

고등학교 수학 교과서의 공학 도구 활용 현황 분석

오 세 준 (홍익대학교, 조교수)

인공지능 디지털 교과서 도입에 따라 수학 교육에서 공학 도구의 활용에 대한 관심이 높아지고 있다. 공학 도구는 수학적 개념을 시각화하고, 실험과 탐구를 통해 수학적 원리를 발견할 수 있는 장점이 있다. 이미 우리나라 2015 개정 수학과 교육과정에서도 공학 도구의 활용을 언급하고 있으며, 이에 따라 수학 교과서에는 다양한 공학 도구를 활용한 교수·학습 활동이 제시되고 있다. 그러나 고등학교 교과서에 제시된 공학 도구의 유형과 활용 방식에 대한 체계적인 분석은 아직 부족한 실정이다. 이에 본 연구에서는 2015 개정 교육과정에 따른 고등학교 수학 교과서에 제시된 공학 도구의 활용 현황을 분석하였다. 이를 위해 수학 교과서에 제시된 공학 도구의 유형을 범주화하고, 각 범주별 활용 비율을 조사하였다. 또한 교과목별, 내용 영역별로 공학 도구의 활용 양상을 분석하고, 교수·학습 활동 형태에 따른 공학 도구의 활용 비율을 살펴보았다.

연구 결과, 공학 도구는 교과목과 내용 영역에 따라 다양한 유형과 비율로 활용되고 있었다. 특히, 기호-조작 그래프 작성 소프트웨어 범주의 공학 도구가 전체 활용 사례의 58%를 차지하여 가장 높은 비중을 나타냈다. 교과목별로는 해석 영역을 다루는 과목에서 기호-조작 그래프 작성 소프트웨어의 활용이 두드러졌으며, 기하 영역에서는 동적 기하 소프트웨어의 활용이 상대적으로 높게 나타났다. 교수·학습 활동 형태 측면에서는 보조도구형(49%)과 의도된 탐구유도형(37%)의 활용 비율이 높았다.

본 연구의 결과는 수학 교과서에서 공학 도구가 다양한 역할을 하고 있음을 보여주며, 향후 공학 도구를 활용한 수학 교수·학습 방법을 개선하는 데 유용한 시사점을 제공할 수 있을 것이다.

I. 서론

4차 산업혁명 시대를 맞아 교육 현장에서도 테크놀로지를 활용한 교수·학습 방법에 대한 관심이 높아지고 있다. 특히, 수학 교육에서는 공적 도구를 활용하여 학생들의 수학적 사고력과 문제해결력을 신장시키기 위한 다양한 노력이 이루어지고 있다. 공학 도구는 수학적 개념을 시각화하고, 실험과 탐구를 통해 수학적 원리를 발견할 수 있도록 돕는 강력한 도구로 인식되고 있다(Beatty & Geiger, 2010; Zbiek et al., 2007).

우리나라에서도 2015 개정 수학과 교육과정에서 공학 도구의 활용을 강조하고 있으며(교육부, 2020), 이에 따라 고등학교 수학 교과서에는 다양한 공학 도구를 활용한 교수·학습 활동이 제시되고 있다. 그러나 교과서에 제시된 공학 도구의 유형과 활용 방식에 대한 체계적인 분석은 아직 부족한 실정이다. 공학 도구의 효과적인 활용을 위해서는 현재 교과서에서 공학 도구가 어떻게 다루어지고 있는지에 대한 면밀한 분석이 선행되어야 한다.

2025년은 2022 개정 교육과정, 성취평가제, 고교학점제, AI 디지털교과서 등이 맞물려 공교육의 혁신적 변화가 일어나는 중요한 시기이다. 이러한 교육 정책들은 모두 학생의 자발적 배움을 촉진하고, 개인 맞춤 지도를 제공하며, 교사의 교과 재구성 역할 변화, 기술의 효과적 활용, 학생 성장 중심의 역량 평가 등을 강조하고 있다.

* 접수일(2024년 5월 24일), 심사(수정)일(2024년 6월 13일), 게재확정일(2024년 6월 24일)

* MSC2000분류 : 97U20, 97U70

* 주제어 : 공학 도구, 고등학교 수학 교과서, 교수·학습 활동

† 교신저자 : soh@hongik.ac.kr

* 이 논문은 2024학년도 홍익대학교 학술연구진흥비에 의하여 지원되었음

따라서 미래 사회를 살아갈 학생들의 주도성을 강화하고, 핵심역량을 키워주는 깊이 있는 학습이 구현되도록 교육의 변화가 필요한 시점이다(교육부, 2024).

이러한 공교육의 변화는 수업혁신을 통해 구현될 수 있다. 수업이 바뀌어야 제도와 정책이 추구하는 본질적인 목표가 실현되면서 공교육의 실질적 변화에 대한 체감이 가능해진다. 특히 수업 전문가인 교사가 디지털 대전환의 방향을 이해하고 수업혁신을 자유롭게 시도할 수 있도록 하는 것이 공교육 디지털 대전환의 핵심 과제라 할 수 있다(교육부, 2023).

2022 개정 교육과정은 깊이 있는 학습을 통해 핵심역량을 함양하는 수업과 학습자 주도성을 강조한다. 이를 위해서는 학생이 학습 주제에 대해 관심과 호기심을 가지고 스스로 문제를 해결하도록 하는 개념 기반의 탐구 학습이 필요하다. 이러한 맥락에서 공학 도구는 수학적 개념을 시각적으로 표상하고, 역동적으로 조작하며, 실험과 탐색을 통해 수학적 아이디어를 발견하고 이해를 심화시킬 수 있는 강력한 인지적 도구로서(Zbiek et al., 2007), 학생들의 능동적이고 주도적인 수학 학습을 뒷받침할 수 있다.

그러나 공학 도구가 교수·학습에 효과적으로 활용되기 위해서는 교육과정 및 교과서에서 적절히 다루질 필요가 있다. 만약 교과서에서 공학 도구의 활용이 단편적이고 피상적인 수준에 그친다면, 학생들은 공학 도구를 단순히 계산을 빠르게 해주는 도구 정도로 인식하게 될 것이며, 그 교육적 잠재력을 충분히 발휘하기 어려울 것이다. 반면, 교과서에서 다양한 공학 도구를 적극적으로 활용하고, 이를 통해 심도 있는 수학적 탐구와 문제해결이 이뤄질 수 있도록 구성한다면 학생들의 수학 학습에 대한 흥미와 동기를 유발하고, 개념 이해를 심화시키며, 궁극적으로 수학적 역량을 신장시키는 데 기여할 수 있을 것이다.

이에 본 연구에서는 2015 개정 교육과정에 따른 고등학교 수학 교과서에서 공학 도구가 어떻게 활용되고 있는지를 심층적으로 분석하고자 한다. 비록 2022 개정 교육과정에 따른 새로운 교과서가 개발 중에 있지만, 현재 학교 현장에서 사용 중인 교과서를 분석하는 것은 디지털 전환기에 교사들이 수업 혁신의 방향을 설정하고 공학 도구를 효과적으로 활용하는 데 의미 있는 시사점을 제공할 수 있을 것이다. 또한 2022 개정 교육과정에 따른 교과서 개발 과정에서 공학 도구 활용의 개선 방향을 모색하는 토대가 될 수 있을 것이다.

이를 위해 본 연구에서는 다음과 같은 연구 질문을 설정하였다.

- 첫째, 수학 교과서에서 활용되는 공학 도구의 종류와 빈도는 어떠한가?
- 둘째, 수학 교과서에서 활용되는 공학 도구는 교과목 및 내용 영역별로 어떤 특징을 나타내는가?
- 셋째, 수학 교과서에서 공학 도구를 활용한 교수·학습 활동은 어떤 형태로 이루어지고 있는가?

이 연구를 통해 현행 교과서의 공학 도구 활용 양상을 면밀히 분석하여 그 특징을 파악하고자 한다. 이를 바탕으로 2022 개정 교육과정이 지향하는 학습자 주도성과 개념 기반 탐구학습을 뒷받침할 수 있는 공학 도구 활용 방안을 모색하고, 향후 교과서 개발과 교수학습 개선을 위한 의미 있는 제언을 하고자 한다. 그동안 고등학교 수학과 사회과 교과서의 경제 관련 내용 비교(이경원, 권오남, 2022), 러시아 수학교과서의 수준별 교수내용 분석(한인기, 2022), 인공지능 수학 교과서의 행렬과 벡터 내용 분석(이영미 외, 2023) 등 교과서 분석 연구가 다양하게 이루어져 왔다. 그러나 공학 도구의 활용이라는 관점에서 교과서를 종합적으로 분석한 연구는 아직 부족한 실정이다. 본 연구는 이러한 연구의 공백을 메우고, 공학 도구를 통한 수학교육 혁신의 방향성을 제시함으로써 미래 사회가 요구하는 창의융합형 인재 양성에 기여할 수 있을 것으로 기대된다.

II. 연구의 배경

1. 이론적 배경

가. 교육과정에서 공학 도구

우리나라 교육과정 문서에서 공학 도구는 제6차 교육과정부터 서술되기 시작하였으며, 2015 교육과정 문서에는 '공학적 도구', 2022 교육과정 문서에서는 '공학 도구'로 표현되고 있다. 김미화, 손홍찬(2013)은 제7차 교육과정과 2007 개정 교육과정까지의 교과서를 분석하여 교육과정이 개정됨에 따라 교과서에서 공학 도구가 활용되는 비율이 증가하였음을 확인하였다.

2015 개정 교육과정에서는 중학교 확률과 통계 영역의 성취기준에 '공학적 도구'가 명시되었으나, 고등학교 성취기준 중 '공학적 도구'가 명시된 성취기준은 없었다. 하지만 일부 성취기준에 대하여 교수·학습 방법 및 유의사항으로 공학적 도구를 이용할 수 있다고 <표 II-1>과 같이 서술되어 있다.

<표 II-1> 2015 교육과정에서 “공학적 도구”가 명시된 교수·학습 방법 및 유의사항

과목	핵심 개념	교수·학습 방법 및 유의사항
수학	도형의 방정식	- 직선의 방정식, 원의 방정식, 도형의 이동을 다룰 때 공학적 도구를 이용할 수 있다.
	함수	- 함수의 그래프를 다룰 때 공학적 도구를 이용할 수 있다.
수학 I	지수함수와 로그함수	- 지수와 로그 및 지수함수와 로그함수를 다룰 때 공학적 도구를 이용할 수 있다.
	삼각함수	- 삼각함수의 그래프를 그리거나 삼각함수와 관련된 문제를 해결할 때 공학적 도구를 이용할 수 있다.
수학 II	함수의 극한과 연속	- 함수의 극한에 대한 뜻과 성질은 그래프를 통해 직관적으로 이해하게 하고, 이때 공학적 도구를 이용할 수 있다.
	미분	- 미분계수의 기하적 의미는 직관적으로 이해하게 하고, 이때 공학적 도구를 이용할 수 있다.
미적분	수열의 극한	- 수열이나 급수의 수렴, 발산은 공학적 도구를 이용하여 이해하게 할 수 있다.
	적분법	- 정적분과 급수의 합 사이의 관계를 지도할 때 공학적 도구를 이용할 수 있다.
확률과 통계	확률	- 통계적 확률과 수학적 확률의 관계를 이해하고 통계적 확률을 다룰 때 충분히 많은 시행의 시행을 구현하기 위하여 공학적 도구를 이용할 수 있다.
	통계	- 실생활 자료로 확률분포와 통계적 추정을 다룰 때 공학적 도구를 이용할 수 있다. - 표본평균의 분포를 도입할 때 공학적 도구를 이용할 수 있다.

또한 고등학교 과목의 교수·학습 방법 중 정보 처리 역량을 함양하기 위한 방법 중 하나로 “계산 능력 배양을 목표로 하지 않는 교수·학습 상황에서의 복잡한 계산 수행, 수학의 개념, 원리, 법칙의 이해, 문제 해결력 향상 등을 위하여 계산기, 컴퓨터, 교육용 소프트웨어 등의 공학적 도구를 이용할 수 있게 한다”(교육부, 2020)와 같이 서술되고 있다. 즉 수학의 개념, 원리 등을 이해하고 문제 해결력을 향상하기 위하여 공학 도구를 교수·학습 상황에서 활용할 수 있다. 또한 평가 방법 중 하나로 “평가 내용이나 방법에 따라 학생에게 계산기, 컴퓨터, 교육용 소프트웨어 등의 공학적 도구와 다양한 교구를 이용할 수 있게 한다.”(교육부, 2020)와 같이 서술되어 있어, 공학 도구를 활용한 평가도 가능하다.

2022 개정 교육과정에서는 2015 개정 교육과정에 비해 공학 도구의 교육적 활용 범위와 수준이 크게 확대되었다. 이는 디지털 소양과 정보처리 역량을 갖춘 인재 양성을 위한 교육과정의 변화로 해석할 수 있다. 임혜미 외(2024)는 2022 개정 교육과정 중 초등학교, 중학교의 공학 도구와 관련된 성취기준을 분석하였으며, 그 결과 초등학교 3학년부터 중학교 3학년까지 수와 연산, 변화와 관계, 도형과 측정, 자료와 가능성 영역 전반에 걸쳐

공학 도구를 다룰 수 있도록 안내되고 있음을 확인하였다(임해미 외, 2024).

2022 개정 교육과정 중 고등학교의 경우에도 '공학 도구'가 성취기준에 처음으로 명시되었으며, 성취기준 해설 및 성취기준 적용 시 고려사항으로 언급된 횟수가 <표 II-2>와 같이 총 16회로 2015 교육과정의 11회와 비교하여 증가하였다.

<표 II-2> 2022 교육과정에서 “공학 도구”가 명시된 성취기준, 성취기준 해설, 성취기준 적용시 고려사항

과목	성취기준	성취기준 해설 / 성취기준 적용시 고려사항
공통 수학1	[10공수1-02-06] 이차함수의 최대, 최소를 탐구하고, 이를 실생활과 연결하여 유용성을 인식할 수 있다.	이차함수의 그래프와 x 축 및 직선의 위치 관계, 이차함수의 최대, 최소를 탐구할 때 공학 도구를 이용할 수 있다.
	[10공수1-02-11] 이차부등식과 이차함수를 연결하여 그 관계를 설명하고, 이차부등식과 연립이차부등식을 풀 수 있다.	이차함수의 그래프를 이용하여 이차부등식과 연립이차부등식의 해를 탐구할 때 공학 도구를 이용할 수 있다.
공통 수학2	[10공수2-01-04] 원의 방정식을 구하고, 그래프를 그릴 수 있다. [10공수2-01-05] 좌표평면에서 원과 직선의 위치 관계를 판단하고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다. [10공수2-01-06] 평행이동을 탐구하고, 실생활과 연결하여 문제를 해결할 수 있다. [10공수2-01-07] 원점, x 축, y 축, 직선 $y=x$ 에 대한 대칭이동을 탐구하고, 실생활과 연결하여 문제를 해결할 수 있다.	직선의 방정식, 원의 방정식, 도형의 이동을 다룰 때 공학 도구를 이용할 수 있다.
	[10공수2-03-01] 함수의 개념을 설명하고, 그 그래프를 이해한다. [10공수2-03-04] 유리함수 $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ 의 그래프를 그릴 수 있고, 그 그래프의 성질을 탐구할 수 있다. [10공수2-03-05] 무리함수 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프를 그릴 수 있고, 그 그래프의 성질을 탐구할 수 있다.	함수의 그래프를 그리고 여러 가지 성질을 탐구할 때 공학 도구를 이용할 수 있다.
	[12대수01-07] 지수함수와 로그함수의 그래프를 그릴 수 있고, 그 성질을 설명할 수 있다.	지수와 로그 및 지수함수와 로그함수를 다룰 때 공학 도구를 이용할 수 있다.
대수	[12대수02-02] 삼각함수의 개념을 이해하여 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수의 그래프를 그리고, 그 성질을 설명할 수 있다. [12대수02-03] 사인법칙과 코사인법칙을 이해하고, 실생활 문제를 해결할 수 있다.	삼각함수의 그래프를 그리거나 삼각함수와 관련된 문제를 해결할 때 공학 도구를 이용할 수 있다.
	[12미적 I-01-03] 함수의 연속을 극한으로 탐구하고 이해한다.	함수의 극한과 연속에 대한 뜻과 성질을 그래프를 통해 직관적으로 이해하게 하고, 이때 공학 도구를 이용할 수 있다.
	[12미적 I-02-01] 미분계수를 이해하고, 이를 구할 수 있다.	미분계수의 기하적 의미를 다룰 때 공학 도구를 이용할 수 있다.
확률과 통계	[12확통02-01] 확률의 개념을 이해하고 기본 성질을 설명할 수 있다.	통계적 확률과 수학적 확률의 관계를 이해하고 통계적 확률을 다룰 때 충분히 많은 횟수의 시행을 구현하기 위하여 공학 도구를 이용할 수 있다.
	[12확통03-07] 모평균 및 모비율을 추정하고 공학 도구를 사용하여 그 결과를 해석할 수 있다.	[12확통03-07] 공학 도구를 사용하여 실생활 자료에서 모평균 또는 모비율을 추정하고, 그 결과를 해석하는 과정을 통해 유용성을 인식할 수 있다.

	[12확통03-04] 정규분포의 뜻과 성질을 이해하고, 이항분포와의 관계를 설명할 수 있다.	정규분포를 따르는 확률변수에서 확률을 구할 때, 표준정규분포로 변환하여 확률을 구할 수 있게 한다. 공학 도구를 사용하여 이항분포 $B(n, p)$ 에서 p 의 값을 고정하고 n 의 값을 변화시키면서 이항분포 그래프와 정규분포 그래프의 관계를 살펴보게 할 수 있다.
미적분 II	[12미적II-01-04] 급수의 수렴, 발산의 뜻을 알고, 이를 판정할 수 있다.	수열이나 급수의 수렴, 발산을 다룰 때 공학 도구를 이용할 수 있다.
	[12미적II-03-04] 정적분과 급수의 합 사이의 관계를 탐구하고 이해한다.	정적분과 급수의 합 사이의 관계를 다룰 때, 공학 도구를 이용할 수 있다.
기하	[12기하01-04] 이차곡선의 접선의 방정식을 구할 수 있다.	이차곡선의 그래프와 방정식 사이의 관계를 다룰 때 공학 도구를 이용할 수 있다.
	[12기하02-03] 도형의 정사영의 뜻을 알고, 도형과 정사영의 관계를 탐구할 수 있다. [12기하02-05] 구를 방정식으로 표현할 수 있다.	공간도형의 성질과 위치 관계를 다룰 때 공학 도구를 이용할 수 있다.
	[12기하03-05] 좌표공간에서 벡터를 이용하여 평면의 방정식과 구의 방정식을 구할 수 있다.	평면도형과 공간도형을 다룰 때 공학 도구를 이용할 수 있다.

<공통수학1>에서는 이차함수의 그래프와 최대, 최소를 탐구하거나 이차부등식의 해를 탐구할 때 공학 도구를 활용할 수 있다고 제시하였다. <공통수학2>에서는 직선과 원의 방정식, 도형의 이동, 다양한 함수의 그래프를 다룰 때 공학 도구의 활용을 권장하였다. <대수>에서는 지수와 로그, 삼각함수 등을 다룰 때, <미적분 I>에서는 함수의 극한과 연속, 미분계수의 기하적 의미를 탐구할 때 공학 도구를 이용할 수 있다고 명시하였다. <확률과 통계>에서는 통계적 확률을 구현하거나 모평균과 모비율을 추정하고 해석하는 데 공학 도구가 활용될 수 있음을 강조하였다. <미적분II>에서는 급수의 수렴과 발산, 정적분과 급수의 합을 다룰 때, <기하>에서는 이차곡선의 접선이나 공간도형의 성질과 위치 관계를 탐구할 때 공학 도구의 이용이 가능함을 제시하였다.

이와 같이 2022 개정 교육과정에서는 고등학교 전 과목에 걸쳐 공학 도구를 수학 학습에 활용할 것을 권장하고 있다. 다만 성취기준상에 공학 도구 활용이 명시된 경우는 확률과 통계 과목뿐이며, 대부분 성취기준 적용시 고려사항에서 그 활용 가능성을 제한하는 정도에 그치고 있다. 수학 수업에서 공학 도구를 효과적으로 활용하기 위해서는 디지털 교육 환경 조성과 더불어 교사가 손쉽게 활용할 수 있는 구체적인 교수·학습 및 평가 자료의 개발과 확산이 필요하다. 또한 고등학교급에서도 공학 도구를 통해 심화된 수학 개념을 탐구하고 실생활 문제를 해결하는 경험을 제공함으로써 미래 사회가 요구하는 핵심 역량을 기를 수 있도록 교과서가 구성되어야 할 것이다.

나. 수학 교과서에서의 공학 도구 활용 연구

수학 교육에서 공학 도구의 활용은 학생들의 수학적 이해를 돕고, 문제 해결 능력을 향상시키는 데 중요한 역할을 한다. 공학 도구는 수학적 개념을 다양한 표상으로 시각화하고, 역동적으로 조작할 수 있는 기회를 제공함으로써 학습자의 수학적 사고를 확장하고 심화할 수 있다(Heid & Blume, 2008). 특히 동적 기하 소프트웨어는 학생들이 기하학적 객체를 능동적으로 조작하고 탐구할 수 있도록 함으로써, 기하학적 추론 능력과 증명 능력을 신장시키는 데 기여할 수 있음이 밝혀졌다(Jones, 2000).

나아가 Beatty, Geiger(2010)는 공학 도구를 활용한 수학 학습의 사회문화적 맥락을 조명하면서, 공학 도구가 학생들의 협력적 문제해결과 수학적 담화를 촉진할 수 있음을 강조하였다. 이처럼 공학 도구는 개인의 인지적 도구로서 뿐만 아니라 학습자 간 상호작용과 의사소통을 매개하는 사회적 도구로서도 기능할 수 있다.

이에 교사들은 수업 목표와 내용에 맞는 적절한 공학 도구를 선택하고, 효과적으로 활용하는 방법을 모색해야 한다. 이를 위해서는 교사 교육과 전문성 개발 프로그램이 뒷받침되어야 하며, 공학 도구를 활용한 수업 사례

와 자료를 공유하고 협력적으로 개발해 나가는 것도 필요하다(Hegedus & Moreno-Armella, 2020). 교사들이 공학 도구의 교육적 잠재력을 충분히 이해하고, 이를 수학 수업에 창의적으로 활용할 수 있는 역량을 갖추는 것이 무엇보다 중요하다고 할 수 있다.

이러한 맥락에서 공학 도구와 관련된 교수·학습·평가 자료 개발을 위해서는 현재 교과서에서 활용되는 공학 도구를 분석할 필요가 있다. 김미화, 손홍찬(2013)은 제 6차 교육과정부터 2007 개정 교육과정까지의 교과서에서 다루는 공학 도구의 활용 현황을 내용 영역, 활용된 공학 도구 종류, 활용 방식의 관점에서 분석하였다. 그 결과 교육과정이 변화함에 따라 교과서에서 공학 도구가 활용되는 비율이 증가함을 확인하였다.

박미현, 조민식(2021)은 한국과 싱가포르 중학교 수학 교과서의 공학 도구 활용 양상을 비교 분석하였다. 연구 결과, 한국 중학교 교과서는 기하, 확률과 통계 영역에 공학 도구가 집중적으로 활용되고 있음을 확인하였다. 또한 학생들이 주도적으로 공학 도구를 활용하여 수학적 성질이나 문제 상황을 탐구할 수 있도록 교과서가 구성될 필요가 있음을 주장하였다.

한편 2015 교육과정에서 정보처리 역량을 함양하기 위한 교수·학습, 평가 방안 중 하나로 공학 도구가 제시되어 있기에 정보처리 역량이 교과서에 반영된 양상에 대한 연구가 있었다. 김은현, 김래영(2020, 2021)은 2015 개정 교육과정에 따른 중학교 수학 교과서에 제시된 정보 처리 관련 과제를 분석하여 대부분의 과제가 공학 도구 활용에 치우치고 있음을 확인하고 정보 처리 능력의 하위 요소가 교과서에 균형 있게 반영될 필요가 있음을 제안하였다. 이처럼 정보처리 역량과 공학 도구의 관점에서 교과서를 분석하는 연구는 의미 있는 시사점을 제공한다. 그러나 선행연구들은 주로 중학교 수학 교과서에 국한되어 이루어졌다. 고등학교 수학에서는 중학교에 비해 보다 심화된 수준의 수학 개념과 문제 상황을 다루므로, 공학 도구의 활용 양상과 정보처리 역량과의 연계성이 달라질 수 있다.

해외 주요국에서는 AI 및 첨단 기술을 활용한 디지털교과서 개발과 활용이 활발히 이뤄지고 있다. 폴란드 교육부는 Geogebra를 활용한 다양한 수학적 탐구 경험을 제공하는 디지털교과서를 배포하고 있으며 이스라엘의 Visual Math 프로젝트는 함수 개념 탐구를 지원하는 디지털교과서를 개발하였다(허남규, 류희찬, 2015).

이상의 연구들은 교육과정과 교과서에서 공학 도구의 활용이 점차 확대되고 있음을 보여준다. 그러나 대부분의 선행연구들이 중학교 수학 교과서나 일부 고등학교 과목에 국한되어 있어, 고등학교 전체 과목을 아우르는 포괄적인 분석은 부족한 실정이다.

고등학교 수학에서는 중학교에 비해 보다 심화된 수준의 수학 개념과 문제 상황을 다루므로, 공학 도구의 활용 양상과 효과가 달라질 수 있다. 따라서 본 연구에서는 2015 개정 교육과정에 따른 고등학교 수학 교과서 전반에 걸쳐 공학 도구의 활용 현황과 특징을 종합적으로 분석하고자 한다. 이를 통해 현행 교육과정과 교과서에서 공학 도구가 어떻게 다루어지고 있는지를 진단하고, 수학 교수·학습에서의 개선 방안을 모색하는 데 기초 자료를 제공할 수 있을 것이다. 나아가 교사들이 공학 도구를 보다 효과적으로 활용할 수 있도록 교사 교육과 지원 방안을 마련하는 데에도 시사점을 얻을 수 있을 것으로 기대된다.

2. 연구방법 및 절차

본 연구는 2015 개정 교육과정에 따라 현재 고등학교 현장에서 사용되고 있는 <수학>, <수학 I>, <수학 II>, <미적분>, <확률과 통계>, <기하> 교과서 전체를 연구 대상으로 선정하였다. 이는 고등학교 수학 교과를 총망라하여 공학 도구의 활용 현황을 조사하고 분석하기 위함이다. 현재 고등학교 수학 교과서는 총 9종의 출판사에서 발행되고 있으며, 본 연구에서는 이 모든 출판사의 교과서를 분석 대상으로 포함하였다. 이를 통해 특정 출판사나 일부 과목에 국한되지 않고, 고등학교 수학 교과서 전반에 걸친 공학 도구 활용의 종합적인 특징과 경향을 파악하고자 하였다. 2015 고등학교 수학 과목 중 <수학>은 공통과목 <수학 I>, <수학 II>, <미적분>, <확률과

통계>은 일반선택 과목이며, <기하>는 진로 선택과목이다. 하지만 <수학>, <수학 I>, <수학 II>, <미적분>, <확률과 통계>, <기하>과목의 교과서는 모두 검정 대상 도서이기에 분석대상에 포함시켰으며, 그 현황은 <표 II-3>과 같다. ㉠출판사는 <미적분>, <기하>교과서를 발행하지 않았으며, ㉡출판사는 <기하>교과서를 발행하지 않았다. 이에 분석대상의 교과서는 총 60권이였다.

<표 II-3> 수학 교과서 목록

분류	출판사	대표 저자	수학	수학 I	수학 II	미적분	확률과통 계	기하
㉠	㈜교학사	권요남	○	○	○	○	○	○
㉡	㈜금성출판사	배중숙	○	○	○		○	
㉢	동아출판(주)	박교식	○	○	○	○	○	
㉣	미래엔	황선옥	○	○	○	○	○	○
㉤	㈜비상교육	김원경	○	○	○	○	○	○
㉥	㈜ 좋은책신사고	고성은	○	○	○	○	○	○
㉦	㈜지학사	지학사	○	○	○	○	○	○
㉧	㈜천재교과서	류희찬	○	○	○	○	○	○
㉨	㈜천재교육	이준열	○	○	○	○	○	○

자료 수집을 위해 각 교과서의 전체 내용을 검토하며, "공학 도구"라는 용어가 명시된 경우 이를 1건으로, 또한 "공학 도구"라는 용어가 직접 사용되지 않았더라도 공학 도구의 그림이 제시된 경우도 각각 1건으로 포함하였다. 이때, 공학 도구의 범위는 김미화, 손홍찬(2013)과 박미현, 조민식(2021)의 분류 기준을 참고하여 <표 II-4>와 같이 공학 도구는 계산기(GC), 기호 조작-그래프 작성 소프트웨어(SG), 동적 기하 소프트웨어(DG), 스프레드시트(SS), 인터넷 및 스마트 기기(I&S), 통계전용 소프트웨어(ST), 그리고 기타(E) 도구로 분류하였다.

<표 II-4> 공학 도구 범주

공학 도구 범주 약어	공학 도구 범주	예시
GC	계산기	단순 계산기, 공학용 계산기, 그래픽 계산기 등
SG	기호 조작-그래프 작성 소프트웨어	CAS, GeoGebra, Algeomath, 이지그래프 등
DG	동적 기하 소프트웨어	GSP, GeoGebra, Algeomath 등
SS	스프레드시트	EXCEL Algeomath, GeoGebra 등
I&S	인터넷 및 스마트 기기	인터넷, 태블릿, 스마트폰 등
ST	통계전용 소프트웨어	SPSS, SAS, 이지통계, 통그라미, GeoGebra 등
E	기타	코딩 프로그램, 자료수집 실험도구(CBL, CBR) 등

계산기(GC)는 단순 계산기, 공학용 계산기, 그래픽 계산기 등을 포함하며, 기본적인 계산 및 데이터 처리에 사용되는 공학 도구는 GC로 분류하였다. 기호 조작-그래프 작성 소프트웨어(SG)는 CAS, GeoGebra, Algeomath, 이지그래프와 같이 CAS, 수학적 기호 조작 및 그래프 작성을 수행하는 공학 도구는 SG로 분류하였다. 동적 기하 소프트웨어(DG)는 GSP, GeoGebra, Algeomath 와 같이 유클리드 기하의 객체를 동적으로 움직일 수 있는 소프트웨어로 끌기(drag) 등의 동적 기능을 포함하는 공학 도구는 DG로 분류할 수 있다. 스프레드시트

(SS)는 EXCEL등과 같이 데이터 정리, 분석, 그리고 시각화가 가능한 공학 도구로 최근, Algeomath, GeoGebra 등도 표 도구 기능이 추가되어 SS로 분류될 수 있다. 인터넷 및 스마트 기기(I&S)는 온라인 자료 탐색 및 수집 등이 가능한 공학 도구이며, 통계전용 소프트웨어(ST)는 SPSS, SAS, 이지통계, 통그라미 등과 같이 통계 분석 및 결과 해석이 가능하다. GeoGebra라는 확률분포, 모평균 등의 기능도 있어 ST에도 해당되어 예시로 추가되었다. 마지막으로 기타(E) 도구로는 코딩 프로그램, 자료수집 실험도구(CBL, CBR) 등이 있다.

수집된 자료는 교과목별, 내용 영역별, 공학 도구의 종류별로 분류하고, 각각의 공학 도구 활용 빈도와 비율을 계산하였다. 또한, 교과서에서 제시된 공학 도구 활용 방식을 교수·학습 활동 형태에 따라 분류하고 특징을 분석하였다.

수학 교과서에 제시된 공학적 도구의 활용 형태는 다양한 관점에서 분류할 수 있다. 본 연구에서는 선행연구(김미화, 손홍찬, 2013; 박미현, 조민식 2021)을 참고하여 공학 도구 활용 형태를 다섯 가지로 구분하였다. 첫째, 정보 탐색 및 제시형은 공학적 도구나 수학 학습에 유용한 정보를 찾아보거나 제시하는 방식이다. 둘째, 기능 소개 및 설명형은 공학적 도구의 기능과 사용법을 안내하는 유형이다. 셋째, 보조도구형은 수학적 개념 이해를 돕고, 문제 해결을 위해 공학적 도구를 보조적으로 활용하는 경우이다. 넷째, 의도된 탐구유도형은 교과서에서 제시한 절차에 따라 공학적 도구를 활용하여 탐구하도록 하는 유형이다. 마지막으로 학생 중심의 탐구학습형은 학생이 주도적으로 공학적 도구를 사용하여 수학적 문제를 탐구하고 해결하는 형태이다. 이러한 분류 기준은 공학적 도구가 수학 교수·학습에서 어떤 역할과 의미를 갖는지를 보다 세분화하여 살펴볼 수 있도록 해준다. 각각의 예시는 Ⅲ. 연구 결과 및 논의 단원의 3. 고등학교 교과서에서 활용된 공학 도구의 교수·학습 활동 형태 분석에서 실제 교과서 이미지와 함께 제시하였다.

Ⅲ. 연구 결과 및 논의

1. 고등학교 교과서에서 활용된 공학 도구의 내용 영역별 분석

고등학교 교과서에서 활용되는 공학 도구를 과목별, 교과서별로 분석한 결과는 다음과 <표 III-1>과 같다. <수학> 교과서의 경우, 전체 471건 중 108건(23%)으로 가장 높은 비중을 차지한다. 이는 <수학> 과목은 문자와 식, 기하, 수와 연산, 함수, 확률과 통계 등 여러 내용 영역이 포함되어 있어 다양한 공학 도구를 활용한 것으로 분석할 수 있다. <수학 I>과 <수학 II> 교과서에서는 각각 91건(19%), 96건(20%)으로 비슷한 수준을 보인다. 이 과목들은 <수학 I>은 해석(지수함수와 로그함수, 삼각함수), 대수(수열)의 내용영역으로 구성되어 있으며, <수학 II>는 해석(함수의 극한과 연속, 미분, 적분)영역으로만 구성되어 있어, 함수의 그래프에 대한 이해를 돕기 위해 공학 도구를 활용하는 경향이 있었다.

<미적분>과 <확률과 통계> 교과서의 공학 도구 활용 비율은 각각 17%, 13%였다. <수학 I>, <수학 II>, <미적분>, <확률과 통계>는 2015 수학과 교육과정의 일반선택과목이지만, 실제 학교 현장에서는 희망하는 전공에 따라 <미적분>, <확률과 통계>를 선택하기도 한다. 이에 ㉠출판사는 <미적분>교과서를 제작하지 않기도 하였다. 그 결과 <수학 I>, <수학 II>보다 낮은 것으로 분석되었다. <기하>는 작도 도구를 활용하기 위하여 공학 도구 활용 비율이 높을 것으로 예상되었지만, 7%였다. 이는 ㉡, ㉢ 출판사에서 <기하>교과서를 제작하지 않은 영향도 있지만, 이를 감안하더라도 다른 과목에 비해서 공학 도구의 비율은 낮은 편이다. <기하>과목의 공학 도구와 관련된 비율이 낮은 것은 교육과정에서 “공학적 도구”를 명시한 것과 연관성이 있다. 교과서는 교육과정을 반영하여 서술되어 있다. <표 II-1>에서 확인할 수 있듯이 <기하>과목은 2015 수학과 교육과정에서 공학 도구와 관련된 성취기준과 교수 학습 방법 및 유의사항이 없기에 <기하>교과서에서 공학 도구를 활용하는 비율이 가장 낮은 것으로 분석할 수 있다.

한편, 출판사 별로 교과서에서 공학 도구를 다루는 비율에 있어서 차이가 있었다. ㉞출판사는 18%의 비율로 공학 도구를 적극적으로 활용하였다. ㉜출판사는 <기하>, <미적분>과목의 교과서가 없는 것을 감안하면 공학 도구를 다루는 비율이 13%로 높은 편이었다.

<표 III-1> 교과서별 공학 도구 활용 빈도수 (백분율)

교과서 구분 과목	㉞	㉜	㉝	㉠	㉡	㉢	㉣	㉤	㉥	㉦	계
수학	15 (3%)	21 (4%)	18 (4%)	11 (2%)	6 (1%)	3 (1%)	13 (3%)	15 (3%)	6 (1%)	108 (23%)	
수학 I	22 (5%)	15 (3%)	8 (2%)	5 (1%)	13 (3%)	5 (1%)	6 (1%)	8 (2%)	9 (2%)	91 (19%)	
수학 II	15 (3%)	18 (4%)	9 (2%)	5 (1%)	6 (1%)	9 (2%)	13 (3%)	9 (2%)	12 (3%)	96 (20%)	
미적분	20 (4%)		9 (2%)	11 (2%)	5 (1%)	6 (1%)	11 (2%)	5 (1%)	15 (3%)	82 (17%)	
확률과 통계	9 (2%)	9 (2%)	10 (2%)	4 (1%)	7 (1%)	7 (1%)	6 (1%)	5 (1%)	5 (1%)	62 (13%)	
기하	6 (1%)			6 (1%)	4 (1%)	6 (1%)	5 (1%)	3 (1%)	2 (0%)	32 (7%)	
합계	87 (18%)	63 (13%)	54 (11%)	42 (9%)	41 (9%)	36 (8%)	54 (11%)	45 (10%)	49 (10%)	471 (100%)	

교육과정에서 ‘공학적 도구’가 교수·학습 방법 및 유의사항에 언급된 내용영역이 다른 영역에 비하여 교과서에서 공학 도구를 다루는 비율이 높은 것을 확인할 수 있다. <표 III-2>의 음영으로 표기된 부분이 교육과정에서 ‘공학적 도구’가 교수·학습 방법 및 유의사항에 언급된 내용영역이다. 대부분 3%에서 6% 내외이며 ‘공학적 도구’가 언급되지 않은 내용 영역들에서 공학 도구를 다루는 비율이 0~1%인 것을 고려할 때 유의미한 차이를 보이고 있다.

이러한 2015 개정 교육과정 고등학교 수학과 교과서에서의 공학 도구 활용 현황을 토대로, 2022 개정 교육과정에 따른 수학 내용 영역별 공학 도구 활용 양상을 전망해 볼 수 있다.

2022 개정 교육과정에서는 공통수학1, 공통수학2, 대수, 미적분 I, 확률과 통계, 미적분II, 기하 과목에서 공학 도구 활용과 관련된 성취기준 해설 및 성취기준 적용시 고려사항이 제시되었다. 특히 이차함수, 원과 직선의 관계, 함수, 지수와 로그, 삼각함수, 함수의 극한과 연속, 미분계수, 확률, 모평균과 모비율, 정규분포와 이항분포, 급수, 이차곡선, 공간도형, 평면과 구의 방정식 등 대부분의 내용 영역에서 공학 도구의 활용 가능성이 언급되었다.

이는 2015 개정 교육과정에 비해 공학 도구 활용의 범위와 수준이 보다 확대되고 구체화된 것으로 해석할 수 있다. 특히 <기하> 과목의 경우 2015 개정 교육과정에서는 공학 도구 관련 언급이 전무했으나, 2022 개정 교육과정에서는 이차곡선, 공간도형, 평면과 구 등 다양한 내용 요소에서 공학 도구의 활용을 제안하고 있어 주목할 만하다.

이러한 맥락에서 향후 2022 개정 교육과정에 따라 개발될 고등학교 수학 교과서에서는 거의 모든 과목과 내용 영역에 걸쳐 공학 도구의 충실한 활용이 이루어질 것으로 기대된다. 특히 함수, 기하, 확률과 통계 영역에서는 시뮬레이션 등 공학 도구의 강점을 살린 다양한 학습 활동이 제공될 수 있을 것이다.

<표 III-2> 교과서별 공학 도구 활용 빈도수 (백분율)

수학		수학 I		수학 II		미적분		확률과 통계		기하	
내용 영역	빈도수 (비율)	내용 영역	빈도수 (비율)	내용 영역	빈도수 (비율)	내용 영역	빈도수 (비율)	내용 영역	빈도수 (비율)	내용 영역	빈도수 (비율)
다항식의 연산	2 (0%)	지수와 로그	27 (6%)	함수의 극한	28 (6%)	수열의 극한	23 (5%)	순열과 조합		이차곡선	21 (4%)
나머지 정리	2 (0%)	지수 함수와 로그함수	23 (5%)	함수의 연속	10 (2%)	급수	3 (1%)	이항정리	1 (0%)	벡터의 연산	2 (0%)
인수 분해	4 (1%)	삼각함수	30 (6%)	미분계수	13 (3%)	여러가지 함수의 미분	24 (5%)	확률의 뜻과 활용	16 (3%)	평면 벡터의 성분과 내적	2 (0%)
이차방정식과 이차함수	18 (4%)	등차 수열과 등비수열	3 (1%)	도함수의 활용	30 (6%)	여러가지 미분법	9 (2%)	조건부 확률	1 (0%)	공간도형	3 (1%)
여러가지 방정식과 부등식	6 (1%)	수열의 합	7 (1%)	부정적분	3 (1%)	도함수의 활용	12 (3%)	확률분포	21 (4%)	공간좌표	4 (1%)
평균 좌표	1 (0%)	수학적 귀납법	1 (0%)	정적분	4 (1%)	여러가지 적분법	2 (0%)	통계적 추정	23 (5%)		
직선의 방정식	15 (3%)			정적분의 활용	8 (2%)	정적분의 활용	9(2%)				
원의 방정식	18 (4%)										
도형의 이동	7 (1%)										
집합	2 (0%)										
명제											
함수	4 (1%)										
유리 함수와 무리 함수	27 (6%)										
경우의 수											
순열과 조합	2 (0%)										
계	108 (23%)	계	91 (19%)	계	96 (20%)	계	82 (17%)	계	62 (13%)	계	32 (7%)

2. 고등학교 교과서에서 활용된 공학 도구의 종류별 분석

본 연구에서는 고등학교 교과서에서 공학 도구의 활용 현황을 조사하기 위해 공학 도구를 GC(계산기), SG(기호-조작 그래프 작성 소프트웨어), DG(동적 기하 소프트웨어), SS(스프레드시트), I&S(인터넷 및 스마트 기

기), ST(통계 전용 소프트웨어), E(기타)의 7가지 범주로 구분하였다. <표 III-3>은 7가지 공학 도구 범주를 가로축으로, 각 범주에 속하는 구체적인 공학 도구의 종류를 세로축으로 하여 교차표로 구성하였다. 각 셀의 값은 해당 공학 도구가 교과서에서 활용된 빈도수와 비율을 나타낸다.

예를 들어, GeoGebra의 경우 SG, DG, ST 범주에 걸쳐 활용되고 있음을 <표 III-3>에서 확인할 수 있다. 이는 GeoGebra가 기호-조작, 그래프 작성, 동적 기하, 통계 처리 등의 기능을 포괄하는 통합 소프트웨어이기 때문이다. 반면 GC 범주와 GeoGebra가 교차하는 셀의 값은 0으로, GeoGebra가 계산기의 용도로 활용된 사례는 없었다.

<표 III-3>과 같이 지오지브라가 274건(58%)으로 가장 많이 활용되고 있었으며, 그 다음으로는 스프레드시트가 77건(16%)으로 나타났다. 반면, ST 범주와 I&S 범주의 활용 비율은 각각 18건(4%), 8건(2%)으로 상대적으로 낮게 나타났다.

<표 III-3> 공학 도구 종류별 빈도수 (백분율)

공학 도구 범주 공학 도구	GC	SG	DG	SS	I&S	ST	E	계
계산기	34(7%)							34(7%)
공학용 계산기	6(1%)							6(1%)
울프람		2(0%)						2(0%)
GSP		6(1%)	6(1%)					12(3%)
지오지브라		230(49%)	34(7%)			10(2%)		274(58%)
기타 소프트웨어 (오프라인 혹은 웹버전)		35(7%)	3(1%)			3(1%)	9(2%)	50(11%)
스프레드시트				76(16%)		1(0%)		77(16%)
스마트폰					4(1%)			4(1%)
인터넷					5(1%)			5(1%)
동전던지기 프로그램							3(1%)	3(1%)
이지통계						2(0%)		2(0%)
통그래피						2(0%)		2(0%)
계	40(8%)	273(58%)	43(9%)	76(16%)	8(2%)	18(4%)	12(3%)	471(100%)

특히 주목할 만한 점은 SG 범주로 활용되는 도구의 활용 비율이 전체의 58%에 달한다는 것이다. 이는 기호-조작 그래프 작성 소프트웨어가 공학 도구 활용 분야에서 매우 유용하게 활용되고 있음을 시사한다. 특히 지오지브라는 SG, DG 범주뿐 아니라 ST의 범주로도 활용되고 있었다. 한편, 한국과학창의재단과 교육부가 공동으로 개발한 알지오메스를 활용한 고등학교 교과서는 없었다. 대부분 교과서에서는 지오지브라를 명시하거나 UI를 그대로 활용하여 지오지브라가 활용됨을 알 수 있었다. 일부 교과서는 탐구형 소프트웨어라는 명칭으로 기하창과 대수창 화면만 캡처하여 어떤 공학 도구를 활용했는지 확인할 수 없도록 구성되어 있었다. 이에 이 경우 기타 소프트웨어(오프라인 혹은 웹버전)로 분류하였다. 또한 계산기 활용 비율도 40건(8%)으로 비교적 높게 나타났는데, 이는 여전히 전통적인 계산 도구의 활용도 간과할 수 없음을 보여준다. 이상의 결과를 종합해 볼 때, 공학 도구의 활용에 있어서는 소프트웨어 기반의 도구들이 주를 이루고 있으며, 특히 기호-조작 그래프 작성 소프트웨어의 비중이 매우 높음을 알 수 있다.

수학 과목별 공학 도구 활용 현황을 조사한 결과는 <표 III-4>와 같다. 조사 결과, <수학> 과목에서는 SG 범주의 도구가 71건(15%)으로 가장 많이 활용되었으며, 그 다음으로는 DG 범주의 도구가 23건(5%)으로 나타났다. <수학 I> 과목에서는 SG 범주의 도구가 47건(10%), GC 범주의 도구가 21건(4%)으로 높은 활용률을 보였다. <수학 II> 과목에서는 SG 범주의 도구가 83건(18%)으로 높은 활용률을 나타냈다.

<미적분> 과목에서는 SG 범주의 도구가 51건(11%), SS 범주의 도구가 27건(6%)으로 주로 활용되었다. 반면, <확률과 통계> 과목에서는 SS 범주의 도구가 23건(5%), ST 범주의 도구가 18건(4%)으로 상대적으로 높은 활용률을 보였다. <기하> 과목에서는 SG 범주와 DG 범주의 도구가 각각 15건(3%)으로 동일한 활용률을 나타냈다. 전반적으로 <수학> 과목에서는 SG 범주의 도구가 가장 많이 활용되고 있었으며, 특히 <수학 II> 과목에서의 활용률이 매우 높았다. 반면, <확률과 통계> 과목에서는 SS 범주와 ST 범주의 도구 활용이 두드러졌다. 이는 각 과목의 특성에 따라 적합한 공학 도구가 다르게 활용되고 있음을 시사한다. 한편, I&S 범주와 E 범주의 도구는 전반적으로 활용률이 낮은 편이었다.

<표 III-4> 과목별 공학 도구 종류 빈도수 (백분율)

공학 도구 구분 과목	GC	SG	DG	SS	I&S	ST	E	계
수학	3(1%)	71(15%)	23(5%)	8(2%)	2(0%)		1(0%)	108(23%)
수학 I	21(4%)	47(10%)	4(1%)	13(3%)	2(0%)		4(1%)	91(19%)
수학 II	4(1%)	83(18%)		6(1%)	2(0%)		1(0%)	96(20%)
미적분	2(0%)	51(11%)	1(0%)	27(6%)			1(0%)	82(17%)
확률과 통계	9(2%)	6(1%)		23(5%)	1(0%)	18(4%)	5(1%)	62(13%)
기하	1(0%)	15(3%)	15(3%)		1(0%)			32(7%)
합계	40(8%)	273(58%)	43(9%)	77(16%)	8(2%)	18(4%)	12(3%)	471(100%)

고등학교 수학 과목 중 <수학>, <수학 I>, <수학 II>, <미적분> 등은 주로 해석 영역과 관련된 내용을 다룬다. 이들 과목에서는 함수의 그래프, 방정식과 부등식, 수열, 극한, 미분, 적분 등의 개념을 학습하게 되는데, 이러한 내용을 다루기에 적합한 공학 도구로 기호-조작 그래프 작성 소프트웨어(SG)가 많이 활용되고 있음을 알 수 있다. SG는 함수의 그래프를 그리고 방정식의 해를 구하는 등의 기호 조작 기능을 포함하고 있어, 해석 영역에서 활용되는 빈도가 높은 것으로 분석할 수 있다.

반면, <기하> 영역을 다루는 과목에서는 동적 기하 소프트웨어(DG)의 활용이 상대적으로 높게 나타난다. DG는 점, 선, 도형 등의 기하학적 객체를 다루는 데 특화된 소프트웨어로, 객체 간의 관계를 탐구하고 기하학적 성질을 발견하는 데 유용하다. 그러나 고등학교 수학 과목에서 기하 영역의 비중은 해석 영역에 비해 상대적으로 작은 편이므로, 전반적으로 DG의 활용률은 SG에 비해 낮게 나타나는 경향이 있음을 확인할 수 있다.

고등학교 과목의 핵심 개념 및 내용영역에 대한 교과서의 공학 도구 활용을 세부적으로 정리하면 <표 III-5>와 같다. <수학> 과목에서는 '도형의 방정식' 단원에서 DG(23건, 5%)와 SG(16건, 3%)의 활용이 두드러지게 나타난다. 이는 도형의 방정식을 다룰 때, 동적 기하 소프트웨어와 기호 조작 그래프 작성 소프트웨어가 유용하게 활용될 수 있음을 시사한다. 반면, '함수와 그래프' 단원에서는 SG의 활용이 31건(7%)으로 집중되어 있어, 함수의 그래프를 그리고 탐구하는 데 있어 SG가 효과적인 도구임을 알 수 있다.

<수학 I> 과목에서는 '지수함수와 로그함수' 단원에서 SG(27건, 6%)와 SS(8건, 2%)의 활용이 높게 나타난다. 이는 지수함수와 로그함수의 그래프를 그리고 분석하는 데 SG가 유용하며, 데이터 처리 및 계산에는 SS가

활용될 수 있음을 보여준다. 또한 '삼각함수' 단위에서는 SG(19건, 4%)와 GC(4건, 1%)의 활용이 상대적으로 높아, 삼각함수의 그래프를 다루고 계산하는 데 이들 도구가 사용되고 있음을 알 수 있다.

<표 III-5> 과목, 핵심개념, 내용영역 별 공학 도구 종류 빈도수 (백분율)

공학 도구 구분 과목 핵심개념	GC	SG	DG	SS	I&S	ST	E	계
수학	3(1%)	71(15%)	23(5%)	8(2%)	2(0%)		1(0%)	108(23%)
1. 다항식		3(1%)		4(1%)	1(0%)			8(2%)
2. 방정식과 부등식	2(0%)	21(4%)		1(0%)				24(5%)
3. 도형의 방정식		16(3%)	23(5%)	1(0%)			1(0%)	41(9%)
4. 집합과 명제				1(0%)	1(0%)			2(0%)
5. 함수와 그래프		31(7%)						31(7%)
6. 경우의 수	1(0%)			1(0%)				2(0%)
수학1	21(4%)	47(10%)	4(1%)	13(3%)	2(0%)		4(1%)	91(19%)
1. 지수함수와 로그함수	15(3%)	27(6%)		8(2%)				50(11%)
2. 삼각함수	4(1%)	19(4%)	3(1%)		2(0%)		2(0%)	30(6%)
3. 수열	2(0%)	1(0%)	1(0%)	5(1%)			2(0%)	11(2%)
수학2	4(1%)	83(18%)		6(1%)	2(0%)		1(0%)	96(20%)
1. 함수의 극한과 연속	1(0%)	34(7%)		3(1%)				38(8%)
2. 미분	1(0%)	37(8%)		2(0%)	2(0%)		1(0%)	43(9%)
3. 적분	2(0%)	12(3%)		1(0%)				15(3%)
미적분	2(0%)	51(11%)	1(0%)	27(6%)			1(0%)	82(17%)
1. 수열의 극한	1(0%)	6(1%)	1(0%)	18(4%)				26(6%)
2. 미분법	1(0%)	35(7%)		8(2%)			1(0%)	45(10%)
3. 적분법		10(2%)		1(0%)				11(2%)
확률과 통계	9(2%)	6(1%)		23(5%)	1(0%)	18(4%)	5(1%)	62(13%)
1. 경우의 수				1(0%)				1(0%)
2. 확률	5(1%)	1(0%)		5(1%)	1(0%)	2(0%)	3(1%)	17(4%)
3. 통계	4(1%)	5(1%)		17(4%)		16(3%)	2(0%)	44(9%)
기하	1(0%)	15(3%)	15(3%)		1(0%)			32(7%)
1. 이차곡선	1(0%)	13(3%)	7(1%)					21(4%)
2. 평면벡터			3(1%)		1(0%)			4(1%)
3. 공간도형과 공간좌표		2(0%)	5(1%)					7(1%)
총합계	40 (8%)	273 (58%)	43 (9%)	77 (16%)	8 (2%)	18 (4%)	12 (3%)	471 (100%)

<미적분> 과목에서는 '미분법'과 '적분법' 단원에서 SG의 활용이 각각 35건(7%), 10건(2%)으로 높게 나타난다. 이는 미분과 적분을 다룰 때, 함수의 그래프를 시각화하고 기호를 조작하는 SG의 기능이 유용하게 활용될 수 있음을 시사한다. 한편, '수열의 극한' 단원에서는 SS의 활용이 18건(4%)으로 상대적으로 높는데, 이는 극한 계산에 있어 스프레드시트의 활용이 효과적일 수 있음을 보여준다.

<확률과 통계> 과목에서는 '통계' 단원에서 SS(17건, 4%)와 ST(16건, 3%)의 활용이 두드러진다. 이는 통계 데이터를 처리하고 분석하는 데 있어, 스프레드시트와 통계 전용 소프트웨어가 유용한 도구로 활용되고 있음을 시사한다. 또한 '확률' 단원에서는 GC(5건, 1%)와 SG(1건, 0%)의 활용이 나타나, 확률 계산과 그래프 작성에 이들 도구가 사용되고 있음을 알 수 있다.

이상의 2015 개정 교육과정 고등학교 수학 교과서 분석 결과를 토대로, 2022 개정 교육과정에 따라 개발될 교과서에서의 공학 도구 활용 양상을 전망하고, 이에 대한 질적 분석을 시도해 보고자 한다. 2022 개정 교육과정에서는 SG(기호-조작 그래프 작성 소프트웨어)와 DG(동적 기하 소프트웨어)의 활용이 더욱 강화될 것으로 예상할 수 있다. 2015 개정 교육과정 교과서 분석에서 SG와 DG의 활용률이 높게 나타난 이차함수, 원과 직선의 관계, 함수, 삼각함수, 미분, 적분, 이차곡선, 공간도형 등의 내용 요소가 2022 개정 교육과정에서도 공학 도구 활용과 직접적으로 연계되어 있기 때문이다.

특히 2015 개정 교육과정에서는 거의 다루지 않았던 <기하> 과목에서도 이차곡선, 공간도형, 평면과 구의 방정식 등에 공학 도구 활용이 제안되고 있어, 기하 영역에서의 공학 도구 활용이 양적으로 뿐만 아니라 질적으로도 확대될 것으로 기대된다. DG는 도형의 성질을 역동적으로 탐구하고 시각화하는 데 효과적인 도구이므로, 학생들의 공간 감각과 기하학적 사고력 향상에 기여할 수 있을 것이다.

또한 2022 개정 교육과정에서 ST(통계 전용 소프트웨어)의 활용이 보다 적극적으로 권장될 것으로 예상할 수 있다. 모평균과 모비를 추정, 정규분포와 이항분포의 관계 탐구 등에서 공학 도구 활용이 명시되었는데, 이는 실생활 데이터를 기반으로 통계적 개념을 이해하고 자료 분석 역량을 기르는 데 공학 도구가 유용한 도구임을 반영한 것으로 해석된다. 2015 개정 교육과정 교과서에서 ST의 활용은 상대적으로 저조했으나, 통계 교육의 중요성이 점차 강조되는 추세를 고려할 때 향후 ST의 위상은 크게 제고될 것으로 전망된다.

무엇보다 2022 개정 교육과정에서 공학 도구의 활용이 단순히 양적 확대를 넘어 수학 교과 역량의 함양으로 이어질 수 있도록 공학 도구의 교수학적 활용에 대한 깊이 있는 고민이 필요하다. 이를 위해서는 각 내용 영역과 학습 목표에 적합한 공학 도구의 선정, 학생 주도적 탐구를 유도하는 단계적 활동의 설계, 의미 있는 발문과 피드백의 제공 등이 교과서 개발 과정에서 충실히 구현되어야 할 것이다.

3. 고등학교 교과서에서 활용된 공학 도구의 교수·학습 활동 형태 분석

공학 도구가 교수·학습 상황에서 어떤 방식으로 활용되고 있는지 분석한 결과는 <표 III-6>과 같다. 전체적으로 보조도구형(49%)과 의도된 탐구유도형(37%)의 활용 비율이 높게 나타나, 공학 도구가 주로 교수·학습 과정에서 보조적인 역할을 하거나 학생들의 탐구 활동을 유도하는 데 활용되고 있음을 알 수 있다. 반면, 정보탐색 및 제시형(1%)과 학생 중심의 탐구학습형(6%)의 활용 비율은 상대적으로 낮아, 이러한 형태의 공학 도구 활용이 아직 활성화되지 않았음을 시사한다.

정보탐색 및 제시형은 공학 도구를 이용하여 학생이 직접 정보를 탐색하고 수집하는 유형이다. [그림 III-1]의 왼쪽과 같이 인터넷으로부터 정보를 탐색하고 수집하는 과정을 포함한다. 정보탐색 및 제시 유형은 교수·학습 형태는 전체의 1%인 3건으로, 그 활용 비율이 매우 낮게 나타난다. 이는 공학 도구를 단순히 정보를 탐색하거나 제시하는 용도로 사용하는 것이 매우 제한적임을 시사한다. 정보탐색 및 제시형은 <수학> 과목에서 2건, <확률과 통계> 과목에서 1건이 활용되었을 뿐, 다른 과목에서는 활용 사례가 없었다.

<표 III-6> 과목, 핵심개념 - 공학 도구의 교수 학습 형태 빈도수(백분율)

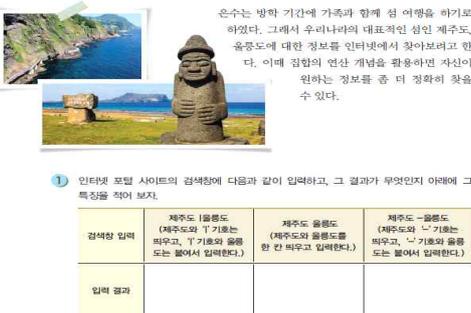
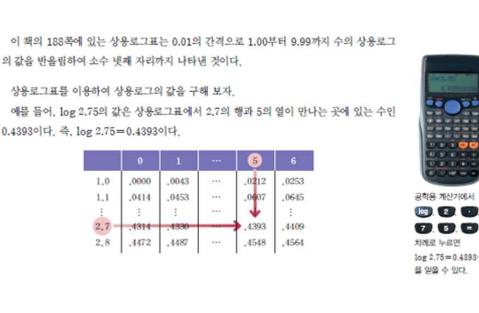
교수·학습 형태 과목 핵심개념	정보탐색 및 제시형	기능 소개 및 설명형	보조도구형	의도된 탐구유도형	학생 중심의 탐구학습형	총합계
수학	2(0%)	13(3%)	39(8%)	35(7%)	19(4%)	108(23%)
1. 다항식	1(0%)	4(1%)	1(0%)	1(0%)	1(0%)	8(2%)
2. 방정식과 부등식		1(0%)	11(2%)	7(1%)	5(1%)	24(5%)
3. 도형의 방정식		5(1%)	15(3%)	12(3%)	9(2%)	41(9%)
4. 집합과 명제	1(0%)				1(0%)	2(0%)
5. 함수와 그래프		2(0%)	12(3%)	14(3%)	3(1%)	31(7%)
6. 경우의 수		1(0%)		1(0%)		2(0%)
수학1		12(3%)	50(11%)	26(6%)	3(1%)	91(19%)
1. 지수함수와 로그함수		9(2%)	28(6%)	13(3%)		50(11%)
2. 삼각함수			16(3%)	11(2%)	3(1%)	30(6%)
3. 수열		3(1%)	6(1%)	2(0%)		11(2%)
수학2		3(1%)	55(12%)	38(8%)		96(20%)
1. 함수의 극한과 연속			25(5%)	13(3%)		38(8%)
2. 미분			26(6%)	17(4%)		43(9%)
3. 적분		3(1%)	4(1%)	8(2%)		15(3%)
미적분			54(11%)	27(6%)	1(0%)	82(17%)
1. 수열의 극한			19(4%)	7(1%)		26(6%)
2. 미분법			31(7%)	13(3%)	1(0%)	45(10%)
3. 적분법			4(1%)	7(1%)		11(2%)
확률과 통계	1(0%)	6(1%)	28(6%)	24(5%)	3(1%)	62(13%)
1. 경우의 수					1(0%)	1(0%)
2. 확률	1(0%)	2(0%)	7(1%)	7(1%)		17(4%)
3. 통계		4(1%)	21(4%)	17(4%)	2(0%)	44(9%)
기하			6(1%)	26(6%)		32(7%)
1. 이차곡선			5(1%)	16(3%)		21(4%)
2. 평면벡터			1(0%)	3(1%)		4(1%)
3. 공간도형과 공간좌표				7(1%)		7(1%)
총합계	3(1%)	34(7%)	232(49%)	176(37%)	26(6%)	471(100%)

기능소개 및 설명형은 학생이 공학 도구를 수행하는 과정이 없이 공학 도구의 기능을 소개하는 유형이다(김미화, 손홍찬, 2013; 박미현, 조민식, 2021). [그림 III-1]의 오른쪽과 같이 교과서는 공학용 계산기의 기능 중 로그의 값을 구하는 과정을 설명하고 있다. 기능소개 및 설명형은 전체의 7%인 34건으로, 그 활용 비율이 상대적으로 낮은 편이다. 이는 공학 도구의 기능을 소개하고 설명하는 것이 교수·학습에서 차지하는 비중이 크지 않음을 보여준다. 기능소개 및 설명형은 <수학> 과목에서 13건(3%), <확률과 통계> 과목에서 6건(1%) 등으로 활용되었다.

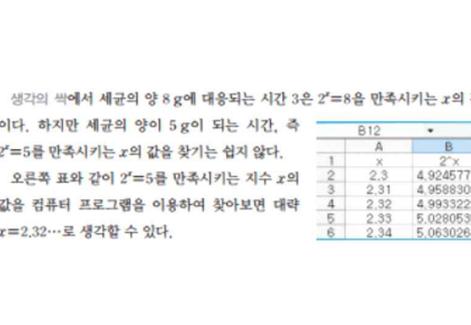
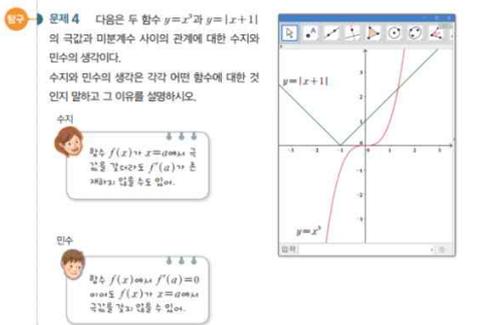
보조도구형도 수학의 개념을 이해하거나, 수학의 문제풀이의 참고 자료로 공학 도구를 이용하는 유형이다(김미화, 손홍찬, 2013; 박미현, 조민식, 2021). 박미현, 조민식(2021)은 한국과 싱가포르 교과서를 비교하기 위하여 보조도구형을 ‘개념이해를 위한 것’과 ‘문제풀이를 위한 것’으로 세분화하기도 하였다. [그림 III-2]의 왼쪽과 같이 본문에서 지수함수의 개념을 설명하기 위한 보조도구로 활용되거나 오른쪽과 같이 문제를 풀이하는 과정에서 그래프를 제시하는 보조도구의 수준으로 활용되고 있다. 보조도구형 중에는 공학 도구의 이미지를 활용하고 있

지만, 공학 도구를 학생 및 교사가 직접 조작하는 활동이 포함되지 않아 공학 도구가 아닌 표, 그림으로 제시되어도 상관없는 부분도 있다. 이에 개념을 이해하고, 문제를 풀이하는 과정에서 학생이 직접 공학 도구를 통해서 탐구할 수 있도록 교과서 구성을 고민할 필요가 있다.

보조도구형은 전체의 49%인 232건으로, 가장 높은 활용 비율을 보인다. 이는 공학 도구가 교수·학습 과정에서 주로 보조적인 역할을 하고 있음을 시사한다. 보조도구형은 <미적분> 과목에서 54건(11%), <수학II> 과목에서 55건(12%), <수학> 과목에서 39건(8%) 등으로 높은 활용 비율을 나타냈다.

 <p style="text-align: center;">정보탐색 및 제시형 (㉔) 출판사, 수학 교과서, p. 182)</p>	 <p style="text-align: center;">기능 소개 및 설명형 (㉙) 출판사, 수학 I 교과서, p. 34)</p>
--	---

[그림 III-1] 정보탐색 및 제시형, 기능 소개 및 설명형 교과서 사례

 <p style="text-align: center;">보조 도구형 (㉕) 출판사, 수학 I 교과서, p.30)</p>	 <p style="text-align: center;">보조 도구형 (㉖) 출판사, 수학II 교과서, p.86)</p>
--	---

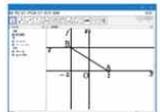
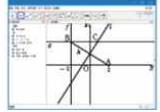
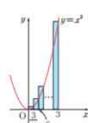
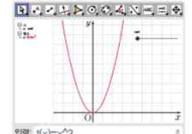
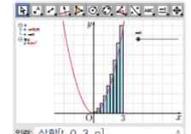
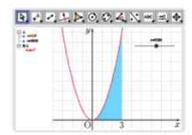
[그림 III-2] 보조도구형 교과서 사례

의도된 탐구유도형은 학생이 공학 도구로 탐구를 수행할 때, 교사 및 교과서의 의도에 맞게 활동하도록 설계된 유형이다(김미화, 손홍찬, 2013; 박미현, 조민식, 2021). 의도된 탐구유형은 [그림 III-3]과 같이 주어진 과정에 따라 학생이 탐구 활동을 하도록 한다. [그림 III-3]의 왼쪽그림은 의도에 따라 공학 도구를 이용하여 포물선을 작도하도록 하였으며, 오른쪽 그림은 넓이와 정적분의 합의 관계를 이해하도록 구성 되어 있다. 학생들은 공학 도구를 통해서 탐구를 수행해야 하며, 그 과정에서 수학의 개념, 원리, 법칙을 이해하고 문제해결력을 향상할 수 있을

것이다. 의도된 탐구유도형은 전체의 37%인 176건으로, 두 번째로 높은 활용 비율을 보인다. 이는 공학 도구를 활용하여 학생들의 탐구 활동을 유도하는 것이 효과적인 교수·학습 방법임을 시사한다. 의도된 탐구유도형은 <수학>과목에서 35건(7%), <미적분>과목에서 27건(6%), <확률과 통계>과목에서 24건(5%) 등으로 활용되었다.

<수학> 교과서에서는 '도형의 방정식' 단원에서 보조도구형(15건, 3%)과 의도된 탐구유도형(12건, 3%)이 두드러지게 나타난다. 이는 도형의 방정식을 다룰 때 공학 도구가 주로 시각적 보조 자료로 활용되거나, 교사의 안내에 따른 탐구 활동에 사용됨을 보여준다. 안내된 탐구활동에서는 공학 도구의 슬라이드 기능을 이용하여 직선, 원의 평행이동, 대칭이동을 관찰할 수 있게 하였다. 반면, '함수와 그래프' 단원에서는 의도된 탐구유도형(14건, 3%)의 비중이 상대적으로 높았으며, 유리함수 $y = \frac{k}{x}$, 무리함수 $y = a\sqrt{bx+c}+d$ 그래프의 성질을 k, a, b, c, d 의 슬라이드 기능을 이용하여 탐구하는 과정에서 적극 활용되고 있음을 알 수 있다.

<수학 I> 교과서에서는 '지수함수와 로그함수' 단원에서 보조도구형(28건, 6%)과 의도된 탐구유도형(13건, 3%)이 집중적으로 활용되고 있다. 이는 지수함수 $y = a^{bx}$ 와 로그함수 $y = \log_a(bx+c)+d$ 그래프의 특성을 탐구하는 데 슬라이드 기능을 활용한 공학 도구가 유용함을 시사한다. '삼각함수' 단원 역시 보조도구형(16건, 3%)과 의도된 탐구유도형(11건, 2%)의 활용이 두드러져, 삼각함수 $y = a \sin(bx+c)+d$ 그래프의 성질을 이해할 때, 공학 도구의 슬라이드 기능이 유용함을 확인할 수 있었다.

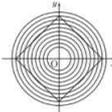
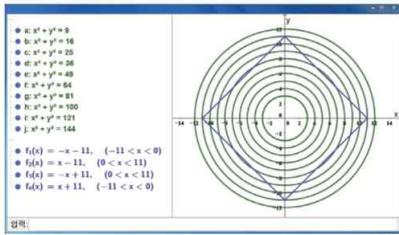
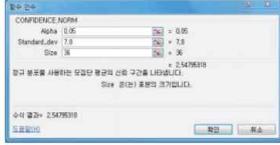
<p>대화의 온경이는 다음 과정을 따라 모달션을 그려려고 한다.</p>  <p>포물선 위의 점은 초점에 이르는 거리와 준선에 이르는 거리가 같다는 성질을 이용하여 초점 $F(2, 0)$이고, 준선이 $x=-2$인 포물선을 그려줘야.</p> <p>과정 1. 입력창에 (2, 0)을 입력하여 점 S를 나타내고, $x=-2$를 입력하여 직선 l를 그린다.</p>  <p>과정 2. y축 선택한 후 직선 l를 클릭하고, 다시 직선 l를 클릭하여 직선 $x=-2$에 수직인 직선 g과 그 위의 점 B를 그린다. 또, 입력 창에 선분(A, B)를 입력하여 선분 AB를 그린다.</p>  <p>과정 3. 입력 창에 수직이등분선(A, B)를 입력하여 선분 AB의 수직이등분선을 그리고, y축 선택하여 선분 AB의 수직이등분선과 직선 g의 교점 C를 그린다.</p>  <p>과정 4. 점 C를 마우스 오른쪽 버튼으로 클릭하고 자취 보기를 활성화한 뒤, 점 B를 마우스 오른쪽 버튼으로 클릭하고 애니메이션 시작을 눌러 점 C가 그리는 도형을 확인한다.</p> <p>대화의 온경이가 위의 과정을 마친 후 나는 대화에서 온경이의 마지막 말을 완성해 보자.</p> <p>선분 AB의 수직이등분선을 이용하여 점 C를 그렸으니가 생각했 ABC는 이등변삼각형이야.</p> <p>그러서 점 C에서 초점에 이르는 거리는 <input type="text"/> 의 길이와 준선에 이르는 거리는 <input type="text"/> 의 길이가 같구나</p>	<p>공학 도구 개념 탐구</p> <p>수학 들여다 보기</p> <p>정적분과 급수의 합 사이의 관계</p> <p>정적분과 급수의 합 사이의 관계를 컴퓨터 프로그램을 사용하여 확인해 보자.</p> <p>탐구</p> <p>오른쪽 그림과 같이 닫힌구간 $[0, 3]$을 n 등분하여 곡선 $y=x^2$ 위쪽에 만든 직사각형의 넓이의 합은 n의 값이 커질수록 정적분 $\int_0^3 x^2 dx=9$에 가까워짐을 확인해 보자.</p>  <p>1. 슬라이더를 돌려 정수 n의 슬라이더를 만들고, 입력 창에 "(x)=x^2"을 입력하여 곡선 $y=x^2$을 그린다.</p>  <p>2. 입력 창에 '삼함(0, 3, n)'을 입력하면 직사각형 n개의 넓이의 합인 a_n의 값이 나타난다.</p>  <p>3. 슬라이더에서 n의 값이 커지도록 움직이면 직사각형의 넓이의 합은 9에 가까워진다.</p>  <p>4. n개의 직사각형의 넓이의 합은 $\sum_{k=1}^n \left(\frac{3k}{n}\right)^2 \cdot \frac{3}{n}$이고, n의 값이 커질수록 $\int_0^3 (x^2) dx$의 값은 $\int_0^3 x^2 dx$의 값인 9에 가까워지는 것을 확인할 수 있다.</p> <p>따라서 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(\frac{3k}{n}\right)^2 \cdot \frac{3}{n} = \int_0^3 x^2 dx$임을 알 수 있다.</p>
<p>의도된 탐구 유도형 (㉘) 출판사, 기하 교과서, p.32)</p>	<p>의도된 탐구 유도형 (㉙) 출판사, 미적분 교과서, p.155)</p>

[그림 III-3] 의도된 탐구 유도형 교과서 사례

<미적분> 교과서에서는 '함수의 극한과 연속' 및 '미분' 단원에서 보조도구형(각 25건, 5%, 26건, 6%)과 의도된 탐구유도형(각 13건, 3%, 17건 4%)의 활용도가 높게 나타난다. 이는 미적분 개념의 이해와 문제 해결, 그리고 관련 성질 탐구에 공학 도구가 적극 활용되고 있음을 의미한다. '함수의 극한과 연속'에서는 공학 도구로 함수의 그래프를 그리고, 화면을 확대하면서 극한값을 확인하는 활동 등이 많았다. 또한, '미분법' 단원에서는 보조도구형(31건, 7%)과 의도된 탐구유도형(13건, 3%)이 압도적인 비중을 차지하여, 미분법 학습에서 공학 도구의 시각적 지원과 탐구 활동이 중요한 역할을 하고 있음을 알 수 있다.

<확률과 통계> 교과서에서는 '통계' 단원에서 보조도구형(21건, 4%)과 의도된 탐구유도형(17건, 4%)의 활용이 돋보인다. 이는 통계 자료의 시각화와 분석, 통계적 개념과 방법의 탐구에 공학 도구가 적극적으로 사용되고 있음을 보여준다. 한편, '확률' 단원에서는 보조도구형(7건, 1%)과 의도된 탐구유도형(7건, 1%)이 동등한 비중으로 활용되고 있었다. 이상의 분석 결과는 공학 도구의 활용 형태가 교과목 및 내용 영역의 특성에 따라 차별화되어 나타남을 보여준다. 수학적 개념의 시각화와 이해를 돕는 보조도구형과 교사 주도의 탐구 활동을 지원하는 의도된 탐구유도형이 전반적으로 높은 비중을 차지하고 있다.

학생 중심의 탐구 학습형은 학생이 공학 도구로 탐구를 스스로 수행하도록 설계된 유형이다(김미화, 손홍찬, 2013; 박미현, 조민식, 2021). 학생 중심의 탐구학습형은 [그림 III-4]와 같이 공학 도구를 이용하여 미술작품을 그리며 착시, 입체효과 나타나는 그림을 구성할 수도 있고, 모듈별로 주제를 선정하여 데이터 수집부터 모평균 추정까지 모든 과정을 학생 중심으로 탐구하도록 할 수 있다. 학생 중심의 탐구학습형은 전체의 6%인 26건으로, 그 활용 비율이 상대적으로 낮은 편이다. 이는 공학 도구를 활용한 학생 주도적인 탐구학습이 아직 활성화되지 않았음을 보여준다. 학생 중심의 탐구학습형은 <수학> 과목에서 19건(4%), <확률과 통계> 과목에서 3건(1%) 등으로 활용되었다.

<p>다음은 공학적 도구를 이용하여 착시가 나타나는 광학적 미술 작품을 그리는 과정이다.</p> <ol style="list-style-type: none"> ① 좌표평면 위에 직선, 선분, 원 등을 이용하여 광학적 미술 작품을 그린다. ② 각 도형의 방정식을 구한다. ③ 공학적 도구를 이용하여 광학적 미술 작품을 그린다.   <p>입력:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● $0: x^2 + y^2 = 9$ ● $1: x^2 + y^2 = 16$ ● $2: x^2 + y^2 = 25$ ● $3: x^2 + y^2 = 36$ ● $4: x^2 + y^2 = 49$ ● $5: x^2 + y^2 = 64$ ● $6: x^2 + y^2 = 81$ ● $7: x^2 + y^2 = 100$ ● $8: x^2 + y^2 = 121$ ● $9: x^2 + y^2 = 144$ ● $f_1(x) = -x - 11, (-11 < x < 0)$ ● $f_2(x) = x - 11, (0 < x < 11)$ ● $f_3(x) = -x + 11, (0 < x < 11)$ ● $f_4(x) = x + 11, (-11 < x < 0)$ <p>1 위와 같은 방법으로 착시나 입체적인 효과가 나타나는 광학적 미술 작품을 모듈별로 좌표평면 위에 그리고, 각 도형의 방정식을 구해 보자.</p> <p>2 광학적 도구를 이용하여 1의 광학적 미술 작품을 그려 보자.</p> <p>활동 그래프</p> <p>2 광학적 도구를 이용하여 1의 광학적 미술 작품을 그려 보자.</p> <p>동료 평가</p> <table border="1"> <tr> <td>과제 수행에 적극적으로 참여하였는가?</td> <td></td> </tr> <tr> <td>친구의 의견을 잘 듣고 존중하였는가??</td> <td></td> </tr> <tr> <td>다양하고 좋은 의견을 많이 냈는가??</td> <td></td> </tr> </table> <p>학생 중심의 탐구 학습형 (☞ 출판사, 수학 교과서, p.139)</p>	과제 수행에 적극적으로 참여하였는가?		친구의 의견을 잘 듣고 존중하였는가??		다양하고 좋은 의견을 많이 냈는가??		<p>다음과 같이 실생활에서 자료를 수집하여 모평균과 표본표준편차를 구하고, 이를 이용하여 모평균을 추정해 보자.</p> <p>1단계: 조사 주제와 조사 대상 선정하기 은영이네 반 학생 36명은 A 과자 한 개의 무게를 조사하기로 정하고, 각자 A 과자를 임의로 한 개씩 구매하였다.</p> <p>2단계: 표본평균과 표본표준편차 구하기 36명이 구매한 A 과자의 무게를 각각 측정하여 스프레드시트에 입력하고, 표본평균과 표본표준편차를 구한다. ● 표본평균: 85.3 g, 표본표준편차: 7.8 g</p> <p>3단계: 모평균 추정하기 스프레드시트에서 수식-함수 삽입-CONFIDENCE.NORM()을 선택하여 A 과자의 무게의 모평균을 신뢰도 95%로 추정한다.</p>  <p>반올림하여 소수점 아래 첫째 자리까지 구한 신뢰구간은 $85.3 - 2.5 \times 7.8 \leq \mu \leq 85.3 + 2.5 \times 7.8$, 즉 $82.8 \leq \mu \leq 87.8$</p> <p>따라서 은영이네 반 학생 36명이 조사한 A 과자 한 개의 평균 무게를 신뢰도 95%로 추정하면 82.8 g 이상 87.8 g 이하이다.</p> <p>과제 2 모듈별로 주제를 선정하여 모평균을 추정하고, 그 과정을 정리하여 발표해 보자.</p> <p>학생 중심의 탐구 학습형 (☞ 출판사, 미적분 교과서, p.126)</p>
과제 수행에 적극적으로 참여하였는가?							
친구의 의견을 잘 듣고 존중하였는가??							
다양하고 좋은 의견을 많이 냈는가??							

[그림 III-4] 학생 중심의 탐구 학습형 교과서 사례

보조도구형과 의도된 탐구유도형의 높은 활용 비율은 공학 도구가 주로 교사 주도의 수업에서 학생들의 이해를 돕고 탐구 활동을 유도하는 데 활용되고 있음을 보여준다. 이는 공학 도구가 전통적인 교수·학습 방식을 보완하는 도구로서 기능하고 있음을 시사한다. 반면, 정보탐색 및 제시형과 학생 중심의 탐구학습형의 낮은 활용 비율은 공학 도구를 활용한 학생 주도적이고 자기 주도적인 학습이 아직 활성화되지 않았음을 나타낸다. 이는 향후 공학 도구를 활용한 교수·학습 방법의 다양화와 학생 중심 교육의 강화가 필요함을 시사하는 것으로 볼 수 있다.

2022 개정 수학과 교육과정 문서에서 공학 도구가 언급된 내용(<표 II-2>)과 2015 개정 교육과정에 따른 교과서 내용을 비교해 보면, 일부 내용은 이미 2015 개정 교과서에 반영되어 있음을 알 수 있다. 그러나 2022 개정 교육과정에서는 성취기준에 직접적으로 공학 도구 관련 내용이 포함된 경우가 있다. 예를 들어, "모평균 및 모비율을 추정하고 공학 도구를 사용하여 그 결과를 해석할 수 있다"와 같은 성취기준은 공학 도구의 활용을 명시적으로 요구하고 있다.

이러한 성취기준이 교과서에 충실히 구현되기 위해서는 해당 내용을 다룰 때 활용할 수 있는 적절한 공학 도구를 선정하고, 이를 효과적으로 활용할 수 있는 교수·학습 방법을 적극적으로 모색할 필요가 있다. 단순히 공학 도구를 제시하는 데 그치는 것이 아니라, 공학 도구를 활용한 탐구 활동이 해당 성취기준의 달성으로 이어질 수 있도록 교과서의 내용을 조직하고 구성하는 노력이 뒷받침되어야 할 것이다.

교수·학습 형태와 공학 도구 종류 간의 관계를 분석한 결과는 <표 III-7>과 같다. 분석 결과, 정보탐색 및 제시형에서는 I&S(1%)만이 사용되었으며, 기능 소개 및 설명형에서는 GC(1%), SG(3%), DG(1%), SS(2%), ST(1%)가 고르게 활용되었다. 보조도구형에서는 SG(29%)가 가장 많이 사용되었으며, 다음으로 GC(7%), SS(8%), E(2%), DG(1%), ST(1%), I&S(1%) 순으로 나타났다.

의도된 탐구유도형에서는 SG(23%)가 가장 높은 비중을 차지하였으며, DG(6%), SS(6%), E(1%), GC(1%), ST(2%)가 그 뒤를 이었다. 학생 중심의 탐구학습형에서는 SG(2%)가 가장 많이 활용되었고, DG(1%), SS(1%), 가 일부 사용되었다.

<표 III-7> 공학 도구 종류와 교수·학습 형태 빈도수(백분율)

교수·학습 형태 공학 도구 종류	정보탐색 및 제시형	기능 소개 및 설명형	보조도구형	의도된 탐구유도형	학생 중심의 탐구학습형	계
GC		4(1%)	32(7%)	4(1%)		40(8%)
SG		16(3%)	138(29%)	108(23%)	11(2%)	273(58%)
DG		3(1%)	7(1%)	26(6%)	7(1%)	43(9%)
SS		8(2%)	37(8%)	27(6%)	5(1%)	77(16%)
I&S	3(1%)		4(1%)		1(0%)	8(2%)
ST		3(1%)	6(1%)	8(2%)	1(0%)	18(4%)
E			8(2%)	3(1%)	1(0%)	12(3%)
계	3(1%)	34(7%)	232(49%)	176(37%)	26(6%)	471(100%)

이러한 결과는 교수·학습 형태에 따라 선호되는 공학 도구 종류가 다를 수 있음을 시사한다. 정보탐색 및 제시형에서는 I&S이, 기능 소개 및 설명형에서는 다양한 공학 도구가 고르게 사용되는 반면, 보조도구형과 의도된 탐구유도형에서는 SG가 가장 많이 활용되었다. 학생 중심의 탐구학습형에서는 SG과 DG가 상대적으로 높은 비중을 차지하였다. 따라서 교수자는 교수·학습 형태에 적합한 공학 도구를 선택하고, 이를 효과적으로 활용할 수 있는 교수 전략을 수립해야 한다.

이상의 연구 결과를 종합하면, 고등학교 수학 교과서에서 공학 도구의 활용 형태는 교수·학습 방법과 밀접한 관련이 있음을 알 수 있다. 현재는 공학 도구가 주로 교사 주도의 수업에서 학생들의 이해를 돕고 제한된 탐구

활동을 유도하는 보조적 도구로 활용되는 경향이 강하다. 반면, 학생들이 공학 도구를 자기 주도적으로 활용하여 정보를 탐색하고 심층적인 탐구 학습을 수행하는 사례는 상대적으로 드문 것으로 나타났다.

이는 공학 도구의 잠재력이 아직 온전히 실현되지 못하고 있음을 시사한다. 공학 도구는 단순히 교사의 설명을 보조하는 데 그치는 것이 아니라, 학생들이 능동적으로 수학적 지식을 구성해 나가는 인지적 도구로 활용될 때 그 진가를 발휘할 수 있다. 이를 위해서는 교과서에서 공학 도구를 활용한 다양하고 도전적인 탐구 과제를 제시하고, 학생들이 주도권을 갖고 문제해결 과정을 탐색할 수 있도록 교수·학습 방법을 개선해 나가야 할 것이다.

IV. 결론 및 제언

본 연구는 2015 개정 교육과정에 따른 고등학교 수학 교과서의 공학 도구 활용 실태를 다각도로 분석함으로써, 교과서에서의 공학 도구 활용이 수학 교수·학습에 어떤 시사점을 주는지 탐색하였다. 연구 결과, 공학 도구는 교과목과 내용 영역에 따라 다양한 유형과 비율로 활용되고 있음을 확인할 수 있었다. 특히, SG 범주의 도구가 전체 활용 사례의 58%를 차지하여 가장 높은 비중을 나타냈으며, 이는 기호-조작 그래프 작성 소프트웨어가 고등학교 교과서에서 절반 이상의 비중으로 활용되고 있음을 보여준다. 이는 중학교 교과서에서 SG, DG, ST가 균형 있게 활용되고 있는 것(박미현, 조민식, 2021)과 대조를 이룬다.

교과목별로는 <수학>, <수학 I>, <수학 II>, <미적분> 등 주로 해석 영역을 다루는 과목에서 SG의 활용이 두드러졌으며, <기하> 영역에서는 DG의 활용이 상대적으로 높게 나타났다. 또한, <확률과 통계> 과목에서는 SS(스프레드시트)와 ST의 활용이 집중되어 있었다. 이는 각 과목의 특성에 따라 적합한 공학 도구가 선택적으로 활용되고 있음을 시사한다.

교수·학습 활동 형태 측면에서는 보조도구형(49%)과 의도된 탐구유도형(37%)의 활용 비율이 높게 나타나, 공학 도구가 주로 교수·학습 과정에서 보조적인 역할을 하거나 학생들의 탐구 활동을 유도하는 데 활용되고 있음을 알 수 있었다. 반면, 정보탐색 및 제시형(1%)과 학생 중심의 탐구학습형(6%)의 활용 비율은 상대적으로 낮아, 공학 도구를 활용한 학생 주도적인 학습이 아직 활성화되지 않았음을 보여준다. 중학교 교과서에서 보조도구형이 45%, 의도된 탐구유도형이 13%인 것(박미현, 조민식, 2021)을 고려하면, 고등학교 교과서에서는 의도된 탐구유도형의 비율이 크게 증가했음을 확인할 수 있다.

이상의 연구 결과로부터 다음과 같은 시사점을 도출할 수 있다. 첫째, 현재 공학 도구는 주로 교사 주도 수업에서 학생들의 이해를 돕고 제한된 탐구를 유도하는 보조 도구로 활용되고 있다. 그러나 공학 도구가 단순히 교사의 설명을 보조하는 데 그치지 않고, 학생들이 능동적으로 수학적 지식을 구성해 나가는 인지적 도구로 기능하기 위해서는 교수·학습 방법의 변화가 필요하다. 교과서에서 공학 도구를 활용한 다양하고 도전적인 탐구 과제를 제시하고, 학생들이 주도권을 갖고 문제해결 과정을 탐색할 수 있도록 교수·학습 환경을 조성해야 한다.

둘째, 학생 중심 탐구에서의 공학 도구 활용을 활성화하기 위해서는 교사의 역할 변화와 역량 강화가 뒷받침되어야 한다. 교사는 공학 도구의 특성과 강점을 깊이 이해하고, 이를 수업 목표와 교수·학습 형태에 맞게 전략적으로 활용할 수 있어야 한다. 이를 위해 교사 교육과 현직 연수에서 공학 도구의 교수학적 활용 역량을 체계적으로 함양할 수 있는 기회를 확대하고, 다양한 수업 사례와 자료를 공유하는 교사 학습공동체의 활성화가 필요하다.

셋째, 고등학교에서의 공학 도구 활용은 중학교에서의 경험과 연계성을 가질 필요가 있다. 중학교에서 공학 도구를 다양하게 경험한 학생들이 고등학교에 진학하여 보다 심화된 수준에서 공학 도구를 활용할 수 있도록 교육과정과 교과서의 계열성을 강화해야 한다. 특히 의도된 탐구유도형 활동의 비중을 점진적으로 늘려감으로써 학생들이 공학 도구를 자기 주도적 학습의 도구로 내재화할 수 있도록 지원해야 할 것이다.

넷째, 2022 개정 수학과 교육과정에서는 성취기준에 직접적으로 공학 도구 활용을 명시한 경우가 있어 이에 대한 면밀한 분석과 교과서 구현 방안 모색이 필요하다. 예를 들어, “모평균 및 모비율을 추정하고 공학 도구를 사용하여 그 결과를 해석할 수 있다”와 같은 성취기준은 공학 도구를 통한 통계 개념 학습을 직접적으로 요구하고 있다. 이러한 성취기준이 교과서에 충실히 구현되기 위해서는 관련 내용을 다룰 때 활용할 수 있는 적절한 공학 도구를 선정하고, 이를 바탕으로 한 심도 있는 탐구 활동을 제시하는 등 공학 도구 활용과 교과 내용의 연계를 강화하는 방안을 모색해야 한다.

이를 위해서는 교과서 개발진이 2022 개정 교육과정의 성취기준과 교수·학습 방법 및 유의사항을 꼼꼼히 분석하여 공학 도구 활용이 요구되거나 권장되는 부분을 파악하는 작업이 선행되어야 한다. 이후 관련 내용에 적합한 공학 도구를 선정하고, 이를 활용한 구체적인 탐구 활동 및 문제해결 과정을 교과서에 반영하는 노력이 필요할 것이다.

이 연구는 교과서에 제시된 내용에 국한하여 분석했기에 실제 수업에서의 활용 양상은 직접 확인하기 어려웠다는 한계가 있다. 또한 공학 도구 활용에 따른 학생들의 학습 과정과 결과의 변화를 구체적으로 탐색하지는 못하였다. 향후 이러한 제한점을 보완하여 실제 수업 상황에서의 공학 도구 활용 실태를 관찰, 분석하고 학생과 교사의 인식과 경험을 심층적으로 조사하는 후속 연구가 이어질 필요가 있다. 아울러 다양한 공학 도구 활용 수업을 설계, 실행하고 그 효과를 실증적으로 검증하는 연구도 의미가 있을 것이다.

이 연구에서 수행한 2015 개정 교육과정 교과서 분석 결과는 고등학교 2, 3학년용 가르치는 교사들이 공학 도구를 활용한 수업을 설계하고 운영하는 데 직접적인 도움을 줄 수 있을 것이다. 또한 내년부터 고등학교 1학년을 대상으로 적용되는 2022 개정 교육과정에 따른 수업에서도 공학 도구를 보다 효과적으로 활용하기 위한 아이디어와 전략을 제공해 줄 수 있을 것으로 기대된다. 교사들은 본 연구에서 확인된 공학 도구 활용의 특성과 유형, 내용 영역별 활용 양상 등을 참고하여, 자신의 수업 상황에 맞는 공학 도구 활용 계획을 수립하고 교수·학습 활동을 조직하는 데 활용할 수 있을 것이다. 이를 통해 공학 도구가 단순한 보조 자료가 아닌 학생 중심 수학 학습을 견인하는 인지적 도구로서 자리매김할 수 있도록 수학 수업의 변화를 모색하는 출발점이 될 수 있기를 기대한다.

참 고 문 헌

- 교육부 (2020). 수학과 교육과정. 교육부 고시 제2020-236호 [별책 8]. 교육부.
Ministry of Education. (2020). *Mathematics curriculum*. Proclamation of the Ministry of Education #2020-236[Annex 8]. Author.
- 교육부 (2022). 수학과 교육과정. 교육부 고시 제2022-33호 [별책 8]. 교육부.
Ministry of Education (2022). *Mathematics curriculum*. Proclamation of the Ministry of Education #2022-33[Annex 8]. Author.
- 교육부 (2023). 모든 학생의 성장을 지원하는 공교육 경쟁력 제고방안. 교육부 2023. 06. 21. 보도자료.
Ministry of Education. (2023). *Measures to enhance public education competitiveness for supporting all students' growth*. A press release (May 24, 2020).
- 교육부 (2024). 디지털 기반 교육혁신 역량강화 지원방안. 교육부 2024. 04. 15. 보도자료.
Ministry of Education. (2024). *Support plan for strengthening education innovation capacity based on digital technology*. A press release (May 24, 2020).

- 김미화 · 손홍찬 (2013). 교육과정에 따른 중등 수학과 교과서에서 공학 도구 활용의 변화 분석. 학교수학, **15(4)**, 975-994.
- Kim, M. H., SON, H. C. (2013) The analysis on utilization trend of the technology in secondary mathematics textbooks based on the 6th, 7th and 2007 revised curriculum in Korea. *School Mathematics*, **15(4)**, 975-994.
- 김은현 · 김래영 (2020). 수학과 교과역량으로서의 정보처리 능력의 해석과 적용: 2015 개정 중학교 수학 교과서를 중심으로. 수학교육, **59(4)**, 389-403.
- Kim, E. H., Kim, R. Y. (2020). Interpretation and application of information processing competency as mathematical competency: A case of middle school mathematics textbooks under the 2015 revised curriculum. *The Mathematical Education*, **59(4)**, 389-403.
- 김은현 · 김래영 (2021). 중학교 수학 교과서의 정보처리 능력과 관련된 과제에 나타난 컴퓨팅 사고력 분석. 교과교육학연구, **25(6)**, 539-552.
- Kim, E. H., Kim, R. Y. (2021). Computational thinking in the tasks related information-processing in middle school mathematics textbooks. *Journal of Research in Curriculum Instruction*, **25(6)**, 539-552. <http://dx.doi.org/10.24231/rici.2021.25.6.539>
- 박미현 · 조민식 (2021). 우리나라와 싱가포르 중학교 수학 교과서의 공학적 도구 활용에 대한 비교 · 분석. 학습자중심교과교육연구, **21(1)**, 1601-1624.
- Park, M. H., Joe, M. S., (2021). An analytic comparison on using technology in korean and singaporean middle school mathematics textbooks. *The Journal of Learner-Centered Curriculum and Instruction*, **21(1)**, 1601-1624.
- 이경원, 권오남 (2022). 고등학교 수학과 <경제 수학>, 사회과 <경제> 교과서에 나타난 경제 용어, 함수 기호 및 함수 그래프의 비교 분석. 수학교육논문집, **36(4)**, 559-587.
- Lee, K. W., & Kwon, O. N. (2022). A comparative analysis of economic terms & function notations and function graphs in high school <Mathematics for Economics>, <Economics> textbooks. *Communications of Mathematical Education*, **36(4)**, 559-587.
- 이영미, 한채린, 임웅 (2023). <인공지능 수학> 교과서의 행렬과 벡터 내용 분석. 수학교육논문집, **37(3)**, 443-465.
- Lee, Y. M., Han, C. L., & Lim, Y. W. (2023). Analysis of artificial intelligence mathematics textbooks: Vectors and matrices. *Communications of Mathematical Education*, **37(3)**, 443-465.
- 임혜미 · 신동조 · 박진형 · 조진우 · 이지연 · 한현구 · 신보미 (2024). 2022 개정 수학과 교육과정에 따른 공학 도구 활용 자료 개발 연구. 한국학교수학회논문집, **27(1)**, 43-69.
- Rim, H., Shin, D., Park, J. H., Cho, J., Lee, J., Han, H., Shin, B. (2024). Research on development of technological tool utilization materials according to the 2022 revised mathematics curriculum. *Journal of the Korean School Mathematics Society*, **27(1)**, 43-69.
- 한인기 (2022). 러시아의 수학교과서에 제시된 수준별 교수내용의 분석. 수학교육논문집, **36(1)**, 139-170.
- Han, I. K. (2022). An analysis of differentiated teaching materials in the Russian mathematics textbooks. *Communications of Mathematical Education*, **36(1)**, 139-170.
- 허남구 · 류희찬 (2015). 활동 중심 수학과 디지털교과서의 개발 및 적용. 수학교육학연구, **25(2)**, 241-261.
- Heo, N. G., Lew, H. C. (2015). Development and application of action based mathematics digital textbook. *Journal of Educational Research in Mathematics*, **25(2)**, 241-261.
- Dunham, P. H., & Dick, T. P. (1994). Research on graphing calculators. *The Mathematics Teacher*, **87(6)**, 440-445.
- Hegedus, S. J., & Moreno-Armella, L. (2009). Intersecting representation and communication

- infrastructures. *ZDM*, **41**, 399-412.
- Heid, M. K., & Blume, G. W. (Eds.). (2008). *Research on technology in the learning and teaching of mathematics: Vol. 1, research syntheses*. Information Age Publishing, Inc. & National Council of Teachers of Mathematics.
- Beatty, R. & Geiger, V. (2010). Technology, communication and collaboration: Re-think communities of inquiry, learning and practice. In C. Hoyles, & J.-B. Lagrange (Eds.), *Mathematics education and technology: Rethinking the terrain* (pp. 251-284). Springer.
- Jones, K. (2000). Providing a foundation for deductive reasoning: Students' interpretations when using dynamic geometry software and their evolving mathematical explanations. *Educational Studies in Mathematics*, **44**, 55-85.
- Zbiek, R. M., Heid, M. K., Blume, G. W., & Dick, T. P. (2007). Research on technology in mathematics education: A perspective of constructs. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 1169-1207). Information Age Publishing.

An analysis of the use of technology tools in high school mathematics textbooks based

Oh, Se Jun

Hongik University

E-mail: soh@hongik.ac.kr

With the introduction of AI digital textbooks, interest in the use of technology tools in mathematics education is increasing. Technology tools have the advantage of visualizing mathematical concepts and discovering mathematical principles through experimentation and inquiry. The 2015 revised mathematics curriculum in Korea already mentions the use of technology tools, and accordingly, various teaching and learning activities using technology tools are presented in mathematics textbooks. However, there is still a lack of systematic analysis on the types and utilization methods of technology tools presented in textbooks.

Therefore, this study analyzed the current status of the use of technology tools presented in high school mathematics textbooks based on the 2015 revised curriculum. To this end, the types of technology tools presented in mathematics textbooks were categorized, and the utilization ratio of each category was investigated. In addition, the utilization patterns of technology tools were analyzed by subject and content area, and the utilization ratio of technology tools according to the type of teaching and learning activities was examined.

The results showed that technology tools were used in various types and ratios according to the subject and content area. In particular, technology tools in the symbol-manipulation graphing software category accounted for 58% of the total usage cases, showing the highest proportion. By subject, the use of symbol-manipulation graphing software was prominent in subjects dealing with the analysis area, while the use of dynamic geometry software was relatively high in the geometry area. In terms of teaching and learning activity types, the utilization ratio of auxiliary tool type (49%) and intended inquiry induction type (37%) was high.

The results of this study show that technology tools play various roles in mathematics textbooks and provide useful implications for improving mathematics teaching and learning methods using technology tools in the future. Furthermore, it can contribute to the establishment of educational policies related to AI digital textbooks and the development of teacher training programs.

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97U20, 97U70

* Key words : technology tools, high school mathematics textbook, teaching and learning activities