

# 강체원뿔표적에 대한 초음파 방사힘 계산과 음향파워측정모델에 관한 연구

## Calculation of the ultrasonic radiation force acting on a rigid circular cone and the study on the metrology for the acoustic power measurement

백경민,<sup>1†</sup> 이주호,<sup>1</sup> 프리치,<sup>1</sup> 김용태<sup>1</sup>

(Kyungmin Baik,<sup>1†</sup> Joocho Lee,<sup>1</sup> Elmina B. C. Fritzie,<sup>1</sup> and Yong Tae Kim<sup>1</sup>)

<sup>1</sup>한국표준과학연구원 음향진동초음파측정그룹

(Received March 26, 2024; accepted April 22, 2024)

**초 록:** 본 논문은 초음파 방사힘을 이용하여 음향파워를 측정하는 방법에 대한 이론적 모델을 세우고 이에 대한 이론적 결과를 다루었다. 이를 위해 Kirchhoff approximation 기반으로 강체원뿔표적에 대한 산란모델을 세우고 음향파워를 계산한 후 이를 방사힘으로 환산하였다. 이를 통해 원뿔표적을 사용하는 기존 방법의 정확성 및 측정 한계, 그리고 임의의 경사각의 원뿔표적으로도 측정할 수 있는 음향파워측정에 관한 확장된 이론을 제시하였다. 이를 이용하여 초음파 방사힘을 이용한 음향파워측정 방법의 주파수 및 표적 크기에 대한 의존도도 본 논문에서 제시하였다. 그 결과로 주파수 및 표적 크기를 고려하였을 때 국제표준규격(International Electrotechnical Commission, IEC)에서 제시하는 방법으로 계산한 음향파워값에 추가되어야 할 보정값을 산출하였다.

**핵심용어:** 음향파워측정, 초음파방사힘, 원뿔표적, International Electrotechnical Commission (IEC) 61161

**ABSTRACT:** This paper came up with the theoretical modelling of the metrology for the acoustic power using ultrasonic radiation force and showed some theoretical results. In order to do this, a scattering model for a rigid circular cone based upon the Kirchhoff approximation was made, which was followed by the calculation of acoustic power, and then, was converted to the radiation force. From these works, it provided the accuracy and limitation of the conventional method using a circular cone, and the expanded metrology modelling that can be applied to a circular cone with arbitrary apex angle. Using these, this study provided the dependence of the metrology for the acoustic power using ultrasonic radiation force on the frequency and the size of the target. As a result, the correction was yielded in the value of the acoustic power calculated by the suggested International Electrotechnical Commission (IEC) method, which needs to be added when the frequency and the size of the target was considered.

**Keywords:** Acoustic power metrology, Ultrasonic radiation force, Circular cone, International Electrotechnical Commission (IEC) 61161

**PACS numbers:** 43.20.Ye, 43.58.Fm, 43.35.Yb

### I. 서 론

의료를 포함한 다양한 분야에서의 초음파 적용이 증가함에 따라 각종 산업계에서 정밀한 초음파의 음

향 파워 측정에 대한 필요성이 제기되고 있다. 초음파 파워를 측정하는 가장 직관적인 방법으로는 교정된 바늘형 하이드로폰을 이용하여 초음파가 작용하고 있는 모든 면적에 대한 음장을 측정 후 이를 통

†Corresponding author: Kyungmin Baik (kbaik@kriss.re.kr)

Korea Research Institute of Standards and Science, 267 Gajeong-ro, Yuseong-gu, Daejeon 34113, Republic of Korea

(Tel: 82-42-868-5208, Fax: 82-42-868-5252)



Copyright©2024 The Acoustical Society of Korea. This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

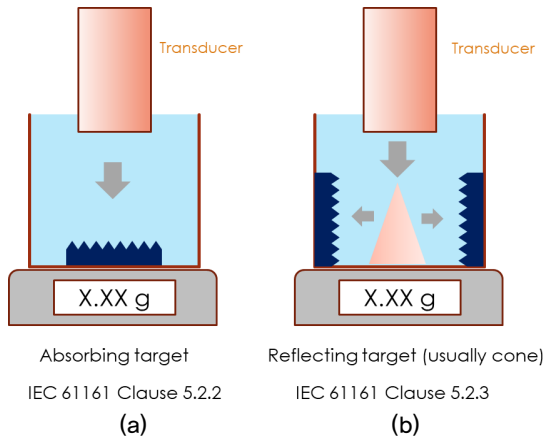


Fig. 1. (Color available online) Two conventional methods for the measurement of ultrasonic power. (a) perfectly absorbing target and (b) perfectly reflecting target.

해 초음파 강도를 계산하고 스캔한 면적을 곱하여 초음파 파워를 계산하는 방법이 있다. 그러나 이 방법은 교정된 하이드로폰이 필요하며, 측정 주파수가 증가할수록 더 많은 면적에 대한 스캔이 필요하여 측정에 많은 시간이 소요되는 등의 어려움이 따른다. 측정에 교정된 하이드로폰을 사용하다 보니 측정의 정밀도 면에서도 하이드로폰의 불확도를 기본적으로 포함하게 되어 불확도 전파에<sup>[1]</sup> 의해 교정된 하이드로폰의 불확도 보다는 더 작은 불확도로 측정하는 것은 불가능하므로 고주파에서는 그렇게 효율적이지는 않은 방법이다. 따라서 일반적으로는 초음파의 음향파워 측정에 있어 방사힘을 이용한 측정방법이 널리 쓰이고 있다.

파동이 표적의 표면에서 반사나 산란이 되면 파동의 방향이 바뀔에 따른 운동량의 변화를 표적은 경험하게 된다. 이때의 운동량의 순간적인 변화는 해당 표적을 밀어버리는 힘을 발생시키며 이를 방사힘이라고 부른다. 초음파에 의해 발생하는 초음파 방사힘은 초음파 파워를 매질에서의 음속으로 나눈 값으로 주어지는데 이를 이용하여 초음파 파워를 측정하는 것은 초음파 측정학 분야에서 널리 쓰이는 방법이다.<sup>[2]</sup>

초음파 방사힘을 이용한 초음파 파워 측정의 원리는 일반적으로 Fig. 1과 같다. 국제 표준규격인 International Electrotechnical Commission (IEC) 61161 문서에서는 초음파 방사힘 측정법에서 완전 흡음 표적을

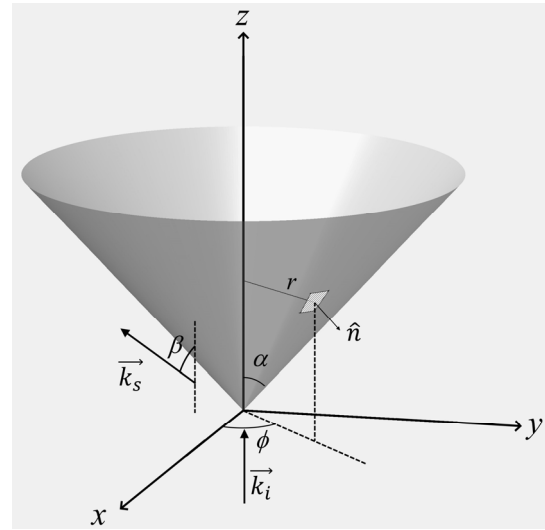


Fig. 2. Geometry of a circular cone exposed on the plane wave incidence along the z-direction.

이용하거나 완전 반사 표적을 이용하는 것을 제시하고 있다. 이에 따르면 Fig. 1과 같은 개념적 측정에서 표적을 놓아두고 저울의 영점을 맞춘 후 초음파를 가하면 저울에 기록되는 질량의 변화가 생기게 되는데 완전 흡음표적의 경우 및 완전 반사표적의 경우에 대해 초음파 파워와 방사힘 사이의 관계를 각각 아래 식과 같이 규정하고 있다.<sup>[2]</sup>

$$W_i = cF_r, \text{ (Perfectly absorbing target),} \quad (1)$$

$$W_i = \frac{cF_r}{2\cos^2\theta}, \text{ (Perfectly reflecting target),} \quad (2)$$

여기서 각도  $\theta$ 는 표적의 법선벡터와 입사파가 이루는 각도를 의미한다. 따라서 기존의 제품은 완전 반사표적으로 꼭지각이  $45^\circ$ 인 원뿔표적을 사용한다 (Fig. 2에서의 각도  $\alpha$ ). 이 경우  $\cos^2\theta = 1/2$ 가 되므로 결론적으로는 완전 흡음표적과 같은 결과를 얻게 된다. 이러한 영점을 조정한 후에 초음파를 가하여 기록된 질량을  $m$ 이라고 하면 여기에 중력 가속도  $g$ 를 곱한 것이 바로 초음파 방사힘이 되며 이러한 원리를 이용해 음향파워를 측정하는 측정 장비를 초음파 파워미터 혹은 방사힘저울이라고 부른다. 따라서 Eqs. (1)~(2)에 의해 물속에 있는 완전 흡음표적이나 꼭지각이  $45^\circ$ 인 완전 반사표적에서는 음향파워  $W_i$

와 저울에 기록된 질량  $m$  사이에 아래와 같은 관계를 가지게 된다.

$$\frac{m}{W_i} = \frac{1}{cg} \approx 70 \text{ mg/W}. \quad (3)$$

Eq. (3)의 결과로부터 1 W의 음향파워는 방사힘 저울에 대략 70 mg 정도의 질량 변화에 해당하는 방사힘을 발생시킴을 알 수 있다. 바꾸어 말하면 방사힘 저울에 대략 0.1 g 정도의 질량 변화에 해당하는 방사힘이 측정된다면 방출되는 초음파 장비의 음향파워는 대략 1.5 W 정도라고 할 수 있다.

이와 같은 방사힘 저울의 원리를 통해 음향파워를 측정하는 방법에 대해 국제 표준규격인 IEC 61161 문서에서는 1 W까지의 음향파워에 대해서는 0.5 MHz 부터 25 MHz까지의 측정 주파수 범위를, 20 W까지의 음향파워에 대해서는 0.75 MHz부터 5 MHz까지의 측정 주파수 범위를 권장하고 있다.<sup>[2]</sup> 이는 고주파에서 발생하는 음향유동<sup>[3]</sup> 현상에 기인한다.

이처럼 초음파 방사힘을 이용한 음향파워측정 방법에 대한 권장 주파수의 범위는 음향유동현상을 고려하여 국제 표준규격에 명시가 되어 있으나 표적의 크기나 형상을 고려한 주파수의 의존도는 명시가 되어 있지 않다. 다시 말해 Eqs. (1)~(2)의 식 자체는 주파수를 포함하지 않는 음선이론에서 예측하는 결과이며 주파수에 따른 산란효과는 고려되어 있지 않다. 물론 에너지 보존의 관점에서 보면 Eq. (1)은 주파수에 무관하게 성립하지만, Eq. (2)의 경우 각도  $\theta$ 가 주파수에 무관하게 한 방향으로만 정의가 된다는 것은 이 식 자체가 음선이론을 기반으로 만들어진 것임을 이야기해 주고 있다. 따라서 주파수에 의존하는 실제 상황을 구현하기 위해 본 논문에서는 음선이론 기반이 아니라 회절효과를 고려한 강체원뿔표적에 대한 산란모델을 세우고 음향파워를 계산한 후 이를 방사힘으로 환산하였다.

강체원뿔표적에 대한 산란모델은 Section II에서 Kirchhoff 근사법을 기반으로 제시하였다. 물론 원뿔표적에 대한 음향산란은 soft 원뿔대 산란문제,<sup>[4]</sup> 투과 가능한 원뿔 산란 문제<sup>[5]</sup> 등이 연구된 바 있다. 그러나 본 논문에서는 음향 에너지 보존의 관점에서

해석하기 용이한 투과하지 않는 강체 원뿔표적에 관한 음향산란 연구를 진행하였다.

도출된 강체원뿔표적에 대한 산란모델을 Section III에서는 초음파 방사힘을 이용한 초음파 파워측정 모델에 적용하였다. 이를 통해 원뿔표적을 사용하는 기존 방법의 정확성 및 측정 한계를 계산할 수 있는 음향파워측정을 위한 확장된 이론을 제시하였다.

Section IV에서는 도출된 이론을 이용하여 몇 가지 경우에 관한 음향파워 측정의 이론해석 결과를 제시하였다. 또한 초음파 방사힘을 이용한 음향파워측정 방법의 주파수 및 표적 크기에 대한 의존도도 계산하였다. 제시한 방법에 고주파수로 갈수록 국제표준 규격에서 제시하는 방법의 결과로 수렴함을 보였다. 그리고, 국제표준규격에서 제시하는 방법과 본 논문에서 제시하는 방법 간의 상대오차를 주파수 및 원뿔표적의 꼭지각의 변화에 대해 계산하였다.

## II. 강체원뿔표적 음향산란모델

임의의 3차원 강체표적에 대한 음향산란 문제에 있어 입사 음장을 평면파로 가정하여 Kirchhoff 근사법을 적용하면 표적에 의해 산란하는 원거리 음장  $p_s$ 는  $e^{-i\omega t}$  표현을 생략하면 아래 식과 같이 표현할 수 있다.

$$p_s = \frac{p_i k e^{i k r_s}}{2i\pi r_s} \int \frac{\hat{n} \cdot (\hat{k}_s - \hat{k}_i)}{2} e^{i(\hat{k}_i - \hat{k}_s) \cdot \vec{r}} ds, \quad (4)$$

여기서  $p_i$ 는 입사음장의 크기이며,  $k$ 는 파수,  $\vec{k}_i$ 와  $\vec{k}_s$ 는 입사파와 산란파의 파수 벡터,  $r_s$ 는 좌표계의 중심에서부터 원거리까지의 거리를 의미한다. Kirchhoff 근사법에 쓰이는 경사인자 중 여기서는 가역성을 고려하여  $\hat{n} \cdot (\hat{k}_s - \hat{k}_i)/2$ 를 선택하였다.<sup>[6]</sup>

Fig. 2와 같이  $z$ 축을 중심으로 회전 대칭을 가진 원뿔표적에서 입사파는  $z$ 축 방향으로 진행하는 평면파를, 산란파는 임의의 방향(각도  $\beta$ )으로 산란하는 경우를 고려한다. 전달 매질에서의 감쇠를 무시하면 강체표적에 대한 입사파와 산란파의 파수 벡터는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\vec{k}_i = k\hat{z}, \quad \vec{k}_s = k(\cos\alpha\hat{x} + \sin\alpha\hat{z}), \quad (5)$$

여기서 표적의 회전 대칭성을 고려하여 편의상 산란파는  $x-z$  평면에 평행한 방향으로 설정하였다. 원뿔표적의 표면에서의 미소면에 대한 법선벡터  $\hat{n}$ 는 형상을 고려하면 아래와 같이 계산된다.

$$\hat{n} = \cos\alpha(\cos\phi\hat{x} + \sin\phi\hat{y}) - \sin\alpha\hat{z}, \quad (6)$$

여기서 각도  $\alpha$ 는 Fig. 2와 같이 원뿔의 꼭지각을 의미한다. 미소반경  $dr$ 과 미소 방위각  $d\phi$ 이 형성하는 원뿔표적의 미소면의 면적은  $ds = r dr d\phi / \sin\alpha$ 과 같으므로 Eq. (4)는 결국 아래 식과 같이 표현된다.

$$p_s = \frac{p_i k e^{ikr_s}}{4i\pi r_s} \iint A e^{iBr} dr d\phi, \quad (7)$$

여기서  $A$ 와  $B$ 는 각각 아래와 같다.

$$A = \cot\alpha \sin\beta \cos\phi + 1 - \cos\beta, \quad (8)$$

$$B = k\{-\sin\beta \cos\phi + (1 - \cos\beta)\cot\alpha\}. \quad (9)$$

Eq. (7)과 같은 일반적인 양상태에 대한 식을 계산하기 위해서는 입사파와 산란파의 방향에 따른 정확한 적분영역이 필요하며 도출된 결과라 하더라도 전방 산란 방향에 가까울수록 정확한 산란파에 대한 표현식과는 차이가 존재하게 된다.<sup>[7]</sup>

입사파는  $z$ 축 방향이므로 입사파에 의해 산란에 기여하는 표적 부분은 모든 원뿔표적의 표면이 된다. 그러나 산란파의 경우는 그 방향에 따라 산란에 기여하는 표적 부분은 아래 식과 같이 표면의 법선벡터와 산란파의 방향이 직교가 되는 지점으로부터 그 영역을 찾는다.

$$\cos\alpha \sin\beta \cos\phi = \sin\alpha \cos\beta. \quad (10)$$

Eq. (10)을 통해 주어진 산란각도  $\beta$ 에 대한 적분영역은  $\phi \in [-\phi_B, \phi_B]$ 로 정해지며 각도  $\phi_B$ 는 아래 식과 같이 표현된다.

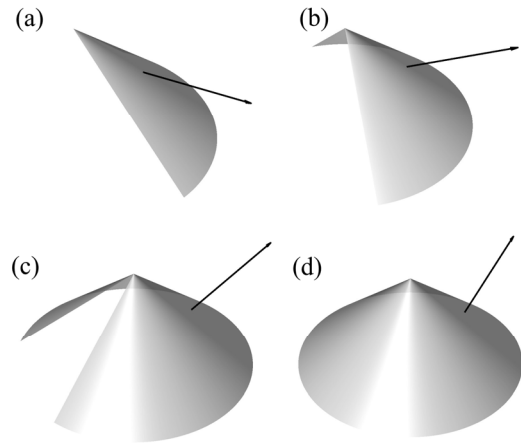


Fig. 3. Integration ranges by scattering angles of (a)  $\beta = 60^\circ$ , (b)  $\beta = 90^\circ$ , (c)  $\beta = 130^\circ$ , (d)  $\beta = 150^\circ$  when  $\alpha = \pi/4$ .

$$\cos\phi_B = \frac{\tan\alpha}{\tan\beta}. \quad (11)$$

Eq. (11)에서 보듯이 주어진 원뿔의 꼭지각  $\alpha$ 에 대해 적분영역은 산란각  $\beta$ 에 따라 결정되는데 이는  $|\tan\beta| \leq \tan\alpha$ 라는 조건으로부터 아래와 같이 정리할 수 있다.

$$\phi_B = \begin{cases} 0, & (\beta \leq \alpha), \\ \cos^{-1}\left(\frac{\tan\alpha}{\tan\beta}\right), & (\alpha < \beta < \pi - \alpha), \\ \pi, & (\beta \geq \pi - \alpha). \end{cases} \quad (12)$$

한 가지 특수한 경우는  $\beta = \pi/2$ 일 때인데, 이 경우에는 꼭지각  $\alpha$  값에 상관없이  $\phi_B$  값이 항상  $\pi/2$ 가 된다. 이와 같은 조건들로부터 Fig. 3에서는 원뿔표적의 꼭지각이  $\alpha = \pi/4$ 일 때 형성되는 적분 구간을 몇몇 산란각  $\beta$ 에 대해 시각화시켰다. Fig. 3(a) - 3(d)는 각각  $\beta = 60^\circ$ ,  $\beta = 90^\circ$ ,  $\beta = 130^\circ$ ,  $\beta = 150^\circ$ 인 경우의 적분영역을 보여준다. 산란각이 증가함에 따라 적분 구간도 점점 증가하고 특정 각도 이상에서는 모든 원뿔표적이 적분영역에 포함이 된다.

따라서 적분구간을 고려한 강제원뿔표적에 대한 원거리 산란음장은 최종적으로 아래 식과 같이 계산된다.

$$p_s = \frac{p_i k e^{ikr_s}}{2i\pi r_s} \int_0^{\phi_B} \frac{A}{B^2} [(1 - iBa)e^{iBa} - 1] d\phi, \quad (13)$$

여기서  $a$ 는 원뿔 밑면의 반경을 의미한다. Eq. (13)에 따라  $\alpha = \pi/4$ 의 꼭지각을 가진 강체원뿔표적의 정규화된 산란진폭  $f_{\text{norm}}$ 의 산란각별 분포 및  $ka$ 값별 분포는 각각 Fig. 4 및 Fig. 5와 같다. 정규화된 산란진폭은 산란진폭을  $a/2$ 로 나눈 무차원의 값이다. Fig. 4에서 보듯이 산란진폭이 특정 각도  $\beta = 2\alpha$ 에서 최대치를 보이는데 이 각도는 음선이론에서 입사 ray에 대해 specular reflection이 일어나는 각도이다.  $ka$ 값이 증가할수록 이 각도에서의 피크는 더욱 도드라지며 그 폭은 더욱 좁아진다. 이를 통해 유도된 산란식의 타당성을 정성적으로 확인할 수 있다.

Fig. 5에서 보듯이 산란진폭이 특정 각도  $\beta = 2\alpha$ 에

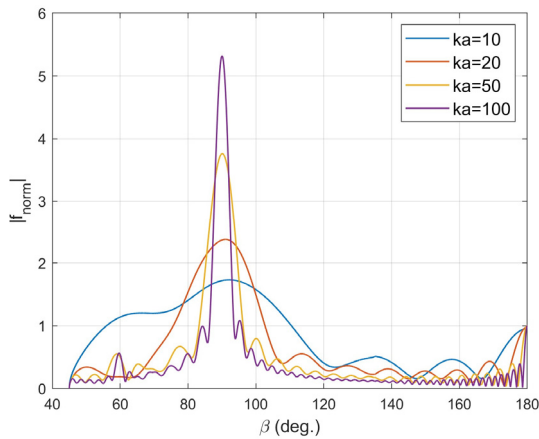


Fig. 4. (Color available online) Normalized scattering amplitude by scattering angle  $\beta$  for different values of  $ka$  when  $\alpha = \pi/4$ .

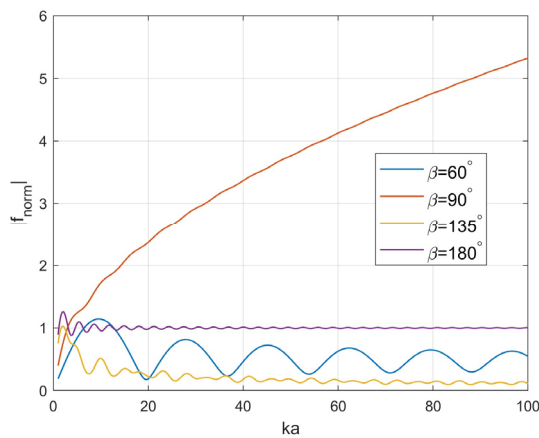


Fig. 5. (Color available online) Normalized scattering amplitude by  $ka$  for different values of scattering angle  $\beta$  when  $\alpha = \pi/4$ .

서는  $ka$ 가 증가할수록 점점 증가하지만 후방산란 ( $\beta = \pi$ )을 제외한 다른 각도에서는 점점 작아지거나 미약해지는 패턴을 보여준다. 후방산란에서는  $ka$ 가 증가할수록 산란진폭의 변화는 적고 거의 일정함을 보여준다. 이러한 두 가지 특성은  $ka$ 가 증가할수록 방사패턴의 지향성이 증대됨을 보여주므로, 이를 통해 역시 유도된 산란식의 타당성을 정성적으로 확인할 수 있다.

### III. 초음파 방사힘을 이용한 초음파 파워측정모델

초음파 방사힘을 초음파가 표적에 입사하는 면적으로 나눈 양을 초음파 방사압이라고 부르며 이는 초음파 강도를 매질의 음속으로 나눈 값이다. 초음파 방사압은 초음파의 진행방향이 표적의 표면과 이루는 각도에 따라 변화하는데 Fig. 6과 같이 표적의 표면에 입사 및 산란되는 초음파가 표적의 법선과 이루는 각도가 각각  $\theta_1, \theta_2$ 는 경우 표적에 작용하는 초음파 방사압  $P_r$ 은 Eq. (14)와 같다. 여기서  $I_i$ 와  $I_s$ 는 각각 입사파와 초음파 강도,  $c$ 는 매질에서의 음속을 의미한다.

따라서 표적이 경험하게 되는 초음파 방사압은 입사파에 의한 초음파 방사압  $P_{ri}$ 과 산란파에 의한 초음파 방사압  $P_{rs}$ 의 합으로 이해할 수 있고, 이는 입사파의 강도, 표적의 성질에 따른 산란파의 강도, 그리고 각파의 진행방향에 의해 결정된다.

$$P_r = P_{ri} + P_{rs} = \frac{I_i \cos^2 \theta_1}{c} + \frac{I_s \cos^2 \theta_2}{c}. \quad (14)$$

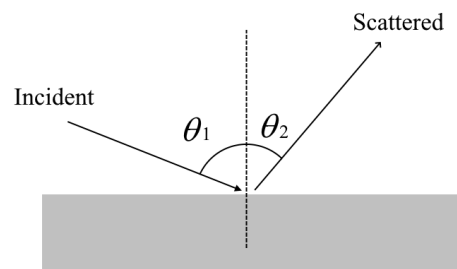


Fig. 6. Incident and scattered waves having  $\theta_1$  and  $\theta_2$ , respectively, with respect to the normal vector of the target.

Fig. 2와 같은 표적 및 초음파 입사에서 미소면의 면적  $ds = r dr d\phi / \sin\alpha$ 에 대해  $z$ 축 방향으로 표적을 미치는 초음파 방사힘  $F_{ri}$ 을 구하면,  $\theta_1 = \pi/2 - \alpha$ 이고 표면에 수직으로 작용하는 초음파 방사압  $P_{ri}$ 의  $z$ 축 방향 성분은  $P_{ri} \sin\alpha$ 이므로 Eq. (14)로부터 Eq. (15)와 같이 계산할 수 있다.

$$F_{ri} = \iint P_{ri} r dr d\phi = \frac{W_i \sin^2 \alpha}{c}, \quad (15)$$

여기서  $W_i$ 는 입사 초음파 파워를 의미하며 평면파를 가정하였으므로  $p_i$ 의 크기의 음압을 가진 평면파의 초음파 강도의 정의 및 표적의 단면 반경  $a$ 로부터  $W_i = \pi a^2 \times p_i^2 / (2\rho c)$ 으로 계산된다. 위의 식은 초음파 파워와 연관되는 초음파 방사힘은 결국 초음파 파워와의 크기에 입사파와 표적이 이루는 각도로 표현됨을 이야기해 준다. 마찬가지로 산란되는 초음파에 의해 발생하는 초음파 방사힘은 산란파의 초음파 파워 크기에 산란파와 표적이 이루는 각도로 표현할 수 있다. 정확하게는 표적 표면에서 바로 발생하는 산란파의 초음파 파워 크기를 고려하여야 하겠으나, 강제표적의 경우에는 산란되는 모든 영역을 고려하여 원거리 방사면적에 대한 합을 하면 입사파의 초음파 파워 크기와 동일한 값을 얻게 되므로 이를 이용하면 산란파에 기인한 초음파 방사힘  $F_{rs}$ 는 Eq. (16)과 같은 결과를 얻게 된다.

$$\begin{aligned} F_{rs} &= \iint P_{rs} r_s^2 \sin\beta d\beta d\phi, \\ &= \frac{W_i}{2c} \int |f_{norm}(\beta)|^2 \sin\beta \sin^2(\beta - \alpha) d\beta. \end{aligned} \quad (16)$$

위의 식은 산란파와 표적의 면이 이루는 각도  $\theta_2 = \pi/2 - \beta + \alpha$ 를 고려한 결과이다. 따라서 Eqs. (15) ~ (16)으로부터 계산되는 강제 원뿔표적에 대한 초음파 방사힘  $F_r$ 은 아래 식과 같이 표현된다.

$$F_r = \frac{W_i}{c} (\sin^2 \alpha + D), \quad (17)$$

$$D = \frac{R}{2} \int |f_{norm}(\beta)|^2 \sin\beta \sin^2(\beta - \alpha) d\beta. \quad (18)$$

위 식에서  $R$ 은 반사계수인데 일반화를 위해 추가하였고, 강제표적의 경우는  $R = +1$ 이다. 완전 흡음 표적의 경우는  $R = 0$ 이고 표적의 꼭지각은  $\alpha = \pi/2$ 이므로 이 값을 Eq. (17)에 대입하면 Eq. (1)과 동일한 결과를 얻는다. 따라서 위 식은 주파수 및 표적의 크기, 그리고 표적의 형상을 결정짓는 원뿔의 꼭지각, 표적의 반사계수가 명확히 표현이 되어있는 음향파워 측정에 관한 확장된 이론이다. 그리고 이를 통해 원뿔표적을 사용하는 기존 방법의 정확성 및 측정 한계, 그리고 원뿔표적의 꼭지각의 불확도에 따른 음향파워 측정 불확도도 산출할 수 있다.

#### IV. 이론 해석 결과

본 연구에서 사용한 방사힘 측정법에 고려된 물속에서의 음속은  $c = 1,482$  m/s를, 중력가속도 값은  $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup>를 가정하였다. 그리고 입력한 입사 초음파 파워값으로  $W_i = 1$  W를 주었다. Fig. 7은 Eq. (17)을 이용하여 강제원뿔표적의 꼭지각에 대해 질량으로 환산한 계산결과를 보여준다. 주파수에 대한 의존도를 보기 위해 각각  $ka = 1, 2, 5, 10$ 의 경우에 대해 계산을 수행하였다. 또한 음선이론에서 제시하고 있는 Eq. (2)의 결과를 점선으로 표시하였다. 꼭지각이 변함에 따라 Fig. 6과 Eq. (14)에서 기술하듯이 입사각이 달라지므로 측정되는 방사힘은 변하게 된다. 꼭지각이 증가함에 따라 환산된 질량 역시 증가하게 되는

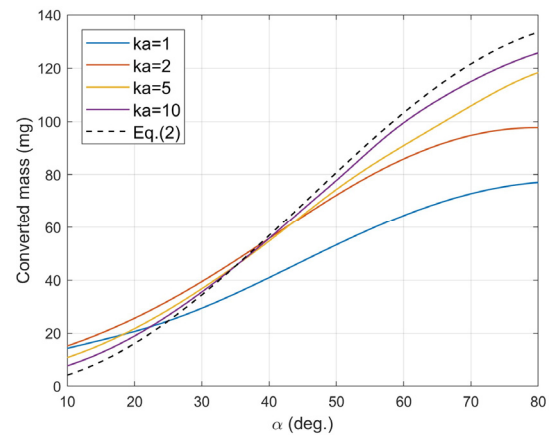


Fig. 7. (Color available online) Converted mass as a function of apex angle of the circular cone. Ray theory calculation was superposed as dashed curve.

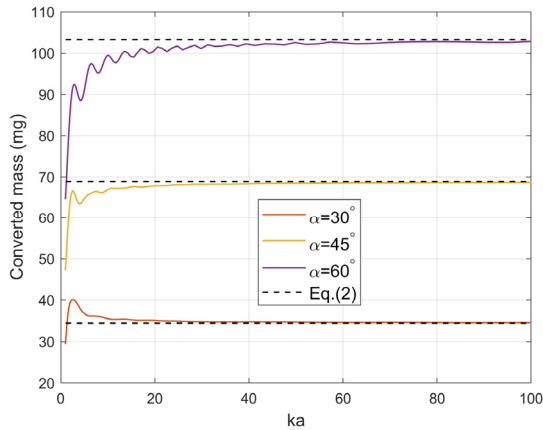


Fig. 8. (Color available online) Converted mass as a function of  $ka$ . Ray theory calculation was superposed as dashed lines.

데 이는 표적의 표면에 점점 더 수직으로 입사하여 발생하는 운동량의 변화가 커지기 때문이다.

Fig. 7에서 꼭지각  $\alpha \approx 40^\circ$  부근에서는 계산 결과가  $ka$ 에 덜 민감하고 대체로 일정한 값이 계산되었다. Fig. 4에서 보듯이 산란진폭이 산란각  $\beta = 2\alpha$ 에서 최댓값을 가지며 이는 음선이론에서 예측하는 음선의 반사각이다. 이 각도에서의 Eq. (16)는 적분구간을 고려하면  $F_{rs}$ 가 대략  $(\pi - \alpha)\sin 2\alpha \sin^2 \alpha$ 에 비례하는 것을 알 수 있다. 이 함수는  $\alpha \approx 40^\circ$  부근에서 1이므로  $ka$ 가 낮은 값을 제외하고는 이 각도에서 대체로 일정한 값을 가지게 됨을 예측할 수 있다.

그리고 Fig. 7에서  $ka$ 값이 증가할수록 계산 결과는 음선이론 결과인 Eq. (2)의 계산결과에 가까워지며,  $ka$ 값이 매우 낮은 경우에는 Eq. (2)의 결과와는 상당히 차이가 나는 것을 볼 수 있는데 특히 기존 방사힘 저울에서 많이 사용하는 꼭지각  $\alpha = 45^\circ$  기준으로 판단해 보면 30% 이상의 차이를 보여준다. 따라서 IEC 61161에서 제시하는 방법인 Eq. (2)는 앞서 기술한 바와 같이 방사힘 측정법의 저주파 한계가 있고 고주파일수록, 혹은 표적에 작용하는 초음파 입사면적이 더 클수록 그 결과에 잘 일치하게 됨을 알 수 있다. 물론 아주 고주파일 경우에는 음향유통의 발생으로 인해 측정할 수 있는 고주파 한계 또한 존재할 수 있다.

Fig. 8은 Eq. (17)을 이용하여  $ka$ 값의 변화에 대해 질량으로 환산한 계산결과를 보여준다. 꼭지각에 대한 의존도를 보기 위해 각각  $\alpha = 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 의 경우

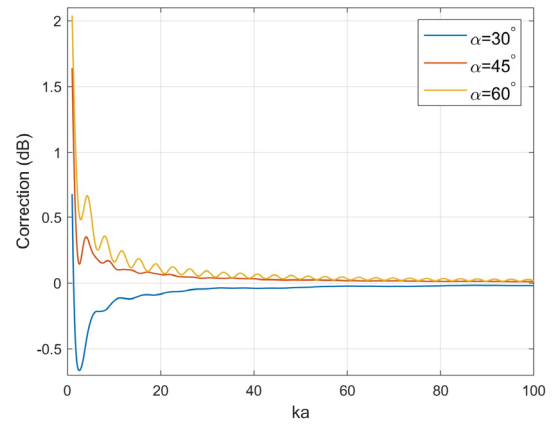


Fig. 9. (Color available online) Power correction between the acoustic power calculations done by Eq. (17) and Eq. (2) as a function of  $ka$  for a given apex angle of  $\alpha$ .

에 대해 계산을 수행하였다. 또한 음선이론에서 제시하고 있는 Eq. (2)의 결과를 실선으로 표시하였다. Fig. 7에서 보듯이 꼭지각이 증가할수록 측정되는 방사힘은 커지기 때문에 Fig. 8에서는 세 꼭지각에 대한 계산 결과가 서로 다른 환산 질량 대역에 존재한다. 특히  $\alpha = 45^\circ$ 인 경우에는 1 W의 음향파위에 대해 대략 70 mg의 질량으로 환산이 되는데 Eq. (2)의 결과가 주파수에 무관하게 일정한 값을 가지지만 본 논문에서 제시하는 결과는 주파수에 따라 변화하는 패턴을 잘 보여준다.  $ka$ 값이 증가할수록 환산 질량값의 계산 결과는 Eq. (2)에 가까워지며 주파수에 대한 의존도도 점점 작아짐을 알 수 있다.

Fig. 9는 본 논문에서 제시하는 Eq. (17)에 의한 음향파위 계산결과와 국제규격인 IEC 61161에서 제시하는 Eq. (2)에 의한 음향파위 계산결과와의 보정값을 계산한 결과이다. 여기서 보정값이란 Eq. (17)를 이용한 음향파위레벨에서 Eq. (2)를 이용한 음향파위레벨을 뺀 양을 의미한다. 따라서 IEC에서 제시하는 기존 방법으로 계산한 파워값에 주파수나 표적 크기에 대한 의존도를 고려하면 해당  $ka$ 에서 Fig. 9에서 계산된 보정값을 더해주면 된다. 매우 낮은  $ka$ 에서는 보정값이 1 dB보다 더 커지는 경우도 있으나  $ka$ 값이 증가할수록 Eq. (17)와 Eq. (2)의 결과 차이는 급격하게 작아지므로, 주어진 크기의 원뿔표적에서는 고주파일수록 기존측정값에 더해질 보정값이 적어짐을 알 수 있다.

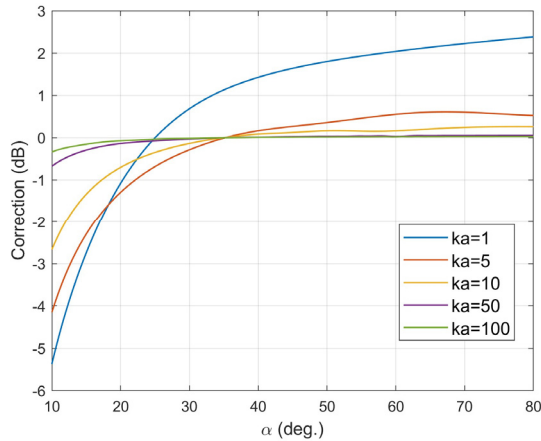


Fig. 10. (Color available online) Power correction between the acoustic power calculations done by Eq. (17) and Eq. (2) as a function of  $\alpha$  for a given apex angle of  $ka$ .

Fig. 9의 계산 결과로부터 방사힘 측정법을 통한 음향파워 측정방법에 대한 주파수 의존도를 낮추기 위해서는 권장되는 측정 주파수의 저주파 한계가 있음을 알 수 있다. 보정값의 크기를 기존 방법으로 계산한 값 기준 약 1%의 변화에 해당하는  $\pm 0.04$  dB 미만으로 유지하기 위해서는 측정  $ka$  영역은 100 이상으로 유지하는 것이 바람직한 것으로 판단이 된다. 이 경우 원뿔 표적의 최대 반경  $a$ 를 일반적인 제품 기준 최대 5 cm로 생각한다면 보정값이 무시될 수 있는 저주파 한계는 대략 0.47 MHz 정도로 국제 표준규격인 IEC 61161 문서에서 제시하는 측정 권장 저주파 한계인 0.5 MHz와 비슷함을 알 수 있다.

Fig. 10은 Fig. 9와 같이 두 방법 간의 보정값을 강제 원뿔표적의 꼭지각  $\alpha$ 의 범위 10°부터 80°에서 계산한 결과이다. 주파수에 대한 영향을 보기 위해  $ka=1, 5, 10, 50, 100$ 의 경우에 대해 계산을 수행하였다. Fig. 9에서의 보정값을 고려해볼 때 저주파 대역을 제외하고는 대체로 꼭지각이 주파수보다 측정에 큰 영향을 끼침을 알 수 있다. 그리고 보정값의 크기는 대략 30°에서 40° 구간에서 최솟값을 가지며 최솟값을 주는 각도는  $ka$ 가 증가할수록 40° 근처에서 발생하는 데, 이는 Fig. 7에서 보듯이  $\alpha \approx 40^\circ$  부근에서 계산 결과가  $ka$ 에 덜 민감하고 대체로 일정한 값이 가지는 현상 때문으로 생각된다. Figs. 9~10에서 설명하는 보정값은 측정불확도를 의미하는 것은 아니며, 국제

표준규격에서 제시하는 방법에서 고려되지 않은 주파수와 표적 크기 및 형상을 고려할 때 발생하는 측정 보정값을 의미한다. 따라서 본 논문에서 제시하는 방법을 이용하여 기존 방법에서의 주파수나 표적 크기에 대한 의존도를 확인할 수 있으며 이러한 인자들에 대한 불확도 모델을 정립하는 데 활용할 수 있다. 실제 초음파 장비의 음향파워 측정에 활용되기 위해서는 실제 초음파 변환기의 빔패턴을 반드시 고려할 필요가 있는데, 이 경우에는 Eq. (8)의 변수  $A$ 를  $A \rightarrow Ab(\theta, \phi)$ 로 확장함으로써 빔패턴의 효과를 고려할 수 있다. 여기서  $b(\theta, \phi)$ 는 초음파 변환기의 발신 빔패턴이며 각도  $\theta$ 와  $\phi$ 는 각각 극고도각과 방위각을 의미한다. 원형 피스톤 폰을 초음파 변환기로 사용할 경우에는 빔패턴이  $\phi$ 에 무관하므로 이때는  $A \rightarrow Ab(\theta)$ 를 적용하여 Eq. (13)을 바로 적용하여 초음파 방사힘을 계산한다면 더욱 정확한 초음파 장비의 음향파워 측정에 활용될 수 있을 것으로 기대된다.

## V. 결 론

본 논문에서는 강제원뿔표적에 대한 산란모델을 기반으로 기존의 초음파 방사힘을 이용한 음향파워 측정모델에 없는 주파수 및 표적 크기에 대한 의존도를 제시하였다. 몇 가지 인자에 대해 본 논문에서 제시한 방법을 이용하여 주파수 의존도가 없는 국제규격에서 권장하는 방법에 추가되어야 할 보정값을 계산하였다. 본 연구에서 제시한 방법에 실제 초음파 변환기의 빔패턴 및 매질의 감쇄, 그리고 표적의 반사와 흡음 특성을 고려한다면 추후 보다 실제 상황에 가까운 방식으로 방사힘 저울을 이용한 초음파 장비의 음향파워 측정의 정확도 제고에 활용될 수 있을 것으로 기대한다.

## 감사의 글

본 논문은 한국표준과학연구원의 2024년도 주요사업인 “[1-2] 물리 측정표준기술 고도화”의 지원을 받아 수행된 연구이다.



## References

1. ISO/IEC Guide 98-1:2024(en) *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement - Part 1: Introduction*, IEC: 2024.
2. IEC 61161: *Ultrasonics -Power Measurement -Radiation Force Balances and Performance Requirements*, IEC: 2013.
3. *Dictionary of Acoustical Terminology* (Kyohaksa, Seoul, 2003), pp. 391.
4. D. Kuryliak, Z. Nazarchuk, and V. C. Lysechko, "Acoustic plane wave scattering from a soft finite truncated cone in axial irradiation," *Acta Acust. United AC.* **105**, 475-483 (2019).
5. M. A. Lyalinov, "Acoustic scattering of a plane wave by a circular penetrable cone," *Wave Motion*, **48**, 62-82 (2011).
6. K. Baik and P. L. Marston, "Kirchhoff approximation for a cylinder breaking through a plane surface and the measured scattering," *IEEE J. Ocean. Eng.* **33**, 386-396 (2008).
7. K. Kim, S.-J. Park, K. Lee, and D.-S. Cho, "Submarine bistatic target strength analysis based on bistatic-to-monostatic conversion" (in Korean), *J. Acoust. Soc. Kr.* **43**, 138-144 (2024).

### ▶ 프리치 (Elmina B. C. Fritzie)



2020년 8월 : Gadjah Mada University 물리학과 학사  
 2021년 3월 ~ 현재 : UST 의학물리학과 석박사 과정  
 2021년 3월 ~ 현재 : 한국표준과학연구원 연구학생

### ▶ 김용태 (Yong Tae Kim)



1986년 2월 : 한국외대 물리학과 학사  
 1988년 2월 : 한국외대 물리학과 석사  
 1997년 8월 : 한국외대 물리학과 박사  
 1997년 9월 ~ 2001년 11월 : 한국표준과학연구원 Post-Doc.  
 2001년 12월 ~ 현재 : 한국표준과학연구원 책임연구원  
 2006년 3월 ~ 현재 : 과학기술연합대학원대학교 교수  
 2022년 1월 ~ 현재 : APMP TCAUV 의장

## 저자 약력

### ▶ 백경민 (Kyungmin Baik)



1996년 2월 : 고려대 물리학과 학사  
 2000년 2월 : 고려대 물리학과 석사  
 2008년 5월 : WSU 물리학과 박사  
 2008년 7월 : ISVR Research Fellow  
 2010년 7월 : WHOI Postdoc. Scholar  
 2012년 5월 ~ 현재 : 한국표준과학연구원 책임연구원

### ▶ 이주호 (Jooho Lee)



2017년 2월 : 제주대 해양시스템공학과 학사  
 2019년 2월 : 제주대 지구해양융합학부 해양시스템공학 석사  
 2024년 2월 : 제주대 지구해양융합학부 해양시스템공학 박사  
 2024년 2월 ~ 현재 : 한국표준과학연구원 박사후연구원