

알지오매스 기반 수업이 수학적 문제해결력 및 태도에 미치는 효과: 초등학교 5학년 '직육면체' 단원을 중심으로

이승동 · 이종학^{1*}

대구포산초등학교 · ¹대구교육대학교

The Effect of Mathematics Classes Using AlgeoMath on Mathematical Problem-Solving Ability and Mathematical Attitude: Focusing on the 'Cuboid' Unit of the Fifth Grade in Elementary School

Seung Dong Lee · Jong Hak Lee^{1*}

Daegu Posan Elementary School · ¹Daegu National University of Education

Abstract : The purpose of this study is to investigate the effects of classes using AlgeoMath on fifth grade elementary students' mathematical problem-solving skills and mathematical attitudes. For this purpose, the 'cuboid' section of the 5th grade elementary textbook based on AlgeoMath was reorganized. A total of 8 experimental classes were conducted using this teaching and learning material. And the quantitative data collected before and after the experimental lesson were statistically analyzed. In addition, by presenting instances of experimental lessons using AlgeoMath, we investigated the effectiveness and reality of classes using engineering in terms of mathematical problem-solving ability and attitude. The results of this study are as follows. First, in the mathematical problem-solving ability test, there was a significant difference between the experimental group and the comparison group at the significance level. In other words, lessons using AlgeoMath were found to be effective in increasing mathematical problem-solving skills. Second, in the mathematical attitude test, there was no significant difference between the experimental group and the comparison group at the significance level. However, the average score of the experimental group was found to be higher than that of the comparison group for all sub-elements of mathematical attitude.

keywords : AlgeoMath, cuboid, mathematical problem-solving skills, mathematical attitude

I. 서론

수학교육에서 교육공학(Educational Technology)은 수학과 교수·학습의 효과를 높이고자 디지털 기술 기반의 공학적 도구를 활용하는 것이다. 이에 따라 일선 학교에서 현장 교사들은 교수·학습의 효과성 증대의 측면에서 공학적 도구를 적절하게 사용하여 수학 수업을 진행하고, 이를 통하여 학생들은 보다 직관적이고 원활한 시각적 방식으로 수학적 경험을 개인화하고 수업 목표를 성취한다(Ju & Kim, 2009; Lee, 2019). 이와 같이 수학 교실에서 공학적 도구의 활용과 관련하여, 수학교육의 목표, 학교 수학의 내용, 교

수·학습 방법 등을 규정하는 국가 차원의 수학과 교육 과정은 교수·학습의 방법적 측면에서는 공학적 도구의 사용을 지속적으로 강조하고 있으며, 더불어 학교 수학의 내용적 측면에서는 행렬, 이산 수학 등과 같이 디지털 기반의 수학적 내용을 도입하고 있는 추세이다. 구체적으로 6차 교육과정은 초등학교 고학년에서 학습 보조자료로 계산기와 컴퓨터의 사용을 제시하고, 7차 교육과정은 학생들의 문제해결력 함양을 위해서 계산기나 컴퓨터를 활용하도록 한다. 또한, 2007 개정 교육과정은 교수·학습의 평가 차원에서 계산기, 컴퓨터와 같은 다양한 공학적 도구의 사용을 말하고 있으며, 2009 개정 교육과정은 계산 능력의 신장이 목표

* 교신저자: 이종학 (mathro@dnue.ac.kr)

** 이 논문은 이승동의 2023년도 석사 학위논문의 데이터를 활용하여 재구성하였음.

*** 2024년 2월 23일 접수, 2024년 3월 17일 수정원고 접수, 2024년 3월 17일 채택

<http://dx.doi.org/10.21796/jse.2024.48.1.47>

가 아닌 수학 학습에서 계산기, 컴퓨터와 더불어 교육용 소프트웨어와 같은 공학적 도구의 활용을 강조한다. 그리고 2015 개정 교육과정은 수학교과 역량인 정보처리 역량에서 공학적 도구를 사용하는 활동에 대해서 말하고(Ministry of Education, 2015), 2022 개정 교육과정은 학생들이 공학적 도구를 활용하여 자료를 수집하고 처리하며, 정보를 분석하여 합리적인 의사 결정을 내리는 것을 수학교과의 목표 중의 하나로 제시한다(Ministry of Education, 2022).

관련하여 학교 수학에서 공학적 도구의 활용을 강조하는 NCTM (2000)은 공학적 도구는 수학을 학습하는데 필수적인 요소이며, 학생들이 공학적 도구를 적절히 이용함으로써 수학 학습의 효과를 높일 수 있다고 말한다. 또한, Choi (1993)은 전통적인 수학 수업에서 드러나는 부정적 현상으로 강의 중심 수업, 교과서의 획일적인 사용, 문제해결 기반 학습자료의 부재 등을 제시하면서, 이의 해결 방법으로 공학적 도구의 적절한 활용을 주장한다. 이와 같이 선행 연구들(Choi, 1993; Ministry of Education, 2022; NCTM, 2000)에 따르면, 학교 수학교육에서 공학적 도구의 활용은 지속적으로 강조되고 있는 추세이고, 이에 따라 Logo, Excel, GSP, GeoGebra, 계산기 등과 같은 수학 탐구형 공학적 도구가 수학 교실에서 활용되고 있다. 그렇지만, 기존의 공학적 도구들은 대체로 외국에서 개발된 프로그램이면서 현실적으로 중등 수학의 내용과 교수·학습 방법에 부합한다는 것은 주지의 사실이다(Choi, 1993). 즉, 기존에 수학 교과에서 사용되던 공학적 도구들은 복잡한 매뉴얼이나 형식적인 명령어의 요구, 수학적 맥락에서 벗어난 프로그래밍 환경 등의 사례에서 알 수 있는 바와 같이 초등 수학 교실에서 활용하기에는 맥락과 효과성이 다소 부족한 것이 현실이다. 그런데 최근에 한국과학창의재단(KOFAC, Korea Foundation for the Advancement of Science and Creativity)과 각 시도 교육청이 공동으로 개발한 알지오매스(AlgeoMath)는 초등 수학교육 현장 전문가들이 프로그램 개발에 다수 참여하였고, 수학 탐구용 소프트웨어의 성격에 부합하면서 초등수학에 직접적으로 활용 가능한 기능이 다수 포함되어 초등학생들이 활용하기에 적합하다고 알려져 있다(Ministry of Education & KOFAC, 2021). 나아가 Jeong (2019)은 알지오매스에 대해서 학생들이 수학적 개념과 원리를 보다 직관적으로 이해하도록 하여 공학적 도구의 효과를 극대화할 수 있다고 주장한다.

그렇지만 알지오매스는 기존에 사용되던 다른 공학적 도구들보다 비교적 최근인 2018년부터 보급된 바에 따라서 교실 수업에서 알지오매스의 기능 및 효과성과 관련한 수학교육공학 연구는 부족한 측면이 있다. 실제로 대표적인 논문 검색 서비스인 학술연구정

보서비스(RISS, 2022년 8월 기준)에서 검색어로 ‘알지오매스’를 입력해보면 알지오매스를 활용한 수학교육 연구는 20여건 정도이고, 특히 초등학교급에서 알지오매스를 기반으로 한 연구는 3건(Park, 2020; Park, 2021; Kim, 2021)뿐이다. 그리고 이 선행 연구들 중에서 Park (2020)은 4학년 학생들을 대상으로 알지오매스로 도형 학습 프로그램을 개발하였으며, Park (2021)은 6학년 학생들을 대상으로 입체도형 단원과 관련하여 알지오매스 교수·학습자료를 재구성하였다. 또한, Kim (2021)은 초등학교 6학년 2학기 단원에서 공간과 입체와 관련된 알지오매스 기반 온라인 수업용 프로그램을 개발하였다. 그런데, 이 선행 연구(Kim, 2021; Park, 2020; Park, 2021)들은 대체로 초등수학에서 알지오매스를 활용한 교수·학습 자료의 개발에 대한 연구가 대부분이고, 초등 5학년 학생을 대상으로 알지오매스 기반 수학 수업이 학생들의 수학적 문제해결력이나 수학적 태도에 어떤 효과를 미치는지에 대해서 살펴본 연구는 아직까지 수행되지 않았다. 이에 본 연구에서는 수학 교과 탐구형 공학적 도구인 알지오매스를 활용한 실험 수업을 수행하고, 이 실험 수업의 전후에 수집한 자료들을 통계적으로 분석함으로써, 알지오매스 기반 수학 수업이 초등학교 5학년 학생들의 수학적 문제해결력과 수학적 태도에 어떠한 효과가 있는지를 알아보하고자 한다.

II. 연구의 배경

1. 알지오매스

Algeo와 Math를 합성한 용어인 알지오매스(AlgeoMath)는 학생들이 수학(Math)을 알도록 하는(Algeo) 프로그램이라는 의미로, 한국과학창의재단의 주관 하에 17개 시도 교육청이 공동으로 참여·개발하여 2018년부터 초·중·고등학교 현장에 보급하고 있는 수학 탐구형 공학적 도구이다. 알지오매스 개발의 주체인 한국과학창의재단은 초등수학 수업에서 알지오매스 활용의 일반적인 장점으로, 초등학교급에서 학생들이 쉽게 사용할 수 있다는 것과 함께, 둘째로 모바일이나 태블릿 PC 등의 다양한 디지털 환경에서 언제 어디서나 활용할 수 있는 편리성을 말하고, 셋째는 학교 현장의 의견을 수용하여 지속적인 업데이트 및 관리가 이루어지고 있으며, 넷째는 웹으로 연결된 온라인상에서도 직접 사용할 수 있어 즉각적으로 수업에 활용할 수 있고, 블록 형태를 기반으로 한 코딩 활동을 수행할 수 있는 환경을 제공하며, 사용 목적에 따라 쉽고 편리하게 다양한 기능을 이용할 수 있다고

말한다(Ministry of Education & KOFAC, 2021). 이와 같은 알지오매스의 일반적인 장점들과 함께 수학교과 주요 내용 영역인 대수와 도형 영역에서 알지오매스를 활용할 때의 효과성을 살펴보면, 먼저 대수 영역에서 알지오매스는 기본적으로 로그 함수, 삼각함수, 미적분 등과 같이 복잡하고 다양한 수식을 처리하고 계산 결과를 제공하여 복잡한 수학적 계산을 간편하게 수행할 수 있게 해주며, 입력된 수식에 대해서 함수의 그래프를 그려주지만, 이 대수 영역에서 알지오매스의 주요 기능들은 초등 수학보다는 중등 수학에 활용성이 더 크다고 할 수 있다. 반면에 도형 영역에서 알지오매스는 점과 점 사이의 거리와 선분의 길이를 구하고, 도형의 이동 및 회전 등의 변환을 통해 도형에서 위치와 모양의 변화를 직관적이고 시각적으로 확인하고 다룰 수 있도록 함으로써, 초등 수학의 내용에 부합하며 도형 영역에서 활용하기에 적합하다는 장점이 있다.

살펴본 바와 같이, 초등수학 교과의 다른 영역보다 대체로 도형 영역에서 보다 원활한 공학적 탐구 활동을 가능하게 하는 알지오매스는 기본적으로 평면도형의 탐구와 관련된 알지오 2D, 입체도형을 탐구하는 알지오 3D, 알지오 파일을 포함한 텍스트 문서를 작성할 수 있는 알지오 문서로 이루어진 알지오 도구와 함께, 개발한 자료의 업로드 및 저장을 가능하게 하는 알지오 모듈로 구성된다. 이들 중에서 본 연구에서 주로 활용한 알지오 2D의 도구는 대체로 선택 도구 모음, 점 도구 모음, 선 도구 모음, 원 도구 모음, 다각형 도구 모음, 측정·이동 도구 모음, 꾸미기 도구 모음이며, 이들의 기능은 다음 Table 1과 같다.

위의 Table 1에 제시한 알지오 2D의 기능과 함께 본 연구에서 활용한 알지오 3D의 알지오 도구는 초등 수학의 다양한 입체도형을 만들고, 쌓기나무를 구성할 수 있으며, 정육면체를 포함한 다양한 입체도형의 전개도를 펼치고 접으면서 육면체의 전개도와 겨냥도의 의미와 성질을 직관적으로 탐구하는 기능이 있다. 그리고 알지오 모듈은 학급 소통방의 기능과 누구나 자

료를 볼 수 있도록 학습 자료를 공유하는 역할을 담당한다. 결론적으로 알지오매스는 대체로 초등 수학교과 도형 영역에서 이동, 회전, 작도, 코딩 등의 기능을 수행할 수 있으며, 이를 통해서 학생들이 추상적이고 형식적인 학교 수학을 직관적이고 시각적으로 다룰 수 있도록 할 수 있다. 이에 본 연구는 알지오매스에서 도형 영역의 알지오 2D와 알지오 3D의 알지오 도구, 그리고 학생들과의 의사소통이 가능하도록 하는 알지오 모듈을 주로 활용하여 실험 수업을 진행하였다.

2. 수학적 문제해결력 및 수학적 태도

1) 수학적 문제해결력

초등수학과 교육과정은 학생들의 문제해결력 신장을 지속적으로 강조한다. 이전의 5차 교육과정은 문제해결력 신장을 위해서 각 학년 교과서에 ‘여러 가지 문제’라는 단원을 제시하였으며, 6차 교육과정은 이전 교과서에 비해서 확장해 ‘여러 가지 문제(1), (2)’라는 2개의 단원으로 설정하였다(Nam *et al.*, 2017). 그리고 이후의 교육과정에서 문제해결력은 수학 교과 전 영역에 걸쳐 지도해야 하는 역량으로 강조되며, 이에 따라 현재에도 학생들의 문제해결력 신장은 초등수학 교실에서 적극적으로 요구되고 있다. 즉, 초등수학 교실에서 문제해결력 신장을 위한 다양한 방법들이 수행되고 있으며(Cho, 2001), 이의 한 방법으로 공학적 도구인 알지오매스를 기반으로 학생들의 수준에서 해결할 수 있는 비구조화된 문제를 제시하여 의미 있는 해결 방법을 탐색하는 과정에서 학생들의 문제해결력의 신장을 도모하는 교수법을 활용할 수 있다. 다만, 학생들의 문제해결력 신장을 위해서 알지오매스를 활용한 수업에서 제시되는 문제는 개방적(open-ended)이면서 비구조적(illstructured)이고, 수학적 지식 및 알지오매스를 활용할 수 있는 프로그래밍 단계를 포함하고 있어야 하며, 문제를 해결하기 위

Table 1. Function of AlgeoMath 2D

도구 모음	기능
선택	• 도형 요소를 선택하는 도구 모음으로, 사용자가 만든 도형의 부분이나 전체를 선택하고 변경할 수 있다.
점	• 다양한 유형의 점을 생성하고, 점에 대한 속성을 변경할 수 있다.
선	• 선을 생성하고 속성을 변경할 수 있다.
원	• 다양한 방법으로 원을 작도할 수 있다.
다각형	• 다각형을 작도하고 속성을 변경할 수 있다.
측정	• 작도한 도형의 길이, 각도, 면적 등을 측정하고 도형을 이동할 수 있다.
꾸미기	• 작도한 도형에 텍스트를 입력할 수 있다.

해서 단순한 공식이나 지식을 적용하기보다는 추가적인 정보를 탐색하는 탐구의 과정이 요구된다. 그리고, 이전의 전통적인 수업에서 알아야 할 지식을 바로 제시하고 직접 설명하는 방식과는 다르게, 교사는 학생들에게 알지오매스를 활용해 문제해결을 진행하는 비구조화된 문제를 제시하고, 학생들은 문제를 해결하면서 문제해결력을 신장할 수 있도록 하는데, 이때 알지오매스는 문제해결을 도와주는 안내자의 역할을 담당해야 한다.

학교수학에서의 문제해결에 대해서 Shin & Kim (1999)은 문제를 해결하기 위해서 진행되는 과정을 강조하고, Choi & Lee (2011)은 이미 알고 있는 지식 및 기능 등을 활용하여 해결 방법을 탐색하는 것이라고 말하는 것과 같이 수학적 문제해결은 해결의 결과만큼이나 과정적 측면을 강조한다. 또한, 중학생을 대상으로 알지오매스와 유사한 수학 교과외 탐구형 공학적 도구인 GSP를 활용한 문제해결의 사례를 제시한 Kim (2002)는 문제 이해, 계획 수립, 실행 및 반성의 문제해결 과정에서 GSP가 해결 방법을 탐색하는데 활용될 수 있음을 밝히면서, 결과적으로 GSP를 활용한 활동이 학생들의 문제해결력 신장에 도움을 줄 수 있다고 말한다. 즉, Kim (2002)는 공학적 도구인 GSP가 중등학생들의 문제해결력 신장에 실질적인 도움을 줄 수 있다고 주장하는 것이며, 이에 따라 공학적 도구를 활용한 수업에서 요구되는 문제해결 과정을 다음 Table 2와 같이 제시한다.

본 연구에서는 Kim (2002)의 연구에서 사용한 수학 탐구형 소프트웨어인 GSP와 유사한 공학적 도구인 알지오매스를 활용하여 초등 5학년 학생들을 대상으로 한 실험 수업을 수행하였다. 그리고 위의 Table 2와 같은 문제해결 과정에 따라 진행된 알지오매스 기반 실험 수업에서 문제 이해 단계는 동기 유발의 측면에서 어떠한 활동이 전개될지 알아보고, 주어진 자료의 조건은 무엇인지 생각하도록 구성하여 알지오매스 기반 실험 수업에서 도입의 역할을 하도록 하였다. 다음으로 계획 수립 단계는 구체물을 다루어 보는 보조적

인 활동과 더불어 공학적 도구인 알지오매스를 활용하여 해결 전략을 탐색하는 주요한 활동으로 구성하였다. 또한, 실행 단계는 알지오매스를 활용하여 시각적·직관적으로 각 활동에서 제시된 문제 또는 상황을 해결하도록 하였다. 마지막으로 반성 단계는 알지오매스의 한 기능인 알지오 모듬에 학생 활동에 따른 결과물을 업로드하고, 이 알지오 모듬에서 학생들의 결과물을 불러와서 해결 방법을 살펴보고 여러 가지 해결 방법을 탐색하는 활동으로 구성하였다.

2) 수학적 태도

수학적 소양은 수학에서 기본적으로 알아야 할 수학적 지식과 함께 학생들이 갖추어야 할 정의적인 성향을 말한다. 즉, 학생들은 이 수학적 소양에 포함된 정의적 성향의 하위 요소로써, 긍정적인 수학적 신념과 함께 수학의 가치를 이해하고 수학을 행하는 능력에 대해서 자신감을 갖고 수학적으로 의사소통할 수 있는 수학적 태도를 갖추어야 한다. 그리고 수학적 태도를 함양하기 위해서 학생들은 교실 수업에서 수학적 활동의 중요성을 이해하고, 수학 활동에서 수학적 으로 생각하는 습관을 기르며, 일상에서 수학의 역할을 파악하고 음미할 수 있는 다양하면서도 수준 높은 수학적 탐구를 할 수 있는 기회와 경험을 가질 수 있어야 한다. 나아가 수학을 학습한 학생들은 문제 상황을 이해하는데 수학적인 능력을 사용할 수 있어야 하고, 수학적 문제해결에 대해서 자발적인 태도를 가져야 한다. 그리고 이러한 자발적이고 긍정적인 수학적 태도는 수학을 학습하는 과정에서 발생할 수 있는 어떤 수준의 어려움도 감수하고자 하는 심리적 상태의 기초가 되므로, 수학 교실에서 이루어지는 교수·학습 활동은 학생들이 수학에 대한 자신감을 형성하고 수학의 가치를 알 수 있도록 하는 촉진제의 역할을 하는 수학에 대한 긍정적인 태도를 갖도록 하는 것이 필요하다(Lee, 2011).

수학적 태도와 관련하여 Kim & Ryu (2009)은 수

Table 2. Problem solving teaching and learning model (Kim, 2002)

과정	특징
문제 이해	• 문제를 읽고 요구하는 것, 주어진 자료의 조건은 무엇인지 등에 대하여 생각해 보는 단계
계획 수립	• 문제를 이해하고 난 후, 그 풀이 방법을 생각해 보게 하여 여러 가지 사고 전략을 익히고, 이미 익힌 사고 전략을 검토해 보는 단계
계획 실행	• 사고 전략이 정해진 경우, 풀이 계획을 수립하고, 이에 따라 계획을 실행하여 풀이의 단계마다 옳게 이루어졌는지 확인하도록 하는 단계
반성	• 더 나은 해결 방법이나 해결 과정을 다른 문제에 어떻게 활용할 수 있는지 알아보는 단계 • 초등학교 고학년의 경우, 자기의 풀이 과정을 다른 사람에게 설명하게 하고, 문제해결의 여러 가지 방법을 비교하여 보는 등 고차원적인 탐구 활동이 이루어지는 단계

학이나 수학 학습에 대한 가치관이나 흥미, 수학에 대한 자세 등과 같이 수학과 관련하여 학생의 정의적 영역에 해당하는 것이라고 말한다. 그리고, Shin *et al.* (1992)는 수학 교과에 대한 자아 개념(우월감, 자신감), 교과에 대한 태도(흥미, 목적 의식, 성취 동기), 교과에 대한 학습 습관(주의 집중, 자율 학습, 능률적 학습)으로 범주화하여 수학적 태도를 설명한다. 또한, Lee *et al.* (2017)도 수학적 태도를 먼저 내적인 측면과 외적인 측면의 정의적 영역으로 분류하고, 이를 다시 하위 요소로 범주화하여 각각을 제시하고 약속하는 방식으로, 다음 Table 3과 같이 수학적 태도를 정의한다.

위의 Table 3에서 제시한 바와 같이, 내적 동기, 학습 의지, 효능감과 같은 내적인 측면과 함께 흥미, 학습 태도, 가치, 외적 동기와 같은 외적인 측면의 정의적 영역으로 분류되는 수학적 태도는 인지적 수준만큼이나 수학 학습에 미치는 영향력은 크다(Nam & Rim, 2000). 즉, 수학적 태도의 하위 요소인 학습자의 흥미와 의지, 학습 동기, 자기 효능감, 수학적 가치에 대한 인식 등은 수학 학습에 큰 영향을 미친다고 할 수 있다. 그런데, 근래 들어 학생들의 긍정적인 수학적 태도가 점차적으로 낮아지는 추세라는 우려가 있으며, 이에 따라 수학적 태도와 같은 정의적 영역의 인식 조사 및 정의적 역량의 함양을 위한 수학교육 연구의 필요성이 제기되고 있는 것이 현실이다(Lee & Son, 2007). 그런데, 수학적 내용을 형식적이지 않은 직관적인 방법으로 다룰 수 있는 알지오매스와 같은 공학적 도구를 활용한 수학 수업은 문제해결 역량을 신장하고, 수학에 대한 자신감을 형성하여 수학의 역할과 가치에 대해 이해하는 긍정적인 태도를 갖도록 할 수 있을 것이다.

Ⅲ. 연구 방법

1. 연구대상 및 절차

본 연구에서는 알지오매스를 활용한 수업이 수학적 문제해결력 및 수학적 태도에 미치는 효과를 알아보기 위해서 D광역시에 위치한 P초등학교 5학년 2개 반을 연구 대상으로 선정하였다. P초등학교는 주변이 아파트 단지로 둘러싸여 있으며, 대체로 아파트 주변의 학생들이 재학하고 있었다. 그리고 P초등학교 학생들의 학력이나 부모의 사회경제적 수준은 전반적으로 중상위권 정도로 여길 수 있으며, 학부모들은 학생들의 교육에 대해서 관심이 높은 편이고, 각종 학교 행사에 적극적으로 참여하고 있었다. 본 연구를 위해서 먼저 5학년에서 전체인 5개 반을 대상으로 사전 수학적 문제해결력 및 태도 검사를 실험 수업 이전에 실시하였고, 이 검사의 결과에 따라 통계적으로 동질인 2개 반을 각각 실험집단과 비교집단으로 선정하였다. 실험집단과 비교집단에서 연구 대상의 구성은 다음 Table 4와 같다.

위의 Table 4와 같이 구성된 실험집단과 비교집단의 학생들을 연구 대상으로 실험 수업을 진행한 초등교사는 2명이었으며, 이들은 모두 1급정교사 자격을 지녔고, 교육경력은 각각 4년과 7년으로 10년 미만이었다. 다음으로 본 연구는 2022년 7월부터 2023년 4월까지 진행되었는데, 연구의 초기에서 먼저 알지오매스가 초등학생들의 수학적 문제해결력과 수학적 태도에 어떤 효과가 있는지를 파악하기 위해서 대표적인 논문 검색 서비스인 학술연구정보서비스(RISS, 2022년 8월 기준)에서 검색어로 ‘초등’과 ‘알지오매스’를 입력하여 초등학교급에서 알지오매스를 활용한 선행

Table 3. Sub-elements of mathematical attitude (Lee *et al.*, 2017)

요소		성격
외적 정의적 영역	수학 흥미	• 수학 그 자체나 수학적 학습에 대해서 즐기거나 싫은 감정적인 판단
	수학 학습 태도	• 평소에 수학을 학습할 때, 자세 및 전략, 환경, 학습 습관, 자기 관리 등과 같이 학습을 관리하는 행동
	가치	• 수학의 중요성을 인식하거나, 또는 다른 교과의 학습이나 진로에서 수학의 필요성과 가치를 인식하는 것
학습 동기	외적동기	• 학습 목적이 수학 학습 자체에 있는 것이 아닌 다른 이들과의 비교우위를 위해 행동하는 동기
	내적동기	• 보상이 없더라도 수학 내용을 학습하는 자체에 대한 만족감과 함께, 지적인 욕구 등으로 행동하는 동기
내적 정의적 영역	학습 의지	• 과제집착력을 포함하면서 수학 자기조절 효능감을 기반으로 한 자기조절력
	효능감	• 본인의 수학 학습능력에 대한 확신, 또는 신념의 정도, 다시말해 본인의 수학 학습 수행 능력에 대한 전반적인 확신이나 신념

Table 4. study group

구분	실험집단	비교집단	계
남	11	12	23
여	14	12	26
계	25	24	49

연구들을 조사하였다. 다음으로 이 선행 연구들의 참고문헌에 대해서 연쇄적으로 문헌 조사를 수행하여 본 연구의 관련 자료들을 수집하였다. 그리고 이 수집한 자료들을 기반으로 2015 개정 수학과 교육과정에 따른 교과서의 5학년 2학기 직육면체 단원에 알지오매스를 활용한 수업을 적용하기 위한 교수·학습 자료를 개발하였다. 이후 2022년 9월부터 10월까지 3주에 걸쳐 총 8차시의 실험 수업을 실시하였는데, 모든 실험 수업은 디지털 카메라를 사용하여 교실 뒤쪽에서 정면을 향하도록 하여 녹화·전사하였다. 본 연구는 진 실험 설계인 통제집단 사전·사후 검사설계(pretest-posttest control group design)을 적용하여 연구의 타당성과 신뢰성을 확보하고자 하였다. 이에 따라 제시한 바와 같이 사전 수학적 문제해결력 검사와 사전 수학적 태도 검사를 실시하여 통계적으로 동질인 두 집단을 실험집단과 비교집단으로 선정하고 나서, 실험 집단은 본 연구의 독립변인인 알지오매스를 활용한 실험 수업을 수행하였고, 비교집단은 전통적인 교과서 중심의 일반적인 수학 수업을 진행하였다. 그리고 모든 실험 수업이 끝나고 나서 사후 수학적 문제해결력과 사후 수학적 태도 검사를 실시하였고, 이후 두 집단의 사전·사후 문제해결력과 수학적 태도에 차이가 있는지를 알아보기 위해서 통계 프로그램인 SPSS를 활용하여 분석하였다.

2. 검사 도구

연구 대상인 실험집단과 비교집단의 학생들을 선정하기 위한 사전 수학적 문제해결력 검사 도구는 5학년 2학기 4단원인 ‘합동과 대칭’에서 학습한 내용과 관련된 문항 20개로 구성하였으며, 수학교육전문가 2인 및 현장교육전문가 3인의 전문가 검토를 거쳐서 수정·보완하였다. 본 연구에서 사용한 사전 수학적 문제해결력 검사지의 개요 및 문항과 관련된 2015 개정 초등수학과 교육과정의 성취기준은 다음 Table 5와 같다.

위의 Table 5와 같이 구성된 사전 수학 문제해결력 검사에 대해서 신뢰도 검사인 Cronbach alpha를 실시하였고, 그 결과 신뢰도는 0.836로 양호한 수준이었다. 다음으로 사후 수학적 문제해결력 검사는 본 실험 수업의 교과 내용에 해당하는 5학년 2학기 5단원인 ‘직육면체’에서 사전 검사와 동일하게 문항 20개로 구성하고, 수학교육전문가 2인 및 현장교육전문가 3인의 전문가 검토를 거쳤다. 그리고 실험 수업을 수행한 이후에 실험집단과 비교집단을 대상으로 검사를 실시하였으며, 본 연구에서 사용한 사후 수학적 문제해결력 검사지의 개요 및 문항과 관련된 2015 개정 초등수학과 교육과정의 성취기준은 다음 Table 6과 같다.

위의 Table 6과 같은 사후 수학 문제해결력 검사가 학생들의 문제해결력을 알아보는 데 신뢰할 수 있는

Table 5. Pre-mathematical problem solving ability test

관련 성취기준(MOE, 2015)	문항 수	문항 번호
[6수02-01] 구체적인 조작 활동을 통하여 도형의 합동의 의미를 알고, 합동인 도형을 찾을 수 있다.	4	1, 2, 3, 6
[6수02-02] 합동인 두 도형에서 대응점, 대응변, 대응각을 각각 찾고, 그 성질을 이해한다.	8	4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12
[6수02-03] 선대칭도형과 점대칭도형을 이해하고 그릴 수 있다.	8	13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20

Table 6. Post-mathematical problem solving ability test

관련 성취기준(MOE, 2015)	문항 수	문항 번호
[6수02-04] 직육면체와 정육면체를 알고, 구성 요소와 성질을 이해한다.	13	1 ~ 13
[6수02-05] 직육면체와 정육면체의 겨냥도와 전개도를 그릴 수 있다.	7	14 ~ 20

검사 도구인지를 확인하기 위해 신뢰도 검사인 Cronbach alpha를 실시하였고, 그 결과 신뢰도는 0.817로 대체로 양호한 편이었다. 그리고 본 연구의 또 다른 독립변수인 수학적 태도의 효과를 알아보기 위해서 비교집단과 실험집단을 대상으로 실험 수업의 이전과 이후에 수학적 태도 검사를 진행하였다. 본 연구에서는 수학적 태도의 하위 요소를 구체적으로 범주화한 Lee *et al.* (2017)의 수학적 태도 검사지를 기반으로 초등학교 5학년 학생들의 수학적 태도를 측정 가능하도록 수학적 태도의 하위 요소들을 조작적으로 수정하였는데, Lee *et al.* (2017)의 수학적 태도 검사지는 현재까지의 수학적 태도 검사지 중에서 가장 보편적으로 사용되는 검사지이면서 여러 연구자들에 의해서 정당화된 태도 검사지로 본 연구에서는 초등학교 5학년 학생들에게 적합하도록 재구성하여 활용하였다.

본 연구에서 활용한 수학적 태도 검사지는 문항 24개로 구성되었으며, 각 문항의 응답은 ‘매우 그렇다’, ‘그렇다’, ‘보통이다’, ‘그렇지 않다’, ‘전혀 그렇지 않다’의 리커트 5단계 척도로 하였다. 그리고 이 검사는 역채점으로 계산한 부정형 진술 문항인 10, 21번을 제외한 모든 문항들은 긍정형 문항으로 구성되어 있고, 따라서 검사 점수가 높은 학생이 대체로 수학적 태도가 긍정적인 것으로 판단할 수 있었다. 본 연구에서 활용한 사전 수학적 태도 검사와 사후 수학적 태도 검사는 동일한 검사지이며, Cronbach alpha 검사에 따른 신뢰도는 0.951로 대체로 높은 수준이었다. 본 연구에서 활용한 수학적 태도 검사의 하위 요소 및 개요는 다음 Table 7과 같다.

본 연구의 사전 수학적 문제해결력 검사와 사전 수학적 태도 검사는 5학년 학급 교실에서 담임 교사의 감독 하에 동시에 실시하였고, 두 검사에 소요된 시간은 각 40분으로 총 80분이었다. 마찬가지로 사후 수

학적 문제해결력 검사와 사후 수학적 태도 검사는 실험 수업 이후에 실험집단과 비교집단에서 검사별로 각 40분 동안 동시에 실시하였다. 타당하고 신뢰성 있는 검사를 위하여 사전·후 수학적 문제해결력 및 수학적 태도 검사에서 학생들에게 힌트나 도움을 주지 않았고, 실시한 검사지는 연구자가 직법 수합하여 코딩화하였다. 또한, 알지오매스를 활용한 실험 수업의 전차시에 대해서 녹화를 진행하였으며, 수업 종료 후 실험집단의 학생들을 대상으로 알지오매스를 활용한 수업에 대한 소감문을 제출하게 하여 전사하는 방식으로 질적 자료를 수집하였다. 끝으로 사전·후 수학적 문제해결력 검사와 수학적 태도 검사의 결과를 코딩한 자료에 대해서 집단의 동질성 및 변인의 효과성을 알아보기 위해 통계 프로그램인 SPSS의 독립표본 *t*-검정을 실시하여 통계적으로 분석하였다.

IV. 연구 결과

1. 알지오매스를 활용한 실험 수업자료의 개발

학생들은 문제를 해결하는 과정에서 수학적 지식이나 기능을 파악하는 것과 더불어 문제해결력을 신장하고 수학의 필요성 및 적용 가능성을 탐색하고 파악할 수 있다(NCTM, 1989). 이에 따라 본 연구에서 개발한 알지오매스를 활용한 실험 수업자료는 큰 틀에서 문제해결의 일반적인 단계(문제의 이해, 해결 계획의 수립, 계획의 실행, 반성)에 따라 교수·학습 활동들을 배치하여 학생 활동지와 교수·학습 지도안을 기반으로 한 실험 수업자료를 개발하였다. 1차시의 실험 수업자료는 먼저 알지오매스의 기본적인 기능을 알아보고, 실생활에서 직육면체를 접하는 상황을 알아보고, 실생활에서 찾을 수 있는 직육면체의 사례를 발표

Table 7. Mathematical Attitude Test

하위요소	내용	문항 수	문항 번호	신뢰도
흥미	수학 그 자체나 수학적 학습에 대해서 좋거나 싫은 감정적인 판단	4	1 ~ 4	0.881
태도	평소에 수학을 학습할 때, 자세 및 전략, 환경, 학습 습관, 자기 관리 등과 같이 학습을 관리하는 행동	4	5 ~ 8	0.814
가치	수학의 중요성을 인식하거나 또는 다른 교과와 학습이나 진로에서 수학의 필요성과 가치를 인식하는 것	4	9 ~ 12	0.835
동기	수학 학습을 하는 주된 목적으로 외적동기와 내적동기	4	13 ~ 20	0.787
의지	과제집착력을 포함하면서 수학 자기조절 효능감을 기반으로 한 자기조절력	4	15 ~ 18	0.827
효능감	본인의 수학 학습능력에 대한 확신, 또는 신념의 정도, 다시 말해 본인의 수학 학습 수행능력에 대한 전반적인 확신이나 신념	4	21 ~ 24	0.744
전체(역채점 실시 문항: 10, 21)			24	0.951

하면서 직육면체에 대해 자연스럽게 익숙해질 수 있도록 하였다. 다음으로 2~3차시는 기본적으로 직육면체의 의미를 이해하고, 그 구성요소와 성질을 탐구하면서 자유롭게 의견을 나눌 수 있도록 개발하였다. 먼저 기존 교과서의 준비물을 활용하여 직사각형 6개로 둘러싸인 모형을 관찰하면서 알지오매스를 사용한 도형을 제시하여 어떤 점이 좋은지 말해보게 하고, 이 직사각형 6개로 둘러싸인 도형을 알지오 2D에서 어떻게 나타낼 수 있는지 생각해 보도록 하였다. 그리고 알지오 3D에서 다양한 모양과 크기로 직육면체를 만들어보는 활동으로 구성하였다. 다음은 알지오 3D로 만든 직육면체를 다양한 각도에서 관찰하면서, 보는 각도에 따라서 보이는 면과 꼭짓점, 모서리의 개수를 작성하고, 서로 마주 보는 면과 서로 만나는 면 등을 파악하도록 하였다. 끝으로, 개정 교육과정에 따른 5학년 수학 교과서에서는 직육면체의 의미와 구성요소를 먼저 학습한 후에 정육면체를 다루고, 이후 직육면체의 성질을 알아보는 순서로 차시가 진행된다. 그렇지만 알지오매스를 활용한 실험 수업자료에서는 2~3차시를 연차시로 구성하여 직육면체의 의미와 구성요소, 성질을 같이 학습하도록 개발하였다.

직육면체의 의미를 학습한 후에 진행되는 4차시 실험 수업자료는 먼저 알지오 2D를 활용하여 정육면체를 만드는 방법에 대해서 탐색해보고 나서, 실제로 모둠별로 알지오 3D로 정육면체를 만들어보도록 구성하였다. 이는 학생들이 겨냥도와 전개도를 학습하기 이전이므로 알지오 2D로 정육면체를 만들기 어렵다는 것을 연구자는 알고 있었지만, 학생들이 평면에 입체를 나타내는 방법에 대해서 생각해 보도록 하는 의도였으며, 또한 바로 다음 활동인 알지오 3D로 쌓기나무, 연결큐브를 만들어봄으로써 겨냥도를 그리는 방법을 암묵적으로 파악하도록 구성하였다. 또한, 이전 차시에서 실시한 활동을 확장하여 정육면체를 다양한 각도에서 관찰하고 보는 각도에 따라 보이는 면, 꼭짓점, 모서리 개수를 알아보고 정육면체의 특징을 말해보는 활동을 하도록 하였다. 그리고 이후에 직육면체와 정육면체의 공통점과 차이점을 설명하도록 하였다.

직육면체의 겨냥도를 학습하는 5차시 실험 수업자료는 먼저 교사가 알지오 2D로 개발한 직육면체의 겨냥도를 그려 놓은 파일을 제시하고, 학생들은 겨냥도를 그리는 방법을 탐색하는 단계로 구성하였다. 이후 알지오 2D로 직육면체의 겨냥도를 그려보면서, 알지오 2D의 기능인 실선을 점선으로 바꾸는 방법, 기존의 검은색 선에서 다양한 색깔로 선의 색을 바꾸는 방법, 겨냥도를 만들기 위해서 요구되는 대각선 그리기 등과 같은 기능을 안내하고, 직육면체에서 보이지 않는 면을 나타내는 방법을 생각해 보면서, 이를 통해 알지오 2D로 직육면체를 표현하는 방법을 구안하도록

개발하였다. 이후 직육면체 겨냥도를 실제로 그려보고, 이 파일을 알지오 모둠에 업로드하여 다른 학생들의 작품을 확인하며 본인과 다른 학생들의 겨냥도 사이의 공통점과 차이점 등을 비교해보는 활동을 통해 직육면체 겨냥도의 의미와 그 특징을 자연스럽게 이해하도록 구성하였다.

정육면체의 전개도를 학습하는 6차시 실험 수업자료에서는 먼저 '정육면체의 전개도가 몇 가지일까'라는 질문을 제시하고 나서, 알지오 3D에서 정육면체의 전개도 기능을 이용하여 전개도를 접어서 정육면체를 만드는 단계를 탐구하도록 개발하였다. 그리고 다음 활동으로 이 전개도들을 알지오 2D를 이용하여 그려보도록 구성하였다. 7차시에서는 먼저 알지오 3D를 활용해서 직육면체를 펼쳐서 전개도의 의미를 다시 한번 더 생각해 보도록 구성하였는데, 6차시에서 정육면체의 전개도를 알아본 활동과 같이 알지오 2D로 직육면체의 전개도를 그려보도록 하였다. 이때 정육면체의 전개도를 그릴 때와 비교하여 공통점과 차이점을 말하고, 정육면체와 비교해서 직육면체 전개도가 갖는 특징을 파악할 수 있도록 하였다. 마지막으로 학생 자신의 작품을 알지오 모둠에 업로드하여 다른 학생들과 직육면체 전개도를 공유하도록 개발하였다.

8차시의 실험 수업자료는 정육면체 형태의 주사위 전개도를 그려보면서, 전개도를 접어 주사위가 되기 위해서 필요한 경우를 탐구하는 활동으로 구성하였다. 즉, 정육면체 전개도에 주사위 눈을 적절하게 구성한 주사위 전개도를 다양하게 그려보는 활동을 통해 주사위에서 마주 보는 두 면이 가지는 전개도 상의 구조적 특징을 알아보도록 개발하였다.

2. 알지오매스를 활용한 실험 수업의 실제

1) 1~3차시

실험 수업의 1차시는 알지오매스를 처음 접하거나 기능이 익숙하지 않은 실험집단 학생들을 대상으로 각자가 지닌 태블릿 PC를 사용해서 기본적인 매뉴얼에 대한 안내를 진행하였다. 이후 학생들이 알지오매스에 대한 관심과 흥미를 유발할 수 있으며, 쉽게 접근할 수 있는 선대칭 도형 그리기, 점대칭 도형 그리기, 대칭 캐릭터 만들어보기 등의 활동을 교사와 함께 수행하였으며, 아직 직육면체의 정의를 약속하지 않은 학생들에게 실생활에서 직육면체 형태인 상자 모양을 접했던 상황을 서로 말해보는 시간을 가졌다.

연차시로 진행된 2~3차시는 알지오매스를 활용해서 직육면체의 의미와 구성요소, 성질 등을 학습하였다. 그런데, 개정 교육과정에 따른 5학년 수학 교과서의 기존 단원 계획에 따르면 직육면체의 의미와 구성

요소, 정육면체, 직육면체의 성질의 순으로 단원 차시가 진행되지만, 알지오매스를 활용한 실험 수업은 직관적이고 시각적인 탐구를 지원하는 알지오매스의 효과에 기반하여 먼저 직육면체의 의미, 구성요소와 함께 직육면체의 성질을 학습하고, 그 이후에 정육면체를 탐색하는 시간을 가졌다. 즉, 이 연차시에서는 먼저 실생활에서 쉽게 접할 수 있는 택배상자, 선물상자, 껍티슈 등의 박스 모양을 관찰하는 활동을 통해서 직육면체를 직관적으로 파악하도록 하였다. 그리고 이 활동을 확장하여 직사각형 6개로 둘러싸인 실제 박스 모양을 만들고 관찰하는 활동과 함께 교사가 미리 알지오매스로 만들어 놓은 직육면체를 탐색하는 활동을 통해서 두 활동에서 사용한 실제 박스와 직육면체의 모양을 서로 비교해 보았다. 이때, 실제 박스를 만드는 것과 비교하여 알지오매스를 사용했을 때 어떤 점이 좋은지 말해보도록 하였으며, 교사의 안내 하에 학생들과 함께 알지오 2D를 이용하여 직사각형 6개로 둘러싸인 도형을 만드는 방법을 생각하고, 이에 따라 교사와 함께 그려보는 활동을 하였다. 이 활동에서 대체로 학생들은 알지오매스의 기능적인 측면에 집중하기 보다는 ‘종이가 찢어지지 않는다’, ‘종이보다 모양을 만들기 편하다’, ‘쉽게 그릴 수 있다’ 등의 공학적 요소가 배제된 부차적인 반응을 보였다. 이때, 알지오매스를 활용하는 활동에서 학습에 필요한 대격자를 제외하고 알지오 2D의 x, y 좌표, 소격자 등의 표시는 미리 화면에서 보이지 않도록 설정하였다. 다음 활동에서 학생들은 알지오 3D에서 쌓기나무나 연결큐브를 적절한 위치에 배치해서 만든 모양에 대해서 화면을 이리저리 돌려서 다양한 각도에서 관찰할 수 있었다. 이후에 직사각형 6개로 둘러싸인 도형을 무엇이라고 할지에 대해서 학생들과 이야기해보는 활동을 통해서 직육면체를 약속하였다. 이후 학생들 자신이 알지오 3D로 만든 직육면체를 보면서 직사각형의 구성 요소를 파악하도록 하였다. 이때, 직육면체를 마우스로 끌면서 다양한 방향에서 직육면체를 탐색해 보도록 지도하면서, 면의 개수, 꼭짓점, 모서리의 총 개수를 세도록 하였는데, 특히 이 활동에서 직육면체가 위, 아래, 옆의 방향 순으로 정확하게 위치할 때에 보이는 면과 꼭짓점, 모서리 개수와 함께 보이지 않는 직육면체의 구성요소들을 관찰하여 말하는 활동을 하였다.

다음으로 직육면체의 성질을 이해하기 위해 ‘서로 마주 보는 면이 몇 개인지’, ‘한 면이 서로 만나는 면이 몇 개인지’를 탐색하도록 안내하였다. 이때, 어느 한 학생이 질문한 ‘기준이 되는 것을 뭐라고 하나요?’을 이어서 밑면에 대한 약속을 학습하였다. 이 활동에서 학생들에게 ‘평행’이나 ‘수직’이라는 용어를 언급하지는 않았으며, 다만 학생들이 스스로 마주 보는 면과 밑면의 관계에 대해서 파악할 수 있도록 충분한 시간

을 부여하였다. 몇몇 학생은 밑에 있는 면과 마주 보는 면만을 밑면이라고 말했는데, 마우스를 끌어서 알지오 3D 화면을 돌려보도록 하여 밑에 있는 면이 옆으로 갈 수 있고, 옆에 있던 면이 밑으로 올 수 있음을 시각적으로 파악하도록 하여 밑면은 어떤 면이라도 될 수 있다는 것을 이해할 수 있도록 하였다. 이때, 알지오매스를 활용하여 조작하고 탐구하는 활동은 학생들이 직육면체의 모양 및 성질에 대해서 직관적으로 쉽게 이해할 수 있도록 했으며, 문제를 해결하는 과정에서 자기주도적으로 직육면체의 탐구에 집중할 수 있도록 도왔다.

2) 4~5차시

실험 수업의 4차시는 정육면체의 약속과 구성요소를 알고, 직육면체와 비교하여 정육면체의 특징을 이해하는 차시이다. 4차시 실험 수업의 전체적인 흐름은 직육면체의 약속 및 성질 등을 학습한 2~3차시와 유사하게 진행되었다. 즉, ‘직사각형 6개로 둘러싸인 도형은 무엇일까요?’라는 발문을 통해서 먼저 선수학습의 내용을 상기하였고, ‘정사각형 6개로 둘러싸인 도형을 무엇이라고 부를까요?’라는 발문을 통하여 학습 목표를 확인하고 학습 동기를 유발하였다. 다음 활동으로 알지오 2D를 활용하여 직육면체를 만들었던 이전 차시의 학습 내용을 유추해서 정육면체를 만드는 방법에 대해서 생각해보도록 하였다. 이 활동에서 선행학습을 한 몇몇 학생들은 겨냥도와 전개도를 언급하면서 알지오 2D로 정육면체를 만드는 방법을 개략적으로 말하는 사례도 있었다. 그렇지만 학생들중에는 공학적 활동을 실제로 수행하지 않고, 지난 차시에서 경험한 바를 토대로 알지오 2D에서 정사각형 6개로 둘러싸인 도형을 만들 수 있을까를 이론적으로만 탐색하는 경우도 있었다. 이에 먼저 알지오매스를 활용하여 알지오매스의 기능들을 직접 조작하면서 정육면체를 만들어보는 활동을 하도록 안내하였지만, 원칙적으로 학생들은 겨냥도와 전개도를 배우기 이전이므로, 아직 알지오 2D로는 정육면체를 만들 수 없었다.

이후, 수업 교사는 ‘도형을 나타내는 방법이 있을까?’라는 발문을 했고, 대다수 학생들은 ‘지난 시간처럼 알지오 3D로 해봐요’라고 대답하였다. 이에 이전 차시의 활동과 유사하게 알지오 3D에서 쌓기나무나 연결큐브를 이용하여 정육면체 모양의 도형을 만들고, 그 특징을 탐구하고 발표하는 활동을 진행하였다. 이때, 이전 차시와 같이 정육면체에서 각도에 따른 보이는 면의 개수, 꼭짓점의 개수, 모서리의 개수를 알아 보았는데, 2~3차시에서의 활동 내용과 유사했기 때문에 학생들은 이 활동을 손쉽게 수행하였다. 정육면체가 가지는 특징을 정리하고 발표하는 활동에서 학생

들은 ‘정사각형 6개로 둘러싸여 있어요’, ‘모든 면이 정사각형으로 구성되어 있어요’ 라는 반응을 보였고, 수업 교사는 이를 정리해서 정육면체의 정의를 설명하였다. 이때 몇몇 학생은 ‘모든 면의 크기가 같아요’, ‘모든 모서리의 길이가 같아요’, ‘직육면체는 면의 넓이가 다른 것도 있는데, 정육면체는 모든 면의 넓이가 같아요’ 등과 같이 정사각형을 이용하여 정육면체의 성질을 제시하였다.

직육면체의 겨냥도를 알아보는 5차시는 이전 차시에서 학생들이 가장 많이 질문한 ‘알지오매스를 활용해서 그릴 수 있는 방법이 있나요?’, ‘답 알려주세요’ 등에 대한 해결 방안을 탐색하는 시간이었다. 실험 수업을 담당한 교사는 본차시의 도입 단계에서 학생들의 질문을 언급했지만, 직접적인 답변을 하지 않고 학생들이 먼저 직육면체 모형을 관찰하도록 했다. 그리고 이때, 직육면체를 다양한 각도에서 바라보면서 보이는 면과 보이지 않는 면을 알아보도록 하였다. 이후 본 차시의 학습 목표를 확인하면서, 학생들이 4차시에서 질문했던 알지오 2D로 직육면체를 만드는 방법을 다시 한번 더 생각해보라는 발문을 하고 나서, 이전 차시들과 같이 활동지를 학생들에게 나누어 주었다. 문제 해결의 4단계로 구성된 이 활동지는 알지오 2D로 직육면체를 만드는 단계, 방향에 따라서 직육면체의 보이는 면, 모서리, 꼭짓점의 개수를 구하는 문제, 어떤 방향에서 보더라도 모든 면, 모서리, 꼭짓점이 보이게 하는 방법에 대한 탐구, 겨냥도를 그리는 방법에 대한 문제 및 활동들로 이루어져 있었다. 활동지를 나누어주면서 이전 차시의 상기와 함께 새로운 문제에 대한 해결 계획을 세우고 모둠 학생들과 함께 문제를 해결하기 위한 의견을 교환하도록 안내하였다. 활동지에서 3번째 문제인 어떤 방향에서 보더라도 면, 모서리, 꼭짓점이 모두 나타나게 하는 방법에 대해서 학생들의 반응은 ‘알지오 3D로 그려봐요.’, ‘실선과 점선으로 표시해요.’, ‘앞, 옆, 위에서 보는 방향을 모두 그려봐요.’ 등의 다양한 답변이 있었는데, 이 답변들을

확장하여 겨냥도의 의미를 약속하고 그리는 방법을 알아보았다. 겨냥도를 약속한 후에 활동지에 겨냥도를 표현해 보는 활동과 함께, 알지오 2D에 그리는 방법에 대해서 생각해 보도록 하였다. 다음 Figure 1은 알지오매스를 활용한 5차시 수업에서 연구 대상 학생들의 활동지이다.

위의 Figure 1과 같이 활동지에 겨냥도를 그려 본 다음에 알지오 2D를 활용해서 직육면체의 겨냥도를 그리기 위해서, 1차시에 알지오매스의 간단한 기본 기능을 다루던 것과 같이 먼저 점선으로 표시하거나 선의 색을 바꾸는 방법 등의 기본적인 기능을 익히는 시간을 가졌다. 다음으로 활동지에 구현된 문제해결 과정의 실행 단계에서 알지오 2D를 활용해서 모둠 학생들이 직육면체의 겨냥도를 실제로 그리는 활동을 진행하였다. 대체로 학생들은 겨냥도를 학습했으며 관련한 알지오매스의 기본 기능을 알고 있기 때문에, 알지오매스를 활용해서 직육면체의 겨냥도를 그리는 것을 어려워하지 않았다. 이후에 알지오 2D로 서로 다른 직육면체 겨냥도를 2~3개를 더 그려보고 나서, 그 결과물을 알지오 모둠에 업로드하게 했다. 그리고 알지오 모둠에 올라온 다양한 겨냥도에 대해서 학생 자신이 만든 겨냥도와 어떤 점이 같고 다른지를 비교하고 확인하면서 겨냥도가 가지는 특징을 알아보았다. 이 활동에서 몇몇 학생들은 겨냥도의 특징으로 어떤 방향에서 보더라도 점선과 실선으로 나타낸 모든 모서리, 꼭짓점, 면이 보인다는 사실을 말하였다. 나아가 전체 학생들에게 직육면체의 겨냥도와 비교해서 정육면체의 겨냥도를 생각해 보도록 안내하였는데, 활동지에 정육면체의 겨냥도를 그리기 위해서 시도하는 학생이 다수였지만, 그중에서 몇몇 학생은 정육면체의 전개도를 그릴 수 있었다. 마지막은 문제해결 과정에서 반성의 단계로, 겨냥도의 의미와 그리는 방법에 대한 체크리스트 자기평가와 함께 모둠원들이 만든 결과물에 대해서 느낀 점을 제시한 동료평가 결과를 공유하면서 본 차시의 실험 수업을 정리하였다.

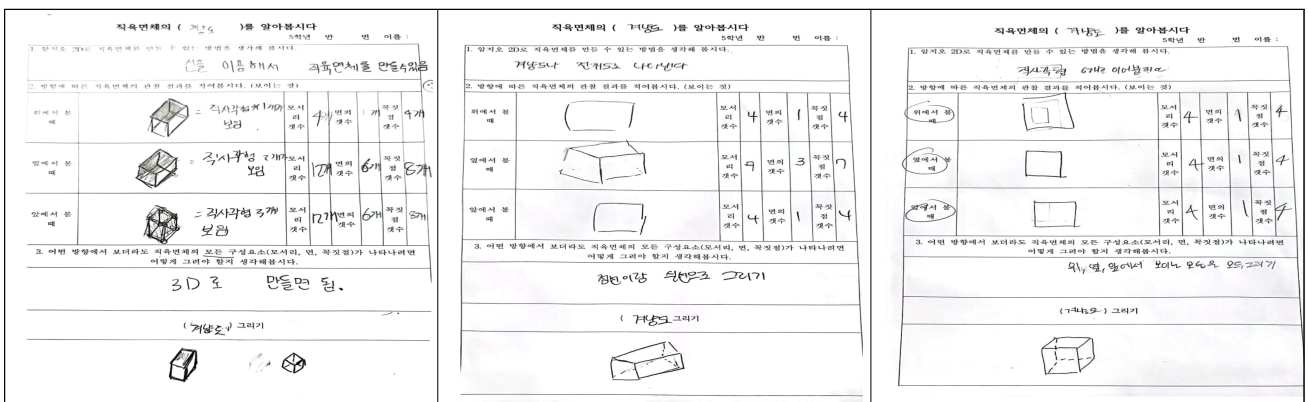


Figure 1. The examples of student activity sheet

3) 6차시

실험 수업의 6차시에서 학습한 정육면체의 전개도는 대체로 학생들이 어려워하는 내용이다. Kim (2009)은 학생들이 입체도형의 전개도를 어려워하는 주요한 요인으로 시각화 능력의 부족을 말하는데, 이에 본 차시에서는 시각화와 관련된 활동들을 주로 하였다. 이들 중에는 알지오 3D에서 정육면체의 전개도 그리기 및 접기 기능을 활용해서 학생 각자가 정육면체의 전개도를 펼치고 접어 보면서 시각적인 탐색을 통해서 정육면체의 전개도가 몇 가지일까를 생각해보는 활동이 있었다. 이 활동에서 학생들은 알지오매스의 전개도 조작 기능을 손쉽게 사용할 수 있었고, 이 조작 기능을 통해서 ‘우와! 종류가 뭐가 이렇게 많아?’, ‘다 같은 줄 알았는데 너무 많잖아’, ‘전개도가 1개가 아니라 11가지나 된다고?’ 등과 같이 전개도의 가짓수가 여러 개임을 자연스럽게 파악할 수 있었다. 이전 활동과 연결하여 다음 시각화 활동으로 알지오 3D의 정육면체 전개도에서 일부분만 접고 펼치거나, 임의로 밑면을 정하고 이 면을 기준으로 움직이거나 회전하는 등과 같은 조건에 부합하도록 도형을 조작하도록 하였다. 그리고 이 조작 활동을 통해서 학생들은 다양한 기준 및 위치와 방향의 측면에서 정육면체를 파악할 수 있었고, 이에 따라 정육면체의 전개도에 대해서 이해할 수 있도록 하였다. 이 활동을 진행하는 중에, 이제는 알지오매스의 기능을 어느 정도 알게 된 몇몇 학생들은 ‘알지오 2D에도 표시할 수 있을 것 같아요’, ‘맞아, 겨냥도는 입체인데, 이걸 평면이라 더 쉬울 것 같아요’와 같이 알지오 2D에도 전개도를 그릴 수 있다는 의견을 제시하였다. 그래서 학생들에게 모둠별로 알지오 2D에서 정육면체의 전개도 3가지를 나타내어 보고, 이를 알지오 모듬에 업로드하도록 하였다. 그리고 업로드한 전개도에서 겹치지 않는 것들을 찾아 보고, 이 전개도들에 대해서 수업 교사가 미리 만들어 놓은 알지오 2D의 정육면체 전개도를 함께 살펴봄으로써, 정육면체의 전개도가 11가지임을 확인해보는 활

동을 진행하였다. 다음 Figure 2는 알지오매스를 활용한 6차시 수업 활동에서 학생들이 알지오 2D의 정육면체 전개도를 학습하는 활동이다.

4) 7~8차시

직육면체의 전개도를 학습하는 7차시는 정육면체의 전개도를 학습한 이전 차시와 유사한 단계로 수업이 진행되었는데, 다만 이전 차시와 다르게 직육면체의 전개도에서 마주 보는 두 면을 기호를 사용하거나 같은 숫자를 사용하여 표시하도록 하였다. 이는 정육면체 전개도와는 다르게 직육면체는 모든 면의 크기가 같지 않기 때문에, 직육면체에서 마주 보는 두 면을 찾아 보도록 하는 활동이었다. 그리고 6차시에 이루어진 활동과 유사하게 서로 다른 모양의 직육면체 전개도를 3가지 그려보고, 알지오 모듬에 결과물을 업로드하도록 했다. 학생들은 자신이 만든 전개도뿐만 아니라 다른 학생들이 만든 전개도를 보면서 직육면체 전개도를 탐색하였는데, 이 활동에 어려움을 겪는 몇몇 학생은 다른 학생들의 결과물을 참고하여 직육면체 전개도를 완성할 수 있었다. 마지막으로 수업 소감을 말하고, 학습한 내용을 정리하며 7차시 수업을 마무리하였다.

주사위를 통해서 정육면체 전개도의 성질을 탐색하는 8차시는 정육면체의 전개도에 대한 도전적인 문제를 해결하도록 하는 실험 수업이었다. 이 수업에서 학생들은 먼저 실제로 주사위를 던지는 활동을 했는데, 이때 주사위를 5번 던져서 나오는 눈의 수를 차례대로 적으면서, 이와 함께 그 반대에 있는 숫자도 같이 작성해 보도록 하였다. 그리고 이전 6차시에서 알지오 모듬에 업로드한 정육면체 전개도를 불러와 알지오 2D에서 다시 관찰하는 활동을 진행하였다. 그런데 이전의 6차시는 정육면체의 전개도를 그려보는 활동만을 진행했고, 이 정육면체에서 마주 보는 두 면을 따로 표시하지는 않았다. 그렇지만 바로 전 차시인 7차시는 직육면체의 전개도를 그리는 활동에서 마주 보

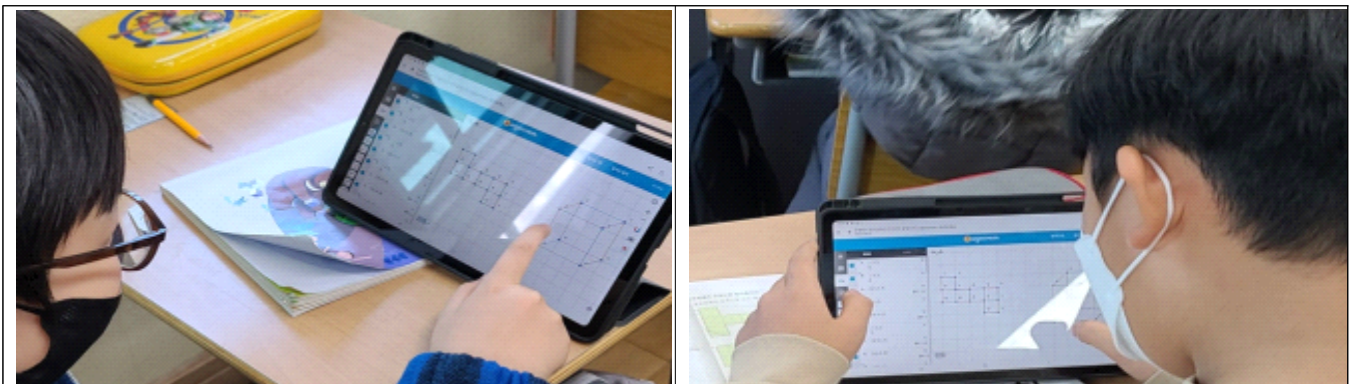


Figure 2. The examples of Cube development learning activity

Table 8. Result of pre-mathematical problem solving ability test

집단	<i>n</i>	평균	표준편차	<i>t</i>	<i>p</i>
실험집단	25	91.400	8.103	-0.621	0.538
비교집단	24	92.708	6.590		

Table 9. Result of Post-mathematical problem solving ability test

집단	<i>n</i>	평균	표준편차	<i>t</i>	<i>p</i>
실험집단	25	90.800	5.530	2.783	0.008
비교집단	24	86.042	6.423		

는 두 면을 표시하도록 안내했는데, 같은 활동으로 8차시에서는 정육면체의 전개도에서 마주 보고 있는 두 면을 표시하고 직육면체의 마주보는 두 면과의 차이점을 설명하도록 하였다. 이 활동을 하고 나서 실제로 주사위를 펼치면 어떤 전개도가 만들어 질 수 있는가를 탐색하도록 하였고, 이에 따라 학생들은 알지오 2D의 정육면체 전개도에 주사위 눈을 표시하도록 하였다. 이 단계에서 몇몇 학생들은 전개도의 어느 면에 어떤 숫자를 적어야 하는지 어려워했지만, 이전 활동인 주사위에서 어느 한 면과 마주 보는 면의 숫자를 기록한 활동지가 학생들을 알지오 2D 기반의 탐구 활동으로 이끄는 데 도움을 주었다. 이는 알지오매스와 같은 공학적 도구를 활용한 수업에서도 실제적인 자료와 수학적 사고가 구체적이면서 연역적인 역할을 할 수 있다는 것을 알려주는 사례였으며, 이에 따라 수학의 연역적 측면에서 공학적 도구와 실제적인 자료 사이의 관계에 대한 후속 연구가 필요함을 시사하는 것이었다.

3. 수학적 문제해결력 검사 결과의 분석

통계적으로 동질인 실험집단과 비교집단을 선정하기 위해서 실시한 사전 수학적 문제해결력 검사의 분석은 SPSS의 독립표본 t-검정을 활용하였으며, 그 결과는 다음 Table 8과 같다.

위의 Table 8과 같이 사전 수학적 문제해결력 검사에서 *p*값은 0.538로 유의수준 0.05에서 통계적으로 유의미한 차이가 없어 두 집단은 동질인 집단임을 알 수 있었다. 다만, 실험집단의 평균이 91.400이고, 비교집단의 평균은 92.708으로써 실험집단보다 비교집

단의 평균이 다소 높게 나타났다. 다음으로, 알지오매스를 활용한 수학 수업이 수학적 문제해결력에 어떤 효과가 있는지 알아보기 위해서 실험 수업을 진행하고 나서 사후 수학적 문제해결력 검사를 실시하였으며, 그 결과는 Table 9와 같다.

위의 Table 9와 같이 사후 수학적 문제해결력 검사에서 *p*값은 0.008로 유의수준 0.05에서 두 집단 간의 차이는 통계적으로 유의미하게 나타났다. 또한, 사후 수학적 문제해결력 검사에서 실험집단의 평균이 90.800, 비교집단의 평균이 86.042로, 실험집단의 평균이 비교집단보다 더 높았다. 따라서 알지오매스를 활용한 수업은 초등학생들의 문제해결력 신장에 효과가 있는 것으로 나타났다.

4. 수학적 태도 검사 결과의 분석

알지오매스를 활용한 실험 수업을 진행하기 이전에 수학적 태도의 측면에서 통계적으로 동질한 집실험집단과 비교집단을 선정하기 위해서 사전 수학적 태도 검사를 실시하였으며, 그 결과는 Table 10과 같다.

위의 Table 10과 같이 *p*값은 0.902이므로, 실험집단과 비교집단은 유의수준 0.05에서 통계적으로 유의미한 차이가 없는 것으로 나타났다. 즉, 통계적 태도의 측면에서 두 집단은 통계적으로 동질한 집단으로 분석되었는데, 다만 실험집단과 비교집단의 평균이 각각 3.035, 3.007로 실험 집단의 평균이 다소 높은 것으로 나타났다. 나아가 연구 대상 학생들의 수학적 태도에 대한 엄밀한 분석을 위해서 사전 수학적 태도 검사의 하위 요소별로 독립표본 t-검정을 실시하였고, 그 결과는 Table 11과 같다.

Table 10. Result of Pre-Mathematics Attitude Test

집단	<i>n</i>	평균	표준편차	<i>t</i>	<i>p</i>
실험집단	25	3.035	0.843	0.124	0.902
비교집단	24	3.007	0.742		

Table 11. Result of sub-element of the pre-mathematics attitude test

하위요소	집단	n	평균	표준편차	t	p
흥미	실험집단	25	2.500	1.092	-0.181	0.857
	비교집단	24	2.552	0.912		
학습태도	실험집단	25	2.890	1.021	-0.306	0.761
	비교집단	24	2.969	0.767		
가치	실험집단	25	2.970	1.074	-0.779	0.440
	비교집단	24	3.198	0.972		
학습동기	실험집단	25	3.370	0.977	0.609	0.546
	비교집단	24	3.219	0.753		
학습의지	실험집단	25	3.030	0.882	-0.048	0.962
	비교집단	24	3.042	0.823		
효능감	실험집단	25	3.450	0.960	1.539	0.131
	비교집단	24	3.062	0.798		

위의 Table 11과 같이 하위 요소 중에서 학습동기, 효능감 요소에서는 실험집단이 비교집단보다 평균이 다소 높았고, 수학 흥미, 수학 학습 태도, 가치, 학습 의지 요소에서는 비교집단이 실험집단보다 평균이 더 높았다. 그리고 알지오매스를 활용한 실험 수업이 연구대상인 초등학교 5학년 학생들의 수학적 태도에 미치는 효과를 알아보기 위하여 수행한 사후 수학적 태도 검사의 결과는 다음 Table 12와 같다.

위의 Table 12와 같이 사후 수학적 태도 검사에서 p값은 0.357로 나타나 유의수준 0.05에서 통계적으로

유의미한 차이가 없었다. 그렇지만, 실험집단과 비교 집단의 평균은 각각 3.240, 3.075로 실험집단이 다소 높았으며, 사전 수학적 태도 검사 결과와 비교하면 수학적 태도에 대한 실험집단의 사전·사후 평균 증가치(0.205)가 비교집단의 사전·사후 평균 증가치(0.068)보다 높았다. 다음으로 수학적 태도에 대한 보다 엄밀한 분석을 위해서 사후 수학적 태도 검사 결과의 하위 요소별로 독립표본 t-검정을 실시하였고, 그 결과는 Table 13과 같다.

위의 Table 13과 같이 유의수준 0.05에서 통계적으로

Table 12. Result of Post-Mathematics Attitude Test

집단	n	평균	표준편차	t	p
실험집단	25	3.240	0.579	0.930	0.357
비교집단	24	3.075	0.660		

Table 13. Result of sub-element of the post-mathematics attitude test

하위요소	집단	n	평균	표준편차	t	p
흥미	실험집단	25	2.840	0.927	0.482	0.632
	비교집단	24	2.719	0.835		
학습태도	실험집단	25	3.130	0.681	0.350	0.728
	비교집단	24	3.062	0.669		
가치	실험집단	25	3.160	0.892	0.015	0.988
	비교집단	24	3.156	0.887		
학습동기	실험집단	25	3.560	0.659	1.282	0.206
	비교집단	24	3.302	0.744		
학습의지	실험집단	25	3.220	0.618	0.702	0.487
	비교집단	24	3.073	0.829		
효능감	실험집단	25	3.530	0.818	1.682	0.099
	비교집단	24	3.135	0.824		

로 유의미한 차이를 보인 하위 요소는 없었다. 그렇지만 사전 수학적 태도 검사의 하위 요소들과 비교해보면, 사전 수학적 태도 검사에서는 비교집단보다 실험집단의 평균이 학습 동기, 효능감 요소에서 높았던 것에 비해서, 사후 수학적 태도 검사에서는 실험집단의 평균이 모든 하위 요소에서 비교집단보다 높았다.

V. 결론

학교수학 교육에서 공학적 도구의 활용이 중요시되는 것은 시대적 흐름이고 교육적 현실이다. 이에 따라 수학교육에 적합한 다양한 공학적 도구들이 개발되고 있으며, 현장의 교사와 학생들은 이를 활용하여 효과적인 교수·학습 활동을 진행하고 있는 것은 주지의 사실이다. 이에 본 연구는 초등학생을 대상으로 공학적 도구인 알지오매스를 활용한 수업이 학생들의 문제해결력과 수학적 태도에 미치는 효과에 대해 알아보게 하였다. 본 연구를 수행하기 위하여 D광역시 소재 P초등학교 5학년 2개 반을 연구 대상으로 선정하였으며, 실험집단은 총 8차시의 알지오매스를 활용한 실험 수업을 수행하였고, 비교집단은 기존의 교과서 중심의 전통적인 수학 수업을 진행하였다. 실험 수업의 전후에 수학적 문제해결력 검사와 수학적 태도 검사를 실시하였고, 통계 프로그램인 SPSS의 t -검정을 활용하여 수집한 자료를 분석하였다. 이에 따른 본 연구의 결과는 다음과 같다.

첫째, 문제해결력에서 실험집단과 비교집단은 유의수준 0.05에서 통계적으로 유의미한 차이가 있었으며, 이에 따라 알지오매스를 활용한 수학 수업은 학생들의 수학적 문제해결력 향상에 효과가 있는 것으로 나타났다. 나아가 실험 수업에서 학생들은 알지오매스를 활용하여 직육면체와 정육면체를 그려보고 조작하면서 교과서로 학습하는 것보다 직관적으로 쉽게 이해할 수 있었다고 말하였다. 또한, 알지오 매스에 업로드한 결과물을 필요할 때마다 확인할 수 있어 복습에 도움을 주었다고 말하는 학생도 있었다. 이와 같이 알지오매스를 활용한 수학 수업은 수학적 내용을 탐구하는데 도움을 주고, 또한 학생들의 수학적 문제해결력의 향상에 효과가 있다는 것을 알 수 있었다.

둘째, 수학적 태도에서 실험집단과 비교집단은 유의수준 0.05에서 통계적으로 유의미한 차이가 없었지만, 대체로 알지오매스를 활용한 수학 수업은 연구대상 학생들의 수학적 태도에 대한 평균 향상에 어느 정도 긍정적인 영향을 준 것으로 나타났다. 이는 사후 수학적 태도 검사 결과가 사전 검사와 비교하여 실험집단이 비교집단보다 더 높아진 것에서 알 수 있었다. 또

한, 수학적 태도의 하위 요소를 분석했을 때, 사후 수학적 태도 검사의 흥미, 학습 태도, 가치 등의 모든 하위 요소에서 실험집단이 비교집단보다 더 향상된 것을 알 수 있었다. 나아가 학생들은 알지오매스를 활용하여 겨냥도와 전개도를 완성하면서 성취감을 느꼈다고 말했으며, 또한 알지오매스로 육면체를 표현하는 활동이 재미있고 흥미롭다고 했는데, 이는 연구 대상 학생들이 알지오매스를 활용한 수학 수업에 즐겁고 의미 있게 참여했다는 점에서 의미가 있었으며, 이는 학생들의 수학적 태도 향상에 긍정적인 영향을 미쳤다고 할 수 있었다.

본 연구를 통해 얻은 결과를 기반으로 다음과 같이 제언하고자 한다. 첫째, 알지오매스에 대한 적극적인 홍보가 필요하다고 여겨진다. 실제로 한국과학창의재단과 각 시·도교육청이 최초로 공동으로 개발하고 보급하고 있지만, 초등학교 현장에서 알지오매스가 많이 다루어지지 않고 있는 것이 현실이다. 현장 교사들을 위한 알지오매스 관련 연수의 다양화 및 교실 수업에서 알지오매스의 활용도 재고를 위한 지원, 알지오매스 기반 교수·학습자료의 개발 등을 통해서 적극적으로 초등수학 수업에 알지오매스를 활용할 수 있도록 해야 할 것이다. 둘째, 알지오매스의 기능 개선이 필요하다. 알지오매스는 PC와 모바일 모두 접속이 가능하지만, 학생들이 주로 사용하는 모바일 환경에서는 컴퓨터에서 접속하는 것보다 작도에서 상대적인 기능의 복잡함이나 끊김의 문제 등으로 초등학생들이 알지오매스의 몇몇 기능들을 다루기에 불편한 점이 많다. 따라서 초등학생들이 편리하게 다룰 수 있도록 지속적인 알지오매스 기능의 개선이 필요하다. 셋째, 초등학교에서 알지오매스를 활용한 수업 연구에 대한 지원 및 다양한 수학교육 연구가 필요하다. 알지오매스를 활용한 수학 수업 관련 연구 중 대부분은 초등학교보다는 중·고등학교에서 이루어지고 있다. 그리고 초등학교에서 알지오매스를 활용한 선행 연구들은 대체로 도형 학습에 대한 수업 프로그램을 개발하는 것인데, 이는 알지오매스를 활용한 수업에서 초등학생들의 수학적 능력 변화에 관한 연구는 현재까지 본 연구가 유일하다는 점에서 알 수 있다. 이에 알지오매스를 활용한 수학 수업에서 초등학생들의 수학적 능력의 변화를 알아보는 다양한 후속 연구가 필요할 것이다.

국 문 요 약

본 연구의 목적은 초등학교 5학년을 대상으로 알지오매스를 활용한 수업이 학생들의 수학적 문제해결력 및 수학적 태도에 미치는 효과를 알아보는 데 있다. 이를 위해서 초등학교 5학년 수학 교과서의

‘직육면체’를 재구성한 알지오매스 기반 교수·학습 자료를 사용해서 총 8차시의 실험 수업을 실시하였다. 그리고 실험 수업의 전후에 수집한 양적 자료들을 통계적으로 분석하였고, 또한 알지오매스를 활용한 실험 수업의 장면을 구체적으로 제시함으로써, 수학적 문제해결력과 태도의 측면에서 공학을 활용한 수업의 효과와 실재를 알아보았다. 본 연구의 결과는 다음과 같다. 첫째, 수학적 문제해결력 검사에서 실험집단과 비교집단은 유의수준 0.05에서 유의미한 차이가 있었다. 즉, 알지오매스를 활용한 수업은 수학적 문제해결력의 신장에 효과가 있는 것으로 나타났다. 둘째, 수학적 태도 검사에서 실험집단과 비교집단은 유의수준 0.05에서 유의미한 차이가 없었지만, 수학적 태도의 모든 하위 요소들에 대해서 실험집단이 비교집단보다 평균 점수가 상승한 것으로 나타났다.

주제어: 알지오매스, 직육면체, 수학적 문제해결력, 수학적 태도

References

- Choi, B. (1993). A study on the development of computer educational game programs to mathematical motivation. *mathematics education, 32*(4), 360-373.
- Choi, S., & Lee, D. (2011). *Mathematical experience through problem solving*. Seoul: kyungmoon.
- Cho, Y. (2001). A Study on Problem-Based Learning as a Teaching Strategy of Creative Problem Solving Abilities. *The Journal of Korean Education, 28*(2), 205-227.
- Jang, S. (2017). *Analyzing Trend of Mathematics Education Research Using Technology: Focusing on Domestic Journals of Mathematics Education* (Unpublished master's thesis). Jinju National University of Education. Jinju, Korea.
- Jeong, S. (2019). Introduction to AlgeoMath, software for mathematical experiment exploration and examples of class application. *Newsletter, 35*(3), 37-43.
- Ju, S., & Kim, H. (2009). A Study on the Function Education of Middle School Using the Technical Instruments. *Journal of the Korean School Mathematics, 12*(3), 189-209.
- Kwon, J., Jung, H., & Jung, S. (2023). International comparison of performance verbs included in achievement standards of mathematics curriculum: Focusing on South Korea, the United States, the United Kingdom, and Australia. *Communications of Mathematical Education, 37*(2), 105-134.
- Kim, K., & Ryu, S. (2009). The Effects of the Situation-Based Mathematical Problem Posing Activity on Problem Solving Ability and Mathematical Attitudes. *School Mathematics, 11*(4), 665-683.
- Kim, N. (2002). A Study on the GSP in the Viewpoint of Problem Solving. *School Mathematics, 4*(1), 111-125.
- Kim, S. (2009). *Analysis of Plane Figure and Solid Figure 6th Grader Misconceptions and Reasons for these Misconceptions* (Unpublished master's thesis). Korea National University of Education. cheongju, Korea.
- Kim, W. (2021). *Development and Effect of an Online Class Program for Teaching Spatial Sense utilizing AlgeoMath:- Focused on "Unit: Space and Dimensions" in the Second Semester of the Sixth Grade-* (Unpublished master's thesis). Gyeongin National University of Education. Incheon, Korea.
- Kim, H. & Shin, H. (2020). Analysis for characteristics of changes in achievement standards according to curriculum of mathematics in elementary school. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea, 24*(4), 323-342.
- Lee, M., & Son, W. (2007). *Analysis of OECD/PISA evaluation framework and open question*. Korea Institute for Curriculum and Evaluation ORM 2007-25.
- Lee, J. (2011). *Effects of Spreadsheet-used Instruction on Statistical Thinking and Attitude* (Unpublished doctoral dissertation). Korea National University of Education. cheongju, Korea.
- Lee, H., Kim, H., Lee, J., Lee, H., & Ko, H. (2017). The Development and Validation of the Survey of Students' Affective

- Characteristics in the Non-Cognitive Domain of Mathematics Learning. *School Mathematics*, 19(2), 267-287.
- Lee, H. (2019). A Study on the Effectiveness the Blended e-Learning on Teaching and Learning of the Engineering Mathematics. *Journal of the Korean School Mathematics*, 22(4), 395-413.
- Ministry of Education, Science and Technology (2011). *Mathematics curriculum* (supplement 8). Ministry of Education.
- Ministry of Education (2015). *Mathematics curriculum* (supplement 8). Ministry of Education.
- Ministry of Education (2022). *Mathematics curriculum* (supplement 8). Ministry of Education.
- Ministry of Education, Korea Foundation for the Advancement of Science and Creativity (2021). *AlgeoMath Guide*. Seoul: Cemware.
- Nam, Y., & Rim, S. (2000). The influence of the student-centered classes on the change in the mathematical attitude. *Journal of the Korean school mathematics society*. 3(2), 37-46.
- Nam, S., Ryu, S., Kwon. S., Kim, N., Shin, J., Park, S., Park, M., Choi, K., Kwon. J., & Lee, J. (2017). *Elementary mathematics education theory according to 2015 revised curriculum*. Seoul: Kyungmoon.
- NCTM (1992). *New directions in mathematics curriculum and assessment* (Gu, G., Oh, B., & Ryu, H., Trans.). Seoul: kyungmoon. (Original work published 1989).
- NCTM (2007). *Principles and standards for school mathematics* (Ryu, H., Jo, W., Lee, K., Kim, N., & Bang, J., Trans.). Seoul: kyungmoon.(Original work published 2000).
- Park, S. (2021). *Development of Teaching and Learning Materials for Solid Figures Using AlgeoMath -Focusing on the Solid Figures Units of 6th Grade in Elementary School-* (Unpublished master's thesis). Seoul National University of Education. Seoul, Korea.
- Park, S. (2020). *Development and application of geometry learning programs using AlgeoMath* (Unpublished master's thesis). Seoul National University of Education. Seoul, Korea.
- Shin, H., & Kim, K. (1999). *Mathematical problem solving*. Seoul: kyungmoon.
- Shin, S., Hwang, H., Kim, S., & Seong, G. (1992). *Research on mathematics education evaluation system for the essence of education* (RM 92-5-2). Jincheon: Korea Educational Development Institute.

저 자 정 보

이 승 동 (대구포산초등학교 교사)

이 종 학 (대구교육대학교 교수)