韓國數學敎育學會誌 시리즈 E <數學敎育 論文集>
https://doi.org/10.7468/jksmee.2024.38.3.425
제 38집 제 3호, 2024. 9. 425-441

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 38, No. 3, Sep. 2024. 425-441

고등학교 수학 교과서에 제시된 일부 용어의 정의 서술에 대한 논의

이 승 훈 (유원대학교, 교수)

본 연구에서는 2015 개정 교육과정의 고등학교 <수학> 교과서에서 사용된 용어 정의의 서술을 분석하고, 논란의 소지가 있는 용어를 선정한 후, 이에 대한 수학 교사와 교수의 인식을 조사하였다. 선정된 논란의 소지가 있는 용어는 '절대부등식', '점근선', '무리식', '무리함수'의 네 개였으며, 이들 용어의 정의 서술이 교과서 간에 차이가 있는지, 개선이 필요한지, 그리고 용어로 지정할 필요가 있는지 등을 평가하기 위해 설문 조사를 시행하였다. 연구 결과, '절대부등식'은 교과서 간에 정의 서술 차이가 큰 것으로 인식하고 있었으며, 용어 정의의 수정 필요성 또한 높은 것으로 조사되었다. 또한, '점근선'과 '무리식'에 대해서는 추가 연구의 필요성이 제기되었다. 본 연구는 학생들의 개념 이해를 돕기 위한 교과서 용어 정의의 표준화 및 개선 연구의 기초자료로 활용될 수 있을 것이다.

Ⅰ. 서론

수학은 가장 정교하고 추상적인 학문 중의 하나로, 과학, 기술, 철학, 경제학 등 다양한 학문 분야의 발전에 핵심적인 역할을 해왔다. 이러한 수학의 발전은 엄밀한 논리와 추상화에 기초하며, 이를 통해 복잡한 자연 및 사회 현상을 체계적으로 이해하고 설명할 수 있게 되었다. 이때 가장 기본적이고 중요한 역할을 하는 것이 수학 용어이다.

수학 용어는 복잡하고 추상적인 개념을 간결하고 명확하게 표현하는 도구이며, 이를 통해 수학적 아이디어를 명확하게 전달하고, 연구자들 간의 소통과 협력을 가능하게 한다. 수학 교육에서도 수학 용어는 매우 중요하며, 용어의 정의를 정확히 이해하는 것은 학습 내용의 이해와 활용에 매우 중요한 역할을 한다. 특히 교과서에서 사용되는 용어는 수학 학습의 기본이 된다(김홍기, 2008).

이러한 수학 용어의 중요성을 고려할 때, 학교 수학에서 교과서 용어의 선정과 정의 서술 방식, 그리고 현재 사용 중인 용어의 문제점 유무에 대한 점검 및 논의는 필연적으로 요구되는 과제라 할 수 있다.

수학 교육에서 용어와 관련된 선행연구는 여러 측면에서 진행되었다. 이들 선행연구에서는 수학 용어 자체의 문제점(박경미, 2004; 박교식 2011), 수학 용어 정의의 문제점(김홍기, 2008; 김선희 외, 2015; 서동엽 외, 2019), 그리고 수학 용어와 기호의 문제점(김선희 외, 2015; 도종훈 외, 2013) 등을 다루고 있다. 또한, 이러한 연구는 학교급별(박교식, 2003; 이인석, 2020) 및 영역별(박경미, 2007; 한대희, 1998)로 진행되었다. 그러나 대부분의 연구는 초등학교와 중학교 과정을 대상으로 하였으며, 고등학교 수학 교과서에 등장하는 용어 정의를 엄밀히 분석하고, 교과서 간 비교를 통해 용어 정의의 문제점을 다룬 연구는 매우 적다.

학생들이 배우는 용어는 교과서에서 정의되며, 학문 수학이 학교 수학으로 교수학적 변환을 거치면서 그 엄밀성과 형식성이 퇴색하고, 학문 수학의 정의에서 벗어나는 경우가 있다(김선희 외, 2016). 그러므로 교과서의 용어 정의 중에서 학문 수학의 관점에서 문제가 있거나 논란의 여지가 있는 용어는 어떤 것이 있는지, 그 용어의 정의가 학교 수학의 특성을 고려하였을 때 적절한지 등에 관한 연구가 요구된다고 하겠다. 또한 현재 수학 교과

* 접수일(2024년 9월 5일), 심사(수정)일(2024년 9월 22일), 게재확정일(2024년 9월 27일)
* MSC2020분류 : 97U20
* 주제어 : 고등학교 수학, 용어, 정의, 교육과정

서는 검정교과서이며, 교과별로 여러 종의 교과서가 검정교과서로 인정받고 사용되고 있으므로, 여러 종의 교과서 간에 어떤 차이가 있는지 등을 확인하는 연구도 필요할 것이다.

이에 본 연구에서는 다음과 같은 연구 문제를 설정하고 연구를 수행하였다.

첫째, 수학 교과서에 제시된 용어 정의 중 학문 수학의 관점에서 논란의 여지가 있는 용어가 있는가?

둘째, 논란의 여지가 있는 용어에 대한 교사와 교수의 인식은 어떠한가?

이 연구는 선행연구에서 상대적으로 덜 다루어진 고등학교 교과서를 대상으로 하였으며, 연구의 집중도를 높이기 위해 고등학교 공통과목인 <수학> 교과서로 한정하여 수행되었고, 현재 고등학교 학생들이 사용하는 2015 개정 교과서 9종의 용어 정의 서술을 검토하고 비교 분석하였다.

Ⅱ. 연구의 배경

1. <수학> 교과서의 용어 정의 방법

학문수학에서 용어를 정의하는 방법과 학교수학에서 용어를 정의하는 방법은 다르다. 학문수학에서 사용하는 정의 방법은 학문을 위한 것이며 형식적이고 엄밀하다. 그러나 학교 수학에서 용어 정의의 목적은 수학을 처음 배우는 학습자가 수학 용어를 학문수학보다 쉽게 익히기 위함이라고 할 수 있다. 따라서 학교수학에서 사용하는 정의 방법은 학문 수학의 정의 방법이 어느 정도 반영될 수밖에 없지만, 많은 경우 학교 수학에서는 학문수학에서 정의하는 방법을 학교 수학에 적절한 방법으로 변형하여 사용하게 된다. 이렇게 교수학적 목적에 따라 변형된 학교 수학의 정의는 학문수학의 정의 방법에 비하여 엄밀성이 다소 부족하거나 엄밀하지 않기도 하다. 학교수학에서 용어 정의는 일종의 교수학적 변환이라 할 수 있다(우정호, 조영미, 2001; 조영미, 2002). 예를 들어 집합(set)의 경우 대학 과정(학문 수학)에서는 정의하지 않고 공리적 방법으로 제시하고 있지만, 학교수학에서는 집합을 구체적으로 정의하는 것이 이에 해당한다고 할 수 있다.

우정호·조영미(2001)의 연구에서는 학교 수학에서 사용하고 있는 용어의 정의 방법에 대한 분석의 틀을 제공하고 있는데, Ginther(1964)의 정의 방법 구분을 참조하여 정의 방법의 유형을 <표 Ⅱ-1>과 같이 내포적 정의 방법, 외연적 정의 방법, 동의적 정의 방법의 3가지로 구분하였으며, 각 정의 방법마다 구체적인 정의 방법을 제시하고 있다.

<표 Ⅱ-1> 학교 수학에서 사용되는 정의 방법

정의 방법	내포적 정의	외연적 정의	동의적 정의
정의 방법	• 논리적 정의 • 발생적 정의 • 관계적 정의 • 조작적 정의	• 열거하여 정의 • 지시하여 정의 • 부분집합 열거하여 정의	• 학습자에게 친숙한 언어로 정의 • 축약 또는 기호화

2009 개정 교과서를 대상으로 용어의 정의 방법을 분석하여 정리한 김선희 외(2016)의 연구 결과를 참고하여, 본 연구에서 연구 대상으로 삼은 2015 개정 <수학> 교과서의 용어 72개의 정의 방법을 분석하여 정리한 것이 <표 Ⅱ-2>에 제시되어 있다.

<표 II-2> <수학> 교과서의 용어 정의 방법

정의방법 \ 과목		수학
내포적 정의	논리	최댓값, 최솟값, 나머지정리, 인수정리, 실수부분, 허수부분, 켤레복소수, 실근, 허근, 집합, 부분집합, 진부분집합, 합집합, 교집합, 전체집합, 공집합, 여집합, 차집합, 서로소, 명제, 조건, 정의, 정리, 진리집합, 부정, 역, 대우, 필요조건, 충분조건, 필요충분조건, 절대부등식, 일대일대응, 항등함수, 상수함수, 일대일함수, 합성함수, 역함수, 다항함수, 유리식, 유리함수, 무리함수, 순열, 계승, 조합
	발생	허수단위, 대칭이동, 교환법칙, 결합법칙, 분배법칙, 증명, 귀류법, 대응, 합의법칙, 곱의법칙
	관계	가정, 결론, 정의역, 치역, 공역,
	조작(구성)	내분, 외분, 점근선
외연적 정의	열거	
	지시	연립부등식, 복소수, 판별식, 원소
	부분집합열거	허수, 무리식
동의적 정의	학습자에게 친숙한 언어	
	사전식	조립제법, 벤다이어그램, 드모르간법칙
	축약과 기호화	미정계수법

2. 연구 방법

본 연구는 2015 개정 <수학> 교과서의 논란의 여지가 있는 일부 용어의 정의 서술에 대한 교사, 교수의 인식을 조사하기 위하여 선행연구 고찰, 2015 개정 <수학> 교과서 분석, 설문지 제작, 설문조사 및 결과 분석의 절차를 통하여 연구를 수행하였다.

가. 선행연구 고찰

<수학> 교과서의 용어와 관련된 선행연구를 고찰하여 교과서의 용어에 관해 고려할 필요가 있는 것으로 지적된 것은 어떤 것들이 있는지, 어떤 쟁점이 있는지 등을 조사하였다. 본 연구 대상 교과서는 2015 개정 교육과정의 교과서이지만, 이전 교육과정의 용어와 관련된 선행연구도 조사하였다.

나. 2015 개정 <수학> 교과서 분석

현재 사용되고 있는 2015 개정 고등학교 <수학> 교과서는 모두 9종이며, 이들 9종의 교과서에서 용어 정의가 어떻게 서술되어 있는지 모두 비교 분석하였다. 교과서 분석은 2단계로 진행되었다. 첫 번째 단계는 9종의 각 교과서의 용어 정의 서술을 확인하였다. 이를 통해 논의가 필요할 것으로 선택된 용어를 추출하였다. 두 번째 단계는 추출된 용어의 정의 서술을 비교하여 교과서 간의 정의 서술 내용을 비교하였다. 이를 통해 교과서 간의 용어 정의 서술의 차이점을 확인할 수 있었다.

다. 설문지 제작

선행연구 고찰과 2015 개정 <수학> 교과서 분석을 통해 논의가 필요한 용어를 추출하였고, 이들 용어에 대한 전문가의 인식을 조사하기 위한 설문지를 제작하였다. 설문지는 교과서의 용어 정의 서술의 문제점 지적에 대한 인식, 교과서의 용어 정의 서술을 개선할 필요성에 대한 인식, 현재 용어로 지정된 것을 앞으로도 계속 지

정할 필요성에 대한 인식 등에 관련된 질문을 중심으로 이루어져 있다.

제작한 설문지는 수학교육 전문가 1인에게 검토를 의뢰하여 문항 및 문항 구성의 적절성을 중심으로 검토하였다. 전문가로부터 검토 의견을 받았으며, 수정 의견을 반영하여 최종 설문지를 완성하였다.

설문지의 질문 구성은 <표 II-3>에 제시되어 있다.

<표 II-3> 설문지의 질문 구성

영역	질문 내용	
I. 기본정보	• 구분(교사, 교수), 교육 경력, 교과서 저술 경험, 교과서 검정 심의 경험	
II. 용어 정의에 대한 의견	1. 절대부등식	• 용어 정의 서술의 동치성 • 용어 정의 수정의 필요성 • 용어 정의 필요성
	2. 점근선	• '곡선의 점근선'과 '그래프의 점근선' 용어의 혼용에 대한 의견 • '한없이 가까워질 때'란 표현에 대한 의견 • 용어 수정의 필요성
	3. 무리식과 무리함수	• 용어로 지정할 필요성 • 다른 용어로 바꿀 필요성

라. 설문 조사 및 결과 분석

제작된 설문지는 교사와 교수를 임의 추출하여 설문 의뢰하였다. 설문 대상으로 선정된 교사는 교육 경력이 10년 이상인 교사를 중심으로 선정하였으며, 교과서 검정 심의 경험이 있는 교사와 교과서 저술 경험이 있는 교사를 적절하게 안배하여 선정하였다. 교수의 경우는 교육 경력이 15년 초과하는 경험 많은 교수를 선정하였으며, 교과서 저술 경험이 있는 교수 중심으로 선정하였다. 설문 의뢰한 교사는 총 15명이었고 회신한 응답은 9명으로 응답률 60%이었고, 교수는 총 12명에게 설문 의뢰하였으며, 회신한 응답은 총 9명으로 응답률은 60%이었다.

<표 II-4> 연구 대상자의 기초자료

항목		교사(명)	교수(명)	합계
교육 경력	5년 이하	0	0	0
	10년 이하	1	0	1
	15년 이하	2	0	2
	15년 초과	6	9	15
교과서 저술 경험(회)	없음	7	2	9
	1회	0	2	2
	2회	1	0	1
	3회	1	1	2
	4회	0	1	1
	5회 이상	0	3	3
검정 경험 (회)	없음	4	5	9
	1회	1	2	3
	2회	4	0	4
	3회	0	0	0
	4회	0	2	2

연구 대상자의 기초자료는 <표 II-4>와 같다. 교육 경력은 교사는 10년 이하 1명, 15년 이하 2명, 15년 초과 6명이었으며, 교수는 9명 모두 15년 초과이었다. 교과서 저술 경험은 교사는 2회, 3회가 각각 1명씩이었고, 교수

는 1회 2명, 3회 1명, 4회 1명, 5회 이상 3명이었다. 교과서 검정 경험은 교사는 1회 1명, 2회 4명이었으며, 교수는 1회 2명, 4회 2명이었다.

III. 수학 교과서의 일부 용어의 정의 서술에 대한 고찰

2015 개정 교육과정의 수학과 고등학교 공통과목인 <수학>은 중학교 3학년까지의 수학을 학습한 후 고등학교의 모든 학생이 필수적으로 이수하는 과목이다. <수학>의 내용은 초등학교 및 중학교 수학과 연계하여 '문자와 식', '기하', '수와 연산', '함수', '확률과 통계'의 5개 영역으로 구성되어 있으며, <수학> 교과서에서 지정된 용어는 모두 72개이며, 영역별 용어는 <표 III-1>과 같다(교육부, 2015)

<표 III-1> <수학> 교과서의 용어

영역	학습요소(용어)
문자와 식	미정계수법, 나머지정리, 인수정리, 조립제법, 허수단위, 복소수, 실수부분, 허수부분, 허수, 켤레복소수, 실근, 허근, 판별식, 최댓값, 최솟값, 연립부등식
기하	내분, 외분, 대칭이동
수와 연산	집합, 원소, 공집합, 부분집합, 진부분집합, 벤 다이어그램, 합집합, 교집합, 전체집합, 여집합, 차집합, (집합의) 서로소, (집합의) 교환법칙, (집합의) 결합법칙, (집합의) 분배법칙, 드 모르간의 법칙, 명제, 가정, 결론, 정의, 정리, 증명, 조건, 진리집합, 부정, 역, 대우, 충분조건, 필요조건, 필요충분조건, 귀류법, 절대부등식
함수	정의역, 치역, 공역, 대응, 일대일대응, 항등함수, 상수함수, 일대일함수, 합성함수, 역함수, 다항함수, 유리식, 무리식, 유리함수, 점근선, 무리함수
확률과 통계	합의 법칙, 곱의 법칙, 순열, 계승, 조합

선행연구 고찰과 2015 개정 <수학> 교과서 분석을 통해서 <수학> 교과서에서 제시된 용어의 정의 서술 중에서 고려할 필요가 있는 것으로 최종 선정된 용어는 '절대부등식', '점근선', '무리식', '무리함수'의 4개이다. 이들 각각에 대하여 9종 교과서의 정의를 비교 분석하고, 어떤 쟁점이 있는지 살펴보기로 한다.

1. 절대부등식(absolute inequality)

가. 2015 개정 교과서의 용어 정의

2015 개정 <수학> 교과서 9종에 서술된 용어 '절대부등식'의 정의 서술을 정리하면 <표 III-2>와 같다.

9종의 교과서에 제시된 용어 '절대부등식'의 정의 서술이 교과서 간에 큰 차이가 있음을 알 수 있다. 대부분의 다른 용어의 경우 정의 서술이 교과서 간의 차이가 거의 없는 것에 비추어보면 절대부등식의 정의 서술이 교과서 간의 차이가 큰 것은 특이하다고 할 수 있다. 9종의 교과서에 서술된 정의를 서술 형태에 따라 구분하면 다음과 같이 3가지 유형으로 나눌 수 있다.

첫째, "문자에 어떤 실수를 대입하여도 항상 성립하는 ..."으로 정의하는 경우인데, 이렇게 정의한 교과서는 교학사, 동아출판사, 비상교육, 지학사, 천재교육(이)의 5종 교과서이다.

둘째, "진리집합이 전체집합이 될 때 ..."로 정의하는 경우인데, 이렇게 정의한 교과서는 금성출판사, 천재교육(류)의 2종 교과서이다.

셋째, "(전체)집합에 속한 모든 값에 대하여 ..."로 정의하는 경우인데, 이렇게 정의한 교과서는 미래엔, 좋은책

신사고의 2종 교과서이다.

첫째 유형으로 정의한 교과서가 전체 9종 중 5종으로 가장 많음을 알 수 있다.

<표 III-2> '절대부등식'의 정의 서술

출판사	정의
교학사	문자에 어떤 실수를 대입하여도 항상 성립하는 부등식을 **절대부등식**이라고 한다.
금성출판사	부등식을 참이 되게 하는 진리집합이 전체집합이 될 때, 이 부등식을 **절대부등식**이라고 한다.
동아출판사	부등식의 문자에 그 문자가 가질 수 있는 어떤 실숫값을 대입해도 항상 성립하는 부등식을 **절대부등식**이라고 한다.
미래엔	전체집합에 속한 모든 값에 대하여 성립하는 부등식을 **절대부등식**이라고 한다.
비상교육	부등식의 문자에 어떤 실수를 대입하여도 항상 성립하는 부등식을 **절대부등식**이라고 한다.
좋은책신사고	주어진 집합의 모든 원소에 대하여 항상 성립하는 부등식을 **절대부등식**이라고 한다.
지학사	문자를 포함한 부등식에서 문자에 어떤 실수를 대입하여도 항상 성립하는 부등식을 **절대부등식**이라고 한다.
천재교육(류)	부등식이 참이 되게 하는 진리집합이 전체집합이 될 때, 이 부등식을 **절대부등식**이라 한다.
천재교육(이)	문자를 포함한 부등식에서 그 문자가 가질 수 있는 어떤 실수를 대입해도 항상 성립하는 부등식을 **절대부등식**이라고 한다.

나. 쟁점

교과서 간의 정의 서술 내용이 차이가 있으므로 이들 정의 서술이 내용상으로 같은 동치 정의인지에 관한 확인이 필요할 것이다.

9종의 모든 교과서의 절대부등식 소단원에서 다음 산술평균-기하평균 부등식이 소개되고 있다.

$$a>0,\ b>0\text{에 대하여 } \frac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}$$

그런데 이 부등식은 절대부등식을 "어떤 실수를 대입하여도 ..."와 같이 정의한 교과서에 따르면 절대부등식이라 하기 어렵다는 문제가 있다. 왜냐하면 이 부등식은 변수 a,b가 모두 양수일 때에만 의미를 갖고 성립하기 때문이다. a,b가 모두 음수인 경우에도 의미를 갖기는 하지만, 이 경우에는 부등식이 성립하지 않는다. 그리고 전체집합이 주어지지 않으면 실수 전체의 집합을 전체집합으로 생각한다는 점에 비추어보면, 절대부등식의 정의에 "진리집합이 전체집합이 될 때" 또는 "전체집합에 속한 모든 ..."과 같이 서술된 경우에도 산술평균-기하평균 부등식을 절대부등식이라 하기 어렵다는 문제가 있다. 따라서 교과서의 절대부등식 정의 서술을 수정할 필요가 있는지 확인할 필요가 있다.

또한 교과서마다 정의 서술이 다르고, 정확하게 정의하는 것도 쉽지 않아 보이는 절대부등식을 용어로 지정할 필요가 있는지에 대한 논의가 필요할 것이다. [북한]에서는 중학교 4학년에 여러 가지 절대부등식을 증명하게 하고 있으나 이를 특별한 이름을 붙이지 않고 있다(김선희 외, 2015). 대학 과정의 교재에서도 이 용어를 사용하는 것을 찾지 못했으며, 미국 고등학교 교과서에서도 용어로 지정하지 않는 것으로 보인다.

2. 점근선(asymptote, asymptote line)

가. 2015 개정 교과서의 용어 정의

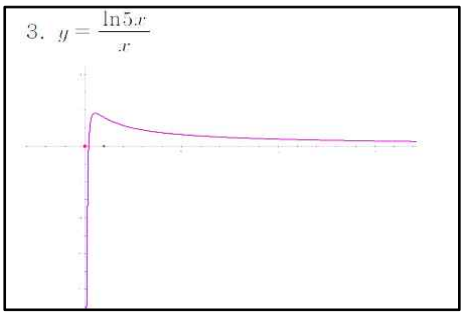
2015 개정 <수학> 교과서 9종에 서술된 용어 '점근선'의 정의 서술을 정리하면 <표 III-3>과 같다.

<표 III-3> '점근선'의 정의 서술

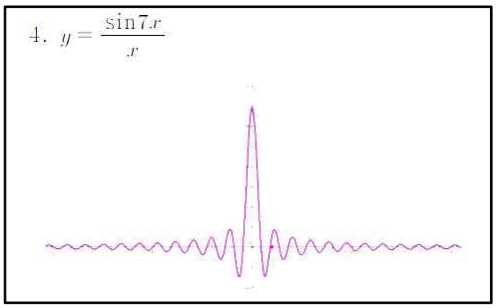
출판사	정의
교학사	곡선이 어떤 직선에 한없이 가까워질 때, 이 직선을 그 곡선의 **점근선**이라고 한다.
금성출판사	곡선 위의 점이 일정한 직선에 한없이 가까워질 때, 이 직선을 곡선의 **점근선**이라고 한다.
동아출판사	그래프가 어떤 직선에 한없이 가까워질 때 이 직선을 그래프의 **점근선**이라고 한다.
미래엔	곡선이 어떤 직선에 한없이 가까워질 때, 이 직선을 그 곡선의 **점근선**이라고 한다.
비상교육	곡선이 어떤 직선에 한없이 가까워질 때, 이 직선을 그 곡선의 **점근선**이라고 한다.
좋은책신사고	곡선 위의 점이 어떤 직선에 한없이 가까워질 때, 이 직선을 그 곡선의 **점근선**이라고 한다.
지학사	곡선 위의 점이 어떤 직선에 한없이 가까워질 때, 이 직선을 그 곡선의 **점근선**이라고 한다.
천재교육(류)	곡선 위의 점이 어떤 직선에 한없이 가까워질 때, 이 직선을 그 곡선의 **점근선**이라 한다.
천재교육(이)	그래프가 어떤 한 직선에 한없이 가까워질 때, 이 직선을 그 그래프의 **점근선**이라고 한다.

9종의 교과서를 조사한 결과 점근선의 정의 서술은 교과서 간에 큰 차이 없이 비슷하게 서술되어 있음을 알 수 있다. 그러나 점근선을 '곡선의 점근선'으로 서술한 경우와 '그래프의 점근선'으로 서술한 경우의 두 가지 표현이 사용되고 있었다. '그래프의 점근선'으로 정의한 교과서는 동아출판사와 천재교육(이)의 2종이고, 이 외의 나머지 7종의 교과서에서는 '곡선의 점근선'으로 정의하였다. 전체 교과서 9중 중에서 '그래프의 점근선'으로 정의한 교과서가 7종으로 다수임을 알 수 있다.

학생들이 갖는 점근선에 대한 오개념 중의 하나는 점근선을 무한히 가까워지지만 만나지 않는 선으로 인식하는 것이다(서혜경, 2013). 곡선의 점근선은 그 곡선과 만날 수 있으며, 서혜경(2013)은 다음 그림의 그래프를 예로 제시하였다.



[그림 III-1] 함수 $y=\ln\frac{5x}{x}$의 그래프



[그림 III-2] 함수 $y=\frac{\sin 7x}{x}$의 그래프

나. 쟁점

점근선의 정의 서술은 교과서 간에 큰 차이는 없으나, 점근선을 '곡선의 점근선'과 '그래프의 점근선'의 두 가지 표현이 사용되고 있다. 이에 두 표현 모두 괜찮은 건지에 대한 확인이 필요할 것이다.

그리고 점근선의 정의 서술에 사용된 "한없이 가까워질 때"라는 표현이 곡선과 직선 사이의 거리가 0으로 가까워진다는 의미를 포함하고 있는지에 대한 확인이 필요할 것이다. 왜냐하면 곡선과 직선 사이의 거리가 0으로

가까워진다는 표현이 없으면 거리가 1로 한없이 가까워질 수도 있는 것으로 볼 수 있기 때문이다. 예를 들어, $y=\frac{1}{x}$과 직선 $y=-1$도 (거리가 1로) 한없이 가까워진다고 할 수 있기 때문이다.

3. 무리식(irrational expression)과 무리함수(irrational function)

가. 2015 개정 교과서의 용어 정의

2015 개정 <수학> 교과서 9종에 서술된 용어 '무리식'과 '무리함수'의 정의 서술을 정리하면 <표 Ⅲ-4>와 같다.

<표 Ⅲ-4> '무리식' 및 '무리함수'의 정의 서술

출판사	정의	
	무리식	무리함수
교학사	근호 안에 문자를 포함하는 식 중에서 유리식으로 나타낼 수 없는 식을 **무리식**이라고 한다.	함수 $y=f(x)$에서 $f(x)$가 x에 대한 무리식일 때. 이 함수를 **무리함수**라고 한다.
금성출판사	근호 안에 문자가 포함되어 있는 식 중에서 유리식으로 나타낼 수 없는 식을 **무리식**이라고 한다.	함수 $y=f(x)$에서 $f(x)$가 x에 대한 무리식일 때. 이 함수를 **무리함수**라고 한다.
동아출판사	근호 안에 문자가 포함되어 있는 식 중에서 $\sqrt{x+1}$, $\frac{1}{\sqrt{x}}$, $\sqrt{2x-1}+4$와 같이 유리식으로 나타낼 수 없는 식을 **무리식**이라고 한다.	함수 $y=f(x)$에서 $f(x)$가 x에 대한 무리식일 때. 이 함수를 **무리함수**라고 한다.
이래엔	근호 안에 문자가 포함되어 있는 식 중에서 유리식으로 나타낼 수 없는 식을 **무리식**이라고 한다.	함수 $y=f(x)$에서 $f(x)$가 x에 대한 무리식일 때. 이 함수를 **무리함수**라고 한다.
비상교육	식을 정리하였을 때, 근호 안에 문자가 포함되어 있는 식 중에서 유리식으로 나타낼 수 없는 식을 **무리식**이라고 한다.	함수 $y=f(x)$에서 $f(x)$가 x에 대한 무리식일 때. 이 함수를 **무리함수**라고 한다.
좋은책신사고	근호 안에 문자가 포함된 식 중에서 유리식으로 나타낼 수 없는 것을 **무리식**이라고 한다.	함수 $y=f(x)$에서 $f(x)$가 x에 대한 무리식일 때. 이 함수를 **무리함수**라고 한다.
지학사	근호 안에 문자가 포함되어 있는 식 중에서 $\sqrt{x}$, $\sqrt{2x-1}$, $\frac{2}{\sqrt{x}+1}$와 같이 유리식으로 나타낼 수 없는 식을 **무리식**이라고 한다.	함수 $y=f(x)$에서 $f(x)$가 x에 대한 무리식일 때. 이 함수를 **무리함수**라고 한다.
천재교육(류)	근호 안에 문자가 포함된 식 중에서 유리식으로 나타낼 수 없는 식을 **무리식**이라고 한다.	함수 $y=f(x)$에서 $f(x)$가 x에 대한 무리식일 때. 이 함수를 **무리함수**라고 한다.
천재교육(이)	근호 안에 문자를 포함하는 식 중에서 유리식으로 나타낼 수 없는 식을 **무리식**이라고 한다.	함수 $y=f(x)$에서 $f(x)$가 x의 무리식일 때. 이 함수를 **무리함수**라고 한다.

9종의 교과서의 정의 서술을 조사한 결과, 모든 교과서에서 용어 '무리식'을 "근호 안에 문자가 포함되어 있는 식 중에서 유리식으로 나타낼 수 없는 식"으로 정의하였다. 그리고 "함수 $y=f(x)$에서 $f(x)$가 x에 대한 무리식일 때. 이 함수를 **무리함수**라고" 정의하였다. 즉, 무리식을 먼저 정의하고, 무리식을 이용하여 무리함수를

정의하였다. 용어 '무리식'은 $\sqrt{x+1}$, $\frac{1}{\sqrt{x}}$와 같이 근호 안에 문자가 포함되어 있는 식이 있는 형태의 식을 정의하기 위한 것으로 보이며, 고등학교 교육과정에서는 $y=\sqrt{ax+b}+c$의 기본적인 형태를 중심으로 간단한 문제만 다룬다(교육부, 2015).

학문 수학에서는 무리식과 무리함수에 대한 엄밀한 정의가 없지만, 학교 수학에서는 교육의 편의상 용어로 지정한 것으로 짐작된다. 북한에서도 무리식, 무리함수라는 용어를 사용하고 있다(김선희 외, 2015).

나. 쟁점

교과서에서 근호 안에 문자를 포함하는 식을 무리식이라 정의하는데, 이 정의에 따르면 $\sin x$, $\log x$, e^x 등은 무리식이 아니지만 $\sqrt{\sin x}$, $\sqrt{\log x}$는 무리식이 된다. $\sin x$는 무리식이 아니지만 $\sqrt{\sin x}$는 무리식이고, $\sin x$는 유리식도 아니고 무리식도 아니며, 이들 식에 대한 명칭은 중, 고등학교 교육과정에는 없는 현실이다. 수의 경우에는 유리수가 아니면 무리수인데, 식의 경우에는 유리식이 아니라고 해서 무리식이 되는 것은 아니어서 오개념을 줄 우려가 있어 보인다. 또한 교육과정에서는 $y=\sqrt{ax+b}+c$의 기본적인 형태를 중심으로 간단한 문제만 다룬다. 이런 점들을 고려했을 때 무리식, 무리함수를 굳이 용어로 지정할 필요가 있는지에 대한 의문을 갖게 되고, 이에 대한 전문가의 인식을 확인할 필요가 있다.

IV. 연구 결과 및 논의

2015 개정 <수학> 교과서 9종에 제시된 용어 정의 서술을 비교 검토하여 논의가 필요한 것으로 선정된 4개 용어 '절대부등식', '점근선', '무리식', '무리함수'에 대한 수학 교사, 교수의 인식을 설문지를 통하여 조사하였다. 설문 조사 결과를 정리하여 제시하고 논의하겠다.

1. 용어 '절대부등식'에 대한 인식

가. 용어 '절대부등식'의 정의 서술에 대한 인식

용어 '절대부등식'의 정의 서술이 9종 교과서 간에 차이가 큰 것으로 조사되었으며, 9종 교과서의 정의 서술을 표현 형태로 구분하면 3가지로 나눌 수 있었다. 따라서 교과서마다 서로 다르게 서술된 용어 정의가 내용이 똑같은(동치) 정의인지에 관한 확인이 필요할 것이다. 이에 동치인지에 대한 전문가의 인식을 조사하였다. 조사 결과는 <표 IV-1>과 같다.

<표 IV-1> '절대부등식'의 정의가 동치인지에 대한 응답

집단	완전히 같다 (동치이다)	거의 같다고 볼 수 있다	약간 다른 면이 있다	중대한 차이가 있다	무응답	합계
교사	0	1	4	4	0	9
교수	0	2	3	3	1	9
합계	0	3	7	7	1	18

응답 결과를 살펴보면 전체 18명 중 14명(77.8%)의 전문가가 '약간 다른 면이 있다' 또는 '중대한 차이가 있다'고 응답하였으며, 전체 18명 중 3명(17.7%)의 전문가가 "거의 같다고 볼 수 있다"고 응답하여, 다수의 전문가가 동치가 아니라고 인식하고 있는 것으로 조사되었다.

교사와 교수 집단별로는 교사는 9명 중에서 8명(88.9%), 교수는 9명 중에서 6명(66.7%)이 '약간 다른 면이 있다' 또는 '중대한 차이가 있다'고 응답하고 있어, 동치가 아니라고 인식하는 비율이 교사가 교수보다 더 높은 것으로 조사되었다.

똑같은 용어의 정의 서술이 교과서에 따라 다르다면(동치가 아니라면) 큰 문제라 할 수 있으며, 교사, 교수의 77.8%가 동치가 아니라고 인식하고 있다는 본 결과는 심각하다고 할 수 있다. 그러나 본 연구의 연구 대상자 수가 교사, 교수 각 9명씩 전체 18명으로 매우 적은 수이므로 본 연구 결과가 전문가 대다수의 인식을 반영한 것이라 하기 어렵다는 점에 주의해야 한다. 따라서 많은 수의 연구 대상자를 포함하는 추가 연구를 통하여 확인할 필요가 있다고 하겠다.

나. 용어 '절대부등식'의 정의 수정 필요에 대한 인식

용어 '절대부등식'의 정의 서술이 9종 교과서 간에 차이가 큰 것으로 조사되었으므로, 교과서에 서로 다르게 서술된 '절대부등식'의 정의를 수정할 필요가 있을 것이다. 이에 대한 전문가의 인식을 조사하였다. 조사 결과는 <표 IV-2>와 같다.

<표 IV-2> '절대부등식' 정의 수정 필요에 대한 응답

집단	필요 없다	필요하다
교사	1	8
교수	3	6
합계	4	14

응답 결과를 살펴보면 전체 18명 중 14명(77.8%)의 전문가가 교과서의 정의를 수정할 필요가 있다고 응답하였다. 집단 별로는 교사는 9명 중 8명(88.9%), 교수는 9명 중 6명(66.7%)이 수정할 필요가 있다고 응답하였다. 교사, 교수 모두 교과서의 정의를 수정할 필요가 있다고 인식하고 있으며, 수정이 필요하다고 응답한 비율은 교사가 교수보다 조금 많은 것으로 조사되었다. 이 결과는 교과서 간의 정의가 동치가 아니라고 응답한 것과 맥을 같이 하는 결과라고 할 수 있다. 이 결과 또한 연구 대상자 수가 매우 적다는 점을 고려해야 하고, 많은 수의 연구 대상자를 포함하는 추가 연구가 필요하다고 하겠다.

이어서 수정이 필요하다고 응답한 경우, 수정이 필요한 교과서는 어떤 것인지에 대한 인식을 각 교과서 별로 조사하였으며, 그 결과는 <표 IV-3>과 같다.

<표 IV-3> 수정이 필요하다고 응답한 교과서

출판사	수정필요			출판사	수정필요			출판사	수정필요		
	교사	교수	합계		교사	교수	합계		교사	교수	합계
교학사	5	6	11	미래엔	3	5	8	지학사	5	6	11
금성출판사	3	5	8	비상교육	5	6	11	천재교육(류)	4	5	9
동아출판사	3	4	7	좋은책신사고	3	4	7	천재교육(이)	5	4	9

응답 결과를 살펴보면, 수정이 필요하다고 응답한 13명의 전문가 중에서 가장 많은 11명(84.6%)의 전문가가 수정이 필요한 것으로 인식한 교과서는 교학사, 비상교육, 지학사의 교과서였다. 이들 교과서의 절대부등식의 정의 서술은 "모든 실수에 대하여 성립하는..."으로 되어 있다. 전문가들은 절대부등식의 정의 서술에서 '모든 실수에 대하여 성립한다'는 표현을 문제점으로 인식한다고 해석할 수 있다. 이런 문제 인식은 교과서의 절대부등식

소단원 내용 중에 모든 교과서가 산술평균-기하평균 부등식을 예제로 소개하고 있는데, 이 부등식은 변수가 모두 양수일 때에만 성립하는 부등식이란 점과 관련이 있는 것으로 보인다.

다. '절대부등식'을 용어로 지정할 필요에 대한 인식

용어로 '절대부등식'을 용어로 지정할 필요성에 대한 인식을 조사하였다. 조사 결과는 <표 IV-4>와 같다.

<표 IV-4> '절대부등식'을 용어로 지정할 필요에 대한 응답

집단	반드시 필요하다	필요하다	필요없다	전혀 필요없다
교사	1	7	1	0
교수	0	2	6	1
합계	1	9	7	1

응답 결과를 살펴보면, 전체 18명 중 10명(55.6%)이 '필요하다' 또는 '반드시 필요하다'고 인식하였으며, 18명 중 8명(44.4%)이 '필요 없다' 또는 '전혀 필요 없다'고 인식하는 것으로 조사되었다. 전체적으로 용어로 지정하는 것이 '필요하다'는 인식이 '필요 없다'는 인식보다 조금 더 많은 것으로 조사되었다.

한편 교사와 교수의 집단별로 필요성에 대한 인식을 살펴보면, 집단 간의 차이가 큰 것으로 조사되었다. 교사의 경우 절대부등식을 용어로 지정하는 것이 '필요하다' 또는 '반드시 필요하다'고 응답한 비율이 9명 중 8명(88.9%)으로 다수가 용어로 지정할 필요가 있는 것으로 인식하였다. 그러나 교수의 경우 절대부등식을 용어로 지정하는 것이 '필요 없다' 또는 '전혀 필요 없다'고 응답한 비율이 9명 중 7명(77.8%)으로, 다수가 용어로 지정할 필요가 없는 것으로 인식하였다. 교사는 필요한 것으로 인식하는 비율이 높고, 교수는 필요 없는 것으로 인식하는 비율이 높은 것으로 조사되었는데, 이런 차이는 교실에서의 수업 중에 절대부등식 용어가 필요하다고 느끼는 정도가 교사의 경우는 크게 느끼는 것과 관계되는 것으로 볼 수 있다. 이 결과 또한 연구 대상자 수가 매우 적다는 점을 고려해야 하고, 많은 수의 연구 대상자를 포함하는 추가 연구가 필요하다고 하겠다. 추가 연구 시 교사와 교수의 인식 차이가 크다는 점을 자세히 조사하면 좋을 것이다.

교사와 교수의 필요성 인식의 차이가 매우 큰 것에 관해서는 추가 연구가 필요하다고 하겠다.

2. 용어 '점근선'에 대한 인식

가. '곡선의 점근선'과 '그래프의 점근선' 두 가지 표현에 대한 인식

9종의 교과서에 제시된 용어 점근선의 정의 서술을 조사한 결과 '곡선의 점근선'과 '그래프의 점근선'의 두 가지가 각각 사용되고 있는 것으로 조사되었다. 따라서 이들 두 가지 용어를 교과서 간에 다르게 사용해도 문제없다고 생각하는지에 대한 인식을 조사하였다. 조사 결과가 <표 IV-5>와 같다.

<표 IV-5> 용어 혼용에 대한 응답

집단	문제 없다 (혼용해도 좋음)	문제 있다 (혼용하면 안됨)	무응답
교사	5	4	0
교수	5	3	1
합계	10	7	1

응답 결과를 살펴보면, 전체 18명 중 10명(55.6%)이 혼용해도 좋다고 인식하는 것으로 조사되었고, 18명 중 7명(38.9%)이 혼용하면 안 된다고 인식하는 것으로 조사되었다. 전체적으로 혼용해도 좋다고 인식하는 비율이 조

금 높은 것으로 조사되었으며, 이는 교사, 교수 집단별로도 비슷한 비율이다.

교과서에서 두 표현 '곡선의 점근선'과 '그래프의 점근선'이 혼용되고 있으므로, 이들 두 표현을 하나로 통일해야 하는지에 대한 인식을 조사하였고, 이어서 하나로 통일해야 한다면 무엇으로 통일해야 하는지에 대한 인식을 조사하였다. 조사 결과는 <표 IV-6>과 같다.

<표 IV-6> 하나로 통일할 필요에 대한 응답

필요성	질문		교사	교수	합계
통일 필요	• 통일할 필요 없다		6	5	11
통일 불필요	• 통일해야 한다		3	4	7
	• 통일해야 한다면 무엇으로 통일해야 하는지	곡선의 점근선	3	3	6
		그래프의 점근선	0	2	2

응답 결과를 살펴보면, '통일할 필요 없다'고 응답한 비율이 전체 18명 중 11명(61.1%)으로 조사되었다. 이어서 질문한 '통일해야 한다면 무엇으로 통일해야 하는지'에 대한 응답은 6명이 '곡선의 점근선'으로 통일해야 한다고 응답하였고, 2명이 '그래프의 점근선'으로 통일해야 한다고 응답하여, '곡선의 점근선'으로 통일하는 것으로 응답한 비율이 더 높은 것으로 조사되었다.

연구 결과 점근선에 대한 2가지 표현을 혼용해도 문제 없다고 응답한 비율이 높았지만, 같은 용어에 관하여 교과서 간의 다른 표현이 있다는 것은 학생들 간의 의사소통에 혼선을 초래할 수 있으므로 이점에 관한 추가 연구가 필요하며, 학생들의 인식에 대한 조사도 함께 수행된다면 더 좋을 것이다.

나. '한없이 가까워질 때'가 0으로 가까워진다고 할 수 있는가에 대한 인식

교과서의 점근선 정의 서술에 사용된 '한없이 가까워질 때'라는 표현에 0으로 가까워진다는 의미가 포함된 것으로 볼 수 있는지에 대한 인식을 조사한 결과가 <표 IV-7>과 같다.

<표 IV-7> 의미가 포함된 것인지에 대한 응답

집단	포함되어 있다	포함되어 있다고 볼 수 없다 (포함되어 있지 않다)	무응답
교사	8	1	0
교수	6	2	1
합계	14	3	1

응답 결과를 살펴보면, 18명 중 14명(77.8%)이 '한없이 가까워질 때'라는 표현에 0으로 가까워진다는 의미가 포함되어 있다고 인식하는 것으로 조사되었다.

이어서 점근선 용어의 정의 서술을, 예를 들어 '거리가 0으로 한없이 가까워질 때' 또는 '차이가 한없이 작아져서 0에 가까워질 때'와 같이 수정하는 것이 필요한지에 대한 인식을 조사한 결과가 <표 IV-8>과 같다.

<표 IV-8> 수정할 필요성에 대한 응답

집단	수정할 필요 없다	수정해야 한다	무응답
교사	8	1	0
교수	7	1	1
합계	15	2	1

응답 결과를 살펴보면, 수정할 필요 없다고 인식하는 비율이 18명 중 15명(83.3%)으로 매우 높은 것으로 조사되었다.

교과서의 내용 차례에 따르면 곡선과 점 사이의 거리는 점근선 이후에 소개된다는 점을 고려하면 용어의 정의에 '거리'가 한없이 가까워진다는 표현을 넣는 것이 부담스러울 수 있다. 따라서 교과서 보조단을 활용하여 0으로 가까워진다는 내용이 적절하게 제시되면 좋을 것이다. 또한 곡선의 점근선이 곡선과 만날 수 있다는 것도 읽기 자료 등을 통해 제시하면 학생들이 점근선에 대한 정확한 개념을 갖도록 돕고 오개념을 방지하는 면에서 도움이 될 것이다.

3. 용어 '무리식'과 '무리함수'에 대한 인식

가. 용어 '무리식'의 필요성과 수정의 필요성

'무리식'을 용어로 지정할 필요가 있는지에 대한 인식을 조사하였다. 조사 결과가 <표 IV-9>와 같다.

<표 IV-9> 용어로 지정할 필요성에 대한 응답

집단	필요하다 (지정해야 한다)	필요 없다 (지정할 필요 없다)	무응답
교사	5	4	0
교수	6	2	1
합계	11	6	1

응답 결과를 살펴보면, 18명 중 11명(61.1%)이 용어로 지정할 필요가 있다고 인식하고 있으며, 18명 중 6명(33.3%)이 지정할 필요 없다고 인식하는 것으로 조사되어, 용어로 지정할 필요가 있다고 인식하는 비율이 더 높은 것으로 조사되었다.

용어 '무리식'을 다른 용어로 바꿀 필요가 있는지에 대한 인식을 조사한 결과가 <표 IV-10>과 같다.

<표 IV-10> 다른 용어로 바꿀 필요성에 대한 응답

집단	필요 없다 (바꿀 필요 없다)	필요하다 (바꿔야 한다)	무응답
교사	7	2	0
교수	7	1	1
합계	14	3	1

응답 결과를 살펴보면, 18명 중 14명(77.8%)이 다른 용어로 바꿀 필요 없다고 인식하는 것으로 조사되어, 바꿀 필요 있다고 인식하는 비율보다 더 높은 것으로 조사되었다.

나. 용어 '무리함수'의 필요성과 수정의 필요성

'무리함수'를 용어로 지정할 필요가 있는지에 대한 인식을 조사한 결과가 <표 IV-11>과 같다.

<표 IV-11> 용어로 지정할 필요성에 대한 응답

집단	필요하다 (지정해야 한다)	필요 없다 (지정할 필요 없다)	무응답
교사	7	2	0
교수	6	2	1
합계	13	4	1

응답 결과를 살펴보면, 18명 중 13명(72.2%)이 용어로 지정할 필요가 있다고 인식하고 있으며, 18명 중 4명(22.2%)이 지정할 필요 없다고 인식하는 것으로 조사되어, 용어로 지정할 필요가 있다고 인식하는 비율이 더 높은 것으로 조사되었다.

용어 '무리함수'를 다른 용어로 바꿀 필요가 있는지에 대한 인식을 조사한 결과가 <표 IV-12>와 같다.

<표 IV-12> 다른 용어로 바꿀 필요성에 대한 응답

집단	필요 없다 (바꿀 필요 없다)	필요하다 (바꿔야 한다)	무응답
교사	7	2	0
교수	7	1	1
합계	14	3	1

응답 결과를 살펴보면, 18명 중 14명(77.8%)이 다른 용어로 바꿀 필요 없다고 인식하는 것으로 조사되어, 바꿀 필요 없다고 인식하는 비율이 바꿀 필요가 있다고 인식하는 비율보다 더 높은 것으로 조사되었다.

V. 결론 및 제언

본 연구는 2015 개정 교육과정의 <수학> 교과서에 사용된 용어 정의 중 문제의 소지가 있는 용어가 있는지 자세히 조사하였다. 문제의 소지가 있는 용어는 '절대부등식', '점근선', '무리식', '무리함수'의 4개였으며, 이들 용어에 대하여 수학 교사와 교수를 대상으로 설문 조사를 시행하여, 수학 전문가들의 용어의 문제점, 용어 개선의 필요성, 용어 지정의 필요성 등에 대한 인식을 조사하였다. 연구 결과의 주요 결론은 다음과 같다.

첫째, '절대부등식' 용어의 정의 서술은 9종의 교과서 간의 차이가 큰 것으로 조사되었으며, 정의 서술 형태에 따라 3가지 유형으로 나눌 수 있었다. 교과서 간의 정의 서술이 동치인지에 대한 인식을 조사한 결과, 동치가 아니라고 인식하는 비율이 매우 높은 것으로 조사되었으며, 용어 정의 수정의 필요성에 대한 인식도 수정할 필요가 있다고 응답한 비율이 매우 높은 것으로 조사되었다. 또한 교과서 정의 서술을 수정할 필요가 있다고 응답한 비율이 가장 높은 교과서는 교학사, 비상교육, 지학사 교과서였으며, 이들 교과서의 정의 서술은 모두 "모든 실수에 대하여 성립하는 ..."으로 제시되어 있다. 한편 절대부등식을 용어로 지정할 필요성에 대한 응답은 '필요하다'는 응답과 '필요 없다'는 응답이 비슷한 비율로 조사되었다. 그러나 집단별 응답을 조사하면, 교사는 9명 중 7명이 용어로 지정할 '필요가 있다'고 응답하였고, 교수는 9명 중 6명이 '필요 없다'고 응답하여 교사와 교수의 집단별 차이가 매우 큰 것으로 조사되었다. 이런 차이는 교실에서의 수업 중에 절대부등식 용어가 필요하다고 느끼는 정도가 교사의 경우는 크게 느끼기 때문으로 해석된다. 그러나 본 설문에 응답한 연구 대상자의 수가 전체 18명으로 매우 적은 수라는 점을 고려하면, 본 연구로 얻어진 조사 결과가 전문가 전체의 인식을 반영한 것이라 하기 어려운 면이 있으며, 다수의 전문가를 대상으로 하는 추가 연구를 통해 본 연구 결과를 확인할 필요가 있다. 개인적으로는 용어 '절대부등식'이 명확하게 정의하기 쉽지 않다는 점과 보통의 부등식과는 다른 특별한 형태의 부등식을 통칭하기 위한 용어의 필요성 때문에 지정한 것으로 보인다는 점에서 굳이 용어로 지정하지 않아도 문제없을 것이라 본다. 다만, 교육적 편의를 위하여 산술평균-기하평균 부등식과 같은 종류의 부등식을 통칭하는 단어가 필요하다면 '특별한 형태의 부등식' 또는 '특별한 부등식' 정도의 일반적 표현을 사용하는 것도 가능한 방법이라 생각한다. 그리고 현재 교과서 정의 중에서 하나를 정해야 한다면, '전체집합에 속한 모든 값에 대하여 성립하는 부등식을 절대부등식'으로 정의하는 것이 무난할 것으로 보인다.

둘째, '점근선' 용어의 경우, '곡선의 점근선'과 '그래프의 점근선'이라는 두 표현이 교과서에서 혼용되고 있

는 것으로 조사되었다. 교과서에 따라 2가지 용어를 혼용하는 것에 대한 인식을 조사한 결과, 혼용하여도 '문제 없다(혼용해도 좋음)'고 긍정적으로 응답한 비율은 55.6%로, 혼용하는 것은 '문제 있다(혼용하면 안 됨)'고 부정적으로 응답한 비율 38.9%보다 많은 것으로 조사되었다. 그리고 두 표현 '곡선의 점근선'과 '그래프의 점근선'을 하나로 통일할 필요성에 대한 응답은 전체 18명 중 11명(61.1%)이 하나로 통일할 '필요 없다'고 응답하여, 두 표현을 하나로 통일할 필요성을 크게 느끼지 않는 것으로 조사되었다. 교과서의 점근선 정의 서술에 사용된 '한없이 가까워질 때'라는 표현에 0으로 가까워진다는 의미가 포함된 것으로 보는 비율이 전체 18명 중 14명(77.8%)으로 높게 조사되었다. 점근선에 대한 2가지 표현을 혼용해도 문제없다고 응답한 비율이 높았지만, 같은 용어에 관하여 교과서 간의 다른 표현이 있다는 것은 학생들 간의 의사소통에 혼선을 초래할 수 있으므로 이점에 관한 추가 연구가 필요하며, 학생들의 인식에 대한 조사도 함께 수행되면 좋을 것이다. 개인적으로는 그래프가 순서쌍의 집합으로 정의된다는 점을 고려하면 '그래프'와 '점근선'은 잘 어울리지 않는 면이 있는 것으로 볼 수 있다. 이런 면에서 '곡선의 점근선'이 더 적절한 것이라 본다.

셋째, 현재 용어로 지정된 '무리식'을 용어는 지정할 필요가 있는지에 대한 인식을 조사한 결과, 용어로 지정할 '필요가 있다'는 응답이 전체 18명 중 11명(61.1%)으로, '필요 없다'는 응답 6명(33.3%)보다 많았다. 용어 '무리함수'에 대해서도 용어로 지정할 필요가 있는지에 대한 인식을 조사한 결과, 용어로 지정할 '필요가 있다'는 응답이 전체 18명 중 13명(72.2%)으로, '필요 없다'는 응답 4명(22.2%)보다 많았다. 개인적으로는 현재 정의하여 사용하고 용어 '무리식'과 '무리함수'가 학생들에게 오개념을 줄 가능성이 크다는 점 등의 문제가 많다고 생각한다. 그러나 마땅한 대안의 용어를 찾지 못하고 있어 답답한 심정이다. 앞으로 이들 용어에 대한 공론화와 대안을 찾는 노력이 전개되면 좋겠다.

본 연구의 결과를 바탕으로 몇 가지를 제안하고자 한다. 본 연구는 2015 개정 교육과정의 고등학교 <수학> 교과서에 국한되었으나, 연구의 논의는 다른 학교급과 과목으로 확장될 수 있다. 또한, 2022 개정 교육과정에서 출판될 교과서에서 용어의 문제점이 개선되었는지 평가하는 연구도 필요하다. 또한 학습자의 이해 측면에서 연구가 함께 진행된다면, 학생의 이해도, 학문적 관점, 교사의 경험적 관점을 균형 있게 반영한 용어 개선방안이 모색될 것으로 기대된다.

우리나라의 교육과정에서는 교육과정 개정 연구에서 용어가 선정되므로 교육과정 개정 과정에서 어떤 용어를 선정할지에 대한 논의가 이루어져야 할 것이다. 그러나 지난 교육과정 개정 과정에서 용어에 대한 논의가 부족했으며, 2015 개정 수학 교육과정 시안 개발에서도 용어에 대한 논의가 충분하지 않았다는 지적이 있었으며(김선희 외, 2016), 2022 개정 수학 교육과정 시안 개발에서도 용어에 대한 논의가 충분하지 않은 것으로 보인다. 앞으로 있을 교육과정 개정 과정에서는 용어에 대한 심도 있는 분석과 논의, 그리고 의견 수렴이 이루어지기를 바란다.

참 고 문 헌

교육부. (2015). **수학과 교육과정**. 교육부 고시 제2015-74호 [별책 8].

Ministry of Education. (2015). *Mathematics curriculum.* Ministry of Education report 2015-74 [Annex 8].

김선희, 김수민, 강성권, 서동엽. (2016). 교육과정과 교과서에 제시된 용어·기호에 대한 비판적 고찰. **학교수학**, **18**(3), 611-623.

Kim, S. H., Seo, D. Y., Kang, S. K., Kim, S. M. (2016). A critical exploration on terms and notations in mathematics curriculum and textbooks. *School Mathematics*, *18*(3), 611-623.

김선희, 이준열, 서승현, 서동엽, 박문환, 강은주, 강성권, 이태석. (2015). **용어・기호 이해도 제고 수학 교과서 개선 방안 연구** (연구보고서 BD1601000). 한국과학창의재단.

Kim, S., Lee, J. Y., Seo, S. H., Seo, D. Y., Kang, E. J., Kang, S. K., & Lee, T. S. (2015). *A study to reform the mathematics textbooks that enhance the understanding of terms and symbols* (Report No. BD1601000). KOFAC.

김홍기. (2008). 중학교 수학에서 도입된 용어 및 기호에 관한 고찰. **학교수학**, **10**(2), 223-257.

Kim, H. K. (2008). A note on the terms and notations introduced in middle school mathematics. *School Mathematics*, *10*(2), 223-257.

도종훈, 박지현. (2013). 교수요목기부터 2007 개정 수학과 교육과정까지 학교 수학 용어의 표현 변화 분석. **수학교육학연구**, **23**(4), 491-503.

Do, J. H., Park J. H. (2013). Analysis of changes in expression of school mathematics terminologies from the syllabus period to the 2007 curriculum. *The journal of educational research in mathematics*, *23*(4), 491-503.

박경미. (2004). 한국, 중국, 일본의 학교 수학 용어 비교 연구. **수학교육**, **43**(4), 337-347.

Park, K. M. (2004). A comparative study of school mathematics terminology in Korean, Chinese and Japanese. *The Mathematical Education*, *43*(4), 337-347.

박경미. (2007). 시리즈 A : 도형 개념의 이해에 영향을 미치는 언어적 측면에 대한 연구 -용어의 어원과 조어 방식을 중심으로-. **수학교육**, **46**(3), 245-261.

Park, K. M. (2007). Series A : A study on the linguistic aspects of the understanding of geometric figures - Focused on the origin and the coining of geometric terms-. *The Mathematical Education*, *46*(3), 245-261.

박교식. (2003). 고등학교 수학 용어에 대한 의미론적 탐색. **수학교육학연구**, **13**(3), 227-246.

Park, K. S. (2003). A semantic investigation on high school mathematics terms in Korea. *Journal of educational research in mathematics*, *13*(3), 227-246.

박교식. (2016). 우리나라 초등학교 수학 교과서에서 취급하는 내용과 관련한 문제점 분석. **학교수학**, **18**(1), 1-14.

Park, K. S. (2016). An analytical study on drawbacks related to contents handled in elementary mathematics textbooks in Korea. *School Mathematics*, *18*(1), 1-14.

서동엽, 권석일, 이지영, 김선. (2019). 초등 수학 교과서의 어휘 개선 방안 연구 (연구보고서 BD 19070002). 한국과학창의재단.

Seo, D., Kwon, S., Lee, J., & Kim, S. (2019). A study on the improvement of vocabulary in elementary school mathematics textbooks (Report No. BD 19070002). KOFAC.

서혜경. (2013). **고등학생들의 유리함수와 점근선의 개념에 대한 이해 실태 분석** [석사학위논문, 이화여자대학교 교육대학원].

Seo, H. K. (2013). *An analysis on the actual state of understanding the concept of rational functions and asymptotes* [Master's thesis, Ewha Womans University].

우정호, 조영미. (2001). 학교수학 교과서에서 사용하는 정의에 관한 연구. **수학교육학연구**, **11**(2), 363-384.

Woo, J. H., Cho, Y. M. (2001). A study on the definitions presented in school mathematics. *Journal of Educational Research in Mathematics*, *11*(2), 363-384.

이인석. (2020). 2015 개정 교육과정에 따른 중학교 수학 교과서 검토. **수학교육 논문집**, **34**(2), 69-117.

Lee, I. S. (2020). Review report for middle school mathematics textbooks based on 2015 revision of national curriculum. *Communications of Mathematical Education*, *34*(2), 69-117.

이지윤, 김선희, 이환철. (2016). 학습자 중심 교육의 관점에서 교사들의 수학교육의 문제점 인식과 수학모델 교과서 개발. **수학교육 논문집**, **30**(4), 499-514.

Lee, J. Y., Kim, S. H. & Lee. H. C. (2016). Teachers' recognition of the problems in mathematics education and

development of math textbooks from the perspective of learner-centered education. *Communications of Mathematical Education*, *30*(4), 499-514.

조영미. (2002). 수학 교과서에서 사용하는 정의의 특성 분석과 수준 탐색 - 기하 영역을 중심으로 -. **학교수학**, **4**(1), 2-27.

Cho, Y. M. (2002). An analysis of the characteristics of definitions and exploration the levels of definitions in mathematics textbooks - In the area of geometry -. *School Mathematics*, **4(1)**, 2-27.

한대희. (1998). 미분법 단원에서 용어의 문제. **대한수학교육학회 논문집**, **8(2)**, 495-507.

Han, D. H. (1988). A study on the problem of terminology in calculus. *The Journal of Educational Research in Mathematics*, *8*(2), 495-507.

Ginther, J. L. (1964). *A study of definitions in high school mathematics textbooks* [Doctoral dissertation. University of Illinois].

A discussion on the definition descriptions of certain terms in high school mathematics textbooks

Yi, Seunghun

U1 University

E-mail: seunghun@yd.ac.kr

This study analyzed the description of the definitions of terms used in the high school <Mathematics> textbooks of the 2015 revised curriculum, selected controversial terms, and investigated the perceptions of mathematics teachers and professors on them. The four controversial terms selected were ‘absolute inequality’, ‘asymptotes’, ‘irrational expressions’, and ‘irrational functions’. A survey was conducted to evaluate whether the definitions of these terms differed between textbooks, whether they needed improvement, and whether they needed to be designated as terms. The results of the study showed that ‘absolute inequality’ was recognized as having a large difference in the definitions of the textbooks, and that there was a high need for revision of the definitions of the terms. In addition, the need for additional research was raised on ‘asymptotes’ and ‘irrational expressions’. This study can be used as basic data for standardizing and improving the definitions of textbook terms to improve students’ conceptual understanding.

* 2020 Mathematics Subject Classification : 97U20

* Key words : high school mathematics, terminology, definitions, curriculum