



Research Article

In-service teacher's perception on the mathematical modeling tasks and competency for designing the mathematical modeling tasks: Focused on reality

Hwang, Seonyoung¹ • Han, Sunyoung^{2*}

¹Graduate Student, Sungkyunkwan University

²Professor, Sungkyunkwan University

*Corresponding Author: Sunyoung Han (sy.han@skku.edu)

ABSTRACT

As the era of solving various and complex problems in the real world using artificial intelligence and big data appears, problem-solving competencies that can solve realistic problems through a mathematical approach are required. In fact, the 2015 revised mathematics curriculum and the 2022 revised mathematics curriculum emphasize mathematical modeling as an activity and competency to solve real-world problems. However, the real-world problems presented in domestic and international textbooks have a high proportion of artificial problems that rarely occur in real-world. Accordingly, domestic and international countries are paying attention to the reality of mathematical modeling tasks and suggesting the need for authentic tasks that reflect students' daily lives. However, not only did previous studies focus on theoretical proposals for reality, but studies analyzing teachers' perceptions of reality and their competency to reflect reality in the task are insufficient. Accordingly, this study aims to analyze in-service mathematics teachers' perception of reality among the characteristics of tasks for mathematical modeling and the in-service mathematics teachers' competency for designing the mathematical modeling tasks. First of all, five criteria for satisfying the reality were established by analyzing literatures. Afterward, teacher training was conducted under the theme of mathematical modeling. Pre- and post-surveys for 41 in-service mathematics teachers who participated in the teacher training was conducted to confirm changes in perception of reality. The pre- and post- surveys provided a task that did not reflect reality, and in-service mathematics teachers determined whether the task given in surveys reflected reality and selected one reason for the judgment among five criteria for reality. Afterwards, frequency analysis was conducted by coding the results of the survey answered by in-service mathematics teachers in the pre- and post- survey, and frequencies were compared to confirm in-service mathematics teachers' perception changes on reality. In addition, the mathematical modeling tasks designed by in-service teachers were evaluated with the criteria for reality to confirm the teachers' competency for designing mathematical modeling tasks reflecting the reality. As a result, it was shown that in-service mathematics teachers changed from insufficient perception that only considers fragmentary criterion for reality to perceptions that consider all the five criteria of reality. In particular, as a result of analyzing the basis for judgment among in-service mathematics teachers whose judgment on reality was reversed in the pre- and post-survey, changes in the perception of in-service mathematics teachers was confirmed, who did not consider certain criteria as a criterion for reality in the pre-survey, but considered them as a criterion for reality in the post-survey. In addition, as a result of evaluating the tasks designed by in-service mathematics teachers for mathematical modeling, in-service mathematics teachers showed the competency to reflect reality in their tasks. However, among the five criteria for reality, the criterion for "situations that can occur in students' daily lives," "need to solve the task," and "require conclusions in a real-world situation" were relatively less reflected. In addition, it was found that the proportion of teachers with low task development competencies was higher in the teacher group who could not make the right judgment than in the teacher group who could make the right judgment on the reality of the task. Based on the results of these studies, this study provides implications for teacher education to enable mathematics teachers to apply mathematical modeling lesson in their classes.

Key words: mathematical problem solving, task design, authenticity, teacher training, real-world

Received July 14, 2023

Revised August 05, 2023

Accepted August 28, 2023

2000 Mathematics Subject Classification : 97C70

Copyright © 2023 The Korean Society of Mathematical Education.

This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

현직 수학 교사들의 수학적 모델링 과제에 대한 인식과 과제 개발 역량: 현실성을 중심으로

황선영¹ · 한선영^{2*}

¹성균관대학교 대학원생 ²성균관대학교 교수

*교신저자: 한선영 (sy.han@skku.edu)

초록

인공지능과 빅데이터를 활용하여 실세계의 다양하고 복잡한 문제를 해결해야 하는 시대가 도래함에 따라 수학적 접근을 통하여 실제적인 문제를 해결할 수 있는 문제해결역량이 요구되고 있다. 실제 2015 개정 수학과 교육과정과 2022개정 수학과 교육과정은 수학적 모델링을 실세계의 문제를 해결하는 활동과 역량으로써 강조하고 있다. 하지만 국내외 교과서에 제시되는 실세계 문제는 실제 상황에서 거의 일어나지 않은 인위적인 문제의 비율이 높은 실정이다. 이에 따라 국내외에서는 수학적 모델링 과제의 특징 중 현실성에 주목하며 학생들의 일상을 반영하고 있는 진정성 있는 과제의 필요성을 제안하고 있다. 하지만 기존의 연구들은 현실성에 대한 이론적인 제안에 초점이 맞춰져 있으며, 현실성에 대한 교사의 인식과 현실성을 과제에 반영하는 교사의 역량을 분석한 연구는 미흡하다. 이에 따라 본 연구는 수학적 모델링을 위한 과제의 특징 중 현실성에 대한 현직 수학 교사의 인식과 현실성을 과제에 반영하는 과제 개발 역량을 분석하는 데에 목적을 두었다. 먼저 이를 위해 선행연구를 분석하여 현실성을 위한 5가지 조건을 정립하였다. 이후 수학적 모델링을 주제로 교사 직무 연수를 시행하였으며, 이에 참여한 교사 41명을 대상으로 사전-사후 조사를 실시하였다. 이때 사전-사후 조사에서는 현실성이 반영되지 않은 과제를 제시하였으며, 주어진 과제가 현실성을 반영하고 있는지를 판단하고, 그 판단의 근거를 현실성을 위한 5가지 조건 중에 선택할 수 있도록 하였다. 이후 사전-사후 조사에서 현직 수학 교사들이 선택한 객관식 선택지를 코딩하여 빈도분석을 시행하였으며, 사전-사후로 빈도를 비교하여 현직 수학 교사들의 현실성에 대한 인식 변화를 확인하였다. 또한 현직 수학 교사들이 제작한 수학적 모델링 과제를 현실성의 관점에서 평가하여 교사들의 과제 개발 역량을 확인하였다. 그 결과, 현직 수학 교사들이 과제에 대한 현실성을 판단할 때, '수학 밖의 생활 소재를 사용'이라는 현실성에 대한 단편적인 조건만을 고려하는 미흡한 인식에서 현실성의 5가지 조건을 다각도로 고려하는 인식으로 변화됨을 보여주었다. 특별히 사전-사후 조사에서 현실성에 대한 판단이 뒤바뀐 현직 수학 교사들을 중심으로 판단의 근거들을 확인한 결과, 현실성을 위한 5가지 조건들 중에 특정 조건을 사전 조사에서는 현실성의 기준으로 고려하지 않았다가 사후 조사에서는 현실성의 기준으로 고려하게 된 현직 수학 교사들의 인식의 변화를 확인할 수 있었다. 더불어, 현직 수학 교사들이 수학적 모델링을 위해 개발한 과제를 평가한 결과, 현직 수학 교사들은 현실성을 수학적 모델링 과제에 반영하는 역량을 보였다. 다만 현실성의 5가지 조건 중 '학생들의 일상에서 일어날 수 있는 상황', '문제 해결의 필요성', '실세계 현상으로서의 결론 요구'에 대해서는 상대적으로 낮은 반영 비율을 보였다. 또한 사후 조사에서 과제의 현실성에 대해 올바른 판단을 할 수 있었던 교사 집단보다 올바른 판단을 할 수 없었던 교사 집단에서 과제 개발 역량이 낮은 교사들의 비율이 좀 더 많이 나타났다. 이러한 연구 결과를 바탕으로 본 연구는 수학 교사들이 수학적 모델링을 수업에 활용할 수 있도록 하기 위한 교사 교육의 방향성을 제안하였다.

주요어: 수학적 문제해결, 과제 개발, 진정성, 직무연수, 실세계

서론

인공지능과 빅데이터를 활용하여 실세계의 다양하고 복잡한 문제를 해결해야 하는 시대가 도래함에 따라, 수학적 접근을 통하여 실제적인 문제를 해결할 수 있는 능력이 점차 강조되고 있다 (Erbas et al, 2014; Kim, 2013; Kim, 2021; Lesh et al., 2003). 역사적으로 우리나라는 제4차 수학과 교육과정에서부터 현행 교육과정에 이르기까지 이러한 문제해결력 신장을 지속적으로 강조해 왔다 (Park & Choi, 2022; Pyo & Lee, 2007). 또한, 국내뿐만 아니라 국외에서도 학생들이 수학의 유용성과 그 가치를 이해하고 이를 적용하여 문제를 해결할 수 있는 역량을 함양할 수 있게 하는 교육을 학교수학에서 시행해야 할 것을 교육과정에서 강조해 왔다 (Garret et al., 2016; NCTM, 2000; OECD, 2016; Riyanto, 2022). 이에 따라 교사는 학생들의 실제적인 문제 해결 능력을 향상시켜주며 수학의 유용성을 인식할 수 있도록 지도해주어야 한다 (Garret et al., 2016; Hwang & Huh, 2016; Pyo & Lee, 2007; Vos, 2018; Yoon & Kyu, 2008).

하지만 실제 많은 학생들은 수학의 유용성을 느끼지 못한 채, 시험 준비를 위한 교과목으로써 수학을 인식하고 있는 것이 현실이다 (Kim & Moon, 2006; Na & Kwon, 2012; Yoon & Kyu, 2008). 수학의 유용성은 그것을 응용하는 데에서 빛이 나지만, 학생들은 오랜 동안 수학을 배우더라도 현실적인 문제를 해결하는 데에 수학을 적용하지 못하는 경향을 보이고 있다 (Freudenthal, 1991; Pyo & Lee, 2007).

이에 따라 학교 수학은 Freudenthal (1991)의 '현실주의 수학교육(realistic mathematics education: RME)'을 바탕으로 학생들의 삶과 밀접하게 연결되어 있는 문제를 제공하도록 노력하였으며, 궁극적으로 학생들이 관심을 가지고 의미 있게 학습할 수 있도록 해주고자 노력하였다(Kwon, 2017; Yoon & Kyu, 2008). 실제 2015개정 수학과교육과정은 문제해결역량을 강조하며 학교 수학에서 실생활과 관련된 여러 현상을 분석하고 문제를 해결할 수 있도록 권고하고 있다. 2015 개정 수학과 교육과정은 수학적 문제해결역량의 하위 요소로서 수학적 모델링을 제시하고 있으며, 2022 개정 수학과 교육과정은 수학적 모델링을 중요한 교수-학습 방법의 하나로써 제시하고 있다. 이렇듯 수학적 모델링은 실세계의 문제를 해결하는 활동으로써, 또한 학습자들이 반드시 함양해야 하는 역량으로써 강조되고 있다(Jung et al., 2020; Kim, 2021; Na et al., 2018).

수학적 모델링을 위한 문제는 기존의 교과서식 문제와는 달리 실세계 맥락에서 시작한다는 차이점이 있으며 실세계 맥락이라는 복잡한 특성으로 인해 단순한 계산이 아닌 수학적 모델링 과정을 통해 문제 해결이 가능하다. 이러한 수학적 모델링 수업이 학생들에게 미치는 영향에 관한 연구에 의하면, 수학적 모델링을 위한 현실적인 문제는 학생들에게 수학에 대한 흥미와 가치, 그리고 문제 해결력을 증진시켜주는 긍정적인 효과를 미치는 것으로 나타났다(Jung et al., 2020; Na & Kwon, 2012). 따라서 학교 수학에서는 수학적 모델링을 위해 실세계 맥락에서 시작하는 현실적인 문제를 학생들에게 제공해주는 것이 필요하다(Stein et al., 2004; Na & Kwon, 2012). 하지만 국내의 교과서에서 문제해결역량 증진을 위해 제시된 현실적인 문제는 실세계 소재를 사용하긴 하였으나 실제 상황에서 일어날 수 있는 문제보다는 실제 상황에서 거의 일어나지 않는 인위적인 문제의 비율이 높은 실정이다. 이에 따라 국외의 한 연구(Vos, 2018)는 학교 수학에서 제공되는 과제가 학생들의 일상을 반영하지 않는다는 측면에서 '진정성(authenticity)'이 결여되어 있다고 지적하고 있다. 국내 연구자들 또한 학생들이 그들의 일상과 관련이 없는 과제를 접하게 될 때 긍정적인 인식을 갖지 못하고 수학의 유용성을 깨닫지 못하게 될 것이라고 지적한 바 있다(Na & Kwon, 2012). 이전에는 Freudenthal (1991)이 제시한 현실성의 개념에 기반하여 '상상할 수 있는' 상황의 과제를 현실성 있는 과제로 봤었지만 최근에는 '학생들의 일상과 일치하거나 밀접한 관련이 있는' 상황의 과제를 현실성 있는 과제로 간주함으로써 현실성에 대한 관점의 전환이 이뤄지고 있는 것이다(Tumer et al., 2022).

하지만 교사들은 전환된 관점에서의 현실성을 과제에 반영하는 것이 어렵다는 인식을 가지고 있었으며, 과제를 대하는 각 사람의 주관적인 관점으로 인해 현실성에 대한 분명한 기준을 정립하는 것에 대해서도 어렵게 느끼고 있었다(Strobe, et al., 2013; Vos, 2018). 국내 연구에서는 여전히 전체적인 맥락보다는 맥락 속에 등장하는 소재를 현실성의 주된 기준으로 삼고 있으나(Korea curriculum evaluation institution, 2011; Noh, 2016) 이는 '진정성(authenticity)'의 의미까지 포함하고 있는 현실성의 특징을 제대로 반영해 주고 있지 못하다는 한계를 가지고 있다. 국외 연구에서는 현실성의 한 측면으로서 '진정성(authenticity)'의 의미를 강조하며 진짜 현실적인 과제의 필요성과 현실성의 기준을 제안해주고 있지만 이론적인 제안이 대부분이며 사례연구는 미흡하다. 또한 이에 대한 교사들의 인식과 교사들의 과제 개발 역량에 대한 연구는 초등 수학 교사를 대상으로 한 몇 연구 외에는 부족한 상황이다.

따라서 수학적 모델링을 하기에 적합한 현실적인 과제 개발을 위한 구체적인 기준이 세워지고, 이에 대한 교육이 교사들에게 이뤄졌을 때 교사들의 인식에 어떤 변화가 생기는지, 실제 수학적 모델링 과제 개발에서 나타나는 교사의 역량은 어떠한지 확인하는 것은 의미 있는 연구라 할 수 있다. 이를 통해 본 연구는 수학적 모델링을 활용한 현실적인 수학교육을 발전시키기 위한 구체적 대안과 방향을 제시하고자 한다. 본 연구의 연구 문제는 다음과 같다.

1. 수학적 모델링 과제의 특징 중 하나인 현실성 관점에 대한 현직 수학 교사의 인식은 어떠한가?
2. 현직 수학 교사가 현실성을 반영하여 제작한 수학적 모델링 과제는 어떤 특징을 갖는가?
3. 현실성에 대한 인식에 따라 수학 교사를 두 그룹으로 나누었을 때, 각 그룹은 현실성 관점에서 어떠한 수학적 모델링 과제 개발 역량을 나타내는가?

이론적 배경

수학적 모델링에서의 현실성

수학교육에서의 ‘현실성(reality)’, ‘현실적(realistic)’이란 용어는 Treffers (1987)의 수학 과제에 대한 접근법의 분류에서부터 사용되기 시작했으며, 그 이후 많은 학자들에 의해 ‘현실성’, ‘현실적’ 특성이 강조되어 왔다(Fauzan, 2002; Treffers, 1987). Treffers (1987)은 수학 과제에 대한 4가지 접근법으로 수평적 수학과 수직적 수학과에 대한 강조 여부에 따라 기계적(mechanistic), 구조적(structuralistic), 경험적(empiristic), 현실적(realistic) 접근법을 제시하였으며, 그 중 ‘현실적 접근(realistic approach)’은 수평적 수학과 수직적 수학과를 모두 강조하는 접근법을 말한다(Chong, 1999; De Lange, 1987; Treffers, 1987). ‘현실적 접근’에 해당되는 과제는 현실에서부터 시작되는 과제로서 먼저 문제의 맥락을 수학적 처리가 가능하도록 바꾸는 수평적 수학과 과정을 필요로 하게 되고, 그 이후 수학적으로 처리하는 수직적 수학과를 통해 문제를 해결할 수 있는 과제이다(Freudenthal, 1991; Treffers, 1987). 여기서 말하는 현실(reality)이란 학습자가 살고 있는 끊임없이 확대되는 세계(the learner’s ever expanding living world)를 의미한다(Freudenthal, 1991; Treffers, 1987).

이러한 Treffers (1987)의 현실적 접근은 Freudenthal (1968)의 의미 있는 수학교육이라는 관점에 기반하여 현실주의 수학교육(RME)으로서 자리 잡게 되었다(Fauzan, 2002; Freudenthal, 1991). 현실주의 수학교육은 실생활 맥락에 수학을 적용하여 학생들의 수학 학습을 더 재미있고 의미 있는 것으로 바꾸는 데에 목적을 두고 있다(Armanto, 2002). 이때 Freudenthal (1968)은 수학을 이미 만들어진 완성된 교과 내용의 수학이 아니라 현실의 상황에서 수학을 응용해가는 여러 인간 활동 중의 하나로 보았다. 이에 따라 현실주의 수학교육은 현실과 관련된 문제를 제공하는 것으로 시작되어야 하며, 교사는 학생들이 실세계 맥락의 문제를 해결할 수 있도록 돕는 안내자 역할을 해야 한다(Kim & Moon, 2006). 여기서 Freudenthal (1991)이 말하는 현실이란 학생들이 ‘상상(imagine)’할 수 있는 상황으로서 반드시 학생들이 매일의 삶에서 진짜로(authentic) 겪는 상황일 필요는 없다(Chu & Kim, 2009; Fauzan, 2002, Freudenthal, 1991; Gravemeijer, 1994; Turner et al., 2022;). 즉 학생들이 일상생활에서 실제로 겪을 수 있는 상황은 아니더라도 학생들이 상상만 할 수 있다면 가상의 상황, 의도된 상황의 문제가 사용될 수 있다는 것이다.

하지만 학교 수학에서 학생들이 겪을 수 있는 ‘진짜(authentic)’ 현실적인 문제 상황이 아닌 가상의 상황을 맥락으로 한 문제가 반복되어 제시된다면 학생들은 수학과 현실 간의 연관성을 느끼지 못하고 수학을 현실에 적용해야 할 필요성을 느끼지 못하게 될 수 있다(Palm, 2008; Turner et al., 2022; Verschaffel et al., 2000; Vos, 2018). 이에 따라 ‘가짜로 현실적인 문제(pseudo-realistic problem)’가 아닌 학생들의 일상과 밀접한 관련이 있는 ‘진짜(authentic) 현실적인 문제’, 즉 ‘진정성(authenticity)’이라는 개념과 함께 ‘진정성 있는 과제’의 필요성이 강조되며 현실성에 대한 관점이 전환되고 있다(Stein et al., 2004; Strobel et al. 2013; Vos, 2018).

‘진정성(authenticity)’이라는 용어는 최근 교육 관련 연구들에서 다양한 방식으로 사용되고 있으며 모두 현실성의 한 측면으로서 언급하고 있다(Stein et al., 2004; Strobel et al., 2013). 교육에서의 ‘진정성’은 실세계와 일치하는지에 관한 관점에서의 현실성으로서 학생들에게 개인적이고 실제적으로 관련 있는 것을 의미하며, ‘진정성 있는 과제(authentic tasks)’는 실제적이고 정확한 정보 속에서 해결되고 학생들의 개인적인 삶에서 진짜로 일어날 수 있는 과제를 의미한다(Garrett et al., 2016; Lombardi & Oblinger, 2007). 한편 진정성이라는 용어의 정의와 진정성을 결정하는 조건 및 특징들은 다소 주관적일 수 있으므로 많은 연구자들이 이에 대해 언급하는 것을 조심스러워하는 면이 있다(Vos, 2018). 하지만 그러한 한계에도 불구하고 많은 연구자들이 사회적으로 받아들일 수 있는 구조 내에서 진정성을 정의하고 진정성의 조건들을 분류하고 있으며, ‘진정성’ 자체의 정의에 초점을 두기 보다 ‘진정성 있는 활동’, ‘진정성 있는 과제’, ‘진정성 있는 학습’의 정의와 그 조건을 함께 다루고 있다(Vos, 2018; Strobel et al., 2013; Turner et al., 2022).

그 대표적인 학자로서 Palm (2006)은 과제의 진정성을 설명할 때에 중요한 조건으로써 사건(event), 질문(Question), 정보 및 데이터 (information/data), 표현(presentation), 해결 전략 (solution strategies), 환경(Circumstance), 해결의 필요성 (solution requirements), 목적 (purpose)을 제시하였다. 또한 이러한 조건들을 만족하는 과제를 ‘진정성 있는 과제’로 보았다(Garrett et al., 2016; Palm, 2008). 각 조건에 대한 설명은 간단히 정리하면 다음의 Table 1과 같다.

Table 1. Criteria for the authenticity of the task in Palm (2006)

Criteria	Content
Event	▪ The event described in the task has taken place or has a fair chance of taking place.
Question	▪ The question in the task actually might be posed in the real-life event.
Information / Data	▪ The information available in the simulated situation ▪ The realism of the values given in the tasks ▪ The specificity of the information for the students' reasoning
Presentation	▪ The mode of the task conveyance ▪ Not negatively affect the possibilities for the students to use the same mathematics due to difficult terms and sentence structure and amount of text
Solution strategies	▪ The match in the strategies experienced as plausible for solving the task and those experienced as plausible in the simulated situation
Circumstance	▪ The reasonable time consistent with the real-world's time for solution ▪ Putting the products into real use
Solution requirements	▪ An appropriate solution in a corresponding simulated situation.
Purpose	▪ The purpose of the task in the figurative context is as clear to the students.

Strobel 외 (2013)는 Palm (2008)과 유사하게 진정성의 종류를 크게 2가지 차원으로 분류하였으며 외적 차원, 개인적 차원이 이에 해당된다. 외적 차원으로는 문맥의 진정성, 과제의 진정성, 활용의 진정성이 있다. 문맥의 진정성은 과제의 문맥이 실세계 맥락과 유사한지에 대한 것이며, 예를 들어 과제에 제시된 수치나 데이터가 실제 데이터에 해당되는 것인지를 말한다. 과제의 진정성은 학생들이 과제해결을 위해 하는 활동들이 실세계에서 이뤄지는 활동과 유사한지에 대한 것이다. 활용의 진정성은 학생들의 해답이 실제 상황에서 활용될 수 있는 것인지를 의미한다(Strobel et al., 2013; Garrett et al., 2016). 개인적인 차원으로는 개인적 진정성과 가치 진정성이 있으며, 개인적 진정성은 과제가 학생들의 개인 삶에 밀접한 관련이 있는지에 대한 것이며, 가치 진정성은 과제에서 요구하는 질문이 개인 또는 사회의 필요를 채워주는 것인지에 대한 것으로 그 해결 과정의 의미와 가치에 대한 의미를 내포한다(Strobel et al., 2013; Garrett et al., 2016).

앞서 언급한 진정성의 조건들을 포함한 현실성을 과제가 반영하고 있을 때 학생들은 수학적 모델링 활동을 통해 수학의 활용 범위와 유용성에 대한 이해를 넓힐 수 있게 된다(Garrett et al., 2016; Bonnotto, 2007). 이러한 현실적인 과제의 특징에 관한 다양한 선행 연구를 바탕으로 과제를 비교적 객관적으로 평가할 수 있는 특징들을 선별하여 '현실성 있는 과제'의 특징을 종합하였다. 그 내용은 Table 2와 같으며 이 특징들을 본 연구의 분석틀로 활용하였다.

Table 2. Detailed features and literatures on criteria for the reality among the characteristics of mathematical modeling tasks

Criteria for the reality	Detailed features	Literatures
Real-world subjects	▪ Are subjects outside of mathematics used?	Aguirre et al. (2013), Cirillo, Bartell, & Wager (2016), Fulton et al. (2019), Hwang (2007), Hwang & Min (2018), Wager (2016)
Situations that can occur in students' daily lives.	▪ Is it a situation that is personally and practically relevant to students? ▪ Is it a situation that really happens or is likely to happen in the lives of students?	Berta & Britta (2020), Cirillo, Bartell, & Wager (2016), Dogan (2020), Garrett et al. (2016), Jung & Lee (2021), Kim et al. (2010), Kwon & Park (1997), Lombardi & Oblinger (2007), Palm (2006, 2008), Strobel et al. (2013)
Need to solve the task	▪ Is this a question that can actually be posed in real life? ▪ Is there a clear purpose in social context?	Garrett et al. (2016), Lee & Suh (2004), Palm (2006, 2008)
Conclusion in a real-world situation.	▪ Is a practical solution required? ▪ Does the solutions have a real impact?	An (2012), Dogan (2020), Garrett et al. (2016), Hwang (2007), Kim et al. (2010), Palm (2006, 2008), Strobel et al. (2013)
Solving tasks that is meaningful to students	▪ Does the task solving fill the needs of individuals or society? ▪ Is the task solving method consistent with the solution that will be used in the real world? ▪ Can students' answers be used in real life situations?	An & Oh (2018), Dagan (2020), Doerr & English (2003), Garrett et al. (2016), Jung & Lee (2021), Kim (2012), Palm (2006, 2008)

수학적 모델링을 위한 ‘현실성 있는 과제’ 개발 및 효과에 대한 연구

수학적 모델링을 위한 과제의 특징에는 ‘현실성’, ‘복잡성’, ‘개방성’, ‘수학적 모델의 활용’ 등이 있다. 하지만 여러 특징들 중 하나인 ‘현실성’은 기존의 ‘상상할 수 있는’ 상황이라는 현실성에서 ‘진정성’의 조건을 포함한 현실성으로서 관점으로 전환되었으나, 이에 대한 실증 연구가 활발하게 이뤄지지 않고 있다. 뿐만 아니라 ‘현실성’은 과제의 여러 특징 중에 하나에 해당할 뿐이며, 다른 특징들에 비해 동일한 과제에 대하여 어떤 학생은 현실적인 과제로 생각하지만, 다른 학생은 현실적으로 생각하지 않을 수 있다는 주관적인 특징을 띄고 있어 현실성에 초점을 둔 연구가 쉽지 않은 것이 현실이다(Strobe et al., 2013). 하지만 국내외적으로 많은 연구자들이 학교 수학의 문제점을 현실성에 초점을 두어 지적하고 있으며, 과제에 현실성을 반영하는 것에 대한 교사의 인식과 현실성을 반영하기 위한 교사 역량 개발에 관한 연구들이 진행되고 있다(Jung & Lee, 2021; Sevinc & Lesh, 2018).

현직 수학 교사들을 대상으로 한 연구들에 의하면 교사들은 실생활과 관련된 과제를 학생들에게 제공해주는 것을 중요하다고 생각하지만 학교 수학에서 가르치는 많은 수학이 단순히 수학 밖의 소재만 사용할 뿐 학생들의 의미 있는 현실 세계와는 관련이 없음을 느끼고 있었다(Aguirre et al., 2013; Fulton et al., 2019). 또한 문제 해결 과정에서 학생들이 도출해 낸 해답이 실제 문제 맥락에서 어떠한 의미도 없는 경우가 얼마나 많은지에 대해 교사들이 문제시 삼기도 하였다(Fulton et al., 2019). 예비 수학 교사를 대상으로 한 연구에 의하면 수학적 모델링에 대한 강좌를 수강했음에도 불구하고 수학적 모델링 과제를 개발함에 있어서, 많은 예비 수학 교사들은 학생들의 삶에 초점을 두지 못하고 그들에게 의미가 없는 과제를 개발하기도 하였다(Dogan, 2020; Aguirre et al., 2013). 따라서 학교 수학에서 학생들이 ‘현실성 있는 과제’를 통한 수학적 모델링을 경험하기 위해서는 교사가 ‘현실성 있는 과제’의 특징을 올바르게 이해하고, 그러한 과제를 개발하여 제공할 수 있는 역량을 함양하고 있는 것이 중요하다(Turner et al., 2022). 하지만 ‘현실성 있는 과제’를 개발하는 것에 있어서 교사들은 과제의 특징에 대한 이해가 부족하거나, 비록 특징들을 알고 있더라도 그것을 적용하는 데에 불확실성을 갖고 있었다(Aguirre et al., 2013; Dogan, 2020; Lee & Yi, 2021). 따라서 ‘현실성 있는 과제’의 특징에 대한 교사의 이해와 ‘현실성 있는 과제’를 개발할 수 있는 역량을 함양시키기 위한 연구는 중요하다(Galbraith, 2007; Hansen & Hana, 2015; Turner et al., 2022).

실제로 연구자들이 ‘현실성 있는 과제’ 개발의 역량을 함양시키기 위한 목적을 가지고 교사들을 대상으로 교육을 제공하였을 때 ‘현실성 있는 과제’에 대한 교사의 인식과 역량에 긍정적인 반응과 효과가 나타났다. 현직 초등 수학 교사를 대상으로 한 연구(i.e., Stohlmann et al., 2017; Fulton et al., 2019)에 의하면, 교사들은 ‘현실성 있는 과제’를 개발하는 데에 필요한 원리와 과제의 특징에 대해 배운 후, 좀 더 학생들의 일상과 연관된 실제적 맥락을 반영하고자 노력하는 모습을 보여주었다. 특히 Stohlmann 외 (2017)의 연구에 의하면 현직 초등 수학 교사들은 실제 실생활에서 제공되어지는 기사, 뉴스, 비디오를 활용하여 학생들에게 친근한 실세계 맥락을 개발하는 시도가 있었으며, 과제 맥락에 제공되는 정보를 가공된 데이터가 아닌 실제 데이터를 사용함으로써 현실성을 높이기도 하였다. 또한 과제 개발에서만 그치는 것이 아니라 각 교사들은 자신이 개발한 ‘현실성 있는 과제’를 수업에 적극 활용함으로써, 학생들의 수업 참여도가 높아지는 긍정적 효과를 경험하기도 하였다. Fulton 외 (2019)의 연구에서 현직 수학 교사는 과제 맥락에서 학생들이 스스로 결정하고, 그들에게 책임이 부여되는 상황을 제시할 때에 학생들이 더 흥미를 가지고 수업에 임하는 것을 발견하였다. 또한 교사는 문제 해결 과정에서 수학이 어떻게 실생활에 적용되는지 학생들이 이해하게 됨을 경험하였다.

초, 중, 고등학생들의 의미 있는 수학교육을 위하여 ‘현실성 있는 과제’의 개발과 적용이 중요함은 지속적으로 강조되어 왔지만, 아직까지 예비 및 현직 수학 교사를 대상으로 한 연구는 미비하며, 몇 가지 그 동안 발표된 연구들은 위에서 언급한 것과 같이 초등 수학 교사를 대상으로 한 것이 대부분이다. 또한 몇몇 소수의 교사를 관찰한 연구가 대부분이어서, 교사 교육에 따른 교사들의 인식 및 역량 변화를 확인하기에는 한계가 있었다. 따라서 본 연구는 중고등학교에 재직 중인 현직 수학 교사 41명을 대상으로 교사 직무 연수 전후에 교사의 인식 및 역량이 어떻게 나타나는지 확인하고자 하였다.

연구 방법

연구 대상

본 연구의 대상은 2022년 교사 직무 연수에 참여하였던 중등학교 현직 수학 교사로서 총 41명이다. Table 3에 따르면, 남성의 비율은 43.9%(18명), 여성의 비율은 56.1%(23명)이며 모두 6년 이상의 경력을 가지고 있었다. 중학교 교사는 36.6%(15명), 고등학교 교사는 일반고, 특성화고, 자사고 포함하여 총 63.4%(29명)이었다.

Table 3. Demographic information on in-service teacher and knowledge level and experience on mathematical modeling

Theme	Item	Frequency	Percentage (%)
Gender	Male	18	43.9
	Female	23	56.1
Career	6~8 years	13	31.7
	8~10 years	14	34.1
	10 years ~	14	34.1
School	Middle school	15	36.6
	General high school	20	48.8
	Specialized high school	4	9.8
	Autonomous private high school	2	4.9
Knowledge level on mathematical modeling	Never heard	1	2.4
	Heard, but don't know	12	29.3
	Know a little	26	63.4
	Know very well	2	4.9
Experience on mathematical modeling	None	31	75.6
	As a student	6	14.6
	As a teacher	4	9.8

자료 수집

본 연구는 교사 직무 연수에 참여한 현직 수학 교사를 대상으로 이뤄졌으며 자료 수집은 다음과 같은 절차로 진행되었다. 먼저 1단계에서는 수학적 모델링의 정의와 수학적 모델링의 필요성에 관한 1차시 연수가 이뤄진 후 온라인 사전 설문 조사가 시행되었다. 이때 교사 직무 연수에 참여한 43명의 현직 수학 교사 중 41명의 교사는 연수 진행자가 제시한 대로 2차시 연수 이전에 사전 설문 조사에 응답하였으며, 나머지 2명의 교사는 3차시 교육을 수강한 이후에 사전 설문 조사에 응답하였다. 2단계에서는 수학적 모델링 과제의 특징과 각 특징들의 기준, 그리고 각 특징들을 만족하는 수학적 모델링 과제의 예시를 제공하는 2차시 연수가 진행되었다. 마지막으로 3단계에서는 수학적 모델링 과제 설계 방법에 대한 3차시 연수가 이뤄진 후, 교사들에게 사후 설문 조사 응답과 함께 수학적 모델링을 위한 과제를 개발하여 제출할 수 있도록 교사 직무 연수의 평가 과제가 제시되었다.

위와 같은 절차를 따라서 본 연구는 교사 직무 연수 초반에 시행되었던 사전 설문 조사와 연수 이후에 시행되었던 교사 직무 연수의 평가 과제를 분석 자료로 사용하였다. 사전 설문 조사는 Figure 1과 같으며, 수학적 모델링 과제의 특징 중 하나인 현실성 관점에 대한 인식을 조사하기 위해 시행되었다. 사전 설문 문항에는 실생활 소재를 사용한 수학적 모델링 과제 한 개가 제시되어 있으며 제시된 과제에 관련하여 크게 3가지 문항을 묻고 있었다. 이때 사전 설문 문항에 제시된 과제는 실생활 소재가 사용된 것 외에는 선행 연구에 언급된 ‘학생들의 일상에서 일어날 수 있는 상황’, ‘의미있는 내용과 정보를 전달하는 문제 상황’, ‘실세계 현상으로서의 결론 요구’, ‘해결이 필요한 상황’의 조건을 반영하고 있지 못한 대표적인 교과서 문장제 문제이다. 이에 대하여 첫 번째 문항에서는 제시된 과제가 현실성이 반영된 과제라고 생각하는지를 ‘네’ 또는 ‘아니요’로 선택하도록 하였다. 두 번째 문항에서는 제시된 과제가 현실성을 반영하고 있다고 생각했다면 그 이유는 무엇인지 5개의 선택지 중에서 다중 응답할 수 있도록 질문하였다. 반면 세 번째 문항에서는 제시된 과제가 현실성을 반영하고 있지 않다고 생각했다면 그 이유는 무엇인지를 두 번째 문항의 선택지 문장을 부정적으로 서술하여 다중 응답할 수 있도록 하였다. 이때 두 번째, 세 번째 문항의 선택지에는 제시된 보기 외에 다른 이유를 작성할 수 있는 ‘기타’ 선택지도 포함되어 있었다.

교사 직무 연수 이후에는 시행된 평가 과제는 Table 4와 같이 총 4개의 문항으로 구성되어 있으며, 처음 3개의 문항은 앞서 시행했던 사전 설문 조사와 동일한 문항으로서 사전 설문 조사 결과와 어떤 차이가 있는지 확인하기 위해 사용되었다. 마지막 4번째 문항에서는 교사들에게 현실성을 반영한 수학적 모델링 과제를 직접 개발할 수 있도록 하여 교사들의 과제 개발 역량을 확인하고자 하였다.

Table 4. Evaluation tasks implemented after teacher training

Question	Content	Item type
Question 1~3	Perception on the mathematical modeling task in view of reality	Nominal scale
Question 4	Designing the mathematical modeling tasks	Descriptive

Note. The question 1~3 of the evaluation task is the same as the pre-survey

분석 방법

본 연구에서는 연구문제 1을 위해 사전-사후 설문 조사에서 제시된 과제에 대하여 현실성이 반영되었다고 인식한 교사들과 현실성이 반영되지 않았다고 인식한 교사들을 각각 0, 1로 코딩하였다. 이때 제시된 과제를 현실성이 반영된 과제로서 인식한 이유 또는 현실성이 반영되지 않은 과제로서 인식한 이유에 대해서 교사들은 현실성의 조건 5가지로 이뤄진 객관식 선택지에서 다중 선택하였으며, 5가지 선택지 중에서 근거로 선택된 것은 1로, 선택되지 않은 것은 0으로 코딩 되었다. 이렇게 코딩 된 데이터를 바탕으로 양적 분석 방법인 빈도분석을 시행하여 교사들의 사전 인식과 사후 인식이 각각 어떻게 나타났는지를 확인하였다. 또한 문항 1의 코딩 결과를 토대로 현실성에 관한 인식 변화의 양상에 따라 4개의 집단으로 교사들을 분류하였다. 4개의 집단 중에서 가장 많은 교사들이 차지한 그룹(제시된 과제에 대하여 사전에는 현실성이 반영되었다고 인식했지만 사후에는 현실성이 반영되지 않았다고 인식한 집단)에 주목하였다. 특별히 해당 집단 교사들이 문항 2, 3에 응답한 내용의 사전-사후 빈도를 비교분석 하였다. 이때 각 조건들 별로 빈도를 비교할 뿐만 아니라 각 교사별로 사전 설문 문항2와 사후 설문 문항3을 비교하여 동일한 교사가 사전에는 전혀 고려하지 않았던 조건들이었지만 사후에 고려하게 되었던 조건들로 어떤 것들이 있었는지, 또는 사전에 고려했던 조건들이었지만 사후에는 동일한 근거에 대해 상반된 인식을 가진 것이 있는지도 함께 살펴보았다.

연구문제 2를 위해서는 교사들이 연수의 평가과제로 제출하였던 수학적 모델링 과제를 Table 2를 토대로 평가하였다. Table 2는 현실성에 대한 조건 5가지를 의미하며 각 조건 별로 교사들의 개발과제가 해당 조건을 반영하고 있는 경우는 1, 해당 조건을 반영하고 있지 않은 경우는 0으로 코딩하였다. 이후 각 과제 별로 5가지 조건에 대한 평가 점수를 합하여 5점 만점의 총점을 계산하였다. 이렇게 코딩된 데이터를 바탕으로 각 조건에 대한 빈도분석과 총점에 대한 빈도분석을 시행하였다. 이때 5점 만점의 평가 점수를 얻은 과제의 사례와 4점, 1점의 평가 점수를 얻은 과제의 사례를 제시하여 평가의 근거들과 사례의 의미들을 서술하였다.

마지막으로 연구문제 3을 위해서는 연구문제 1에서 분류한 교사들의 집단별로 연구문제 2에서 나타난 과제 개발 역량이 어떠한지를 비교분석 하였다. 특히 현실성의 조건을 만족하고 있지 못한 과제에 대해 사후에서 현실성이 반영되었다고 인식하는 교사들의 집단과 현실성이 반영되지 않았다고 인식하는 교사들의 집단 별로 과제의 총점에 대한 빈도를 비교하여 과제 개발 역량이 어떠한지를 분석하였다.

결과

과제의 현실성 관점에 대한 현직 수학 교사의 인식

사전 인식

41명의 현직 수학 교사가 작성한 사전 설문을 분석한 결과, Table 5에 따르면 현실성이 반영되지 않은 과제에 대해서 현실성을 반영하고 있다고 인식한 교사는 24명(58.5%), 현실성을 반영하고 있지 않다고 인식한 교사는 17명(41.5%)이었다.

Table 5. Teacher's prior knowledge on mathematical modeling tasks that do not reflect reality

Type of the perception	Real-world subjects	Students' daily lives	Need to solve a task	Conclusion in a real-world situation	Meaningful to students	Total
Reality is reflected	18 (75.0)	7 (29.2)	6 (25.0)	12 (50.0)	10 (41.7)	24 (58.5)
Reality is not reflected	1 (5.9)	9 (52.9)	7 (41.2)	6 (35.3)	14 (82.4)	17 (41.5)

Note. Multiple responses, Unit: frequency (%), Percentage: percentage within each corresponding type

현실성이 반영된 과제라고 평가한 교사들의 경우, '실생활 소재를 포함했기 때문'이라고 생각한 교사가 18명(75.0%)으로 가장 큰 비율을 차지했다. 그 다음으로 '실세계 결론을 요구하기 때문'이라고 생각한 교사가 12명(50.0%), '의미 있는 내용과 정보를 제공해주고 있기 때문'이라고 생각한 교사가 10명(41.7%)이었다. 반면에 현실성이 반영되지 않은 과제라고 평가한 교사들의 경우, '의미 있는 내용과 정보를 제공해주고 있지 않기 때문'이라고 생각한 교사가 15명(83.3%)으로 가장 큰 비율을 차지했다. 그 다음으로 '학생들의 일상에서 일어날 수 있는 상황이 아니기 때문'이라고 생각한 교사가 10명(56.6%)으로 많았다.

사후 인식

사후 설문 분석 결과 Table 6에 따르면 41명의 현직 수학 교사 중에서 7명(17.1%)의 교사는 주어진 과제가 현실성을 반영하고 있다고 인식하였고, 34명(82.9%)의 교사는 주어진 과제가 현실성을 반영하고 있지 않다고 인식하였다. 현실성이 반영된 과제라고 평가한 교사들의 경우, 모든 교사가 그 근거로 '실생활 소재를 포함했기 때문'이라고 생각하였다. 반면에 현실성이 반영되지 않은 과제라고 평가한 교사들의 경우, 1명을 제외한 모든 교사가 '학생들의 일상에서 일어날 수 있는 상황이 아니기 때문'이라고 생각하였다. 그 다음으로는 '의미 있는 내용과 정보를 제공해주고 있지 않기 때문'이라고 생각한 교사가 32명(86.5%)으로 가장 많았다.

Table 6. Teacher's post perception on mathematical modeling tasks that do not reflect reality

Type of the perception	Real-world subjects	Students' daily lives	Need to solve a task	Conclusion in a real-world situation	Meaningful to students	Total
Reality is reflected	7 (100.0)	4 (57.1)	3 (42.9)	5 (71.4)	6 (85.7)	7 (17.1)
Reality is not reflected	2 (5.9)	33 (97.1)	21 (61.8)	19 (55.9)	26 (76.5)	34 (82.9)

Note. Multiple responses, Unit: frequency (%), Percentage: percentage within each corresponding type

과제의 현실성 관점에 대한 현직 수학 교사의 인식의 변화

사전 사후 설문 결과, 각 교사별로 현실성에 대한 관점이 어떻게 변화되었는지 자세히 살펴보기 위해 변화 유형에 따라 군집으로 분류하였으며 그 결과는 Table 7와 같다. 군집1은 사전 사후 설문에서 주어진 과제가 현실성을 반영하고 있다고 응답하며 일관된 인식을 보인 교사 집단으로서 5명의 교사가 이에 해당되었다. 군집2는 사전 설문에서는 주어진 과제가 현실성이 반영된 과제라고 인식하였으나 연수 이후 사후 설문에서는 현실성이 반영되지 않은 과제라고 응답하며 변화된 인식을 보인 교사 집단이며 19명의 교사가 이에 해당되었다. 군집3은 사전 설문에서는 주어진 과제가 현실성이 반영되지 않은 과제라고 인식하였으나 연수 이후 사후 설문에서는 현실성이 반영된 과제라고 응답하며 변화된 인식을 보인 교사 집단이며 2명이 이에 해당되었다. 군집4는 사전 사후 설문에서 주어진 과제가 현실성을 반영하고 있지 않다고 응답하며 일관된 인식을 보인 교사 집단으로서 15명으로 나타났다.

Table 7. Classification according to changes in the perception of in-service teachers

Pre	Post	
	Perception on that reality is reflected	Perception on that reality is not reflected
Perception on that reality is reflected	Group1 (5 teachers)	Group2 (19 teachers)
Perception on that reality is not reflected	Group3 (2 teachers)	Group4 (15 teachers)

특히 군집2에 속하는 교사들의 인식이 변화된 이유가 무엇인지 자세히 살펴보기 위해 주어진 과제에 대해서 사전에는 현실성을 반영하였다고 인식한 이유와 사후에는 현실성을 반영하고 있지 않다고 인식한 이유를 현실성의 5가지 각 조건별로 분석하였다. 그 결과는 Figure 2와 같으며, 왼쪽의 회색 막대는 사전에서 현실성 반영의 근거로 해당 조건을 선택한 교사들의 빈도, 오른쪽의 회

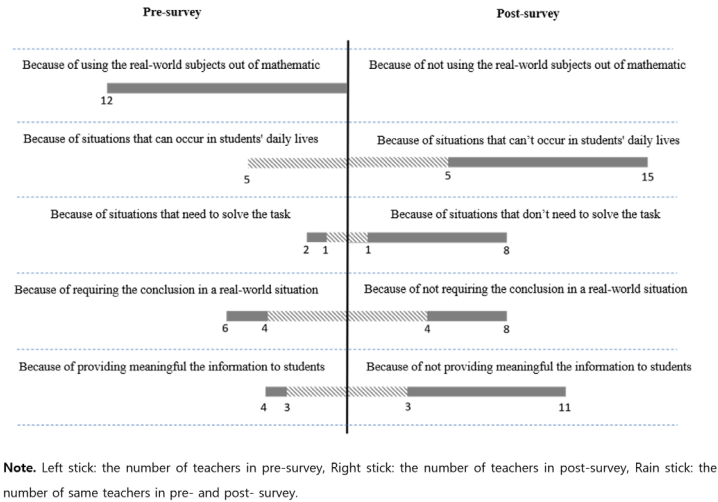


Figure 2. Criteria for the reality judgment of Group 2 teachers

색 막대는 사후에서 현실성 미반영의 근거로 해당 조건을 선택한 교사들의 빈도를 의미한다. 특별히 회색 막대 내부에 포함되어 있는 빗금무늬 막대는 동일한 교사가 각 조건에 대해 사전 사후에서 상반된 인식을 가진 경우의 빈도를 의미한다.

Figure 2에 나타난 분석 결과에 따르면, 사전에서 현실성 반영의 근거로 '수학 밖의 실생활 소재를 사용했기 때문'이라고 생각한 교사가 총 19명 중 12명으로 가장 많았다. 이들은 사후에서 현실성이 반영되지 않았다는 변화된 인식을 가졌지만 아무도 수학 밖의 실생활 소재를 사용하지 않았기 때문이라고 생각하지는 않았다. 반면 사전에서 현실성 반영의 근거로 '실세계 현상으로서의 결론을 요구하고 있기 때문'이라고 생각한 교사가 6명이었는데, 이들 중 4명은 사후에서 현실성 미반영의 근거로써 '실세계 현상으로서의 결론을 요구하고 있지 않기 때문'이라고 생각하는 변화된 인식을 가지고 있었다. 또한 사전에서는 '실세계 현상으로서의 결론'이라는 조건을 현실성 반영의 근거로 선택하지는 않았지만 사후에서 현실성 미반영의 근거로 '실세계 현상으로서의 결론을 요구하고 있지 않기 때문'이라고 생각한 교사가 4명이 나타났음을 알 수 있었다. 이와 유사하게 사전에서 현실성 반영의 근거로 '학생들의 일상에서 일어날 수 있는 상황이기 때문'이라고 생각한 교사가 5명이었는데, 이들은 모두 사후에서 현실성 미반영의 근거로 '학생들의 일상에서 일어날 수 있는 상황이 아니기 때문'이라고 생각하는 변화된 인식을 나타냈다. 뿐만 아니라 사전에서는 현실성 반영의 근거로 해당 조건을 선택하지는 않았지만 사후에서 새롭게 현실성 미반영의 근거로 해당 조건을 선택한 교사가 10명으로 나타났다. 이 외에도 사전에서 현실성 반영의 근거로 '학생들에게 의미 있는 내용과 정보를 제공해주기 때문'이라고 생각한 교사 4명 중 3명이 사후에서는 현실성 미반영의 근거로 '학생들에게 의미 있는 내용과 정보를 제공해주지 않기 때문'이라고 생각하는 변화된 인식을 가지고 있었다. 또한 이 조건에 대해서 사전에서는 현실성 반영의 근거로 선택하지는 않았지만, 사후에서는 현실성 미반영의 근거로 해당 조건의 미충족을 선택한 교사가 8명으로 새롭게 나타났다.

현실성 관점에서 현직 수학 교사의 수학적 모델링 과제 개발 평가

현직 수학 교사가 제작한 수학적 모델링 과제는 총 41개이며, 각 과제가 현실성을 반영하고 있는지 분석하기 위해 현실성의 5가지 조건에 대한 평가 및 빈도분석을 시행하였다. 이때 각 조건을 만족할 때마다 1점을 부여하여 총 5점 만점의 과제 평가를 진행하였다. 그 결과, Table 8에 따르면 현실성의 5가지 조건을 모두 반영하여 5점의 평가 점수를 받은 교사는 24명(58.5%)이었으며, 절반 이상의 교사들이 현실성을 잘 반영하고 있었다. 그 외에도 4점의 평가 점수를 받은 교사는 7명, 3점은 5명, 2점은 3명, 1점은 2명으로 나타났다.

Table 8. Evaluation of the reality of mathematical modeling tasks designed by in-service mathematics teachers

Score of the evaluation	5 points	4 points	3 points	2 points	1 point	Total
The number of the teachers	24	7	5	3	2	41
Percentage of the teachers (%)	58.5	17.1	12.2	7.3	4.9	100

평가 점수 별로 만족하고 있는 현실성에 대한 조건이 무엇인지 분석한 결과는 Table 9와 같다. 이때 4점의 평가 점수를 받은 교사의 과제를 살펴보면 현실성의 조건 대부분은 만족하였지만 '학생들의 일상에서 시작하는 상황'의 조건을 만족하지 못하는 과제가 7개 중에 5개로 나타났다. 또한 1~3점의 점수를 받은 교사의 과제에서 총 10개의 과제 중 2개의 과제를 제외하고는 모두 '해결이 필요한 상황'의 조건을 반영하고 있지 못하였다. 뿐만 아니라 '의미 있는 내용과 정보를 제공'의 조건은 1~3점의 평가 점수를 받은 모든 교사의 과제에서 충족되지 못하고 있었다. 이에 반해 '학생들의 일상에서 시작하는 상황'과 '실세계 결론을 요구'의 조건은 1~3점의 점수를 받은 교사의 과제 중에서 각각 4개, 7개의 과제에서 충족되고 있음을 알 수 있었다.

Table 9. Criterion for reality that the tasks are satisfied by each evaluation score

	The number of tasks	Real-world subjects	Students' daily lives	Need to solve a task	Conclusion in a real-world situation	Meaningful to students
5 points	24	O	O	O	O	O
4 points	5	O	X	O	O	O
	1	O	O	X	O	O
	1	O	O	O	X	O
3 points	2	O	X	O	O	X
	3	O	O	X	O	X
2 points	2	O	X	X	O	X
	1	O	O	X	X	X
1 point	2	O	X	X	X	X
Total	41					

특별히 현실성의 5가지 조건별로 해당 조건을 만족하는 교사의 빈도와 비율을 확인한 결과, Figure 3에 따르면 41명의 모든 교사가 현실성의 5가지 조건 중 하나인 '수학 밖의 실생활 소재를 사용할 것'을 과제에 반영하고 있었다. 또한 '의미 있는 내용과 정보를 제공'하는지에 대한 조건을 과제에 반영한 교사는 37명(90.2%)으로서 두 번째로 많은 반영 비율을 차지했다. 반면 '학생들의 일상에서 시작하는 상황', '실세계 결론을 요구', '해결이 필요한 상황'에 대한 조건을 과제에 반영한 교사는 각각 30, 31, 32명으로 5가지 조건 중 상대적으로 낮은 반영 비율을 나타냈다.

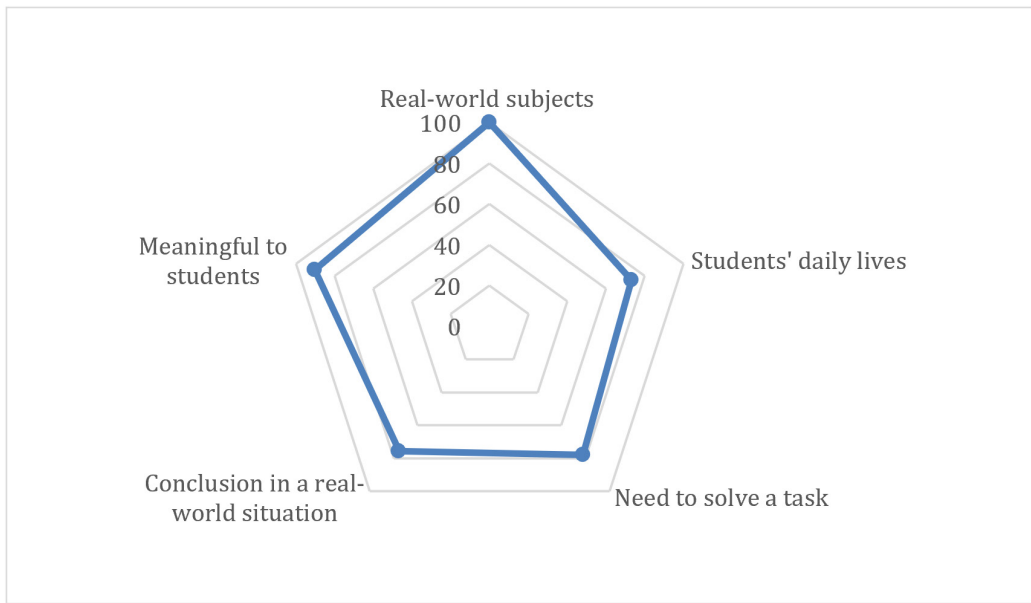


Figure 3. Evaluation of the reality of mathematical modeling tasks designed by in-service mathematics teachers

현직 교사들의 수학적 모델링을 위한 과제를 현실성의 관점으로 평가한 결과, 현실성의 5가지 조건을 모두 만족시킨 과제와 각각의 조건을 만족하고 있지 못한 예시는 Figure 4, 5, 6과 같다.

'Finding Break-even for Students'

These days, students use study cafes a lot. In particular, during the mid-term and final regular exams, there are many high school and college students who stay up all night there. A 24-hour study cafe was created in 2018-2019 before COVID-19. As public places became available again, the number of study cafes used increased in the first half of this year.

It is said that students often register for a fixed amount of money due to securing their seats and anxiety, even though they only have after-school, Saturday, and Sunday during the semester, not vacation. However, there are also many students who pay by the hour only during their actual study hours because the amount is a waste. However, students have asked questions about the cost because they couldn't meet the actual time even if they paid per day.

If you paid the usage fee and left it empty without actually using it, I would like to check how many hours you leave it empty, whether it is a loss, waste, or how many more hours you received as a bonus.

Figure 4. Example of the mathematical modeling task evaluated in 5 points

Two people A and B are wrestling. At this time, A and B have the same skills and no tie. The game started with a prize of 6.4 million won to the person who wins three games first among A and B, but the game was stopped with A winning twice. In this case, how should A and B divide the prize money to be fair?

Figure 5. Example of the mathematical modeling task evaluated in 4 points

Taeyeon, Wonwoo, and Boyeon rode bicycles and started at point A at the same time, and each ran at a constant speed to and from point A and point B once. When Taeyeon turned around point B and came 2km toward point A, she met Bo-yeon running toward point B. Here, when Taeyeon ran 2.5km more, she met Wonwoo running toward point B. Also, when Bo-yeon arrived at point A, Won-woo was around point B and was at the point where 9km was left to point A. At this time, what is the distance between point A and point B?

Figure 6. Example of the mathematical modeling task evaluated in 1 point

Figure 4에 제시된 과제의 경우 스터디 카페를 이용하는 학생들의 수가 많아 집에 따라 학생들이 실제 고민해볼 수 있는 문제의 상황으로서 '수학 밖의 실생활 소재를 사용할 것'에 대한 조건은 물론이고 '학생들의 일상에서 시작하는 상황'의 조건을 만족한다고 볼 수 있다. 또한 학생이 스터디 카페를 이용할 때에 월정액으로 결제할 지 또는 시간권을 결제할 지에 있어서 자신이 몇 시간 자리를 비웠을 때 손해를 보지 않을지 알아보는 것은 스터디 카페 이용권 구매 전에 생각해볼 필요가 있는 상황이므로 '해결이 필요한 상황'의 조건을 만족한다고 볼 수 있으며 질문하는 문장 또한 '몇 시간 자리를 비웠을 때 손해인지, 이득인지'를 묻고 있기 때문에 '실 세계 결론을 요구'의 조건을 반영하고 있다고 볼 수 있다. 마지막으로 이 문제를 해결하고서 학생들을 스터디 카페 이용에 관하여 경제적인 측면에서의 효율적인 선택을 위한 정보를 얻게 되고 이러한 점에서 '의미 있는 내용과 정보를 제공'의 조건도 만족한다고 볼 수 있다.

Figure 5에 제시된 과제의 경우 해당 교사는 씨름선수들의 경기를 실생활 맥락으로 가져와 문제를 구성하였다. 이때 과제는 씨름 선수들의 경기 상황을 묘사하고 있기 때문에 '수학 밖의 실생활 소재를 사용할 것'의 조건을 만족하고 있다. 하지만 씨름선수들의 경기에서 이뤄지는 상금 분배 문제는 일반 학생들의 일상에서 일어나기 어려운 상황으로써 '학생들의 일상에서 시작하는 상황'의 조건을 만족하고 있지 않았다. 하지만 한 선수가 최종 우승에 가까이 왔을 때 경기가 불가피 하게 중단된다면 상금 분배 문제는 해결되어야 할 필요가 있으므로 '해결이 필요한 상황'의 조건을 만족한다고 볼 수 있다. 과제 속에서 최종적으로 묻는 질문에 관하여서도 '상금을 어떻게 나누어 가져야 공평할까?'라고 묻는 질문은 단순히 수학적인 수치를 계산하도록 단편적으로 묻는 질문이 아니므로 '실세계 결론을 요구'의 조건을 만족하고 있었다. 또한 공평한 것의 기준을 무엇으로 둘 것인지 따라 결과가 다르게 나올 수도 있을 것이다. 이러한 과제의 해결로 인해 학생들은 공평한 분배에 대한 의미를 생각해보고, 이에 대한 지식과 정보를 얻을 수 있을 것으로 보이며 이로 인해 '의미있는 내용과 정보 제공'의 조건을 만족하고 있다고 볼 수 있다.

Figure 6에 제시된 과제의 경우 전형적인 교과서 문장체로서 자전거라는 실생활 소재를 활용한 문제의 맥락으로서 '수학 밖의 실생활 소재를 사용할 것'의 조건은 만족하고 있다. 하지만 자전거를 타고 특정 지점을 왕복하면서 서로가 각자 특정 지점을 향해 몇 km에 갔을 때 상대방을 만났는지를 확인하고 이를 기반으로 전체 거리를 구해야 하는 상황은 학생들의 일상에서 일어나지 않는 상황이며, 그 보다는 문제를 위해 설정된 의도적인 상황이다. 따라서, '학생들의 일상에서 시작하는 상황'의 조건을 만족한다고 보기는 어렵다. 뿐만 아니라 이 문제는 'A와 B사이의 거리를 구하시오'라고 함으로써, 수학적인 계산에 의해 구해지는 수치를 묻고 있으며 맥락상 그 거리를 구해야 하는 필요성도 제시하고 있지 않았다. 따라서 '실세계 결론을 요구', '해결이 필요한 상황'의 조건을 만족한다고 볼 수 없다. 또한 이 문제를 해결하는 과정에서 학생들은 계산에만 집중하게 되고 문제해결을 통해 의미 있는 내용과 정보를 얻지 못한다는 점에서 '의미 있는 내용과 정보 제공'의 조건도 만족하지 못하였다.

현실성 관점에 대한 교사의 인식에 따른 교사 집단 별 현실성을 과제에 반영하는 역량

수학적 모델링 과제의 현실성에 대한 현직 수학 교사의 인식에 따라 실제 현실성을 과제에 반영하는 역량이 어떻게 나타나는지 확인하기 위하여 Table 7에 따른 교사 군집별로 현직 교사의 개발과제에 대한 현실성 평가 점수 빈도를 분석하였다. Table 7에 따르면 사후 조사에서 비현실성의 과제를 현실성이 반영되었다고 반대로 인식한 교사는 군집 1, 3에 해당되며 총 7명, 현실성이 반영되지 않았다고 올바르게 인식한 교사는 군집 2, 4에 해당되며 총 34명이다. 군집 1, 3과 군집 2, 4에 해당되는 교사들이 평가 점수에 따라 어떻게 분포하는지 분석한 결과는 Figure 7, Table 10과 같다. Figure 7에 따르면 군집 2, 4에 해당되는 교사들은 대부분 평가 점수 5점에 분포하였으며 낮은 평가 점수에서는 급격히 낮은 비율로 분포하였다. 실제로 34명 중 64.7%에 해당하는 22명의 교사가 5점의 평가점수를 받았으며, 4점, 3점, 2점 과제에는 6명 (17.6%), 5명 (14.7%), 1명 (2.9%)의 교사가 해당되었다. 반면 군집 1, 3에 해당되는 교

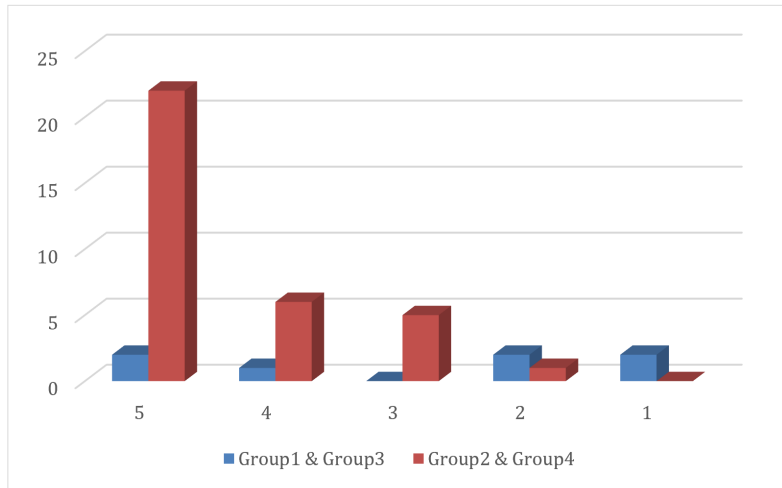


Figure 7. Distribution of evaluation scores of the teachers' task design focused on reality according to the perception of in-service mathematics teachers

Table 10. Distribution of evaluation scores of the teachers' task design focused on reality according to the perception of in-service mathematics teachers

Scores	Group 1 & Group 3	Group 2 & Group 4
5 points	2 (28.6%)	22 (64.7%)
4 points	1 (14.3%)	6 (17.6%)
3 points	0 (0.0%)	5 (14.7%)
2 points	2 (28.6%)	1 (2.9%)
1 point	2 (28.6%)	0 (0.0%)

사들은 총 인원이 7명으로 적은 인원이지만 5점, 4점, 2점, 1점 과제에 2명, 1명, 2명, 2명으로 과제 평가 점수가 높은 것과 낮은 것에 고루 분포하였다. 실제로 7명의 교사 중에서 과제 평가 점수가 5점, 2점, 1점인 교사의 비율은 각각 28.6%으로 동일하게 나타났으며, 4점 과제의 비율은 14.3%으로 나타났다.

결론 및 논의

본 연구는 수학적 모델링 과제의 특성 중 현실성에 대한 현직 수학 교사의 인식과 과제 개발 역량을 분석하는 데에 목적을 두고 있다. 이를 위해 현실성이 반영되지 않은 과제를 현직 수학 교사들에게 제시하여 해당 과제를 현실성 관점에서 평가할 수 있도록 하였으며, 수학적 모델링에 대한 교사 직무 연수를 수행하기 전후의 인식에 대한 변화를 분석하였다. 또한 수학적 모델링 과제를 개발함에 있어서, 현직 수학 교사들이 현실성을 반영하여 과제를 개발할 수 있는지를 분석하였다. 마지막으로, 현직 수학 교사를 현실성에 대한 인식에 따라 두 개의 그룹으로 나누었을 때, 각 그룹에 속한 수학 교사들의 과제 개발 역량을 분석하였다. 이를 통해 수학적 모델링 과제의 특징 중 현실성에 관한 교사의 인식과 과제 개발 역량을 함양하기 위한 교사 교육의 역할에 대한 함의점을 도출하였다.

먼저 수학적 모델링 과제의 현실성에 대한 현직 수학 교사의 사전 인식을 조사한 결과, 약 58.5%의 현직 교사들이 현실성을 제대로 반영하고 있지 않은 과제를 현실성이 반영된 과제라고 판단하였다. 연구자들이 제시한 문제가 전형적인 교과서 문장제 문제 중의 하나였다는 점을 고려할 때, 본 연구 결과는 절반 이상의 현직 수학 교사들이 과제의 현실성에 대하여 미흡한 인식을 가지고 있음을 나타내었다. 특히 현직 수학 교사들이 과제의 현실성을 판단할 때 고려한 기준을 확인한 결과, 교사들은 과제 맥락 속에서 '실생활 소재'가 사용된 것 만으로도 주어진 과제가 현실성이 반영되었다고 인식하는 경향을 보였다. 이는 예비 수학 교사를 대상으로 수학적 모델링 과제에 대한 인식을 조사한 Choi (2022) 연구와 일맥상통하는 결과이다. 즉 교사들은 과제의 현실성에 대하여 '학생들의 일상에서 시작하는 상황', '문제 해결의 필요성', '실세계 현상으로서의 결론을 요구' 등과 같은 현실성의 다양한 측면을 인식하는 데에 어려움을 가지고 있었다. 향후, 현직 수학 교사의 수학적 모델링 개발 과정에 도움을 주기 위해서는, 현실성에 대한 그들의 인식이 미흡한 이유를 파악하고, 그것을 토대로 교육 프로그램이 개발되어야 할 것이다.

반면 수학적 모델링 과제의 특징 중 현실성에 대한 이론과 현실성이 반영된 또는 반영되지 않은 수학적 모델링 과제의 사례를 소개하는 교사 직무 연수를 진행한 결과, 절반 이상의 참여 교사들은 현실성을 반영한 과제에 대하여 변화된 인식을 나타내었다. 이러한 연구 결과는 교사 교육을 통하여 현직 수학 교사의 현실성에 대한 인식이 변화될 수 있다는 가능성을 보여준 것으로 해석된다. 예를 들어, 사전 조사에서 본 연구자들은 '실생활 소재'가 사용된 과제를 제시하고 현실성을 판단하도록 하였다. 이때, 현실성에 대한 다섯 가지 조건들 중 한 가지 조건만을 갖춘 과제에 대하여 현실성이 반영되었다고 판단한 현직 수학 교사는 24명이었다. 그 중 10명의 교사는 사전 조사에서 주어진 과제가 '학생들의 일상에서 일어날 수 있는 상황'이라고 보지는 않았음에도 불구하고 현실성이 반영된 과제라고 판단하였다. 하지만 사후 조사에서는 '학생들의 일상에서 일어날 수 있는 상황'이 아니기 때문에 반실성이 반영된 과제가 아니라고 판단하였다. 이는 '학생들의 일상에서 일어나는 상황'이라는 기준 자체를 사전 조사에서는 현실성의 기준으로 인식하지 않다가 사후에는 현실성의 기준으로 인식하고 있는 변화를 보여주고 있는 것이다. 또 다른 예시로, 사전에는 현실성에 대한 다섯 가지 조건들 중 특정 조건이 충족되고 있기 때문에 제시된 과제가 현실성을 반영하고 있다고 판단했지만 사후 조사에서는

사전 조사에서 충족되었다고 인식했던 특정 조건이 충족되지 않았기 때문에 제시된 과제가 현실성을 반영하고 있지 않다고 인식하는 상반된 인식을 보였다. 즉 사전-사후 조사에서 과제의 현실성에 대한 판단을 할 때 '실생활 소재' 사용에 대한 조건뿐만 아니라 다른 조건들에 대해서도 고려하여 판단하려고 했으나, 동일한 조건에 대한 충족 여부를 사전사후에서 반대로 인식하는 사례들이 나타났다. 이는 교사 직무 연수를 통해 자신이 고려했던 현실성의 각 조건의 의미를 다시 수정하고 재인식하는 변화가 일어나 그것이 현실성에 대한 판단에 영향을 주었음으로 해석될 수 있다. 따라서 현실 상황 속에서의 문제해결력 향상을 위해 수학적 모델링이 강조되는 교육과정의 흐름 속에서 수학적 모델링 과제의 특징 중 현실성에 대한 교사들의 인식을 함양시킬 수 있는 질적인 교사 직무 연수 및 교사양성프로그램이 구비되는 것이 필요할 것이다.

한편 수학적 모델링 과제의 특징 중 현실성에 대한 인식과 더불어 과제에 현실성을 반영할 수 있는 현직 수학 교사들의 과제 개발 역량을 분석한 결과, 현직 수학 교사들은 과제를 제작할 때 현실성의 조건 중 '실세계 소재 사용(100%)'에 대한 조건과 '의미있는 내용과 정보 제공(90%)'에 대한 조건은 대부분 충족시키고 있는 것으로 나타났다. 그러나, '학생들의 일상에서 시작하는 문제 상황', '실세계 결론에 대한 요구', '해결할 필요성이 있는 문제 상황'에 대한 조건들을 반영하지 못하는 교사들은 각각 20~30% 정도로 나타났다. 즉 현직 수학 교사들은 현실성에 대한 각 조건에 대하여 교사 직무 연수를 받았음에도 불구하고 현실성의 몇 조건들을 과제에 반영하는 역량이 미흡한 것으로 나타났다. 특히 사후 설문 조사에서 현실성에 대한 다섯 가지 조건들 중 한 가지 조건만을 갖춘 과제에 대하여 현실성이 반영되었다고 판단한 교사들의 집단과 현실성이 반영되지 않았다고 판단한 교사들의 집단으로 분류할 수 있었다. 이때, 두 집단별로 개발 과제의 평가 점수를 비교한 결과 사후 조사에서 현실성에 대해 올바른 인식을 가진 집단보다 미흡한 인식을 가진 집단에서 낮은 과제 평가 점수를 받은 교사의 비율이 높게 나타났다. 이러한 결과는 교사들의 현실성에 대한 인식이 현실성을 반영하는 과제 개발 역량에 영향을 미칠 수 있다는 가능성을 보여주고 있으므로 그 영향의 정도를 추후 후속연구에서 다룰 필요가 있음을 시사하고 있었다. 한편, 사후 조사에서 제시된 과제를 현실성 관점에서 올바른 판단을 할 수 있었던 교사들 중에서도 현실성을 실제 자신의 개발 과제에 반영하지 못하는 경우가 있는 것을 볼 때, 수학적 모델링의 과제를 개발함에 있어서 현실성에 관한 조건들을 과제에 반영하는 것이 실제적으로 어렵다는 것을 내포하기도 하며, 현실성에 관한 인식과 현실성을 반영한 과제 개발 역량사이에는 차이가 있을 수 있기에 이러한 간극을 줄일 수 있는 연구와 교육이 이뤄질 필요가 있음을 시사하고 있다고도 볼 수 있다. 따라서 현실성에 대한 인식을 함양할 뿐만 아니라 현실성이 반영된 과제를 실제로 개발할 수 있는 역량을 동시에 함양시킬 수 있는 실무적인 교사 연수가 필요할 것이다.

마지막으로, 본 연구자들은 진정성의 의미를 포함한 현실성을 과제에 반영하기 위한 몇 가지 방안을 제안하고자 한다. 우선, 교사는 과제의 맥락을 설정할 때에 학급에서 이뤄질 수 있는 상황이나 실제 일어나는 상황, 또는 학생들과 관련되어 있는 사회적 이슈에서 과제 맥락을 도출할 수 있다. 이때 이러한 상황이나 이슈는 학생에 대한 경험과 관찰, 또는 관련된 뉴스 등을 통하여 찾을 수 있을 것이다. 더불어, 교사는 문제 해결을 위해 필요한 조건들을 가짜 데이터가 아닌 실제 데이터로 제공할 수 있다. 실제 데이터는 과제 맥락에서 언급되는 소재와 관련된 웹사이트를 통해 확인할 수 있을 것이다. 이때 학생들의 수준에 맞는 문제해결을 위해서는 복잡한 실제 데이터를 좀 더 단순화시키는 조치가 필요할 수도 있으며, 때로는 학생들에게 직접 실제 데이터를 수집하도록 하여 문제를 해결할 수 있도록 할 수도 있을 것이다 (Jung & Lee, 2021; Kim, 2022). 또한 현실 세계에서 시작되는 문제 상황이 고려해야 할 많은 변수로 인해 너무 복잡하거나 추상적으로 보여질 수도 있다. 이러한 상황을 위해서는 변수들을 좀 더 구체화하거나 과제 풀이 과정을 단계화 시켜주는 활동지를 통해 학생들이 좀 더 쉽게 접근할 수 있도록 구성해 나갈 수 있다.

한편 현직 수학 교사들이 직접 현실성이 반영된 문제를 개발하는 방안 외에 현실성이 반영된 수학적 모델링 과제를 학교 수업에 효과적으로 적용하기 위한 다른 방안을 한 가지 제안하고자 한다. 현실성의 조건들을 반영하는 수학적 모델링 과제를 교사 1인이 스스로 개발하는 것은 과제 개발에 대한 인지적인 어려움과 과중한 업무로 인한 시간 부담 등으로 인해 많은 제약이 있을 것으로 예상된다(Choi, 2017; Kim, 2020). 하지만 본 연구에서도 과제 개발 역량이 교사마다 다르게 나타난 것으로 볼 때 다수의 교사들이 함께 협업으로 과제를 개발할 수 있는 기회가 있다면 서로의 부족한 역량들이 보완되면서 현실성에 대한 다양한 조건들이 동시에 반영된 질적인 과제를 개발될 수 있을 것으로 본다. 따라서 추후 교사 직무 연수에서는 다양한 학생들을 접하고 있는 현직 수학 교사들이 함께 소통하면서 현실성을 잘 반영하는 과제를 개발하고, 과제에 대한 교사들의 피드백 가운데 현실성의 진정성을 높여 가며 수

학적 모델링을 하기에 적합한 과제를 개발하는 기회를 제공해줄 것을 제언한다. 또한 이런 과정에서 개발된 현실성을 잘 반영하고 있는 다수의 과제들을 교사들간 서로 공유할 수 있도록 온라인 플랫폼으로 과제 자료집을 구축할 수 있다면 현직 수학 교사들이 실제 수학 교실 내에서 수학적 모델링을 활용한 수업을 좀 더 적극적으로 적용해볼 수 있을 것으로 기대한다.

본 연구는 현직 수학 교사들의 현실성에 대한 인식과 과제 개발 역량을 설문 조사를 통해 확인하였으나 교사들과의 면담이 이뤄지지 않았기 때문에 교사들의 현실성에 대한 인식과 과제 개발 역량을 좀 더 면밀하게 분석하는 데에는 한계가 있다. 특별히 설문 조사에서 현실성에 대한 판단과 그 근거를 선택하는 문항이 객관식으로 제시되었기 때문에 객관식의 선택지로 제시된 내용 외에 다른 측면의 교사의 인식이 고려되지 못하였다. 또한 현실성에 대한 인식이 부족했던 교사의 수가 크지 않은 바, 인식이 부족한 현직 수학 교사들의 역량에 대한 결과를 백분율로 나타낼 때 과대 해석될 수 있는 여지가 있다. 이에 후속 연구에서는 더 많은 현직 수학 교사들의 수학적 모델링 과제의 특징인 현실성에 대한 인식과 현실성을 반영하는 과제 개발 역량을 분석할 뿐 아니라 객관식 문항 외에 면담, 서술형 등 다양한 자료를 분석하여 수학적 모델링에 관한 교사의 전문성을 함양할 수 있는 구체적인 방안을 모색하는 연구가 진행되기를 기대한다.

CONFLICTS OF INTEREST

No potential conflict of interest relevant to this article was reported.

References

- Aguirre, J. M., Turner, E. E., Bartell, T. G., Kalinec-Craig, C., Foote, M. Q., Roth McDuffie, A., & Drake, C. (2013). Making connections in practice: How prospective elementary teachers connect to children's mathematical thinking and community funds of knowledge in mathematics instruction. *Journal of Teacher Education, 64*(2), 178-192. <https://doi.org/10.1177/0022487112466900>
- An, I. K., & Oh, Y. Y. (2018). An analysis of mathematical modeling process and mathematical reasoning ability by group organization method. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea, 22*(4), 497-516.
- An, J. S. (2012). Impact on improve Student's learning ability in instruction using mathematical modeling teaching materials of function units. *Journal of the Korean School Mathematics Society, 15*(4), 747-770.
- Armanto, D. (2002). *Teaching multiplication and division realistically in Indonesian primary schools: A prototype of local instructional theory* (p. 309). University of Twente [Host].
- Berta, B., & Britta, E. J. (2020). Impact of theoretical perspectives on the design of mathematical modeling tasks. *Avances de Investigación en Educación Matemática, 20*, 98-113. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i17.317>
- Bonnotto, C. (2007). How to replace word problems with activities of realistic mathematical modelling. In W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 185-192). Springer.
- Choi, H. S. (2022). A case study of lesson design based on mathematical modeling of pre-service mathematics teachers. *Communications of Mathematical Education, 36*(1), 59-72. <https://doi.org/10.7468/jksmee.2022.36.1.59>
- Choi, J. S. (2017). Prospective teachers' perception of mathematical modeling in elementary class. *Journal of Educational Research in Mathematics, 27*(2), 313-328.
- Chong, Y. O. (1999). A study of realistic mathematics education - Focusing on the learning of algorithms in primary school -. *Journal of Educational Research in Mathematics, 9*(1), 81-109.
- Chu, S. J., & Kim, Y. H. (2009). A study on the function education of middle school using the technical instruments. *Journal of the Korean School Mathematics Society, 12*(3), 189-209.
- Cirillo, M., Bartell, T. G., & Wager, A. A. (2016). Teaching mathematics for social justice through mathematical modeling. In C. R. Hirsch & A. Roth McDuffie (Eds.), *Annual perspectives in mathematics education 2016: Mathematical modeling and modeling mathematics* (pp. 87-96) NCTM.

- De Lange, J. (1987). *Mathematics, Insight, and Meaning*. OW & OC.
- Doerr, H. M., & English, L. D. (2003). A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. *Journal for research in mathematics education*, 34(2), 110-136. <https://doi.org/10.2307/30034902>
- Dogan, M. F. (2020). Evaluating pre-service teachers' design of mathematical modeling tasks. *International Journal of Innovation in Science and Mathematics Education*, 28(1), 44-59. <https://doi.org/10.30722/IJISME.28.01.004>
- Erbas, A. K., Kertil, M., Çetinkaya, B., Cakiroglu, E., Alacaci, C., & Bas, S. (2014). Mathematical modeling in mathematics education: basic concepts and approaches. *Educational Sciences: Theory and Practice*, 14(4), 1621-1627. <https://doi.org/10.12738/estp.2014.4.2039>
- Fauzan, A. (2002). *Applying Realistic Mathematics Education (RME) in teaching geometry in Indonesian primary schools*. University Of Twente [Host].
- Freudenthal, H. (1968) Why to teach mathematics as to be useful? *Educational Studies in Mathematics*, 1(1), 3-8. <https://doi.org/10.1007/BF00426224>
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education: China Lectures*. Acad.
- Fulton, E. W., Wickstrom, M. H., Carlson, M. A., & Burroughs, E. A. (2019). Teachers as learners: Engaging communities of learners in mathematical modelling through professional development. In G. A. Stillman & J. P. Brown (Eds.), *Lines of inquiry in mathematical modelling research in education, ICME-13 monographs* (pp. 125–142). Springer.
- Galbraith, P. (2007). Dreaming a 'possible dream': More windmills to conquer. In *Mathematical Modelling* (pp. 44-62). Woodhead Publishing. <https://doi.org/10.1533/9780857099419.2.43>
- Garrett, L., Huang, L., & Charleton, M. C. (2016). A framework for authenticity in the mathematics and statistics classroom. *The Mathematics Educator*, 25(1), 32-55.
- Gravemeijer, K. P. E. (1994). *Developing realistic mathematics education*. Freudenthal Institute.
- Hansen, R., & Hana, G. M. (2015). Problem posing from a modelling perspective. *Mathematical problem posing: From research to effective practice*, 35-46. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6258-3_2
- Hwang, H. J. (2007). A study of understanding mathematical modeling. *School Mathematics*, 9(1), 65-97.
- Hwang, H. J., & Huh, N. (2016). The study on the integrated thinking ability in problem based learning program using historical materials in mathematics. *Communications of Mathematical Education*, 30(2), 161-178. <https://doi.org/10.7468/jksmee.2016.30.2.161>
- Hwang, H. J., & Min, A. R. (2018). An investigation on the understanding of the mathematical modeling based on the results of domestic articles since 2007. *Communications of Mathematical Education*, 32(2), 225-244. <https://doi.org/10.7468/jksmee.2018.32.2.225>
- Jung, H. Y., & Lee, K. H. (2021). Promoting in-service teacher's mathematical modeling teaching competencies by implementing and modifying mathematical modeling tasks. *Journal of Educational Research in Mathematics*, 31(1), 35-62. <https://doi.org/10.29275/jerm.2021.02.31.1.35>
- Jung, H. Y., Lee, K. H., & Jung, J. H. (2020). Analyzing real world tasks of 6th grade textbook from a mathematical modeling perspective: Focused on the curriculum for revised 2011 and 2015. *Journal of Learner-Centered Curriculum and Instruction*, 20(18), 1313-1340. <https://doi.org/10.22251/jlcci.2020.20.18.1313>
- Kim, C. S. (2013). A study on meaning in solving of mathematical modeling problem. *Journal of the Korean School Mathematics Society*, 16(3), 561-582.
- Kim, I. K. (2012). Comparison and analysis among mathematical modeling, mathematization, and problem solving. *The Korean Journal for History of Mathematics*, 25(2), 71-95.
- Kim, M. K., Hong, J. Y., & Kim, H. W. (2010). A study on development of problem contexts for an application to mathematical modeling. *The Mathematical Education*, 49(3), 313-328.
- Kim, S. J., & Moon, J. H. (2006). A study on the application of context problems and preference for context problems types. *Journal of the Korean School Mathematics Society*, 9(2), 141-161.
- Kim, S. M. (2021). Analyzing tasks in the statistics area of Korean and Singaporean textbooks from the perspective of mathematical modeling: Focusing on 7th grade. *Journal of the Korean School Mathematics Society*, 24(3), 283-308. <https://doi.org/10.30807/ksms.2021.24.3.003>
- Kim, Y. (2020). Teacher education for mathematical modeling: A case study. *East Asian Mathematical Journal*, 36(2), 173-201. <https://doi.org/10.7858/eamj.2020.014>

- Kim, Y. S. (2022). Changes in Perceptions of Elementary School Preservice Teachers about Mathematical Modeling. *Education of Primary School Mathematics*, 25(1), 101-123. <http://doi.org/10.7468/jksmec.2022.25.1.101>
- Korea Curriculum Evaluation Institution (2011). *2011 International academic achievement assessment study (PISA, TIMSS): PISA 2012 preliminary test implementation report*.
- Kwon, K. S., & Park, B. H. (1997). A study on the utilization of mathematical modeling in high school. *The Mathematical Education*, 36(1), 149-159.
- Kwon, S. H. (2017). A comparative analysis of Korean and CMP textbooks through the lens of RME: The case of integers and rational numbers. *The Journal of Curriculum and Instruction Studies*, 10(1), 1-21.
- Lee, D. H., & Suh, K. S. (2004). The history of mathematical problem solving. *Journal for History of Mathematics*, 17(4), 123-131.
- Lee, J., & Yi, G. (2021). Pre-service teachers' conceptions about considering the realistic contexts in the word problems. *The Mathematical Education*, 60(4), 509-527. <https://doi.org/10.7468/mathedu.2021.60.4.509>
- Lesh, R., Doerr, H. M., Carmona, G., & Hjalmarson, M. (2003). Beyond constructivism. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(2-3), 211-233. <https://doi.org/10.1080/10986065.2003.9680000>
- Lombardi, M. M., & Oblinger, D. G. (2007). Authentic learning for the 21st century: An overview. *Educause learning initiative*, 1(2007), 1-12.
- Na, G. S., Park, M. M., Kim, D. W., Kim, Y. & Lee, S. J. (2018). Exploring the direction of mathematics education in the future age. *Journal of Educational Research in Mathematics*, 28(4), 437-478. <https://doi.org/10.29275/jerm.2018.11.28.4.437>
- Na, M. Y., & Kwon, O. N. (2012). Analysis of middle school textbooks for understanding real-life context problems: Focusing on the 'text and expression' unit of the first grade of the middle school 'letter and formula'. *Studies in Mathematical Education*, 2012(1), 159-163.
- The National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. NCTM.
- Noh, J. H. (2016). Analyzing contexts used in textbook problems: A case of precalculus. *Communications of Mathematical Education*, 30(3), 295-308. <http://doi.org/10.7468/jksmee.2016.30.3.295>
- OECD. (2016). *PISA 2015 results: Excellence and equity in education (Volume I)*. Paris: OECD Publishing.
- Palm, T. (2006). Word problems as simulations of real-world situations: A proposed framework. *For the Learning of Mathematics*, 26(1), 42-47.
- Palm, T. (2008). Impact of authenticity on sense making in word problem solving. *Educational studies in mathematics*, 67, 37-58. <https://doi.org/10.1007/s10649-007-9083-3>
- Park, W. H., & Choi, S. S. (2022). A comparative study on international baccalaureate diploma programme (IBDP) textbooks and Korean textbooks by the 2015 revised curriculum -Focus on function from a mathematical modeling perspective-. *Journal of the Korean School Mathematics Society*, 25(2), 125-148. <http://doi.org/10.30807/ksms.2022.25.2.002>
- Pyo, Y. S., & Lee, J. W. (2007). Development and application of real-life problems for uplifting problem-solving skills: Focused on geometry of middle school mathematics curriculum. *Communications of Mathematical Education*, 31(2), 177-197.
- Riyanto, B. (2022). Designing mathematical modeling tasks for learning mathematics. *2nd National Conference on Mathematics Education 2021 (NaCoME 2021)* (pp. 39-46). Atlantis Press.
- Sevinc, S., & Lesh, R. (2018). Training mathematics teachers for realistic math problems: a case of modeling-based teacher education courses. *ZDM*, 50, 301-314. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0898-9>
- Stein, S. J., Isaacs, G., & Andrews, T. (2004). Incorporating authentic learning experiences within a university course. *Studies in Higher Education*, 29(2), 239-258. <https://doi.org/10.1080/0307507042000190813>
- Stohlmann, M., Maiorca, C., & Allen, C. (2017). A case study of teachers' development of well-structured mathematical modelling activities. *Mathematics Teacher Education and Development*, 19(2), 4-24.
- Strobel, J., Wang, J., Weber, N. R., & Dyehouse, M. (2013). The role of authenticity in design-based learning environments: The case of engineering education. *Computers & Education*, 64, 143-152. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2012.11.026>
- Treffers, A. (1987). *Three dimensions: A model of goal and theory description in mathematics instruction*. Reidel.
- Turner, E. E., Bennett, A. B., Granillo, M., Ponnuru, N., Roth McDuffie, A., Foote, M. Q., ... & McVicar, E. (2022). Authenticity of elementary teacher designed and implemented mathematical modeling tasks. *Mathematical Thinking and Learning*, 1-24. <https://doi.org/10.1080/10986065.2022.2028225>

Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Swets & Zeitlinger Publishers.

Vos, P. (2018). “How real people really need mathematics in the real world”—Authenticity in mathematics education. *Education Sciences*, 8(4), 195.
<https://doi.org/10.3390/educsci8040195>

Yoon, J. H., & Kyu, S. R. (2008). A study on teaching of ration graph based on realistic mathematics education. *Education of Primary School Mathematics*, 11(1), 39-57.

Authors' Information

Seonyoung Hwang, Sungkyunkwan University, Graduate, 1st Author.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1770-6945>

Sunyoung Han, Sungkyunkwan University, Professor, Corresponding Author.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5642-7095>