East Asian Math. J.
Vol. 40 (2024), No. 2, pp. 167-181
http://dx.doi.org/10.7858/eamj.2024.013

초등 영재의 페르미 추정을 통한 창의적 문제해결력 분석[1)]

Elementary Gifted Students' Creative Problem Solving Through Fermi Estimate

허 정 인 · 노 지 화[2)]

ABSTRACT. This study explored the characteristics of elementary gifted students' creative problem-solving skills combining creativity and problem-solving ability based on their work on Fermi estimation problems. The analysis revealed that gifted students exhibited strong logical validity and breadth but showed some weaknesses in divergent thinking abilities (fluency, flexibility, originality).

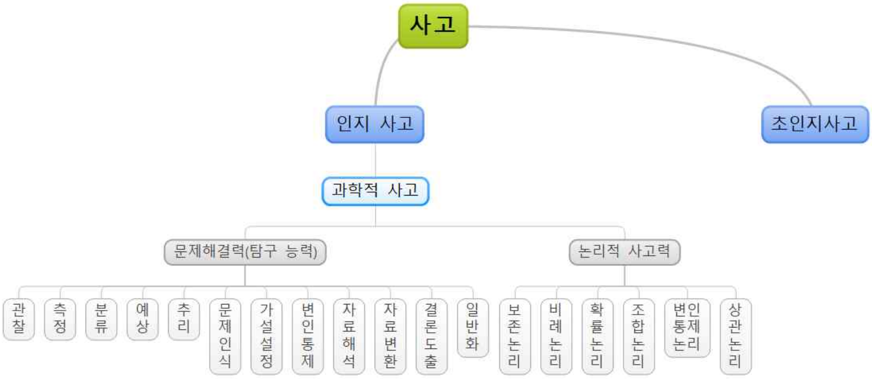
I. 수학에서의 창의적 문제해결력

1. 정의

학생들이 눈앞에 있는 문제를 해결한다고 했을 때, 해결한다는 말 대신 '푼다'라는 말을 훨씬 더 많이 사용한다. 즉 '문제를 푼다'는 말은 주어진 과제를 학생들이 자신들의 방법으로 나름대로 '해결'한다는 뜻이다. 이와 같이 눈앞에 직면한 미해결 문제를 해결하는 것이 바로 문제 해결이다. 문제를 해결하는 과정은 문제해결 과정이라 할 수도 있고, 문제를 탐구해 가는 과정이라 할 수도 있다. 이러한 맥락에서 강순희(2008)는 사고의 개념도를 [그림 1]과 같이 제시하였고, 이는 과학에서의 문제 해결이 곧 탐구임을 말하고 있다. 그에 따르면 과학적 사고는 논리적 사고로서의 과학적 사고와 문제 해결로서의 과학적 사고로 분류할 수 있으

Received February 7, 2024; Revised February 24, 2024; Accepted February 27, 2024.
1) 본 논문은 제1저자의 석사학위논문 일부를 수정·보완하였음.
2010 Mathematics Subject Classification: 97B50, 97D40, 97U80
Key Words: Creative problem solving, Fermi Estimate, Gifted education, Mathematical creativity
2) Corresponding author

며, 문제 해결로서의 과학적 사고력이 바로 과학 탐구 능력이라 하였다. 즉, 문제 해결로서의 과학적 사고력의 하위 요소는 관찰, 분류, 측정, 예상, 추리, 문제, 인식, 가설 설정, 변인 통제, 자료 변환, 자료 해석, 결론 도출, 일반화 등의 과학 탐구 기능들이다.



[그림 1] 사고에 대한 개념도(강순희, 2008)

즉, 탐구라는 말로 표현할 수 있는 문제 해결의 사전적 의미는 '기존의 습관이나 지식으로는 해결할 수 없는 장애나 곤란에 당면했을 때 창조적으로 새로운 해결법(가설)을 생각해 내어, 그것을 사고 상의 조작, 실험, 논증 등에 의해서 확인하고, 새로운 문제 장면을 해소하는데 족한 행동의 방법을 결정하는 것'이다.(교육사전편집회, 1960) 박인숙(2010)은 당면한 문제에 대해 창의적 사고를 활용하여 새로운 해결법을 생각해내고, 비판적 사고를 활용하여 적절한 행동 방법을 결정하는 것이 문제 해결이며 문제 해결은 창의적 사고를 요구하고 문제 해결 그 자체가 창의적인 과정을 동반한다고 하였다.

Lubart(1994)는 일반적인 문제 해결과 창의적인 문제 해결의 차이점을 4가지로 제시하였다. 첫째, 문제 해결의 단계 수행에 있어 질적인 차이가 존재한다. 예를 들어 초등학생이 두 자리 숫자 두 개를 곱하는 문제를 해결할 때의 새로움과 고등학생이 대수에 속하는 새로운 문제를 해결할 때의 창의성, 그리고 수학자가 어려운 문제를 해결할 때의 과정은 질적인 차이가 존재한다. 둘째, 문제 해결의 각 단계에 쏟는 시간의 양 또는 각 활동을 하는 횟수에 차이가 있다. 창의적 문제 해결 과정에서는 문제를 정의하는 단계에 시간을 더 많이 소비하거나 창의적 사고의 핵심이라 할 수 있는 유추의 과정을 더 많이 활용한다는 것이다. 이때, 적절한 평가의 중요성을 강조하면서 평가가 적절한 시점에 이루어지지 않을 경우, 문제 해결 결과가 덜 창의적일 것이라고 말한다. 넷째, 창의적인 문제 해결 과정

에는 일반적인 문제 해결 과정에서 나타나지 않는 특별한 활동이나 단계가 나타난다는 것이다. 예를 들어 ‘발산적 사고’는 창의적인 문제 해결 과정에서만 나타나는 특수한 활동이라는 것이다. 창의성 개념의 요체는 발산적 사고로 여겨지며, 발산적 사고가 발현되지 않는 창의성은 생각할 수 없다고 할 정도로 창의성에서 발산적 사고는 중요한 역할을 차지하고 있다.(김영정, 2002). 앞서 예로 든 두 자리 숫자 두 개를 곱하는 것과 유사한 일반적인 문제 해결 과정에서는 발산적 사고가 나타나지 않는다.

본 연구에서는 문제 해결이라는 개념 속에 창의성이 잠재되어 있다고 보고, 이러한 문제 해결의 과정 속에서 창의성을 역설하는 뜻에서 문제 해결을 창의적 문제 해결이라 하기로 한다. 즉, 창의적 문제 해결이란 문제 해결자가 이전까지 접해보지 못한 문제들을 참신하고 적절하게 해결하는 과정 속에서 발산적 사고와 수렴적 사고를 활용하는 것이라 할 수 있다.

2. 구성 요소

강순희(2011)는 창의적 문제 해결이란 문제 해결자가 이전에 접해보지 못한 문제를 새롭고 적절하게 해결하는 탐구의 과정에서 발산적 사고와 수렴적 사고를 활용하는 것이라고 정의하였다. 또한 강순희(2011)는 창의적 문제 해결력을 평가할 수 있는 검사지를 개발하였으며, 그 검사지가 평가할 수 있는 사고력은 창의적 사고력과 문제 해결 측면의 비판적 사고력, 논리 사고력 측면의 비판적 사고력이다. 창의적 사고력에 대한 평가 준거 요소로 유창성, 융통성, 독창성을 사용하였으며, 문제 해결 측면의 비판적 사고력에 대한 평가 준거 요소로 검증 가능성, 광범성, 일관성, 정밀성, 정확성, 중요성, 타당성을 사용하였다.

본 연구에서는 창의적 문제 해결에서 활용되는 사고인 발산적 사고와 수렴적 사고를 바탕으로 구성 요소를 나누었다. 먼저 발산적 사고의 구성 요소로는 유창성, 융통성, 독창성으로, 수렴적 사고의 구성 요소로는 타당성, 적절성, 광범성으로 평가하였다.

먼저 발산적 사고란 확산적 사고로 볼 수 있으며 좁은 의미로는 창의적 사고력으로, 넓은 의미로는 새롭고 유용한 어떤 것을 생산해내는 행동 또는 정신과정이다. 발산적 사고의 구성 요소 중 유창성이란 사고의 요소가 얼마나 많은지, 즉 문제 해결 과정에서 세운 가정의 수가 얼마나 많은지에 대해 평가하는 것이다. 융통성이란 사고의 수가 얼마나 다양한지, 즉 문제 해결 과정에서 사고의 기준을 얼마나 많이 세웠는지에 대해 평가하는 것이다. 독창성이란 자신의 사고가 얼마나 독특한지, 즉 접근방법이 정답과는 별개로 다른 사람과의 방법과 얼마나 독특하고 희소한지를 평가하는 것이다.

수렴적 사고란 비판적 사고로 볼 수 있으며 어떤 것을 바라보는 안목이나 주장

에 대해 더 생각해보고 합리적으로 판단하는 사고이다. 즉 여러 가지 가능한 주장 또는 사고들 중에서 보다 합리적인 하나의 주장 또는 사고로 수렴하는 사고를 말한다. 수렴적 사고의 구성 요소 중 타당성이란 추정의 근거와 그 근거가 설득력이 있는지 평가하는 것이다. 관련성이란 실제 답과 유사한지 그렇지 않은지 평가하는 것이다. 광범성이란 문제를 해결하는데 핵심적인 가정을 세웠는지 아닌지를 평가하는 것이다.

II. 페르미 추정

1. 페르미 추정

페르미 추정(Fermi Estimate)이란 노벨 물리학상을 수상한 엔리코 페르미(Enrico Fermi, 1901~1954)가 고안한 것으로, 차원적인 분석, 근사 그리고 하나의 가정을 명백하게 정의하는 것의 중요성을 가르치기 위해 설계된 추정이다. 페르미는 ‘물리학자뿐만 아니라 어떤 사고하는 사람도 자신의 머리만을 이용해 양적으로 정확하게 어떤 양에 대해 추측할 수 있다.’고 주장하였다. 즉 타당성이 있고 현실성이 있도록 큰 계산의 틀을 만든 뒤 간단한 사칙연산을 통해 추정한 양을 정확하게 구할 수 있다고 하였다.

페르미가 시카고 대학에 재직할 당시 학생들에게 제시한 ‘시카고에 피아노 조율사는 몇 명이나 있을까?’ 라는 문제는 페르미 추정의 고전으로 알려져 있다. 이 문제에 대한 전형적인 해결책은 추정을 세우고 그 추정이 옳다면 제대로 된 결과를 산출할 만한 연속된 추정들을 함께 곱하는 것이다.

예를 들어, 다음의 가정들을 만들 수 있다.

① 시카고에 대략 5,000,000명이 살고 있다.
② 평균적으로 시카고에서는 한 가구의 구성원이 두 명이다.
③ 약 20가구 당 한 가구는 정기적으로 조율 받는 피아노를 가지고 있다.
④ 정기적으로 조율받는 피아노는 평균적으로 약 1년에 한 번 꼴로 조율받는다.
⑤ 오가는 시간을 포함해서, 조율사는 피아노를 조율하는데 대략 2시간을 소모한다.
⑥ 각각의 피아노 조율사는 하루에 8시간, 주 5일, 일 년에 50주 근무한다.

이런 가정으로부터 시카고에서 1년 동안 이루어지는 피아노 조율에 대해 다음과 같이 계산할 수 있다.

(시카고 인구 5,000,000명)÷(2명/1가구)×(피아노 1대/20가구)×(피아노 조율 1회/1년) = 125,000 건

그리고 이와 유사하게 피아노 조율사가 1년 동안 작업하는 횟수를 다음과 같이 계산할 수 있다.

(50주/1년)×(5일/1주)×(8시간/1일)×(피아노 조율 1회/2시간) = 1,000회

이런 계산 결과를 조합하면,

(시카고에서 1년 동안 이루어지는 피아노 조율 125,000건)÷(한 명의 조율사가 1년 동안 작업하는 횟수 1,000) = 125명

따라서, 시카고에는 125명의 피아노 조율사가 있다고 추측할 수 있다.

이렇듯 페르미 추정이란 ‘우리나라에서 하루 동안 사용하는 비닐봉지의 개수는 몇 개일까?’, ‘전 세계에 골프공은 몇 개 있을까?’와 같이 단번에 파악하기 어렵고 황당하기까지 한 수량에 대해서 제한된 시간과 부족한 자료 속에서도 자신이 갖고 있는 기초적인 지식과 논리적인 추론만으로 대략적인 근사값을 추정하는 방법이다. Carlson(1997)은 페르미 추정이란 ‘경험에 근거한 추측과 개략적이고 연속적인 계산들을 통해 겉으로는 난해해 보이는 수학적 과정을 쉽고 빠르게 근사치를 얻어내는 방법’이라고 설명하고, 이것이야말로 페르미 추정을 해결하는 본질이라고 강조하였다.

2. 페르미 추정 문제의 해결전략

페르미 추정 문제는 일반적인 문제들과 구별된다. 일반적인 문제들은 문제해결의 요소들이 모두 문제 안에 있다. 따라서 충분한 정보를 통해 정확한 해법을 탐구할 수 있다. 이에 반해, 페르미 추정들은 충분한 정보가 없음에도 불구하고 가지고 있는 정보만으로 문제의 해법을 탐구해야만 한다. 그리고 그렇게 구한 해법은 정확한 해법이 아닌 개략적인 해법이다. 이렇게 구한 답이 정답과 근사하지 않을 것으로 생각할 수 있다. 그러나 페르미 추정의 답의 단위조차 모른다고 할지라도 다른 가설 혹은 가정들의 토대 위에서 진행하여도 답의 범위에 속하는 결론을 낼 수있다. 계산과정에서 생기는 착오는 서로 상쇄되기 때문이다. 예를 들어, ‘시카고에는 얼마나 많은 피아노 조율사가 있을까?’에 대해, 어떤 사람이 전체 가족들의 3분의 1이 아니라 6분의 1이 피아노를 가지고 있다고 가정한다면, 그 사람은 피아노가 5년에 한번이 아니라 2번 조율을 받는다고 가정할 가능성이 높다. 잘못이 모두 낮게 추산되거나 높게 추산되거나 하는 것은 거의 불가능하다. 그것은 마치 동전을 던질 때, 항상 모두 앞면만 나오거나 뒷면만 나오거나 하는 것이 거의 불가능한 것과 유사한 맥락이다. 올바른 가정들로부터의 일탈을 서로 보안하는 경향을 보이도록 확률의 법칙이 지배하기 때문에 최종 결과들은 올바른 수에 수렴하는 것이다.(송설란,2011)

‘우리나라의 전봇대의 개수는 모두 몇 개일까?’라는 질문을 받았다고 하자. 과연 이 질문이 정확한 전봇대의 개수를 묻는 것일까? 아니다. 출제자가 기대하는

것은 정확한 전봇대의 개수가 아닌 정답에 다가가기 위한 ‘산출 논리’이다. ‘우리나라의 전봇대의 개수는 모두 몇 개일까?’라는 질문을 통해 페르미 추정의 해법에 대해 알아보자.

페르미 추정의 해법에는 크게 접근 방식 설정, 모델 설정, 어림 계산 실행, 현실성 검증 순서의 4단계를 따른다(Hosoya, 2007).

1) 1단계: 접근방식 설정

문제를 접했을 때, ‘어떻게 하면 전봇대의 개수를 계산해 낼 수 있을까?’ 라는 생각이 들면서 집 주변의 전봇대를 자연스럽게 상상하게 될 것이다. 그러나 이렇게 접근을 하면 고려해야 될 사항이 많아 해결하기 어려워진다. 여기에서 ‘단위 면적당 전봇대의 개수를 세워, 우리나라 총면적으로 나누어 생각한다’라고 접근방법을 세워볼 수 있다. 이외에도 ‘단위 세대당 개수를 생각한다’ 와 같은 접근방식도 고려해 볼 수 있다. 이번 풀이에서는 단위 면적당 전봇대의 개수를 정해 우리나라 총 면적으로 나누어 생각해보자.

2) 2단계: 모델 분석

다음으로 대상을 모델화하여 단순한 요소로 분해한다. 각 영역의 ‘단위 면적당 개수’와 ‘총 면적’을 알면 되는데, 더 정확하게 산출하기 위해, 각 요소들이 무엇으로 구성되어 있는지 적절한 접근법으로 분해하여야 한다. 즉, 도시와 산간지역을 구분하는 것, 그리고 도시와 산간지역의 비율은 전체 면적의 각각 몇 퍼센트를 차지하고 있는지 등으로 분해할 수 있다. 우리나라의 면적은 약 110,000km^2이다. 우리나라 면적의 약 70%는 산지이다. 그리고 전봇대는 대략 60m 간격으로 세워져 있다고 가정하자. 그럼 1km^2 당 전봇대의 개수는 약 250개이다. A시의 면적은 약 800km^2이며 A시를 포함한 6대 도시 및 서울의 총 면적을 약 6000 km^2이라 가정하자. 그리고 나머지 시도가 약 27,000km^2를 차지한다고 가정하자.

3) 3단계: 계산 실행

계산을 실행하기 위해서는 분해한 요소들의 수치를 알아야 한다. ‘모델 분석’과정에서 어느 정도 숫자 추정이 가능한 부분까지 인수분해를 해 두었다면 구체적으로 A시를 포함한 6대 도시 및 서울은 다른 지역에 비해 전봇대가 단위면적당 2배가 더 많다고 가정하여 모델을 통해 계산한다. 즉 우리나라 인구 약 5000만명 중 대략 45%인 2250만명이 A시를 포함한 6대 도시 및 서울에 산다고 가정하면 상대적으로 이 지역에는 나머지 지역보다 전봇대가 2배 정도 많다고 가정할 수 있다. 실제로 계산을 해 보면 다음과 같다.

구분	면적(km^2)	배수	환산면적(km^2)	km^2당 개수	전봇대 수(개)
6대 도시 및 서울	6,000	2	12,000	250	3,000,000
나머지 지역	27,000	1	27,000	250	6,750,000
계	33,000		39,000		9,750,000

4) 4단계 : 현실성 검증

‘계산 실행’의 과정을 통해 결과가 나오지만, 이것이 현실적 자료와 수치가 가까운지 확인할 수 있을 것이다. 이는 페르미 추정의 ‘가설 검증’에 해당하는데, 이는 확인 가능할 수도 있고, 분해한 요소들만 확인 가능한 경우도 있다. 실제로 한전에서 공개한 자료에 따르면 약 950만여개가 존재한다(한국전력 통계, 2020).

3. 수학 교육에서 페르미 추정

페르미 추정의 본질은 정확한 답을 찾아내는 데 있다기 보다는 추측들의 일련의 연속을 통해서 문제를 해결한다는 것이다. 그리고 페르미 추정은 전적으로 문제를 푸는 사람의 머릿속에 저장된 정보로 해결한다는 것이다. 또한 페르미 추정의 해결은 자연스러운 해결법이 아닌 인위적인 도전을 말한다(Arleback, 2009).

Efthimiou와 Llewellyn(2007)는 페르미 추정의 두드러진 특징들 중에 가장 핵심적인 것은 처음 문제와 관련된 정보가 주어지지 않았거나 제한적인 정보만이 주어졌을 때 어떻게 문제에 착수할 것인지에 대해 공식화하는 과정이라고 하였다. Kittel & Marxer(2005)는 페르미 추정이 가지는 특징은 ‘접근 용이성’과 ‘자기 구별 기질’이라고 주장하였다. ‘접근 용이성’이란 질문 내용이 명쾌하고 익숙하며 문제의 해법이 정형화 되어 있지 않기 때문에 문제를 해결하는 사람의 접근 방식에 의존하여 해결이 가능하다는 의미이다. 자기 구별 기질이란 각각의 페르미 추정이 가지는 난도가 전부 다를 뿐 아니라 초중고등학교 등 수준이 다른 단계의 학교수학에서 충분히 다루어 질 수 있다는 것을 뜻한다.

Peter-Koop(2004, 2005)은 우리가 실제로 생활하는 사회에서 겪는 다양한 문제상황들은 완전한 수학적 문제가 아닌 페르미 추정과 같은 성격의 과제들이며 페르미 추정의 해결법과 비슷한 문제해결과정이 더 적절하다고 주장하였다. 이와 같이 페르미 추정은 비구조화 되고 비정형화 된 문제로써 정답이 존재하지 않는다. 따라서 여러 가지 해결방법을 가지고 있거나 문제해결을 평가하는 다양한 준거를 가지고 있기 때문에, 대기업 입사 시험등 면접시험에 페르미 추정이 자주 활용되고 있다. 정답이 있는 문제는 문제를 푸는 사람이 해결방법을 기존에 이미 알고 있었는지 아니면 그 자리에서 생각해낸 아이디어로 해결한 것인지 구별할

수 없지만, 정답이 없는 문제는 그보다 확실하고 분명하게 ‘사고하는 힘’을 시험할 수 있기 때문이다.

Dirks & Edge(1983)는 페르미 추정을 해결할 때 필요한 능력을 다음과 같이 4가지로 정리하였다. 첫째, 문제를 풀기 위해 유용한 자료들이 무엇인지를 결정하기 위해 문제에 대한 명확하고 충분한 이해력이 있어야 한다고 주장하였다. 둘째, 가정들을 가지고 단순화시킬 수 있는 통찰력이 있어야 한다고 주장하였다. 셋째, 관련된 질문들에 대해 추측하는 능력이 있어야 한다고 주장하였다. 넷째 특정한 과학 지식이 필요하다고 주장하였다. 이 4가지 능력 중 가정을 가지고 단순화시키는 통찰력을 특히 강조하였다. 즉 페르미 추정은 주변의 다양한 문제를 ‘결론부터, 전체로, 단순하게’ 생각하여 접근할 수 있는 다양한 기회를 제공한다.

종합하면, 수학 교육에서 페르미 추정에 주목하는 이유는 다음과 같다. 첫째 ‘교육적인 관점을 만들기 위해서’이다. 문제 해결능력은 종종 문제를 해결하는데 필요한 정보가 불완전해서 해결하지 못하는 것이 아닌, 주어진 정보를 활용하지 못하는 능력에 의해 그 능력이 제한된다. 페르미 문제는 해결자가 가지고 있는 최소의 정보를 가지고 문제를 해결하기 때문에, 주어진 정보를 활용하여 문제를 해결하는 능력을 기를 수 있다. 둘째, 수학이 항상 잘 정련된 절차만을 통해서 정확한 답을 얻는 것이 아니라는 것을 보여줌으로써 학생들에게 수학에 대한 많은 의미를 부여한다. 일반적인 수학문제는 정해진 문제 해결절차가 존재해 그 절차에 따라 진행되는데 비해 페르미 추정문제는 문제에 따라서 그 절차가 정해져 있지 않기 때문에 학생들에게 색다른 수학의 모습을 보여줄 수 있다. 셋째, 최근에 강조되고 있는 통합 교육에 주는 의미가 크다. 페르미 추정을 해결하기 위해서는 두 가지 이상의 다양한 분야의 활동에 주목해야 하므로 페르미 추정을 통해 수학과 다른 타 교과들과의 연결과 통합을 시도할 수 있다. 넷째, 페르미 추정을 통해 학생들의 비판적 사고력과 반성적 사고력을 기를 수 있다. 자신이 세운 가정들을 바탕으로 문제를 해결하는 것이기 때문에 자신의 생각이 옳은지 그른지 판단하는 과정을 겪게 되고 또 그 생각을 되돌아보는 과정은 필수적이다. 따라서 페르미 추정을 통해 비판적인 사고력을 기를 수 있다.

III. 연구 방법

본 연구는 페르미 추정을 활용하여 초등 수학영재반과 과학·정보 영재반에 속한 학생들의 창의적 문제해결력의 특성을 비교·분석하기 위한 연구로 설계하였으며, 자료를 수집하는 방법은 서술형 지필평가를 활용하였다.

1. 검사 도구

본 연구에서 ‘페르미 추정 문제’에 대한 학생들의 창의적 문제해결력을 평가하기 위해 사용된 검사 문항은 학생들이 주변에서 흔히 접할 수 있는 소재를 활용하여 다음과 같이 설정하였다.

전국에서 하루에 사용하는 비닐봉지의 개수는 몇 개일까? 이 추정을 위해 사용한 가정, 추정의 근거, 풀이과정을 자세히 서술하시오

2. 연구 절차

본 검사에 앞서 페르미 추정에 대한 학생들의 반응을 살펴보고 문항에 소요되는 시간, 문항에 대한 표현력, 문제의 난도에 대한 적절성 및 검사 실시상의 유의점 등을 확인하기 위해 예비 검사를 실시하였다. 문제를 해결하는 시간은 대략 10분 - 15분 정도 소요되었으며, 가정 근거 등의 용어에 대한 보충 설명이 필요한 학생들이 있었다.

1) 자료수집

본 연구에서 페르미 추정에 대한 학생들의 창의적 문제해결력을 살펴보기 위해 평가요소를 크게 발산적 사고, 수렴적 사고로 나누었다.

발산적 사고란 확산적 사고이며 좁은 의미로는 창의적 사고력, 광의적으로는 새롭고 유용한 어떤 것을 생산해내는 행동 또는 정신과정이다. 발산적 사고는 유창성, 융통성, 독창성의 요소로 평가한다. 사고의 요소가 얼마나 많은지, 즉 페르미 추정의 문제해결과정에서 가정을 얼마나 많이 세웠는지에 대해 평가하는 것이 유창성, 페르미 추정을 해결할 때, 기준을 여러 개 생각했는지에 대해 평가하는 것이 융통성, 페르미 추정의 접근방법이 정답과는 별개로 다른 사람과의 방법과 얼마나 독특하고 희소한지를 평가하는 것이 독창성이다.

수렴적 사고란 비판적인 사고이며 여러 가지 가능한 주장 또는 사고들 중에서 보다 합리적인 하나의 주장 또는 사고로 수렴하는 사고를 말한다. 수렴적 사고는 타당성, 관련성, 광범성의 요소로 평가한다. 추정의 근거와 그 근거의 설득력을 평가하는 것은 타당성, 실제 답과 유사한지 평가하는 것은 관련성, 문제를 해결하는데 핵심적인 가정인지 아닌지를 평가하는 것이 광범성이다. 이를 바탕으로 학생들의 페르미 추정에 대한 창의적 문제해결력을 평가하기 위한 평가 기준표를 <표 1>과 같이 수립하였다.

IV. 연구 결과

본 연구에서는 페르미 추정에 대한 학생들의 창의적 문제해결력을 알아보기 위

해 페르미 추정문제를 A시 영재교육원 과정에 있는 수학반, 물리반, 생물반, 지구과학반, IT 수학융합반, 화학반 (총 117명)에 속해있는 초등학교 5, 6학년 학생을 대상으로 검사하였다. 선행연구를 참고하여 재구성한 평가 기준표를 사용하여 <표 1>과 같이 각 항목 당 2점을 배점하여 총12점 만점으로 채점하였다. 평가 결과는 물리반, 생물반, 지구과학반, IT 수학융합반, 화학반을 모두 포함한 과학·정보반과 수학반의 2 그룹으로 나누어 비교 분석하였다. 전체 평가 결과는 <표 2>와 같다.

<표 1> 페르미 추정에 대한 창의적 문제해결력 평가 기준표

<table>
<tr><td rowspan="2">항목</td><td colspan="3">발산적 사고</td></tr>
<tr><td>유창성</td><td>융통성</td><td>독창성</td></tr>
<tr><td>내용</td><td>가정의 개수</td><td>덧셈의 분해 및
기준을 여러 가지로
생각했는가</td><td>답안의 희소성, 단순히
봉지 개수가 아닌
접근방식</td></tr>
<tr><td>배점</td><td>2점: 5개 이상
1점: 2~4개
0점: 0, 1개</td><td>2점: 4개 이상
1점: 2, 3개
0점: 0, 1개</td><td>2점: 우수
1점: 보통
0점: 미흡</td></tr>
<tr><td rowspan="2">항목</td><td colspan="3">수렴적 사고</td></tr>
<tr><td>타당성</td><td>적절성</td><td>광범성</td></tr>
<tr><td>내용</td><td>동료 학생들이 생각하는
타당성 및 단계의 연계성</td><td>초기값의 일부 혹은
전체가 적절하게
산정되었는가</td><td>문제와의 관련성이 높은
핵심적인 가정인가</td></tr>
<tr><td>배점</td><td>2점: 추정의 근거에
설득력 있음
1점: 추정의 근거가
제시되었으나
설득력이 부족함
0점: 추정의 근거가
드러나지 않음</td><td>2점: 6000-6000*0.2≤답
≤6000+6000*0.2
1점: 6000-6000*0.4≤답
≤6000+6000*0.4
0점: 그 외</td><td>2점: 중복없이 포괄적
1점: 중복 없는데
포괄성이 낮음
또는
중복 있지만
포괄성이 높음
0점: 중복이 있고
포괄적이지 않음</td></tr>
</table>

<표 2> 창의적 문제해결력 평가 결과

	수학반	과학·정보반
유창성	1.15	1.22
융통성	0.8	0.69
독창성	0.3	0.56
타당성	0.7	0.41
관련성	0.25	0.33
광범성	0.85	0.46

1. 유창성

유창성의 점수를 2점을 총점으로 하였을 때, 수학반의 평균은 1.15점, 과학·정보반의 평균은 1.22점으로 과학·정보반이 수학반보다 약 0.07점 높았다. 세부 교과반으로 들어가면 화학반이 1.470588점으로 가장 높았고, 지구과학반이 1점으로 가장 낮았다. 이 결과로 보아 수학반이 타 교과보다 페르미 추정을 해결하기 위해 세운 가정의 개수가 작았다는 것을 알 수 있다. 이 결과를 통해 각 반의 학생들이 과목 특성에 맞추어 문제를 해결하고 있다는 것을 추론할 수 있다. 즉 한 실험에서 여러 가지 가설을 세운 뒤 증명하는 활동이 많은 화학반이 다른 반보다 훨씬 더 점수가 높고, 수학반의 경우 문제를 해결하는 과정에서 주어진 문제 속에서 해결책을 찾기 때문에 가정을 세우는 능력이 낮을 수 있음을 보여주는 것이다.

2. 융통성

융통성의 점수를 2점을 총점으로 하였을 때, 수학반의 평균은 0.8점, 과학·정보반의 평균은 0.69점으로 수학반이 약 0.1점 높았다. 세부 교과반으로 들어가면 IT 수학융합반이 0.85점으로 가장 높았고 지구과학반이 0.3점으로 가장 낮았다. 융통성의 경우 지구과학반을 제외한 전 반의 점수가 비슷하다고 볼 수 있다. 이는 영재교육을 받은 학생들이 문제에 접근할 때, 여러 가지 요소를 고려하여 문제 해결에 필요한 기준을 세운뒤 문제를 해결하려는 습관이 있다는 것을 추론할 수 있다.

3. 독창성

독창성의 점수를 2점을 총점으로 하였을 때, 수학반의 평균은 0.3점, 과학·정보반의 평균은 0.56점으로 수학반이 약 0.26점 낮았다. 세부 교과반으로 들어가면 지구과학반이 0.8점으로 가장 높았고 IT 수학융합반이 0.2점으로 가장 낮았다. 수학반의 경우 독창성의 채점 기준에서는 하위권 점수영역에 속한다. 이 결과를 통해 추정할 수 있는 것은 다음과 같다. 수학 문제의 경우 문제 속에서 해결의 실마리를 얻어야 한다. 그렇기에 문제 외의 요소를 잘 고려하지 않는다. 또한 수학문제의 경우 정형화된 풀이가 존재하는 수학 문제가 상당히 많다. 그런 문제들로 학습을 받는 과정이 많았기 때문에 독창성의 점수가 낮게 나왔다고 볼 수 있다.

4. 타당성

타당성의 점수를 2점을 총점으로 하였을 때, 수학반의 평균은 0.7점, 과학·정보반의 평균은 0.41점으로 수학반이 약 0.29점 높았다. 세부 교과반으로 들어가면 수학반이 0.7점으로 가장 높았고, 물리반이 0.33점으로 가장 낮았다. 이 채점결과로 부터 다음을 추론할 수 있다. 수학 문제를 해결할 때에는 문제의 실마리, 즉 추정의 근거를 문제에서 찾아야 한다. 또한 그렇게 찾은 추정의 근거가 논리적으로 참임이 밝혀져야 문제를 해결하는데 그 추정을 사용할 수 있다. 따라서 이러

한 훈련이 많이 된 수학반이 타당성의 점수가 과학·정보반 보다 높다고 추론할 수 있다.

5. 관련성

관련성의 점수를 2점을 총점으로 하였을 때, 수학반의 평균은 0.25점, 과학·정보반의 평균은 0.33점으로 수학반이 약 0.08점 낮았다. 세부 교과반으로 들어가면 물리반이 0.57점으로 가장 높았고, IT 수학융합반이 0.05점으로 가장 낮았다. 수학반은 평균보다 낮은 점수를 받았다. 이 채점결과로부터 다음을 추론할 수 있다. 페르미 추정의 경우 초기값 설정이 문제의 결론을 내리는데 크게 영향을 미치지 않는다. 초기값을 잘못 설정하였다 하더라도 문제를 해결해가는 과정에서 계산의 착오과정은 상쇄되는 경향이 있기 때문이다.(송설란, 2011, 재인용) 그러나 수학반의 경우 초기값을 잘못 설정하였음에도 불구하고 해결 과정에서 가정들이 상쇄과정이 일어나지 않음을 뜻한다. 이것으로 미루어 보아 수학반 학생들은 타 교과 학생들보다 반성적인 사고 활동이 적다는 것을 추론할 수 있다. 즉 문제를 해결하는 과정에서 자신들이 세운 가정들이 옳은지 숙고하는 과정이 부족했기 때문에 상쇄과정 일어나지 않아 실제 답과의 관련성이 낮은 것이다.

6. 광범성

광범성의 점수를 2점을 총점으로 하였을 때, 수학반의 평균은 0.85점, 과학·정보반의 평균은 0.46점으로 수학반이 약 0.39점 높았다. 세부 교과반으로 들어가면 수학반이 0.85점으로 가장 높았고 물리반이 0.29점으로 가장 낮았다. 이 채점결과를 바탕으로 다음을 추론할 수 있다. 수학 문제의 해답을 구하기 위해선 문제의 조건을 만족하는 모든 경우를 확인해야 한다. 또한 ‘중복 없이 세기’ 가 필수적인 경우가 존재한다. 이런 문제의 훈련이 되어있는 수학반이 타 교과 반보다 점수가 높게 나왔다고 추론할 수 있다.

V. 제언

4차 산업혁명시대가 대두되면서 단순히 지식을 암기하여 문제 상황에 대처하는 능력은 이미 빛을 바랜지 오래이다. 2022 개정 교육과정에서도 단순한 암기에 의한 공부가 아닌 창의적으로 문제를 해결하는 능력을 강조하고 있다. 이러한 시대 흐름에 따라 기존 선행연구 역시 창의성과 문제해결력에 관한 연구가 많이 진행되었다. 그러나 이러한 선행연구들은 창의성과 문제해결력을 각각 독립적인 역량으로 연구가 진행되었으며 통합적인 연구의 결과는 많이 볼 수 없었다. 이에 이번 논문에서는 하나의 역량인 창의적 문제해결력으로 접근하였고, 영재 학생들의 창의적 문제해결력을 파악할 수 있는 개방형 문제로 페르미 추정문제를 선정하였

다. 페르미 추정 문제를 통해 영재학생들의 6가지 능력인 유창성, 융통성, 독창성, 타당성, 관련성, 광범성을 살펴보았다. 수학반의 경우 타당성과 광범성이 타 교과 영재반보다 높았으며, 유창성과 융통성, 독창성은 타 교과 영재반보다 조금 낮은 점수를 얻었다. 이러한 결과는 수학이라는 학문의 특성과 타 교과의 특성을 반영한 결과라고 할 수 있다. 타 교과 영재학생들은 과학영재학생들이기 때문에 많은 가설을 세우고 그 가설이 옳고 그른지를 통해 문제를 해결하려는 양상을 보였다. 수학영재반의 경우 가설을 세우고 논리성을 중요시하기 때문에 타당성과 광범성의 점수가 다른반 보다 월등히 높음을 알 수 있다. 이러한 영재학생들의 특성에 맞추어 수학반은 유창성과 융통성 독창성을 고루 신장할 수 있게, 타 교과 영재반은 타당성과 광범성을 신장할 수 있도록 교재연구 및 문항개발이 이루어져야 할 것이다.

참고문헌

[1] 강순희 (2008). 창의적 사고 지향 교수 모델 개발 및 적용. 제53차 한국과학교육학회 정기총회 및 동계학술대회 구두발표.

[2] 강순희 외 (2011). 창의적 문제 해결력 신장을 위한 중학교 과학 수업 전략의 개발 및 적용 효과 (제 III보). 대한화학회지, 1056-1073.

[3] 구혜미 (2016). 중등 수학 영재와 일반 고등학생들의 지두력과 수학적 사고력 분석. 고려대학교 교육대학원 석사학위논문

[4] 김경자·이경진·유솔아 (2005). 창의성 증진을 위한 초등수학 교육과정 개발의 실제. 교육과학사.

[5] 김부윤·이지성 (2005). 수학에서의 창의적 태도의 측정 도구 개발과 그 적용. 한국수학교육학회지 시리즈 A 수학교육, 45(1), 25-34.

[6] 김영정 (2002). 창의성과 비판적 사고. 인지과학, 13(4), 81-90.

[7] 김홍원·김명숙·송상선 (1996). 수학영재 판별 도구 개발 연구 보고서 (I). 한국교육개발원.

[8] 박인숙 (2010). 메타인지 기능을 강화한 과학 창의적 문제 해결 능력 신장 프로그램 개발과 적용. 이화여자대학교 대학원 박사학위 논문.

[9] 손아영 (2015). 가설설정에서 그럴듯한 점, 발전시킬 점, 우려되는 점으로 질문하는 활동의 일반 화학 탐구 실험을 경험한 대학생들의 창의적 문제 해결

력. 이화여자대학교 교육대학원 석사학위논문

[10] 송상헌 (1998). 수학 영재의 측정과 판별에 관한 연구. 서울대학교 대학원 박사학위 논문.

[11] 송설란 (2011). 페르미 문제에 대한 문제해결력과 정당화 과정. 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.

[12] 이승우 (2010). 페르미식 문제에서 나타나는 일반학생과 영재학생의 문제해결 사고과정 분석. 경인교육대학교 교육대학원 석사학위논문

[13] 한국전력 통계(2012). 발전설비 추이, 13-14.

[14] 황혜정 외 (2016). 수학교육학신론. 문음사.

[15] Arleback, J. B. (2009). On the use of Realistic Fermi problems for introducing mathematical modelling in school. The Montana Mathematics Enthusiast, 6(3), 331-364

[16] Balka, D. (1974). Creative Ability in Mathematics. Arithmetic Teacher 21, pp.633-636.

[17] Carlson, J. E. (1997). Fermi problems on gasoline consumption. The Physics Teacher, 35(5), 308-309.

[18] Dirks, M. K. & Edge, D. R. M. (1983). Problem solving: Enrico Fermi and the bull moose. Vector, 40(3), 25-28.

[19] Donald J. Treffinger & Scott G. Isaksen & K. Brian Dorval(2006). Creative problem solving : an introduction / 4th ed.

[20] Efthimiou, C. J. & Llewellyn, R. A.(2007). Cinema, Fermi problems and general education, Physics Education, 42(3), 253-261.

[21] Hadamard. J. (1975). Essai sur la Psychologie de l'Invention dans Le Domaine Mathematicque. 정계섭 역(1990). 수학 분야에서의 발명의 심리학, 범양사.

[22] Hosoya (2007). 地頭力, 홍성민 역, 지두력, 이레.

[23] Kittel, A. & Marxer, M. (2005). Wie viele Menschen passen auf ein Fussballfeld? Mit Fermiaufgaben individuell foerdern, Mathematik Lehren, 131(Aug), 14-18.

[24] Krutetskii, V. A. (1976). The Psychology of Mathematical Abilities in School Children. The Univ. of Chicago Press.

[25] Peter-Koop, A. (2004). Fermi Problem in Primary mathematics Classrooms: Pupil's interactive Modeling Processes. University of Oldenburg, Germany.

[26] Peter-Koop, A. (2005). Fermi Problem in Primary mathematics Classrooms: Fostering children's mathematical modelling processes. APMC, 10(1), 4-8

Heo, Jung-In
Samjung High School
Pusan, 46644 Korea
gjwjddls32@hanmail.net

Noh, Jihwa
Department of Mathematics Education
Pusan National University
Pusan, 46241 Korea
E-mail address: nohjihwa@pusan.ac.kr