제해결	·	수학 외적 확장
모델링	수학적 모델링	
범교과 문제해결	·	
문제 만들기	문제 만들기	문제 만들기

Ⅳ. 연구 결과

1. 과제 변형 양상

본 연구에서는 교사들에게 자유롭게 원본 과제를 변형하도록 안내하였다. 따라서 과제 1의 변형의 범위가 원본 과제의 맥락을 유지한 채로 문제해결 4단계에서의 발문을 일부 수정하거나 맥락을 변형하였지만 원본 과제처럼 감소한 백분율을 구하게 하는 것(부분 변형)부터 원본 과제의 맥락을 변형하고 감소한 백분율 외의 다른 것을 구하게 하는 과제로 바꾸는 것(전체 변형)까지 넓었다. 20명의 교사들 중 과제 1을 부분 변형을 한 교사는 8명, 전체 변형을 한 교사는 12명이었다. 전체 변형을 한 12명의 교사 중 9명의 교사(T1, T2, T4, T6, T7, T8, T10, T15, T17)는 과제 1에서 문제해결 단계를 제시하였으나 T16, T18, T20은 문제해결 단계를 제시하지 않았다. 예를 들어, T18은 과제

1에서 주요 식품의 칼슘 함량을 제시하고, 영철이의 아침 식사를 제시한 후 1일 칼슘 섭취량의 몇 %를 섭취하였는지를 물어보았으나 원본 과제처럼 4단계를 구분하여 제시하지 않고 학생들이 직접 처음부터 문제를 해결하도록 하였다. 원본 과제와 같이 과제 2를 과제 1의 문제해결 방법을 그대로 적용하는 과제로 변형하는 교사는 한 명도 확인되지 않았다. 20명의 교사들이 원본 과제를 변형한 바를 정리하면 [표 4]와 같다. 과제 1의 단계별로 변형한 교사의 수는 문제 이해 단계가 9명, 계획 수립 단계는 5명, 계획 실행 단계는 14명, 반성 단계는 11명으로 계획 실행 단계를 변형한 교사의 수가 가장 많았으며, 계획 수립 단계를 변형한 교사의 수는 가장 적었다. 또한 과제 2는 과제 1과 연계하여 [표 4]와 같이 변형하였으며 수학 외적 확장이나 문제 만들기를 시도하는 것으로 나타났다.

과제 1과 과제 2의 분석틀에 따라 과제 변형의 빈도를 정리한 바는 [표 5]와 같다. 과제 1과 과제 2 모두 일부 범주는 변형한 사례가 확인되지 않았다. 과제 1의 문제 이해 단계에서는 과잉·부족 정보 범주가 6회로 가장 빈도가 높았으며 문제 상황 파악 범주는 확인되지 않았다. 계획 수립 단계에서는 구체적 방법 탐색의 빈도가 3회로 높았고, 유사한 방법 탐색과 조건의

[표 4] 교사들의 과제 변형

교사	과제 1				과제 2
	문제 이해	계획 수립	계획 실행	반성	
T1	과잉·부족 정보				수학 외적 확장
T2	전반적 정보	구체적 방법 탐색	구체적 실행	결과·방법 검토	수학 외적 확장
T3			일반적 실행	결과·방법 검토	문제 만들기
T4			구체적 실행	결과·방법 검토	문제 만들기
T5		일반적 방법 탐색/방법의 비교	구체적 실행	결과·방법 검토	문제 만들기
T6	전반적 정보		일반적 실행	결과·방법 검토	수학 외적 확장
T7			일반적 실행		수학 외적 확장
T8			구체적 실행		수학 외적 확장
T9			구체적 실행		문제 만들기
T10	과잉·부족 정보		일반적 실행	결과·방법 검토	문제 만들기
T11	과잉·부족 정보		구체적 실행	결과·방법 검토	문제 만들기
T12	과잉·부족 정보		일반적 실행 /구체적 실행		수학 외적 확장
T13	전반적 정보/과잉·부족 정보				문제 만들기
T14	과잉·부족 정보	구체적 방법 탐색	일반적 실행	결과·방법 검토	수학 외적 확장/문제 만들기
T15	특정한 정보	일반적 방법 탐색	구체적 실행	결과·방법 검토/문제 만들기	수학 외적 확장/문제 만들기
T16					수학 외적 확장
T17		구체적 방법 탐색	구체적 실행	결과·방법 검토	문제 만들기
T18					수학 외적 확장
T19				결과·방법 검토	수학 외적 확장
T20					수학 외적 확장

사용 범주는 확인되지 않았다. 계획 실행 단계에서는 구체적 실행이 9회, 일반적 실행이 6회였으며, 반성 단계에서는 결과·방법 검토가 11회로 가장 빈도가 높았으며 조건 검토와 확장 및 연결 범주는 확인되지 않았다. 과제 2의 경우, 수학 외적 확장이 12회, 문제 만들기가 10회로 수학 외적 확장의 빈도가 다소 높았고, 수학 내적 연결은 확인되지 않았다.

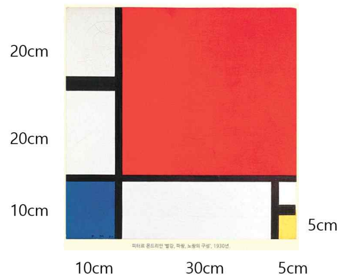
[표 5] 과제 1과 과제 2의 빈도

과제		범주	빈도
과제 1	문제 이해	구하려는 것	0
		전반적 정보	3
		특정한 정보	1
		과잉·부족 정보	6
		문제 상황 파악	0
	계획 수립	일반적 방법 탐색	2
		구체적 방법 탐색	3
		유사한 방법 탐색	0
		방법의 비교	1
		조건의 사용	0
	계획 실행	일반적 실행	6
		구체적 실행	9
	반성	결과·방법 검토	11
		조건 검토	0
		확장 및 연결	0
		문제 만들기	1
과제 2		수학 내적 연결	0
		수학 외적 확장	12
		문제 만들기	10

2. 과제 1의 변형 사례

가. 문제 이해

문제 이해 단계를 변형한 10회 중 6회는 원본 과제의 '구하려는 것은 무엇인가?'라는 발문에 문제를 해결하는데 필요한 정보, 필요하지 않거나 더 필요한 정보가 무엇인지를 추가로 발문하는 것으로 나타났다. T10은 [그림 2]와 같이 미술 작품을 소개하며 사용되는 물감의 양의 비율을 구하도록 하였다. T10은 학생들이 스스로 문제해결 전략을 수립할 수 있도록 '문제를 해결하기 위해 필요한 정보는 무엇인가'를 묻는 발문을 추가하였다고 밝혔다. 실제 6명의 교사 중 4명은 비율이나 백분율을 구하는 문제해결 전략을 수립하기 위해 무엇이 필요한지를 물어보는 것으로 확인되었다. 한편, T10은 20명의 교사 중 유일하게 기하적 맥락을 활용하였는데, 실제 작품의 수치를 그대로 사용하기에는 계산상의 어려움이 있으므로 간단한 값으로 조정하였다고 밝혔다.



몬드리안의 그림에서 사용된 물감의 양을 구하기 위하여, 가로와 세로의 비를 바탕으로 각각의 색이 그림에서 차지하는 비율을 구해봅시다. (검정색 선은 너비가 없도록 수정하여 제시할 것이다.)

1) 문제에서 구하고자 하는 것은 무엇입니까?

2) 문제를 해결하기 위해 필요한 정보는 무엇입니까?

[그림 2] T10이 설계한 문제 이해 단계

T1과 T13은 문제 이해 단계에서 실제로 과잉 정보나 부족한 정보를 포함하는 문제 상황을 제시하였다. 구체적으로, [그림 3]과 같이 T1은 소스와 육수를 일정한 비율로 섞는 맥락을 제시하였다. T1은 원본 과제처럼 구하려는 것을 물어본 후 학생들이 문제를 해결하기 위해 희재의 정보는 필요가 없다는 점, 실제로 문제를 해결하려면 사용할 육수의 양과 매운 정도에 관한 정보가 필요하다는 것을 파악하도록 발문을 변형하였다.

마라탕을 만들 때는 마라소스 30mL와 육수 2L를 섞으면 신라면 정도의 맵기로, 가장 맛있다고 합니다. 상훈이는 신라면도 못 먹지만 희제는 더 매운걸 먹고 싶어합니다. 상훈이가 스스로 먹을 마라탕을 만든다면 마라소스를 얼마나 넣는 게 좋을까?
1) 이 문제에서 구하고자 하는 것은 무엇인가?
2) 이 문제에서 필요 없는 정보는 무엇인가?
3) 문제를 해결하는데 사용할 정보는 무엇이 있고, 무엇이 더 필요한가?

[그림 3] T1이 설계한 문제 이해 단계

문제 이해 단계를 변형한 10회 중 3회는 원본 과제의 ‘구하려는 것은 무엇인가?’ 외에 문제 상황에서 알고 있는 정보가 무엇인지를 추가로 발문하는 사례였다. T6는 [그림 4]와 같이 원본 과제에서 감소한 백분율을 구하게 하는 것을 변형하여 두 기업의 할인율을 구하고 이를 비교하게 하는 상황을 제시하였다. T6는 원본 과제처럼 구하려는 것을 발문한 후, 학생들이 알고 있는 것이 무엇인지를 발문하여 전반적인 정보를 파악하게 하였다.

A 제품을 만들기 위해 필요한 생산 비용은 200원이다. A 제품을 낱개로 판매할 때, (가) 기업과 (나) 기업은 모두 500원에 판매하고 있다. (가) 기업은 4000원에 A 제품 10개를 묶음 판매하고 있고, (나) 기업은 11000원에 A 제품 25개를 묶음 판매하고 있다. 30000원 미만 구매 시 (가) 기업은 배송비가 3000원, (나) 기업은 무료 배송이다. 희수가 A 제품 50개를 구매하려고 할 때, 각 기업의 할인율을 구하고 최종적으로 어떤 기업에서 구매할 것인지 구하시오.
1) 구하려는 것은 무엇인가요?
2) 알고 있는 것은 무엇인가요?

[그림 4] T6가 설계한 문제 이해 단계

한편, 10회의 변형 중 1회는 원본 과제의 발문 대신 문제에 제시된 구체적인 정보를 발문하는 것으로 변형한 사례였다. T15도 [그림 5]와 같이 T6와 유사하게 두 가게의 할인율을 구하고 이를 비교하게 하는 상황을 제시하였다. T15는 문제에서 10개, 8개 단위로 판매하는 금액을 제시하고, 문제 이해 단계에서 학생들이 이를 한 번 더 생각하여 1개당 판매 금액을 생각하도록 발문하였다.

수호는 사과를 구입하려 합니다. A 과일 가게에서는 사과 10개에 10000원으로 판매하고 있었는데 이번 달에는 10개에 8000원으로 판매하고 있습니다. B 과일 가게에서는 사과 8개에 8000원으로 판매하고 있었는데 이번 달에는 8개에 7200원으로 판매하고 있습니다. 할인율을 구하고, 어느 과일 가게에서 사과를 구매하는 것이 더 할인을 많이 받을 수 있을지에 대해 말해보세요.
1)
-A 과일 가게:
원래는 1개당 (   )원
-> 1개당 (   )원으로 판매합니다.
-B 과일 가게:
원래는 1개당 (   )원
-> 1개당 (   )원으로 판매합니다.

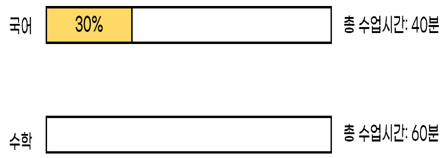
[그림 5] T15가 설계한 문제 이해 단계

나. 계획 수립

계획 수립 단계를 변형한 6회 중 3회는 원본 과제의 ‘어떤 방법으로 문제를 해결하면 좋을까?’를 문제해결 전략을 구체적으로 생각하도록 하는 발문으로 변형하는 것이었다. T2는 [그림 6]과 같이 국어 수업을 들은 시간과 수학 수업을 들은 시간을 비교하며 백분율을 구하는 문제 상황을 제시하였다. T2는 계획 수립 단계에서 학생들이 백분율을 구하기 위해 고려해야 하는 기준량과 비교하는 양을 파악하도록 원본 과제보다 초점을 좁혀 발문하였다.

T14는 [그림 7]과 같이 원본 과제의 할인율을 구하는 맥락을 그대로 활용하였다. T14는 문제해결에 어려움을 겪는 학생을 위한 말풍선을 제시하여 기준량과 비교하는 양을 찾아 문제해결에 어떻게 이용할 수 있을지 생각해보게 유도한다고 밝혔다. 즉, 할인율을 구하기 위한 기준량과 비교하는 양을 확인하게 해 문제해결을 위한 단서를 파악하도록 발문하였다.

다은이는 국어와 수학을 온라인 수업으로 들었습니다. 다은이가 듣는 온라인 수업은 수업마다 진도율이 나옵니다. 다은이가 국어 수업을 들은 시간과 수학 수업을 들은 시간이 같을 때, 다은이가 들은 수학 수업 시간은 전체의 몇 %인가요?



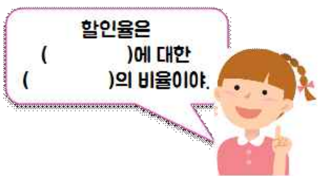
2) 문제를 해결할 계획을 정리해봅시다.

1번		2번		3번
다은이가 ( ) 수업을 들은 시간을 구합니다.	→	다은이가 ( ) 수업을 들은 시간을 구합니다.	→	다은이가 ( )수업을 들은 시간은 전체 ( )수업 시간 중 몇 ( )인지 비율을 구합니다.

[그림 6] T2가 설계한 계획 수립 단계

지유네 학교 앞 분식집의 차림표입니다. 친구 세트를 주문했을 때의 할인율은 몇 %인지 반올림하여 일의 자리까지 나타내어 봅시다.

2) 어떤 방법으로 문제를 해결할 수 있나요?



[그림 7] T14가 설계한 계획 수립 단계

계획 수립 단계를 변형한 6회 중 2회는 원본 과제의 발문을 일반적인 방법을 탐색하는 다른 발문으로 변형하였다. T5는 이 단계에서 일반적 방법 탐색 범주와 방법의 비교 범주에 해당하는 변형을 하였다. T5는 햄버거 가게에서 판매하는 제품의 가격을 제시한 후 세트 메뉴를 구성하고, 가격을 정하게 하였다. 이후 '할인율을 구하는 방법을 생각해보세요. 친구들과 방법을 공유해보세요.'라고 발문하였다. T5는 원본 과제의 발문을 변형하였으나 문제의 조건을 구체적으로 제시하거나 전략의 단서와 초점을 직접 제시하지 않아 일반적 방법 탐색의 범주로 분류되었다. 또한 T5는 친구의 방법과 비교하면서 문제해결 전략을 탐색하게 하는 발문을 추가하였다.

다. 계획 실행

앞서 언급한 바와 같이 계획 실행 단계는 가장 많은 교사들이 변형한 단계였다. 이 단계를 변형한 15회 중 9회는 원본 과제에서 할인율을 구하기 위해 기준량과 비교하는 양을 단계적으로 구하게 한 것을, 문제해결을 구체적으로 실행하게 하는 발문으로 변형하였다. 많은 교사들이 구체적 실행 범주에 속하는 변형을 하였으나, 9명 중 2명의 교사만이 원본 과제처럼 백분율을 구하기 위한 기준량과 비교하는 양을 단계적으로 구하게 하였고, 7명의 교사는 이를 직접적으로 제시하지 않고 학생들이 기준량과 비교하는 양이 무엇일지를 직접 생각하게 하였다.

T8은 [그림 8]과 같이 원본 과제의 맥락을 변형하여 A 분식집과 B 분식집에서의 할인율을 비교하는 상황을 제시하였다. T8은 계획 실행 단계에서 단계별로 발문을 제시하되, 학생들이 가격을 구하는 방법과 기준량과 비교량이 무엇이 될지 생각하게 하려는 의도라고 밝혔다. 이에 [그림 8]과 같이 T8은 각 분식집에서 가장 저렴하게 살 때의 가격을 발문해 세트나 할인을 적용했을 때 가격이 단품으로 살 때보다 얼마만큼 저렴한지를 파악하게 하였다. 이후 두 분식집 중 어느 집이 몇 % 더 저렴한지를 구하기 위해 기준량과 비교하는 양은 무엇인지를 발문하였다.

T15도 앞서 언급한 바와 같이 두 가게의 할인율을 비교하는 상황을 제시하였다. T15 역시 [그림 9]와 같이 구체적인 실행을 요구하는 발문으로 변형하였으나 기준량과 비교하는 양을 단계적으로 구하게 하지 않고, 각 가게의 할인율을 구하게 함으로써 학생들이 직접 기준량과 비교하는 양을 생각해 할인율을 구하도록 하였다. T5, T11, T17 등도 T8이나 T15와 유사한 변형을 하는 것으로 확인되었다.

지유네 학교 앞 A 분식집과 B 분식집의 차림표입니다. 지유는 떡볶이, 순대, 어묵을 주문하려 합니다. 어느 집에서 시키는 것이 몇 % 더 저렴한지 구해봅시다. (반올림하여 일의 자리까지 구하세요.)
3)
- A 분식집에서 떡볶이, 순대, 어묵을 가장 저렴하게 살 때의 가격은 얼마인가요?
- B 분식집에서 떡볶이, 순대, 어묵을 가장 저렴하게 살 때의 가격은 얼마인가요?
- A 분식집과 B 분식집 중 어느 집이 몇 % 더 저렴한지 구하려면, 기준량은 무엇이고 비교하는 양은 무엇일까요?

[그림 8] T8이 설계한 계획 실행 단계

수호는 사과를 구입하려 합니다. A 과일 가게에서는 사과 10개에 10000원으로 판매하고 있었는데 이번 달에는 10개에 8000원으로 판매하고 있습니다. B 과일 가게에서는 사과 8개에 8000원으로 판매하고 있었는데 이번 달에는 8개에 7200원으로 판매하고 있습니다. 할인율을 구하고 어디 과일 가게에서 사과를 구매하는 것이 더 할인을 많이 받을 수 있을지에 대해 말해보세요.
3)
- A 과일 가게의 할인율:
- B 과일 가게의 할인율:
- (　　　) 과일 가게가 (　　　) 과일 가게보다 할인율이 높습니다.
수호는 (　　　　) 과일 가게에서 사는 것이 더 할인을 많이 받아 사는 것입니다.

[그림 9] T15가 설계한 계획 실행 단계

한편, T2와 T9는 발문을 변형하였지만 원본 과제처럼 백분율을 구하기 위한 기준량과 비교하는 양을 단계적으로 구하게 하였다. T9는 원본 과제에서 반올림을 하여 계산해야 하기 때문에 계산 과정을 간단히 하여 학생들이 문제에 친숙함을 느끼게 하고자 변형하였다고 밝혔다. 이에 T9는 든든 세트의 할인율을 구하는 문제 상황을 제시하여 반올림을 하지 않고도 답을 구할 수 있도록 하였고, 발문 역시 원본 과제와 동일하게 단계적으로 제시하였으나 반올림을 하지 않게 하는 것으로 변형하였다. 국어 수업을 들은 시간과 수학 수업을 들은 시간을 비교하며 백분율을 구하는 문제 상황을 제시한 T2는 [그림 10]과 같이 답을 구하기 위해 단계적으로 기준량과 비교하는 양을 구하는 발문을 제시하였다. 그러나 T2는 원본 과제가 답을 구하는데 한 가지 방법으로 접근하게 하는 것을 한계라 인식하고, 학생들이 표 만들기와 식 세우기의 문제해결 전략을 통해 문제를 해결할 수 있도록 발문을 제시한다고 밝혔다. T2는 방법 1에서 표를 사용해 1행에는 백분율에 해당하는 수들을 배치하고, 2행에는 대응되는 양을 쓰도록 했고, 방법 2에서는 단계적으로 구한 기준량과 비교하는 양을 분수로 나타낸 후 백분율을 구하게 하였다.

3)
- 다은이가 들은 국어 수업 시간을 구해봅시다.

방법 1. 표로 해결하기

비율	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%
시간										40분

방법 2. 식으로 해결하기

- 다은이가 들은 국어 수업 시간은 몇 분인가요?
- 다은이가 들은 국어 수업 시간과 수학 수업 시간은 같으므로, 다은이가 들은 수학 수업 시간은 (　)분입니다.
- 다은이가 들은 수학 수업 시간의 비율을 구해봅시다.

방법 1. 표로 해결하기

비율										100%
시간										60분

방법 2. 식으로 해결하기

전체 수학 수업 시간과 다은이가 들은 수학 수업 시간을 비교하기
1) 기준량과 비교하는 양은?
2) 비로 나타내면?
3) 분수 비율로 나타내면?
4) 백분율로 나타내면?

- 다은이가 들은 수학 수업 시간은 전체 수학 수업 시간의 몇 %인가요?

[그림 10] T2가 설계한 계획 실행 단계

계획 실행 단계를 변형한 15회 중 6회는 원본 과제의 구체적인 발문을 모두 일반적인 실행을 요구하는 발문으로 변형하는 사례였다. T5는 원본 과제의 발문을 삭제하고 '생각한 방법으로 문제를 해결해 보세요.' 라고 발문하였다. T10, T14도 T5와 유사한 발문을 하여 일반적인 실행을 요구하였다. 한편, T7은 원본 과제에서 답을 구하는 방법을 단계적으로 제시하므로 학생들이 다양한 전략을 세우지 못할 가능성이 있다는 점을 언급하며 계획 실행 단계의 발문을 모두 삭제하였다. T3 역시 T7과 같은 설계 의도를 언급하며 이 단계의 발문을 삭제하였다. T12는 학생의 수준에 따라 발문을 다르게 변형하여 일반적 실행과 구체적 실행의 범주에 모두 포함되는 것으로 분류되었다. [그림 11]과 같이 T12는 높은 수준의 학생들에게는 '문제를 해결해 보세요'라고 발문해 일반적인 실행을 요구하였고, 낮은 수준의 학생들은 백분율의 정의를 제시하고, 기준량과 비교하는 양이 각각 무엇인지를 발문하여 문제해결 단계에 진입할 수 있도록 하였다.

> 호국이네 학교 앞 문구점의 가격표입니다. 연필과 공책 세트를 주문했을 때의 할인율은 몇 %인지 반올림하여 일의 자리까지 나타내어 봅시다.
> 연필: 500원 / 공책: 1000원 / 세트: 1200원
> 3)
> - (높은 수준의 학생)
>   문제를 해결해 보세요.
> - (낮은 수준의 학생)
>   (중략)
> 백분율은 기준량을 100으로 할 때의 비율입니다. 세트를 주문했을 때의 할인율을 구하려고 합니다. 기준량과 비교하는 양은 각각 무엇인가요?
>   (후략)

[그림 11] T12가 설계한 계획 실행 단계

라. 반성

반성 단계에서 나타난 12회의 변형 중 결과·방법 검토가 11회로 압도적으로 빈도가 높았으며 문제 만들기는 1회에 그치는 것으로 나타났다. 조건 검토와 확장 및 연결 범주는 확인되지 않았는데 이는 원본 과제에 과제 2가 있기 때문에 과제 1에서 그 빈도에 영향을 미친 것으로 판단된다. T1을 비롯한 많은 교사들은 원본 과제의 발문 '문제를 해결한 방법을 설명해 보세요.' 보다 친구와 문제해결 방법을 비교하라는 발문이 의도가 분명히 드러나고 다양한 방법을 비교할 수 있기 때문에 '해결 방법을 친구와 비교하고 이야기하세요(T1)', '친구가 해결한 방법과 비교해보며, 비슷한 점과 다른 점을 찾아보세요(T10)', '문제를 바르게 해결했는지 확인하고, 문제를 해결한 방법을 친구들에게 설명해 보세요(T14)'와 같은 발문으로 변형하였다.

T15는 반성 단계에서 가장 많은 변형을 한 교사였다. T15는 [그림 12]와 같이 앞서 직접 구한 할인율이 제대로 계산된 것인지를 확인하도록 계산기를 활용하게 발문하였다. T15는 문제해결 결과와 과정을 점검하고 정확성을 높이고자 공학 도구를 활용하였다고 밝혔다. 또한 T15는 다른 방법을 고민하게 하였으며 실생활에서 접할 수 있는 물건의 가격을 조사하여 문제를 만들게 하였다. 이 발문들은 학생이 앞선 경험을 바탕으로 다양한 문제를 만들어 봄으로써 문제해결 능력이 향상되기를 바라는 의도로 발문하였다고 밝혔다.

> 수호는 사과를 구입하려 합니다. A 과일 가게에서는 사과 10개에 10000원으로 판매하고 있었는데 이번 달에는 10개에 8000원으로 판매하고 있습니다. B 과일 가게에서는 사과 8개에 8000원으로 판매하고 있었는데 이번 달에는 8개에 7200원으로 판매하고 있습니다. 할인율을 구하고 어디 과일 가게에서 사과를 구매하는 것이 더 할인을 많이 받을 수 있을지에 대해 말해보세요.
> 4)
> - 내가 구한 할인율이 맞는지 계산기를
>   활용해서 확인해봅시다.
> - 문제를 해결할 수 있는 다른 방법이
>   있을까요?
> - 실제로 내가 사고 싶은 물건 중에 가격을
>   조사해서 문제를 만들어 봅시다.

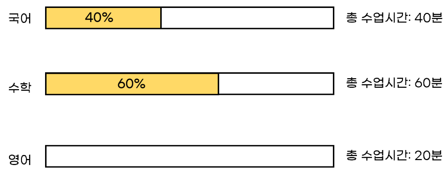
[그림 12] T15가 설계한 계획 실행 단계

3. 과제 2의 변형 사례

모든 교사들은 원본 과제 2를 변형하였다. 이 단계에서 확인된 범주는 수학 외적 확장과 문제 만들기였으며 22회의 변형 중 수학 외적 확장이 12회, 문제 만들기가 10회로 수학 외적 확장의 빈도가 다소 높았다. 먼저 수학 외적 확장의 범주에 속한 사례들을 살펴보면, 원본 과제가 과제 1과 동일한 방법으로 할인율을 구하는 과제인 것에 비해, 과제 1의 문제해결 방법을 그대로 적용하는 과제로 변형하는 교사는 한 명도 확인되지 않았다. 9명의 교사들은 과제 1의 조건을 바꾸어 확장된 상황에서 문제를 해결하게 하였고, 3명의 교사들은 과제 1에서는 비율이나 백분율을 구하는 것에 초점을 맞추고, 과제 2에서는 실생활에서 비율을 구한 후 이를 비교하게 하는 과제로 변형하였다.

T2는 과제 1에서 국어 수업의 진도율을 제시하고 수학 수업의 진도율을 계산하도록 하고, 과제 2에서는 [그림 13]과 같이 국어와 수학 수업의 진도율을 제시하고 영어 수업의 진도율을 계산하도록 하였다. 이때, 과제 2는 제시하는 과목과 백분율도 늘어났지만, 과제 1에서는 국어 수업의 진도율을 통해 비교하는 양(기준량×비율)을 계산하고, 이를 바로 활용하여 수학 수업의 진도율을 구해야 하는 것에 비해 과제 2에서는 총 강의 수강 시간을 조건으로 추가하여 비교하는 양을 계산할 때, 연산 과정이 추가된다는 차이도 있었다.

경후는 오늘 1시간 동안 온라인 강의를 들으려고 합니다. 경후는 오늘 국어 온라인 강의를 40%, 수학 온라인 강의를 60% 들었습니다. 남은 시간에는 영어 온라인 강의를 들으려고 합니다. 경후는 영어 온라인 강의의 몇 %를 들어야 할까요?



[그림 13] T2가 설계한 과제 2

T14는 과제 1에서 원본 과제의 상황을 차용하여 할인율을 구하도록 하였고, 과제 2에서는 [그림 14]와 같이 조건을 변형하여 할인율을 제시하였을 때 세트의 가격은 얼마인지를 구하게 하였다. 기준량과 비교하는 양을 구하여 백분율을 계산하는 과제 1에 비해 과제 2에서는 (비교하는 양)=(기준량)×(비율)을 계산하여 할인된 금액을 구해야 한다는 차이가 있다.

든든 세트를 주문했을 때의 할인율은 10%입니다. 든든 세트의 가격은 얼마인지 구해봅시다.

[그림 14] T14가 설계한 과제 2

T12는 과제 1에서 문구점에서 판매하는 세트의 할인율을 구하도록 하였고, 과제 2에서는 [그림 15]와 같이 조건을 변형하여 두 야구 선수의 타수와 안타의 수를 제시하고 타율이 더 높은 선수를 구하게 하였다. T2는 학생들이 자주 접하는 스포츠 상황을 제시하여 과제 1과 달리 비율을 구해 비교하여 문제를 해결하는 경험을 갖게 하고자 과제 2를 변형하였다고 밝혔다.

두 야구 선수의 기록을 보고 타율이 더 높은 선수를 구하시오.

호국: 150타수 안타 30개
보훈: 250타수 안타 75개

[그림 15] T12가 설계한 과제 2

다음으로 문제 만들기 범주의 사례들을 살펴보면, 10명의 교사 모두 과제 1의 조건을 바꾸어 새로운 문제를 만들도록 하였다. 5명의 교사들은 학생들이 과제 1에서 접했던 세트 메뉴에 대한 문제해결 경험을 기초로, 과제 2에서 자신만이 세트 메뉴를 만들고, 할인율을 정하여 할인 금액 등을 구하도록 하는 문제를 만들도록 하였는데 이는 강의 중 소개한 타 교과서를 참고한 것으로 확인되었다. 다른 5명의 교사들은 세트를

구성하도록 요구하지는 않았지만 가격이나 할인율을 바꾸어 문제를 만들도록 변형하였다.

T5는 [그림 16]과 같이 나만의 세트 메뉴에 포함할 메뉴와 할인율을 정한 후, 할인된 세트 메뉴의 가격을 구하도록 하였다. T5는 강의 중 과제가 개방성과 복잡성을 갖추어야 학생들이 다양한 사고를 하며 문제해결 능력을 기를 수 있다는 점을 접했으나 실제 현장에서 가르치는 학생들의 수준에는 조건을 바꾸어 문제를 만드는 문제가 적절하다고 판단하여 과제를 변형하였다고 밝혔다. T5는 학생들의 수준에 맞추어 바꾸는 조건의 종류와 개수가 달라질 수 있으므로, 과제 2에서 학생들의 접근성을 높일 수 있을 것이라 예상하였다. 또한 과제 2는 비율의 계산에 초점을 맞춘 활동이 아니기 때문에 계산기를 활용한다고 밝혔다.

나만의 세트 메뉴를 만들어 스티커를 붙여 보세요. 
- 포함된 메뉴의 원래 가격의 합을 구하세요.
- 세트 메뉴의 할인율은 몇 %로 정했나요?
- 할인된 세트 메뉴의 가격은 얼마인가요?

[그림 16] T5가 설계한 과제 2

T11은 과제 1에서 학생들이 할인율을 이용하여 할인된 금액을 구하도록 하고, [그림 17]과 같이 과제 2에서는 과제 1에서 제시한 조건 중 입장료와 할인율을 바꾸어 문제를 만들고, 친구가 만든 문제와 교환하여 해결하고 비교하도록 변형하였다. T11은 학생들이 조건을 바꾸어 새로운 문제를 만들어 자신의 문제해결 과정과 결과를 재해석하도록 유도하고자 과제를 변형하였고, 학습 부진 학생에게는 교사가 작은 숫자를 활용하여 계산 과정이 복잡하지 않게 문제를 만들게 안내한다고 밝혔다.

위의 문제에서 1인당 입장료와 단체 입장 할인율을 바꾸어 새로운 문제를 만들어 보세요. 문제를 만든 후에는 교과서를 교환하여 다른 친구가 만든 문제를 해결해 보세요.

[그림 17] T11이 설계한 과제 2

Ⅴ. 결론 및 논의

수학교육에서 문제해결은 중요한 역량으로, 교사는 학생들이 문제해결 능력을 기를 수 있도록 지도할 필요가 있다. 특히, 초등 수학에서 비와 비율 개념은 실생활과 밀접하지만 학생들이 이해하기 어려워하는 개념 중 하나이다. 이에 본 연구에서는 수도권 소재 교육전문대학원에서 ‘초등수학문제해결교육론’을 수강하는 현직 교사를 대상으로 문제해결 이론에 관한 강의를 진행하고 관련된 논문들을 함께 읽었으며, 원본 과제를 제시하였다. 20명의 교사들이 과제를 어떻게 변형하였는지를 분석하고, 각 과제별로 구체적인 사례를 정리하였다. 본 연구의 결과를 선행 연구와 비교하여 논의하면 다음과 같다.

첫째, 교사들은 문제해결 4단계 중 계획 실행 단계를 가장 많이 변형한 반면, 계획 수립 단계의 변형은 상대적으로 적은 것으로 나타났다. 또한 각 단계에서 특정 범주의 발문이 선호되는 경향이 있었고, 일부 범주는 나타나지 않았다. 문제 이해 단계에서 교사들은 구하려는 것을 묻는 원본 과제의 발문에 과잉·부족 정보 범주에 속하는 발문을 가장 많이 추가하였다. 그러나 실제로 많은 교사들은 문제해결을 위해 필요한 정보를 물었으며 과잉 정보나 부족한 정보를 포함하는 문제 상황을 제시한 교사는 드물었다. 또한, 반성 단계는 두 번째로 많이 변형된 단계였지만 대부분의 교사는 해결 결과나 방법을 검토하게 하고 조건을 검토하게 한 교사는 없었다. 이는 2015 개정 교육과정에서 문제해결 능력 함양을 위해 제시된 ‘주어진 문제에서 필요없는 정보나 부족한 정보 찾기(교육부, 2020)’가 실제 교육 현장에서 충분히 구현되는 것에 어려움이 있을 수 있음을 시사한다. 또한 계획 실행 단계에서는 교사들이 구체적인 실행을 요구하는 발문으로 변형하였더라도 학생들이 스스로 기준량과 비교하는 양을 생각하도록 유도하거나, 원본 과제의 발문을 생략하는 사례들이 관찰되었다. 이는 교사들이 원본 과제의 세부적인 발문이 오히려 학생들의 사고를 제한할 수 있다고 인식하고 있음을 보여준다. 이러한 결과는 권미선과 김은경(2024)이 지적한 교과서의 계획 실행 단계에 지나치게 상세한 발문의 문제점을 본 연구의 참여자들도 약점으로 인식하고 있었고, 초등 교사들이 교

과서와 지도서에 대한 의존도가 높다는 점(김선희, 이승미, 2017)에 비추어볼 때, 가장 많은 변형이 이루어졌다는 점에 주목할 필요가 있다.

둘째, 본 연구에 참여한 모든 교사는 원본 과제 2를 과제 1과 구조가 동일하지 않은 과제로 변형하였고, 수학 외적 확장과 문제 만들기가 빈도 측면에서 유사하게 나타났다. 수학 외적 확장의 범주에 속한 교사들은 과제 1의 조건을 확장하여 수학 외적 문제해결로 이어지도록 변형하였는데, 예를 들어, 조건을 추가하여 구해야 하는 비율이나 비교하는 양의 수를 늘리거나, $(\text{비율})=\dfrac{(\text{비교하는 양})}{(\text{기준량})}$의 식을 변형하거나, 변화 과제를 비교 과제(정영옥, 정유경, 2016)로 변형하는 사례가 있었다. 문제 만들기의 범주에 속한 모든 교사는 조건을 바꾸어 새로운 문제를 만들게 하였는데, 이는 2015 개정 교육과정에서 제시된 문제해결 능력 신장을 위한 방안 중 '조건을 바꾸어 새로운 문제 만들기(교육부, 2020)'의 영향을 받은 것으로 분석된다. 특히, 교사들은 학업성취도가 낮은 학생들도 접근이 가능하다는 이유로 조건을 바꾸어 문제를 만드는 활동을 선호하는 경향이 있었다. 그러나 선행 연구자들(김경탁, 류성림, 2013; 박진형, 2021)이 제시한 다양한 유형의 문제 만들기를 시도한 사례는 드물었다는 점에 비추어볼 때, 교사가 학생들에게 다양한 문제 만들기를 지도할 수 있도록 안내해야 할 필요가 있다.

셋째, 다수의 교사가 비율이 기준량에 대한 비교하는 양의 크기임을 지속적으로 강조하였다. 예를 들어, T14는 계획 수립 단계에서 구체적 방법 탐색 범주에 속하는 발문을 추가하여 기준량과 비교하는 양에 주목하게 하였다. 이는 교사들이 형식적인 전략에 의존하기보다는 비와 비율 개념의 본질을 놓치지 않으려는 긍정적인 시도로 볼 수 있다. 또한 모든 교사가 실생활 맥락을 적극적으로 활용하였는데, 이는 백분율 문제에서 실생활 문제해결의 중요성을 강조한 박지연과 김성준(2016)의 지적과 백분율을 지도할 때 실생활 맥락을 적극적으로 활용할 필요가 있다는 장혜원 외(2017)의 지적에 비추어볼 때, 긍정적으로 평가할 수 있다. 다만, 시각적 표현을 활용한 교사는 T2가 유일했다. 본 연구에서 참여자들은 과제를 자유롭게 변형할 수 있음에도 불구하고, 문제해결 과정에서 시각적 표현을 거의 사용하지 않았다는 점은, 시각적 표현에 대한 교사들의 주목도가 떨어져 실제 수업에서도 시각적 표현의 잠재적 역할(박선영, 이광호, 2018; 정영옥, 2016)이 충분히 반영되지 않을 수 있음을 시사한다. 또한 T6와 T15를 비롯한 다수의 교사들은 할인율을 구하게 하는 원본 과제, 즉, 변화 과제를 비교 과제로 변형하였는데 이는 비교 과제에 학생들이 익숙하지 않다는 정영옥과 정유경(2016)의 결과에 비추어볼 때, 긍정적인 시도로 볼 수 있다. 반면, 계산기와 같은 공학 도구를 활용한 교사는 T5와 T15, 기하적 맥락을 활용한 교사는 T10에 그쳤다. 강의에서 교사들에게 대수 과제와 기하 과제의 예들을 소개하였음에도 불구하고, 대다수 교사들은 실생활의 대수적 맥락에서의 문제해결에 초점을 맞추었고 기하적 맥락을 활용한 교사는 극히 드물었다.

본 연구의 결과는 비와 비율의 문제해결에 관한 교과서 집필과 교사 교육에 다음과 같은 시사점을 제공한다. 먼저, 문제해결 4단계에서 교사들이 다양한 범주의 발문을 효과적으로 활용할 수 있도록 지원할 필요가 있다. 구체적으로, 문제 이해 단계에서 교사가 주어진 정보를 정확히 확인하고 분석하여 발문할 수 있도록 안내할 필요가 있다. 다수의 교사들은 과잉·부족 정보 범주에 해당하는 발문을 하였으나 학생들이 문제해결에 필요한 정보를 확인하는 것에 초점을 맞추는 경향이 있었다. 이는 교사들이 강의에서 과잉 정보와 부족한 정보를 포함한 과제의 예를 다수 확인하였음에도 불구하고, 자신의 과제에 반영하기 위해서는 교사가 실제 수업에서 활용할 교육과정 자료에 관련된 예들이 제공될 필요가 있음을 시사한다. 따라서 교과서와 지도서에서 과잉·부족 정보를 포함한 문제의 구체적인 예를 많이 제공하여 교사의 접근성을 높일 필요가 있다. 또한 본 연구에서는 계획 수립 단계에서의 변형이 가장 적었고, 교과서에서도 이 단계의 발문이 적다고 알려져 있다(권미선, 김은경, 2024). 이 단계에서는 교사가 학생들이 유사한 문제를 해결한 경험을 떠올리도록 유도하는 등의 다양한 접근을 할 수 있으므로, 이에 대한 명확한 안내가 필요하다. 또한, 계획 실행 단계에서 발문을 순차적으로 배치하여 정답에 이르도록 하는 방식은 재고할 필요가 있다. 대신, 지도서에 다양한 발문의 예를 제공함으로써 학생들이 스스로 문제해결 전략을 세울 수 있는 기회를 제공하는 것이 필요하다. 반성 단계에서는 변형한 발문들이 한 범주에 집중

되고 발문들도 서로 유사하므로, 학생의 메타인지적 사고를 촉진하는 발문을 안내하는 것이 필요하다.

다음으로, 교사들이 문제 만들기를 지도할 때 다양한 조건을 탐색하여 문제를 만들게 하고, 식이나 상황을 제시하고 문제를 만들게 하도록 지원할 필요가 있다. 본 연구에 참여한 교사들은 조건을 바꾸어 문제를 만들도록 하였다. 교사들은 조건을 바꾸어 문제 만들기가 학업 성취도가 낮은 수준의 학생들도 시도할 수 있는 접근으로 인식하고 있으나, 이는 문제의 난도나 매력도를 적절히 조정하는 데 있어 제한적일 수 있다. 낮은 수준의 학생을 위한 조건 변경이 높은 수준의 학생들에게는 도전적이지 않을 수 있기 때문이다. 따라서 교과서 집필진 및 교사 교육자는 조건을 바꾸는 범위와 깊이, 그리고 그에 따른 문제해결의 확장성을 교사들이 어떻게 조절할 수 있는지를 안내할 필요가 있다. 또한 강의 중 식이나 상황을 제시하고 문제 만들기를 하는 예들을 접했음에도 불구하고, 본 연구의 참여자 중 그와 관련된 문제 만들기를 하게 하는 사례는 없었기 때문에 지도서에 교사들이 이러한 시도를 할 수 있도록 예를 제공하고, 어려워하는 학생들을 위해 중간 발문들을 어떻게 제시할 수 있는지 구체적 사례와 지침이 제공될 필요가 있다. 이를 통해, 교사들이 다양한 문제해결 전략을 활용하고, 학생들에게 더 폭넓은 사고를 요구하는 문제를 제시할 수 있는 능력을 개발할 수 있을 것이다.

마지막으로, 교사가 비와 비율 문제에서 기하적 맥락과 시각적 표현을 효과적으로 활용할 수 있도록 교과서나 지도서에서 관련 문제를 제시하고, 이를 학생들에게 지도하는 구체적인 방법에 대한 안내가 필요하다. 강의 중 대수 및 기하 과제, 양적 및 질적 과제, 변화 및 비교 과제(정영옥, 정유경, 2016) 등을 소개하였으나 실제 변형에 활용된 사례는 드물었다. 또한 교사들은 기준량과 비교하는 양을 꾸준히 강조했으나, 백분율 계산 전략 중 기준 백분율이나 단위 백분율 전략(정영옥, 2016)을 활용하는 경우는 드물었다. 따라서 다양한 계산 전략을 교사들에게 소개하고, 이들 전략 속에서 비와 비율 개념이 어떻게 적용되는지를 명확히 설명할 수 있도록 안내할 필요가 있다. 또한, 계산기와 같은 공학 도구의 활용도가 낮았다는 점은 학생들이 보다 효율적으로 문제를 해결할 수 있도록 교사들에게 공학 도구의 활용 방법을 지원하고 교육해야 함을 시사한다. 이를 통해 학생들이 다양한 도구와 전략을 통해 보다 깊이 있는 수학적 사고를 할 수 있는 기회를 가질 수 있을 것이다.

본 연구는 교사가 원본 과제를 기초로 비와 비율의 과제를 변형하는 사례를 분석했다는 점에서 의의를 갖는다. 특히, 학생들이 그 개념을 이해하고 계산하는데 어려움을 겪으며 교사 역시 개념의 복합적인 측면을 이해하고 설명하는데 어려움을 겪는다는 점이 알려진 비와 비율 단원의 문제해결을 집중적으로 살펴본 데에 의의가 있다. 다만, 본 연구는 대학원 석사과정에 진학 중인 20명의 참여자를 대상으로 하였고, 교사가 설계한 과제로 실제로 어떻게 수업을 실행하는지는 분석하지 않았기 때문에 이 연구 결과를 일반화하는 데에는 한계가 있다. 그럼에도 불구하고, 본 연구는 현직 교사가 문제해결 단계와 전략을 어떻게 인식하고 변형하는지를 분석한 시도로서 가치가 있으며, 선행 연구의 결과와 비교하여 시사점을 제시하였다. 이를 통해 후속 연구의 방향을 제시할 수 있을 것으로 기대되며, 본 연구를 바탕으로 교사 교육과 교과서 및 지도서 개발에 대한 연구가 더욱 활발히 이루어지길 기대한다.

참 고 문 헌

강완, 나귀수, 백석윤, 이경화(2013). 초등수학 교수 단위 사전. 경문사.

강향임, 최은아(2015). 비와 비율에 관한 학생의 오류와 어려움 해결을 위해 필요한 교사지식. 학교수학, 17(4), 613-632.

교육부(2015). 수학 6-1 교과서. 천재교육.

교육부(2020). 수학과 교육과정. 교육부 고시 제 2020-236호 [별책 8]. 교육부.

교육부(2022). 수학과 교육과정. 교육부 고시 제 2022-33호 [별책 8]. 교육부.

구나영(2024). 중등 예비교사의 삼각형의 외심 과제 설계 사례 분석: 정당화 과정을 중심으로. 한국학교수학회논문집, 27(3), 453-472.

구나영, 이경화(2020). 중학교 수학 교사의 기하 단원 교육과정 자료 사용 연구: 한 교사공동체의 사례. 학교수학, 22(2), 251-275.

권미선, 김은경(2024). 초등학교 5~ 6학년 수학 교과서에 제시된 문제해결 차시의 문제와 발문 및 권

고 분석. 한국초등수학교육학회지, 28(2), 203-224.
권미숙, 김남균(2009). 초등학교 6학년 학생들의 교과서 비례 문제 해결과 비례 추론에 관한 연구. 한국초등수학교육학회지, 13(2), 211-229.
김경선, 박영희(2007). 초등학생의 비례적 추론 지도에 관한 연구. 학교수학, 9(4), 447-466.
김경탁, 류성림(2013). 5, 6학년 수학교재의 문제만들기 내용 및 6학년 학생들의 문제만들기에서의 오류 분석. 한국초등수학교육학회지, 17(2), 321-350.
김선희, 이승미(2017). 교육과정 질 관리를 위한 초·중학교 수학교육 실태 분석. 수학교육 논문집, 31(2), 167-185.
김성여 외(2023). 수학 6-1 교과서. 아이스크림 미디어.
김하림, 이경화(2016). 중등 수학 예비교사의 미분계수 과제 변형. 학교수학, 18(3), 711-731.
남승인, 류성림, 이종학(2014). 예비교사와 현직교사를 위한 수학 문제해결 교수 학습법. 경문사
박경미 외(2015). 2015 수학과 교육과정 개정 시안 개발 정책 연구. 한국과학창의재단
박선영, 이광호(2018). 초등 수학 교과서 비와 비율 단원의 모델 비교 분석-비례에 대한 곱셈적 사고 및 비례 상황의 구조를 중심으로. 초등수학교육, 21(2), 237-260.
박슬아, 오영열(2017). 비와 비율 지도에 대한 교사의 PCK 분석. 한국초등수학교육학회지, 21(1), 215-241.
박지연, 김성준(2016). 초등학교 6학년 학생들의 비례 추론 능력 분석-'비교'상황을 중심으로. 한국초등수학교육학회지, 20(1), 105-129.
박진형(2021). 초등 수학 교과서의 문제 만들기 과제 분석: 5, 6학년을 중심으로. 한국초등수학교육학회지, 25(4), 465-488.
방정숙, 이지영, 서은미(2016). 문제 해결에 관한 초등학교 수학과 교육과정 및 교과용도서 분석. 수학교육학연구, 26(3), 583-605.
소경희, 최유리(2018). 학교 중심 교육 개혁 맥락에서 교사의 실천 이해: ‘교사 행위주체성’ 개념을 중심으로. 교육과정연구, 36(1), 91-112.
송동현, 박영희(2022). 초등학교 수학 교과서에 제시된 비례추론 과제의 분석. 초등수학교육, 25(1), 57-79.
안병곤(2018). 초등 수학 교과서에서 문제해결 지도의 개선점과 개선 방향-Polya 의 문제해결을 중심으로. 한국초등수학교육학회지, 22(4), 405-425.
여승현, 서희주, 한선영, 김진호(2021). 초등 수학교과서의 문제해결 역량 및 과제 유형 분석: 수와 연산 영역의 도전/생각 수학과 탐구 수학을 중심으로. 수학교육, 60(4), 431-449.
우정호, 정영옥, 박경미, 이경화, 김남희, 나귀수, 임재훈(2006). 수학교육학 연구방법론. 경문사.
이수은, 정영옥(2017). 초등학교 6학년 학생의 백분율 이해에 관한 연구. 한국초등수학교육학회지, 21(2), 309-341.
이종학, 류성림(2014). 수학 문제해결 전략 학습법. 경문사.
이지영, 서은미(2022). 비와 비율에 대한 한국과 싱가포르 초등학교 수학 교과서 비교 분석. 수학교육, 61(3), 499-519.
장혜원, 임미인, 유미경, 박혜민, 김주숙, 이화영. (2017). 비와 비율에 대한 초등 수학 교과서 비교 분석. 한국초등수학교육학회지, 21(1), 135-160.
정영옥(2015). 초등학교에서 비례 추론 지도에 관한 논의. 수학교육학연구, 25(1), 21-58.
정영옥(2016). 초등학교에서 백분율 지도에 관한 논의. 한국초등수학교육학회지, 20(1), 71-104.
정영옥, 정유경(2016). 초등학교 5학년과 6학년의 비례 추론 능력 분석. 학교수학, 18(4), 819-838.
Choppin, J. (2011). Learned adaptations: Teachers’ understanding and use of curriculum resources. *Journal of Mathematics Teacher Education,* 14, 331-353.
Dole, S. (2000). Promoting percent as a proportion in eighth grade mathematics. *School Science and Mathematics,* 100(7), 380-389.
González-Martín, A. S., Nardi, E., & Biza, I. (2018). From resource to document: Scaffolding content and organising student learning in teachers’ documentation work on the teaching of series. *Educational Studies in Mathematics,* 98, 231-252.
Polya, G. (2014). *How to solve it: A new aspect of mathematical method* (Vol. 34). Princeton university press.

Reys, R. E., Lindquist, M. M., Lamdin, D. V., & Smith, N. L. (2012). 초등교사를 위한 수학과 교수법. 박성선, 김민경, 방정숙, 권점례 역. 경문사. (영어 원작은 2009년 출판)

Shield, M., & Dole, S. (2013). Assessing the potential of mathematics textbooks to promote deep learning. *Educational Studies in Mathematics, 82*, 183-199.

Yin, R. K. (2009). *Case study research: Design and methods* (4th edition). SAGE.

An analysis of elementary school teachers' task design for ratio and rate: Focusing on problem-solving

Ku, Nayoung
Gyeonggi Science High School
E-mail : guri39@gmail.com

This study aims to examine how elementary school teachers design problem-solving tasks for ratio and rate based on given original tasks and to draw implications for textbook and teacher education. Tasks designed by 20 teachers were analyzed using an analytical framework derived from previous research. The results showed that teachers most frequently modified the questioning in the “carrying out the plan” step of the four-step problem-solving process. They expanded conditions to address extra-mathematical problems or focused on posing problems by altering conditions. Based on the teachers' task design cases, we proposed suggestions for textbook writing and teacher education on problem-solving in ratio and rate, including prompts that require additional instruction and guidance at each problem-solving stage and considerations when posing problems by altering conditions.

* 2020 Mathematics Subject Classification : 97B50, 97D50, 97F80
* Key Words : problem-solving, ratio and rate, elementary school teachers, task design