

# 임의 성형시간에 잔류진동을 제거할 수 있는 SD성형기

## An SD Shaper to Suppress Residual Vibration at an Arbitrarily Specified Duration

강병현<sup>†</sup>

Brian Byunghyun Kang<sup>†</sup>

**Abstract:** Recently, various input shapers have been introduced to reduce residual vibrations of flexible robots. However, there have been no studies on the design of an input shaper that can suppress residual vibration at an arbitrarily specified duration. In this paper, a novel input shaper called an SD (specified-duration) shaper is proposed for an undamped or underdamped system, which can suppress residual vibration at an arbitrarily given specified duration. If the specified duration is larger than a half period, a positive SD shaper composed of all positive impulses is designed, and if the specified duration is smaller than a half period, a negative SD shaper including a negative impulse is designed. As the specified duration is increased every half period after a half period, the number of impulses of the positive SD shaper is increased one by one, and the robustness of the SD shaper to modeling errors is increased. The performance of the SD shaper is analyzed through simulation studies for an undamped and underdamped second-order systems. The validity of the SD shapers is demonstrated experimentally using an experimental device that can generate container transport motions.

**Keywords:** Input-shaping Control, Input Shaper, SD Shaper, Residual Vibration, Flexible Robot

### 1. 서론

공학시스템에서 잔류진동(residual vibration)은 일반적으로 시스템 성능을 떨어뜨리기 때문에 가능한 한 빨리 제거되어야 한다<sup>1,2</sup>. 예를 들어, [Fig. 1]과 같은 웨이퍼 이송로봇의 경우, 공간상의 한 점에서 다른 점으로 이동할 때 잔류진동이 빨리 제거되어야 로봇의 작업 생산성을 향상시킬 수 있다<sup>3,4</sup>.

잔류진동을 제거하는 효과적인 방법으로서 입력성형제어(input-shaping control)가 최근에 산업계와 학계로부터 큰 관심을 받고 있다. 입력성형제어는 1950년대 미국 UC Berkeley의 Smith 교수에 의해 posicast control<sup>5</sup>이라는 이름으로 처음 아이디어가 제안된 이래, 1980년대 이후 미국 MIT의 Singer와 Singhose에 의해 크게 발전되어 왔다<sup>6,7</sup>. 입력성형제어는 기

존 진동시스템에 추가적인 피드백루프 없이 잔류진동을 제거할 수 있는 장점이 있으나, 개루프제어 방식이기 때문에 시스템 모델링오차에 잔류진동 제거성능이 민감한 단점이 있다. 이를 해소하기 위하여 모델링오차에 견실한(robust) 입력성형기(input shaper)를 설계하는 방향으로 이 이론이 발전되어 왔다<sup>8</sup>.

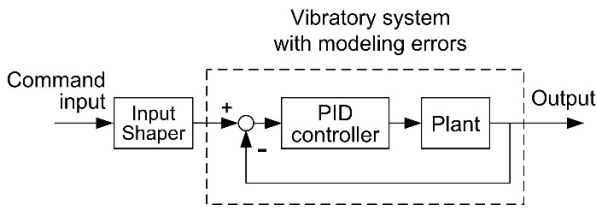


[Fig. 1] A wafer transfer robot that residual vibrations should be suppressed as quickly as possible in point-to-point motions. (Courtesy of Hirata Corporation)

Received : Oct. 31. 2022; Revised : Dec. 5. 2022; Accepted : Dec. 26. 2022

※ This study was supported by the National Research Foundation of Korea (NRF) grant funded by the Korea government (MSIT) (No. 2021R1G1A109521912)

<sup>†</sup> Assistant Professor, Corresponding author: School of Intelligent Mechatronics Engineering, Sejong University, Seoul, Korea (brianbkang@sejong.ac.kr)



[Fig. 2] A block diagram of an input-shaping control system that is composed of an input shaper and a feedback loop system connected serially

입력성형기는 임펄스열(impulse sequence)로써 구성된다. 이 임펄스열을 시스템의 지령입력과 합성곱(convolution)하면 잔류진동을 제거할 수 있다. 일반적인 입력성형제어시스템의 블록선도는 [Fig. 2]와 같다. [Fig. 2]에서 진동시스템은 보통 플랜트, 피드백루프와 PID 제어기를 포함하고 있으며, 이 진동시스템의 고유진동수와 감쇠비를 모델링하여 입력성형기를 설계한다. [Fig. 2]에서 보듯이 입력성형기는 피드백루프 바깥에 직렬로 연결되어 있으므로, 진동시스템의 안정도(stability)에 영향을 미치지 않는 장점이 있다.

한편 최근에 Kang<sup>[9]</sup>은 입력성형기를 설계하는 유용한 수학적 도구로서 임펄스벡터(impulse vector)를 정의한 바 있다. 비감쇠시스템(undamped system)이든 부족감쇠시스템(underdamped system)이든 관계없이 극좌표평면에 임펄스벡터들의 합이 0이 되도록 입력성형기를 설계하면 잔류진동이 제거된다.

모델링오차에 견실한 입력성형기를 설계하는 기존의 한 방법으로서 SI (specified-insensitivity) 성형기가 제안되어 있다<sup>[8,10]</sup>. SI 성형기는 상대적인 잔류진동의 크기를 나타내는 민감도함수(sensitivity function)  $V$ 가 0.05 이내인 모델링오차의 범위를 지정하고, 이를 만족하도록 설계된다. 즉, SI 성형기는 상대적 잔류진동의 크기가 5% 이내인 모델링오차의 범위를 5% 둔감도(5% insensitivity)  $I_{0.05}$ 로 정의하고, 이  $I_{0.05}$ 가 임의의 값으로 주어질 때, 이를 만족하도록 설계된 입력성형기이다. 그런데 잔류진동 제거성능에는 모델링오차에 대한 견실성뿐만 아니라 또다른 중요한 요소로서 성형시간(shaper duration)이 있다. 성형시간은 잔류진동을 제거하는데 걸리는 시간이기 때문에 작을수록 좋다. 그러나 일반적으로 성형시간이 작을수록 더 큰 작동기 동력을 필요로 하기 때문에 무한정 성형시간을 줄일 수는 없다. SI성형기에서 모델링오차에 대한 견실성이 커지면 일반적으로 성형시간은 비선형적으로 증가한다<sup>[7]</sup>. 그런데 지금까지 임의로 지정한 시간에 잔류진동을 제거할 수 있는 입력성형기는 연구된 바 없다.

이 논문에서는 임의로 지정한 성형시간에 잔류진동을 제거할 수 있는 입력성형기로서, SD성형기(specified-duration shaper)를 제안한다. SD성형기는 임의의 성형시간이 주어지면 이 성형

시간에 잔류진동을 제거하도록 설계된 입력성형기이다. 성형시간을 기준으로 성형기를 설계하지만 모델링오차에 대한 견실성 또한 중요한 문제이기 때문에 SD성형기는 임의의 성형시간을 만족하는 입력성형기 중 모델링 오차에 대한 견실성이 가장 높은 성형기로 선정한다. 이 논문에서는 임펄스벡터를 이용하여 임의의 성형시간을 갖는 입력성형기인 SD성형기를 체계적으로 설계하는 방법을 제안한다. 그리고 이 SD성형기의 성능을 컴퓨터 시뮬레이션으로 평가하고, SD성형기의 타당성을 실험적으로 검증한다.

이 논문의 구성은 다음과 같다. 2절에서는 지정한 성형시간이 반주기 이상일 때 양의 임펄스로 구성된 양의 SD성형기를 체계적으로 설계하는 방법을 제시하고, 3절에서는 지정한 성형시간이 반주기 이내일 때 음의 임펄스를 포함한 음의 SD성형기를 설계하는 체계적인 방법을 제시한다. 4절에서는 MATLAB으로 시뮬레이션하여 SD성형기의 성능을 민감도곡선(sensitivity curves)과 단위계단응답(unit-step responses)으로 평가한다. 5절에서는 SD성형기의 타당성을 실험적으로 검증하고, 6절에서 결론을 기술한다.

## 2. 양의 SD성형기 설계

이 절에서는 임의로 지정한 성형시간  $t_N$ 이 반 감쇠주기(damped period)보다 클 경우 SD성형기를 설계한다. 먼저 Kang<sup>[9]</sup>이 제안한 임펄스벡터  $\mathbf{I}_i (i = 1, 2, \dots, N)$ 는 극좌표평면에서 크기  $I_i$ 와 각도  $\theta_i$ 로써 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} I_i &= A_i e^{\zeta \omega_n t_i}, & i = 1, 2, \dots, N \\ \theta_i &= \omega_d t_i, & i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $A_i$ 는  $i$ 번째 임펄스함수의 임펄스크기,  $t_i$ 는  $i$ 번째 임펄스함수의 임펄스시간,  $\zeta$ 는 진동시스템의 감쇠비(damping ratio),  $\omega_n$ 은 진동시스템의 비감쇠 고유진동수,  $\omega_d (= \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2})$ 는 진동시스템의 감쇠 고유진동수,  $N$ 은 임펄스 개수를 나타낸다. 임펄스크기가  $A_i$ 이고, 임펄스시간이  $t_i$ 인 임펄스함수는 다음과 같은 Dirac 델타함수  $A_i \delta(t - t_i)$ 로 표현된다.

이제 임펄스벡터를 이용하여 반주기보다 큰 성형시간  $t_N$ 을 갖는 SD성형기를 설계한다. 여기서  $t_N$ 은 임펄스열의 마지막 임펄스시간을 의미한다. 먼저 주어진 임의의 성형시간  $t_N$ 을 갖도록 하기 위해 마지막 임펄스벡터  $\mathbf{I}_N$ 의 각도  $\theta_N$ 을 다음과 같이 구하고 이 각도를 고정한다.

$$\theta_N = \omega_d t_N \quad (2)$$

그러면  $\mathbf{I}_N$ 의 각도  $\theta_N$ 으로부터 성형시간  $t_N$ 이 결정되고,  $\mathbf{I}_i$ 의 크기  $I_i$ 로부터  $A_i$ 가 결정된다.

감쇠비가  $\zeta$ 인 이차시스템의 감쇠주기(damped period)는  $T_d = 2\pi/\omega_d$ 이고, 이  $T_d$ 로 나누어 무차원화한 성형시간  $T_N$ 을 다음과 같이 구한다.

$$T_N = t_N / T_d \quad (3)$$

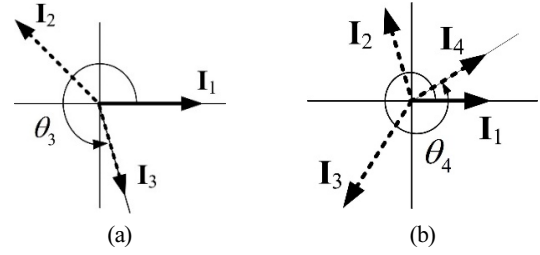
두개의 임펄스로 이루어진 잘 알려진 ZV (zero vibration) 성형기는  $T_N = 0.5$ 의 성형시간을 갖는다. 그리고 3개의 임펄스로 구성된 ZVD (zero vibration and derivative) 성형기는  $T_N = 1$ , 4개의 임펄스로 구성된 ZVD<sup>2</sup>성형기는  $T_N = 1.5$ , 5개의 임펄스로 구성된 ZVD<sup>3</sup>성형기는  $T_N = 2$ 의 성형시간을 갖는다는 사실이 잘 알려져 있다<sup>7)</sup>. 그리고 성형시간  $T_N$ 이 0.5보다 작으면 3개의 임펄스로 구성된 음의 입력성형기로 잔류진동을 제거할 수 있음이 잘 알려져 있다<sup>11,12)</sup>.

한편 임펄스벡터의 관점에서 임펄스벡터의 합이 0이면, 상응하는 입력성형기는 마지막 임펄스시간에 잔류진동을 제거함이 알려져 있다<sup>9)</sup>.

위 사실로부터, 임의의 성형시간을 갖는 SD성형기는 다음과 같이 설계될 수 있다. 무차원화한 성형시간  $T_N$ 이 0.5 이하이면(즉, 반주기 이하이면) 3개의 임펄스로 구성된 음의 SD성형기를 얻을 수 있고, 무차원화한 성형시간이  $0.5 < T_N \leq 1$ 이면, 3개의 임펄스로 구성된 양의 SD성형기를 얻을 수 있다. 그리고  $1 < T_N \leq 1.5$ 이면, 4개의 임펄스로 구성된 양의 SD성형기를 얻을 수 있고,  $1.5 < T_N \leq 2$ 이면, 5개의 임펄스로 구성된 양의 SD성형기를 얻을 수 있다. 즉,

$$\begin{aligned} 0 < T_N \leq 0.5 &\rightarrow \text{Negative SD shaper with } N=3 & (4) \\ 0.5 < T_N \leq 1 &\rightarrow \text{Positive SD shaper with } N=3 \\ 1 < T_N \leq 1.5 &\rightarrow \text{Positive SD shaper with } N=4 \\ 1.5 < T_N \leq 2 &\rightarrow \text{Positive SD shaper with } N=5 \\ &\vdots \end{aligned}$$

왜냐하면  $T_N$ 이 0.5이하이면 임펄스벡터선도(impulse vector diagram)에서 벡터합을 0으로 만들기 위해 두번째 벡터는 음의 임펄스벡터이어야 하므로 3개의 임펄스로 구성된 음의 SD성형기가 얻어진다.  $T_N$ 이 0.5와 1 사이에 있으면, 잔류진동 제약조건과 정규화 제약조건(normalization constraint)으로부터 3개의 임펄스가 필요하고,  $T_N$ 이 1과 1.5 사이에 있으면 잔류진동 제약조건, 도함수 제약조건, 정규화 제약조건으로부터 4개의 임펄스가 필요하고,  $T_N$ 이 1.5와 2 사이에 있으면 잔류진동 제약조건, 도함수 제약조건, 2계도함수 제약조건, 정규화



[Fig. 3] Impulse vector diagrams of positive SD shapers. (a) SD shaper with three impulses for  $0.5 < T_N \leq 1$ , (b) SD shaper with four impulses for  $1 < T_N \leq 1.5$

제약조건으로부터 5개의 임펄스가 필요하기 때문이다<sup>12)</sup>. 물론 임펄스벡터선도로 생각하면,  $T_N > 1$ 인 경우에 대해서 3개의 임펄스로 입력성형기를 구성할 수 있으나(왜냐하면 임펄스벡터들의 합이 0이되게 할 수 있으므로), 이 입력성형기들은 모델링오차에 대한 민감도가 커져서 좋지 않다.

무차원화한 성형시간  $T_N$ 을 사용하여 SD성형기의 마지막 임펄스벡터  $\mathbf{I}_N$ 의 각도는  $\theta_N = \omega_d T_d T_N$ 로 쓸 수 있다.

주어진 성형시간  $T_N$ 이 0.5와 1 사이에 있다면, 식 (4)로부터  $N=3$ 인 양의 SD성형기를 얻을 수 있고, 이 SD성형기의 임펄스벡터선도는 [Fig. 3(a)]와 같다. 모델링오차가 없을 때 잔류진동  $V$ 가 0이 되게 하기 위해 임펄스벡터의 합은 0이어야 한다. 따라서  $0.5 < T_N \leq 1$ 인 SD성형기는 다음과 같은 2개의 잔류진동 제약조건과 1개의 정규화 제약조건을 만족하여야 한다.

$$\begin{aligned} I_1 + I_2 \cos \theta_2 + I_3 \cos \theta_3 &= 0 & (5) \\ I_2 \sin \theta_2 + I_3 \sin \theta_3 &= 0 \\ A_1 + A_2 + A_3 &= 1 \end{aligned}$$

식 (5)에서  $I_1 (= A_1)$ ,  $\theta_3$ 는 주어지므로, 3개의 식은 3개의 미지수  $A_2$ ,  $A_3$ ,  $t_2$ 를 가지게 되어 해가 존재할 수 있다. 주어진  $\theta_3$ 에 대해, 임펄스 크기  $A_1$ 을 0.01씩 증가시켜가며 ( $0 < A_1 < 1$ ) 식 (5)를 만족하는  $A_2$ ,  $A_3$ ,  $t_2$ 를 구하고, 그 중에서 5% 둔감도 (insensitivity)  $I_{0.05}$ 가 최대인 것을 SD성형기로 선정한다.

감쇠비가  $\zeta = 0$ 이면,  $A_i = I_i$ 이므로 식 (5)를 만족하는 다음과 같은 폐형해(closed-form solution)를 얻을 수 있다<sup>13)</sup>.

$$\begin{aligned} a &= \frac{(A_1 - 1) \sin \theta_3}{A_1 (\cos \theta_3 - 1) - \cos \theta_3} & (6) \\ \theta_2 &= \cos^{-1} \left( \frac{(a^2 - 1) \cos \theta_3 - 2a \sin \theta_3}{a^2 + 1} \right), t_2 = \frac{\theta_2}{\omega_n} \\ A_2 &= \frac{(A_1 - 1) \sin \theta_3}{\sin \theta_2 - \sin \theta_3} \\ A_3 &= 1 - A_1 - A_2 \end{aligned}$$

식 (6)에서  $A_1$ 의 값을 0.01에서 0.99까지 0.01씩 증가시키면서,  $A_2, A_3, t_2$ 를 구하고 민감도곡선을 그려  $I_{0.05}$ 가 최대인 것을 찾으면 그것이 SD성형기  $A_1\delta(t) + A_2\delta(t-t_2) + A_3\delta(t-t_3)$ 가 된다.

민감도곡선은 잔류진동의 상대적 크기를 나타내는 다음과 같은 민감도함수(sensitivity function)  $V$ 를, 모델링오차를 나타내는  $\omega_n/\hat{\omega}_n$ 에 대해 그래프로 그린 것이다<sup>[8]</sup>.  $\hat{\omega}_n$ 은 고유진동수의 모델링값이고  $\omega_n$ 은 고유진동수의 실제값이다.

$$V = e^{-\zeta\omega_n t_N} \sqrt{C^2 + S^2} \quad (7)$$

여기서

$$C = \sum_{i=1}^N A_i e^{\zeta\omega_n t_i} \cos \omega_d t_i \quad (8)$$

$$S = \sum_{i=1}^N A_i e^{\zeta\omega_n t_i} \sin \omega_d t_i.$$

둔감도  $I_{0.05}$ 는 민감도곡선에서  $V=0.05$ 인 선과 민감도곡선이 만나는 두점 사이의 거리를 나타낸다.

다음에는 감쇠비가  $0 < \zeta < 1$ 인 부족감쇠시스템에 대해  $0.5 < T_N \leq 1$ 인 SD성형기를 구해보자.  $0 < \zeta < 1$ 이면, 식 (5)에 지수함수가 포함되어 있어 주어진  $A_3$ 에 대해 식 (6)과 같은 폐형해를 얻을 수 없으므로 수치해석적으로 풀어야 한다. 이 수치해는 MATLAB의 fsolve() 함수 등을 사용하여 구할 수 있다. 앞에서와 같이  $A_1$ 을 0.01에서 0.99까지 0.01씩 증가시키면서  $A_2, A_3, t_2$ 의 수치해를 구하고, 이를 이용하여 민감도곡선을 그린다음, 이 민감도곡선 중에서 5% 둔감도  $I_{0.05}$ 가 최대가 되는  $A_2, A_3, t_2$ 를 찾으면 그것이 SD성형기가 된다.

다음에는  $T_N$ 이 1과 1.5 사이에 있을 때, SD성형기를 구해보자.  $T_N$ 이 1과 1.5 사이에 있을 때도 식 (5)의 제약조건으로부터 임펄스 3개로 구성된 입력성형기를 구할 수 있으나, 5% 둔감도를 최대화하기 위해 도함수 제약조건을 추가하여 4개의 임펄스로 구성된 [Fig. 3(b)]와 같은 SD성형기를 구한다. 따라서  $T_N$ 이 1보다 크고 1.5 이하인 값으로 주어질 때,  $N=4$ 인 SD성형기는 다음 제약조건을 만족하여야 한다.

$$\begin{aligned} I_1 + I_2 \cos \theta_2 + I_3 \cos \theta_3 + I_4 \cos \theta_4 &= 0 \quad (9) \\ I_2 \sin \theta_2 + I_3 \sin \theta_3 + I_4 \sin \theta_4 &= 0 \\ I_2 t_2 \cos \theta_2 + I_3 t_3 \cos \theta_3 + I_4 t_4 \cos \theta_4 &= 0 \\ I_2 t_2 \sin \theta_2 + I_3 t_3 \sin \theta_3 + I_4 t_4 \sin \theta_4 &= 0 \\ A_1 + A_2 + A_3 + A_4 &= 1 \end{aligned}$$

이제  $\zeta$ 이 0이건 0보다 크건 관계없이  $A_1$ 을 0.01에서 0.99까

지 0.01씩 증가시키면서, 식 (9)와 임펄스벡터의 정의 (1)로부터  $A_2, A_3, A_4, t_2, t_3$ 을 수치해석적으로 구한다. 이 파라미터에 대해 민감도곡선을 그리고, 이 민감도곡선 중에서 5% 둔감도  $I_{0.05}$ 가 최대가 되는  $A_2, A_3, A_4, t_2, t_3$ 을 가진 입력성형기  $A_1\delta(t) + A_2\delta(t-t_2) + A_3\delta(t-t_3) + A_4\delta(t-t_4)$ 를 SD성형기로 선정한다.

성형시간  $T_N$ 이 1.5 보다 큰 경우에도 임펄스개수를 1개씩 늘려가면서 위 수치해석적 과정을 반복하여 SD성형기를 설계할 수 있다. 그러나 성형시간이 1.5 감쇠주기가 넘는 SD성형기를 사용하면 잔류진동이 제거되는 시간이 그만큼 늘어나기 때문에 입력성형기로서의 유용성이 떨어진다.

### 3. 음의 SD성형기 설계

지정한 성형시간이 반주기 이하( $0 < T_N \leq 0.5$ )이면 식 (4)에 의해 음의 SD성형기를 구할 수 있다. 반주기 이하의 성형시간을 갖는 음의 SD성형기는 3개의 임펄스로 구성되고, [Fig. 4]와 같은 임펄스벡터선도를 가진다.

$T_N \leq 0.5$ 인 음의 SD성형기는 [Fig. 4]에서 보듯이 두번째 임펄스로 음의 임펄스를 가진다. 즉,  $A_2 < 0$ .

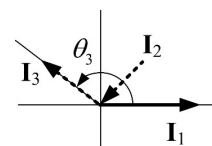
이 SD성형기  $A_1\delta(t) + A_2\delta(t-t_2) + A_3\delta(t-t_3)$ 는 다음과 같은 절차에 의해 구해진다.

- (i) 반주기보다 작은 임의의 성형시간  $t_N$ 을 설정한다. 이  $t_N$ 가  $t_3$ 이 된다. 즉,  $t_3 = t_N$ .
- (ii) 임펄스벡터  $\mathbf{I}_3$ 의 각도  $\theta_3$  계산한다.

$$\theta_3 = \omega_d t_N \quad (10)$$

- (iii)  $A_1 = 0.01$ 부터  $A_1 = A_{\max}$ 까지  $A_1$ 을 0.01씩 증가시키면서, 다음 제약조건을 만족하는  $A_2, A_3, t_2$ 를 구한다.

$$\begin{aligned} I_1 + I_2 \cos \theta_2 + I_3 \cos \theta_3 &= 0 \quad (11) \\ I_2 \sin \theta_2 + I_3 \sin \theta_3 &= 0 \\ A_1 + A_2 + A_3 &= 1 \\ A_2 &< 0 \\ A_3 &> 0 \end{aligned}$$



[Fig. 4] Impulse vector diagram of a negative SD shaper with three impulses for  $0 < T_N \leq 0.5$

(iv) 임펄스 크기 제약조건: 주어진  $A_1$ 에 대해 얻어진  $A_2, A_3, t_2$ 가 다음 부등식을 만족하는지 확인한다.

$$|A_1| \leq A_{\max}, |A_i - A_{i-1}| \leq A_{\max}, \quad i = 2, 3 \quad (12)$$

여기서  $A_{\max}$ 는 작동기포화를 막기 위한 최대 스텝증가량이다. 주어진  $A_1$ 에 대한 해  $A_2, A_3, t_2$ 가 식 (12)를 만족하지 않으면 이 해를 버린다. 그런 다음  $A_1$ 을 0.01 증가시켜 (iii)의 과정을 반복한다. 주어진  $A_1$ 에 대한 해  $A_2, A_3, t_2$ 가 식 (12)를 만족하면 다음 조건 (v)를 체크한다.

(v) 지속시간 제약조건

$$|t_i - t_{i-1}| \geq t_{\min}, \quad i = 2, 3 \quad (13)$$

여기서  $t_1 = 0$ 이다. 식 (13)이 만족되지 않으면, 두 임펄스가 너무 가까이 인접해 있어서 작동기포화를 유발할 수 있으므로 이 해를 버린다. 그런 다음  $A_1$ 을 0.01 증가시켜 (iii)의 과정을 반복한다. 식 (12)와 (13)을 만족하면, 이 입력성형기에 대해 민감도곡선을 그리고, 이로부터 5% 둔감도  $I_{0.05}$ 를 구한다. 그런 다음  $A_1$ 을 0.01 증가시켜 (iii)의 과정을 반복한다.

(vi) 0.01에서  $A_{\max}$ 까지의  $A_1$ 에 대해 구한  $I_{0.05}$  중에서 최대  $I_{0.05}$ 를 갖는  $A_1, A_2, A_3, t_2$ 를 음의 SD성형기  $A_1\delta(t) + A_2\delta(t-t_2) + A_3\delta(t-t_3)$ 로 선정한다.

위 (iii)의 식 (11)을 만족하는 해  $A_2, A_3, t_2$ 는  $0 < \zeta < 1$ 인 부족감쇠시스템에 대해 수치해적으로 구할 수 있으나,  $\zeta = 0$ 인 비감쇠시스템에 대해서는 식 (6)과 같은 폐형해를 얻을 수 있다.

#### 4. SD성형기의 성능 해석

임의의 성형시간을 갖는 SD성형기의 잔류진동 제거성능은 모델링오차에 대한 민감도곡선(sensitivity curve)과 단위계단 응답으로 평가할 수 있다.

구체적으로, 고유진동수  $\omega_n$ 이 1 Hz ( $= 2\pi$  rad/s)이고 감쇠비  $\zeta$ 가 0인 비감쇠시스템  $\omega_n^2 / (s^2 + \omega_n^2)$ 에 대해, 성형시간이  $t_N = 0.8$  s인 SD성형기를 구해보자. 이 시스템의 주기는 1초이므로, 식 (3)에 의해  $T_N = 0.8$ 이고, 따라서 식 (4)에 의해 3개의 임펄스로 이루어진 양의 SD성형기를 설계할 수 있다. 이 SD성형기는 식 (6)으로부터 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{bmatrix} t_i \\ A_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0, & 0.4057, & 0.8 \\ 0.29, & 0.4474, & 0.2626 \end{bmatrix} \quad (14)$$

다음에는 고유진동수가 1 Hz이고 감쇠비가 0.1인 부족감쇠 시스템  $\omega_n^2 / (s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)$ 에 대해  $t_N = 0.8$  s인 SD성형기를 구해보자. 무차원 성형시간은 식 (3)에 의해  $T_N = 0.796$ 이고, 따라서 식 (4)에 의해 3개의 임펄스로 이루어진 양의 SD성형기를 설계할 수 있다. 이 SD성형기는 MATLAB을 이용하여 수치해석적으로 다음과 같이 구해질 수 있다.

$$\begin{bmatrix} t_i \\ A_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0, & 0.4075, & 0.8 \\ 0.37, & 0.4326, & 0.1974 \end{bmatrix} \quad (15)$$

이제  $\omega_n = 1$  Hz,  $\zeta = 0.1$ 인 부족감쇠시스템  $\omega_n^2 / (s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)$ 에 대해, 성형시간이  $t_N = 1.3$  s인 SD성형기를 구해보자. 무차원 성형시간은 식 (3)에 의해  $T_N = 1.293$ 이고, 따라서 식 (4)에 의해 4개의 임펄스로 이루어진 양의 SD성형기를 설계할 수 있다. 이 SD성형기는 MATLAB을 이용하여 수치해석적으로 다음과 같이 구해질 수 있다.

$$\begin{bmatrix} t_i \\ A_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0, & 0.4456, & 0.8701, & 1.3 \\ 0.22, & 0.4054, & 0.2896, & 0.0850 \end{bmatrix} \quad (16)$$

다음에는 위 부족감쇠시스템에 대해 성형시간이  $t_N = 0.4$  s인 SD성형기를 구해보자.  $t_N = 0.4$  s이면 식 (3)에 의해  $T_N = 0.398$ 이고, 따라서 식 (4)에 의해 3개의 임펄스로 구성된 음의 SD성형기를 구할 수 있다.  $A_{\max} = 1.5$ ,  $t_{\min} = 0.01$  s로 두면 3절의 절차에 따라 다음과 같은 SD성형기를 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} t_i \\ A_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0, & 0.1377, & 0.4 \\ 0.96, & -0.5277, & 0.5677 \end{bmatrix} \quad (17)$$

참고로 이 부족감쇠시스템에 대한 ZV 성형기는 다음과 같이 얻어진다.

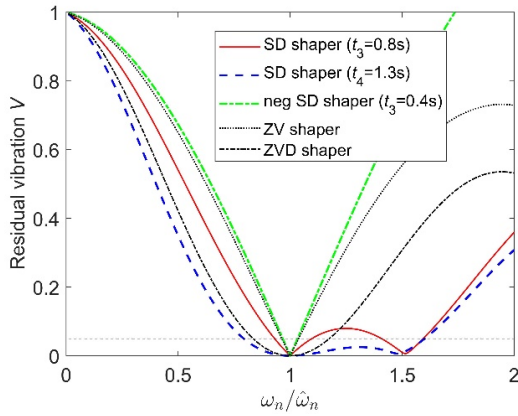
$$\begin{bmatrix} t_i \\ A_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0, & 0.5025 \\ 0.5783, & 0.4217 \end{bmatrix} \quad (18)$$

그리고 ZVD 성형기는 다음과 같이 얻어진다.

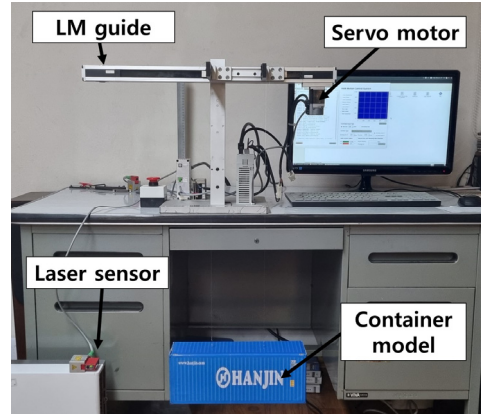
$$\begin{bmatrix} t_i \\ A_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0, & 0.5025, & 1.0050 \\ 0.3344, & 0.4877, & 0.1778 \end{bmatrix} \quad (19)$$

모델링오차에 대한 SD성형기의 견실성을 평가하기 위해, 식 (7)을 사용하여 식 (15)-(19)의 SD성형기에 대한 민감도곡선을 그리면 [Fig. 5]와 같다. [Fig. 5]에서 보듯이,  $t_N = 0.4$  s인 음의 SD성형기는 ZV 성형기보다 모델링오차에 대한 견실성이 나빠지는 반면,  $t_N = 0.8$  s과  $t_N = 1.3$  s인 양의 SD성형기는

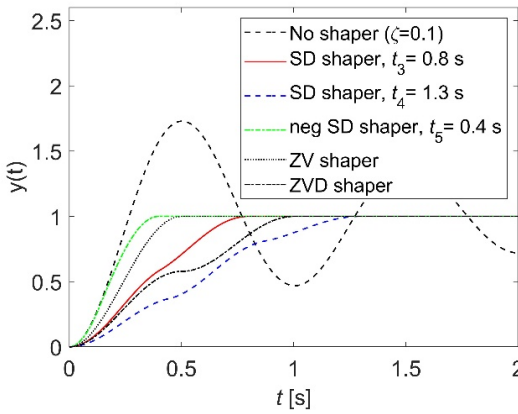




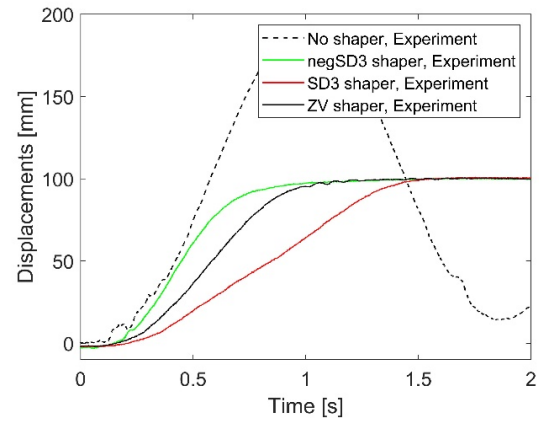
[Fig. 5] Sensitivity curves of various SD shapers for an underdamped system  $\omega_n^2 / (s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)$  with  $\zeta = 0.1$



[Fig. 7] Experimental device to test the performance of various input shapers, which generates container transport motions



[Fig. 6] Unit-step responses of an underdamped 2<sup>nd</sup>-order system  $4\pi^2 / (s^2 + 0.4\pi s + 4\pi^2)$  with various SD shapers, in which no modeling error is assumed



[Fig. 8] Experimental step responses for 10 cm step input when two SD shapers with  $T_N = 0.35$  and  $0.8$ , and ZV shaper are applied to container transport motions

ZV 성형기보다 모델링오차에 대한 견실성이 더 좋아진다. 또 성형시간이 길수록 모델링오차에 대한 견실성이 커지는 것을 볼 수 있다.

[Fig. 6]은 식 (15)-(19)의 SD성형기를 위 부족감쇠시스템에 적용하였을 때 단위계단응답을 보여준다. 각각의 SD성형기를 적용하였을 때, 임의로 지정한 성형시간 시점에서 정확히 잔류진동이 사라지는 것을 볼 수 있다.

### 5. SD성형기의 실험적 검증

임의로 지정한 성형시간을 갖는 SD성형기의 타당성을 입증하기 위하여, [Fig. 7]과 같은 실험장치를 사용하여 컨테이너 운반시의 잔류진동 제거 성능을 확인하였다. [Fig. 7]의 실험장치는 서보모터(CSMT-01, RS Automation Co.)로 LM (linear motion) 가이드를 구동함으로써 컨테이너를 운반하는 운동을 생성하고, 그 컨테이너 운동을 레이저센서(ODS 25, Leuze

Electronics)로 모니터링하고 있다<sup>14</sup>.

[Fig. 7]의 실험장치에서 컨테이너 진동의 고유진동수는  $3.67 \text{ rad/s}$ , 감쇠비는  $0.0015$  로 모델링 되었다. 이 값으로  $T_N = 0.35$  인 음의 SD성형기를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} t_i \\ A_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0, & 0.2764, & 0.5992 \\ 0.96, & -0.8371, & 0.8771 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$T_N = 0.8$ 인 양의 SD성형기를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} t_i \\ A_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0, & 0.6867, & 1.3696 \\ 0.28, & 0.4472, & 0.2728 \end{bmatrix} \quad (21)$$

비교를 위해 ZV 성형기를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} t_i \\ A_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0, & 0.8560 \\ 0.5012, & 0.4988 \end{bmatrix} \quad (22)$$

식 (20)과 (21)의 SD성형기와 식 (22)의 ZV 성형기로 10 cm 계단입력에 대해 실험한 결과는 [Fig. 8]과 같다. [Fig. 8]에서 입력성형기들의 성능을 비교하기 위해 입력성형기 없이 10cm 계단입력만 주었을 때 컨테이너의 움직임도 함께 보여준다. [Fig. 8]에서 모터 피드백 동역학의 영향으로 성형시간을 지나서 잔류진동이 제거되는 모습을 볼 수 있다. 그런데  $T_N = 0.35$  인 음의 SD성형기는 ZV 성형기보다 더 짧은 성형시간을,  $T_N = 0.8$ 인 양의 SD성형기는 ZV 성형기보다 더 긴 성형시간을 가지는 것을 볼 수 있다. 따라서 상대적인 성형시간 관점에서, SD성형기가 설계한 데로 잘 작동되고 있음을 확인할 수 있다. 또한 10 cm 계단입력만 주었을 때 96.94 mm이었던 잔류진동의 진폭은 음의 SD성형기, 양의 SD성형기, ZV 성형기를 사용한 경우, 잔류진동의 진폭이 각각 1.32 mm, 1.12 mm, 0.86 mm로 줄어들어 모두 99%의 잔류진동이 잘 제거됨을 확인할 수 있다.

## 6. 결 론

이 논문에서는 임의로 지정한 시간에 잔류진동을 제거할 수 있는 SD성형기를 제안하고, 그 성능을 시뮬레이션과 실험으로 검증하였다.

임의로 지정한 성형시간이 감쇠주기의 몇 배 범위에 있는가에 따라 SD성형기의 임펄스 개수를 선정하고, 어떤 제약조건을 사용하여 SD성형기를 구할지에 대한 체계적인 설계방법을 제시하였다. 지정한 성형시간이 반주기보다 작으면 3개의 임펄스로 구성된 음의 SD성형기가 얻어지고, 반주기와 한 주기 사이이면 3개의 임펄스로 구성된 양의 SD성형기가, 한 주기와 1.5주기 사이이면 4개의 임펄스로 구성된 양의 SD성형기가, 1.5주기와 2주기 사이이면 5개의 임펄스로 구성된 SD성형기가 얻어진다.

제안된 SD성형기는 지정한 시간에 잔류진동을 정확히 없애는 것을 시뮬레이션 연구를 통해 확인하였다. 또한 SD성형기의 타당성을 컨테이너 운동을 생성하는 실험장치를 사용하여 실험적으로 입증하였다.

비록 실험장치의 제약으로 실험적 검증을 컨테이너 운동에 대해 수행하였으나, 유연로봇의 경우에도 작동기별 또는 축별 운동에 대해 SD성형기를 적용하여 원하는 성형시간에 잔류진동을 잘 제거할 수 있을 것이다.

## 후 기

이 연구를 위해 실험장치를 대여해준 하만돈 교수와 강철구 교수에게 감사사를 드린다.

## References

- [1] S. Lee, Y. Park, S. Lee, T. Chung, and J. Song, "Conceptual design of remote precise installation system for bridge girders," *Journal of Korea Robotics Society*, vol. 16, no. 3, pp. 199-206, Sept., 2021, DOI: 10.7746/jkros.2021.16.3.199.
- [2] H. S. Kang, S. Y. Chung, and M. J. Hwang, "A study on motion acceleration-deceleration time to suppress residual vibration of robot," *Journal of Korea Robotics Society*, vol. 12, no. 3, pp. 279-286, Aug, 2017, DOI: 10.7746/jkros.2017.12.3.279.
- [3] W. Tao, M. Zhang, M. Liu, and X. Yun, "Residual vibration analysis and suppression for SCARA robot arm in semiconductor manufacturing," *IEEE International Workshop on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, Beijing, China, 2006, DOI: 10.1109/IROS.2006.282610.
- [4] K.-S. Woo, J.-W. Kim, C.-G. Kang, D.-J. Lee, K.-H. Park, and H.-C. Kim, "Linux/RTAI-based input shaping implementation for suppressing residual vibrations," *Journal of Korea Robotics Society*, vol. 4, no. 3, pp. 250-256, Aug., 2009, [Online], <https://koreascience.kr/article/JAKO200917161877659.view?orGid=anpor&hide=breadcrumb,journalinfo>.
- [5] O. J. M. Smith, "Posicast control of damped oscillatory systems," *Proceedings of the IRE*, vol. 45, pp. 1249-1255, Sept., 1957, DOI: 10.1109/JRPROC.1957.278530.
- [6] N. C. Singer and W. P. Seering, "Preshaping command inputs to reduce system vibration," *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol. 112, no. 1, pp. 76-82, Mar., 1990, DOI: 10.1115/1.2894142.
- [7] W. E. Singhose, "Command generation for flexible systems," Ph.D. dissertation, Massachusetts Institute of Technology, USA, 1997, [Online], <https://www.researchgate.net/publication/>.
- [8] W. Singhose, "Command shaping for flexible systems: A review of the first 50 years," *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, vol. 10, Oct., 2009, DOI: 10.1007/s12541-009-0084-2.
- [9] C.-G. Kang, "Impulse vectors for input-shaping control: A mathematical tool to design and analyze input shapers," *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 39, no. 4, pp. 40-55, Aug., 2019, DOI: 10.1109/MCS.2019.2913610.
- [10] W. Singhose, W. Seering and N. Singer, "Input shaping for vibration reduction with specified insensitivity to modeling errors," *Proc. of Japan-USA Symposium on Flexible Automation*, vol. 1, pp. 307-313, 1996, [Online], [https://www.researchgate.net/publication/243782033\\_Input\\_Shaping\\_for\\_Vibration\\_Reduction\\_With\\_Specified\\_Insensitivity\\_to\\_Modeling\\_Errors](https://www.researchgate.net/publication/243782033_Input_Shaping_for_Vibration_Reduction_With_Specified_Insensitivity_to_Modeling_Errors), Accessed: Jan. 15, 2023.
- [11] W. E. Singhose, W. P. Seering, N. C. Singer, "Time-optimal negative input shapers," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 119, no. 2, pp. 198-205, Jun., 1997, DOI: 10.1115/1.2801233.
- [12] J. Vaughan, A. Yano, and W. Singhose, "Robust negative input shapers for vibration suppression," *Journal of Dynamic Systems,*

*Measurement, and Control*, vol. 131, no. 3, pp. 031014, May., 2009, DOI: 10.1115/1.3072155.

- [13] B. B. Kang, "Specified-duration shapers for suppressing residual vibrations," *PLOS ONE*, Nov., 2022, DOI: 10.1371/journal.pone.0276669.
- [14] W. Kim, Y. Shin, T. Kim, and C.-G. Kang, "Modeling Analysis for System Parameters of a Vertical Input Shaping Control Apparatus," *Asian Control Conference*, Kitakyushu, Japan, 2019, [Online], <https://ieeexplore.ieee.org/document/8764996>.



### 강 병 현

2010 Cornell Univ. 기계항공공학(학사)  
2013 서울대학교 기계공학과(석사)  
2019 서울대학교 기계공학과(박사)  
2021~현재 세종대학교 자능기전공학부 조교수

관심분야: 재활로봇, 바이오-의료 로봇, 인공지능, 제어