

JWL 상태방정식을 활용한 실린더 팽창 실험 모델링

김민주¹⁾, 권상기^{1)*}

Modeling of Cylinder Expansion Test Using JWL Equation of State

Minju Kim, Sangki Kwon

Abstract There are various types of explosives, and each explosive has different characteristics such as water resistance, energy required for detonation, and crushing power, so understanding the characteristics of explosives is important for safe use and performance improvement. Computer simulation is used indirectly along with various experiments to understand the characteristics of explosives, and a state equation is used to express the explosive detonation process through computer simulation. In this study, the explanation of JWL EOS, which is mainly used among the state equations of explosives, and the cylinder expansion experiment to calculate the coefficient of JWL EOS were implemented as ANSYS AUTODYN and compared and analyzed with the actual experimental results. As a result, an error rate of around 20% occurred, and it was found that the overall change pattern of pressure and energy was consistent with the previously published experimental results.

Key words Explosives, State of equations, JWL EOS, Cylinder expansion test, AUTODYN

초 록 폭약은 다양한 종류가 존재하며, 각 폭약마다 내수성, 폭풍에 필요한 에너지, 파쇄력 등의 특성이 상이하기 때문에 폭약의 특성에 대한 이해는 폭약의 안전한 사용 및 성능 향상에 중요하다. 폭약의 특성의 이해를 위해 다양한 실험들과 더불어 간접적인 방법으로 컴퓨터 시뮬레이션이 활용되고 있으며, 컴퓨터 시뮬레이션으로 폭약의 폭풍 과정을 표현하기 위해서 상태방정식을 활용하고 있다. 본 연구에서는 폭약의 상태방정식 중 주로 사용하는 JWL EOS의 대한 설명과 JWL EOS의 계수를 산정하기 위한 실린더 팽창 실험을 ANSYS AUTODYN으로 구현하여 실제 실험 결과와 비교, 분석하였다. 그 결과, 20% 내외의 오차율이 발생하였으며, 압력과 에너지의 전체적인 변화 양상이 기 발표된 실험 결과와 일치함을 볼 수 있었다.

핵심어 폭약, 상태방정식, JWL EOS, 실린더 팽창 실험, AUTODYN

Nomenclature (Symbol)

u Piston velocity
 ρ Density
P Pressure

e Internal energy density
D Detonation velocity
A, B, C JWL EOS linear coefficients
T Temperature
V Relative volume
Q Wilkins equation constant
 ω Gaussian coefficient
R Cylinder expansion coefficient
 R_1, R_2 JWL EOS non-linear coefficient
(cylinder expansion coefficient)

1) 인하대학교 에너지자원공학과

* 교신저자 kwonsk@inha.ac.kr

접수일 : 2023년 03월 03일

심사완료 : 2023년 03월 14일

게재승인 : 2023년 03월 17일

γ	Adiabatic coefficient
E_s	Isotropic JWL energy
P_s	Isotropic JWL pressure
E	Detonation energy per unit volume
	Cylinder test symbols
R	Inner radius of explosive at later time
R_0	Inner radius of explosive at time zero
R_{Θ}	Cone of generatrix
x_0	Wall thickness at time zero
x	Wall thickness at later time
r	Radial displacement
Θ	Wall deflection angle
u_n	Normal wall velocity
u_m	Measured outer-edge wall velocity at $R+x$
e_w	Kinetic energy of copper wall to unit length
ρ_m	Density of explosives
e_g	Kinetic energy of gas
M	Explosives weight
M_1	The weight of the explosive at a cylinder length of 1 m.
E_0	Total available internal energy
E_d	Cylinder expansion energy
t	Time

1. 서론

폭약(explosive)은 고체나 액체 상태의 물질로 적절한 자극을 가하면 매우 짧은 시간에 열과 고압의 발생과 함께 대부분 기체상태의 안정된 물질로 바뀐다(Dobratz, 1981). 폭약은 다양한 종류가 존재하며, 폭약들마다 내수성, 내압성, 후가스, 폭굉에 필요한 에너지, 파쇄력 등 그 특성이 상이하기 때문에 폭약의 특성에 대한 이해는 폭약의 안전한 사용 및 성능 향상에 중요하다.

폭약의 특성의 이해를 위해 다양한 실험들과 더불어 간접적인 방법으로 컴퓨터 시뮬레이션이 활용되고 있다(Wilkins et al. 1964; Dobratz, 1981; Mousavi et al., 2004). 실험을 통해 폭발현상을 이해하는 것은 가장 정확한 방법이지만 실험 환경의 변화에 민감하고 특수 장비가 필요한 경우, 경제적으로 효율적이지 못한 문제점이 있다. 또한 빠른 시간에 실험이 끝나기

때문에 현상 관찰이 어려우며, 정확한 폭발 메커니즘을 이해하지 못하는 단점도 있다. 컴퓨터 시뮬레이션을 활용한 방법은 실험보다는 비교적 짧은 시간과 경제적으로 실험을 수행할 수 있는 장점이 존재한다. 하지만, 컴퓨터 시뮬레이션으로 폭약의 폭굉과정을 표현하기 위해서는 정확한 초기조건 및 경계조건을 설정해야 하며, 폭약의 밀도와 같은 물리적 특성, 폭굉 속도, 압력 등과 같은 인자들을 정확하게 입력하는 것이 필수적이다(Zhang et al., 2021). 이와 함께 폭약의 적합한 경험적(empirical) 혹은 준경험적(semi-empirical) 상태방정식(Equation Of State, EOS)의 사용이 필수적이다.

폭약의 상태방정식에는 Jones-Wilkins-Lee(JWL) Becker-Kistiakowsky-Wilson(BKW), Jacobs-Cowperthwaite-Zwisler(JCZ)등 다양한 종류들이 있으며, 이러한 상태방정식은 컴퓨터 시뮬레이션에서 고려하는 조건과 목적에 적합한 것을 사용해야 한다. 국외에서는 폭약의 상태방정식에 대한 이해를 위한 다양한 연구들이 수행되고 있었다. Amar et al.(2017)은 폭약의 상태방정식 중 주로 사용되고 있는 JWL, BKW EOS에 대한 소개와 수치해석 프로그램인 OpenFOAM을 이용하여 JWL EOS와 BKW EOS의 거동 차이를 분석하였다. Mao et al.(2022)는 CL-20 폭약과 알루미늄이 추가된 CL-20을 포함한 다양한 폭약의 폭발특성을 조사할 수 있는 JWL EOS 계수를 실험을 통하여 결정하였으며, 수치해석 프로그램인 LS-DYNA를 활용하여 실험과 수치해석 결과를 비교, 분석하였다. Hobbs and Baer(1993)은 62개의 폭약에서 측정된 188개의 폭굉 특성을 사용하여 각 폭약의 BKW EOS를 최적화하였다. Cowan and Fickett(1956)은 RDX와 TNT의 혼합물을 이용한 실험 데이터를 활용하여 BKW EOS의 계수를 결정하였다.

상태방정식의 계수들을 결정하기 위해 실린더 팽창 실험(cylinder expansion test)이 주로 사용되고 있다. 실린더 팽창 실험에서는 구리 실린더에 장약된 고성능 폭약을 폭발했을 때 구리 실린더의 팽창 속도를 측정하고 이를 이용하여 상태방정식의 계수들을 결정하는 방법이다.

Elek et al.(2013)는 JWL EOS의 계수를 결정하기 위한 실린더 팽창 실험과 계산 알고리즘을 설명하고, 수치해석 프로그램인 ABAQUS를 활용하여 실린더

팽창 실험값과 수치해석 결과 값을 비교, 분석하였다. Davis and Hill(2002)는 ANFO의 실린더 팽창 실험을 진행하고 상대 부피에 따른 압력의 값을 열평형 코드인(thermo-equilibrium code) Cheetah BKW EOS로 계산된 압력과 비교하였다.

이와 같이 국외에서는 폭약의 상태방정식에 대한 이해와 더불어 상태방정식을 산정하기 위한 실험을 활발하게 진행하고 있었지만 국내에서는 관련 연구가 미진한 상황이다. 본 연구에서는 폭약의 상태방정식 중 주로 사용하는 JWL EOS의 계수를 산정하는 과정을 소개하고 실린더 팽창 실험을 ANSYS AUTODYN으로 구현하여 실제 실험 결과와 비교, 분석함으로써 폭약의 상태방정식을 활용, 이해하기 위한 기초 자료를 제공하고자 한다.

2. 폭약의 상태방정식

폭약의 폭굉 과정은 Fig. 1과 같다. Fig. 1에서, 폭약의 응축된 에너지는 매우 빠르게 화학 반응에 의해 진행되며 이 과정에서 충격파가 발생한다. 화학반응은 흡열, 초기 폭약의 화학 결합 끊어짐, 연쇄 발열 반응, 반응성 및 비반응성 물질의 충돌, 기체 생성물 분자 생성의 순서대로 진행된다(Minchinton, 2015). Fig. 1에서 rarefaction wave는 저밀도파이며, 폭굉 이후 폭굉 가스의 팽창과 이동으로 인하여 생기는 구간이다. C-J point는 폭굉이 완료되면서 반응 물질로 변환되는 지점을 의미한다. 마지막으로, von Neumann spike는 충격파가 생성되어 최대 압력이 발생하는 지점이다.

Fig. 2는 충격파의 전달 과정에 대해서 설명한 그림이다. Hugoniot 방정식은 에너지 보존 법칙에 의해 도출될 수 있으며, 그 식은 식(1)~(3)과 같다.

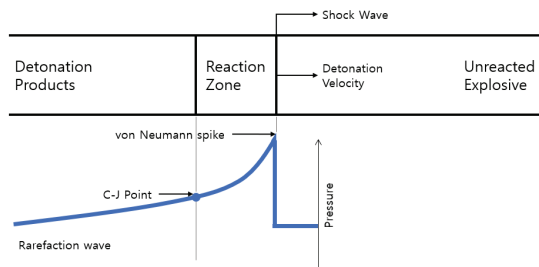


Fig. 1. Detonation process of Explosives (modified from Minchinton (2015)).

$$\frac{\rho_1}{\rho_0} = \frac{D}{D-u} \quad (1)$$

여기서, ρ_0 은 폭발 전 물질의 밀도, ρ_1 은 폭발 후 물질의 밀도, D 는 충격파 속도, u 는 피스톤의 속도이다.

$$P = \rho_0 D u \quad (2)$$

여기서, P 는 폭발 후 압력이다.

$$e_1 = e_0 + \frac{1}{2}u^2 \quad (3)$$

여기서, e_1 은 폭발 후 물질의 내부 에너지, e_0 은 폭발 전 물질의 내부 에너지이다.

또한 폭굉을 통해 얻어지는 충격파를 효과적으로 설명할 수 있는 Rankine-Hugoniot 곡선은 Hugoniot 방정식을 통해 극한 조건에서 물질의 EOS를 측정하는 데 사용되어 왔다. Hugoniot 방정식으로부터 도출할 수 있는 Rankine-Hugoniot 곡선은 Fig. 3과 같다.

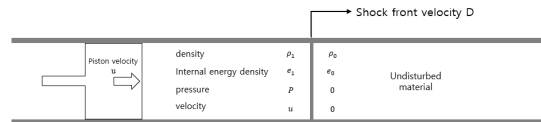


Fig. 2. Constant velocity piston-generated shock transition (modified from Courant and Friedrichs (1948)).

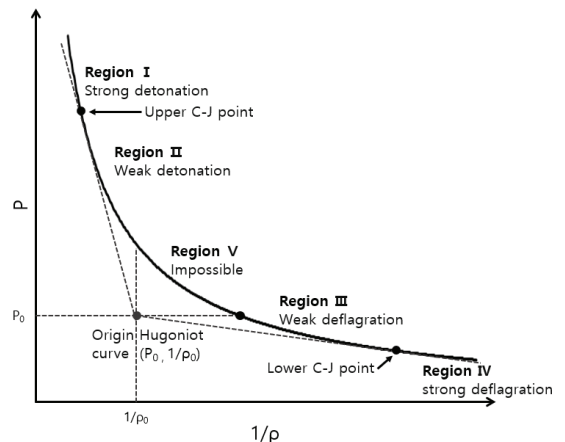


Fig. 3. Rankine-Hugoniot Diagram (modified from El-Sayegh, 2014).

Fig. 3에서, 폭굉 과정에서의 구역은 총 5개로 나눌 수 있다. Fig. 3에서, Region I은 강한 폭굉 지점, Region II는 약한 폭굉 지점, Region III은 약한 폭연 지역, Region IV는 강한 폭연 지역, 마지막으로 Region V는 반응물 속도(u)가 허수임을 의미하며($P_2 > P_1$, $1/\rho_2 > 1/\rho_1$), 이 구간은 실현 불가능한 구간이다.

Fig. 3에서, P_0 는 1기압이라 가정한다. Origin Hugoniot point는 초기상태, 즉 폭굉 전 상태를 의미하며, p_0 는 폭굉 전 초기상태일 때의 폭약의 밀도를 의미한다. Upper CJ point는 origin Hugoniot 점과 Hugoniot 곡선의 접점을 의미하며, 열역학적으로 가장 안정된 폭굉 상태라 할 수 있다.

이러한 폭약의 폭굉 진행 메커니즘을 수치적으로 표현하기 위해서는 폭약의 상태방정식이 필요하다.

2.1 폭약의 상태방정식

폭약의 상태 방정식은 정수압, 밀도 또는 특정 부피(specific volume) 및 에너지(또는 온도) 사이의 관계로 정의된다. 상태 방정식은 물질의 열적, 동적 특성에 대한 정보로 결정할 수 있다. 주로 사용되는 폭약의 상태방정식의 각 식과 특징은 Table 1과 같다.

폭발 메커니즘의 이해 및 영향 예측을 위한 최선의 EOS의 선택은 고려하는 문제에 따라 달라질 수 있다. JWL EOS는 경험적 상태방정식이며 BKW EOS는 준 경험적 상태방정식으로 이들은 shock-Hugoniot 관계를 기반으로 하고 있으며, 고압 조건에서 일어나는 화학반응 직후의 폭굉 생성물을 묘사하는데 널리 사용되고 있다(Amar et al., 2017). BKW EOS는 온도 영향이 고려된 EOS이기 때문에 중간 정도의 압력 조건에서 발생하는 폭굉을 묘사하는데도 적합하다. 반면, JWL EOS은 온도 영향이 고려되지

Table 1. EOS types of explosives

EOS	Formula	Main characteristics
Jones-Wilkins-Lee (JWL)	$P = Ae^{-R_1 V} + Be^{-R_2 V} CV^{-(\omega+1)}$ Where, P = pressure A, B, C, R_1 , R_2 , ω = constant V = relative volume	Widely used to describe explosive products immediately after chemical reactions under high pressure conditions.
Becker-Kistiakowsky-Wilson (BKW)	$\frac{PV}{RT} = 1 + Xe^{\beta X} = f(x)$ $X = \frac{K}{(V(T+\theta))^\alpha}$ $K = \gamma \sum n_i k_i$ Where, P=pressure, V=molar gas volume, R=gas constant n_i =model fraction of component, α , β , γ , θ =constant, k_i =covolume	Suitable for describing explosions under moderate pressure conditions
Jacobs-Cowperthwaite-Zwisler (JCZ)	$P = \frac{G(V, T)nRT}{V} + P_0(V)$ $G = 1 - \frac{V}{f} \left(\frac{\partial f}{\partial V} \right)_T$ $P_0 = - \frac{dE_0}{dV}$ Where, P=pressure, n=mole, R=gas constant, T=temperature V=volume of explosives. G=Gaussian distribution function, P_0 =pressure function, f=Helmholtz free energy function, E_0 = volume potential	Suitable for describing explosion products at extremely high temperatures and pressures from explosions
Murnaghan (1944)	$P = \frac{1}{nK} \left(\frac{1}{V_K^m} - 1 \right)$ Where, P=pressure, V=relative volume, n, κ =material paramters	Express simple EOS without energy terms

않는다. JWL EOS는 다양한 폭약에 대한 실험 데이터가 많기 때문에 대중적으로 많이 사용하는 EOS이며, JWL EOS의 수학적, 수치해석 분석과 관련된 다양한 논문들이 게재되었다(Urtiew and Hayes 1991).

2.2 JWL EOS

고성능 폭약의 상태방정식 중 주로 활용되고 있는 JWL EOS는 압력, 부피, 에너지의 관계를 묘사하는 경험식이다(Lee et al., 1968). JWL 고성능 폭약이 1kbar의 압력으로 폭굉하였을 때, 폭약의 확산과 압력 변화를 설명하고 있다. JWL EOS는 Jones와 Miller(1948) (식 (4))가 초기 모델을 제안하고 Wilkins et al.(1964) (식 (5))이 이를 발전시켰다.

$$P = Ae^{-RV} - B + CT \quad (4)$$

식 (4)에서, A, B, C는 상수, R은 실린더 팽창계수, V는 폭약의 상대부피(relative volume, V_1/V_0), T는 온도를 의미한다.

$$P_s = \frac{A}{V^Q} + Be^{-RV} + \frac{C}{V^{(\omega+1)}} \quad (5)$$

식 (5)에서, P_s 는 단열 등엔트로피(adiabatic isotropy) 과정에서의 압력(MPa), ω 는 가우시안 계수, Q는 상수이다.

Lee(Lee et al., 1968)는 식 (4)와 식 (5)를 결합하여 단열 등엔트로피 과정에서 식 (6)과 같은 JWL EOS를 제안하였다.

$$P_s = Ae^{-R_1V} + Be^{-R_2V} + CV^{-(\omega+1)} \quad (6)$$

식 (6)에서, 첫번째 항은 매우 높은 압력, 두번째 항은 중간 정도의 압력, 세번째 항은 낮은 압력의 폭굉 생성물에 대한 거동을 묘사하는 항이다(Amar et al., 2017).

식 (6)에서 상대부피(V)에 대하여 미분을 진행하면,

$$dE_s = -P_s dV \Rightarrow E_s = \frac{A}{R_1} e^{-R_1V} + \frac{B}{R_2} e^{-R_2V} + \frac{C}{\omega V^\omega} \quad (7)$$

$$P = P_s + \frac{dP}{dE} \Big|_V (E - E_s) = P_s + \frac{\omega}{V} (E - E_s) \quad (8)$$

여기서, Kury et al., (1965)에 따르면, E_s 는 등엔트로피 과정에서의 폭굉 에너지, E는 단위 부피 당 폭굉 에너지(MJ/m³)를 의미한다.

식 (6), (7), (8)을 결합하여

$$P = A \left(1 - \frac{\omega}{R_1 V}\right) e^{-R_1 V} + B \left(1 - \frac{\omega}{R_2 V}\right) e^{-R_2 V} + \frac{\omega E}{V} \quad (9)$$

를 얻을 수 있다.

여기서, A, B는 선형(linear) 계수(GPa), R_1, R_2 는 비선형(non-linear) 계수이다. $R_2 = kR_1$ 로 표현할 수 있으며, k 값은 대부분의 H-C-N-O로 구성된 고성능 폭약에서 0.27 정도이다 (Urtiew and Hayes 1991).

ω 는 가우시안 계수로서 ω 는 다음과 같이 정의할 수 있다(Dobratz and Crawford, 1985).

$$\omega = \frac{V dP}{dE} \Big|_V \quad (10)$$

또한 상대부피가 10 이상일 때, ω 는 단열계수(adiabatic coefficient) γ 로부터 구할 수 있다(Castedo et al., 2018).

$$\omega = \gamma - 1 \quad (11)$$

$$\gamma = \left(\frac{\partial \ln(P)}{\partial \ln(V)} \right)_s \quad (12)$$

일반적으로, γ 는 2.7에서 2.8사이의 값을 가진다(Dobratz and Crawford, 1985).

식 (6)에서, A, B, C, R_1, R_2, ω 를 결정하기 위하여 실린더 팽창 실험을 통한 방법이 사용되고 있다. 일반적으로 일부 계수를 고정하고 C-J 조건과 실린더 팽창 실험 측정 결과를 비교하여 다른 상수를 찾아내는 방법을 사용하며, 필요시 상수를 재조정하여 실험 값과 이론 값을 일치하도록 한다(Sanchidrian et al., 2015).

3. 실린더 팽창 실험

실린더 팽창 실험은 다양한 부피 팽창 비율에서 폭발 에너지를 측정하는 수단이다. 구리의 연성이 뛰어난 특성을 활용하여, 고성능 폭약을 구리 실린더 안에 장약해 한쪽 끝에서 폭발하도록 한다. 폭약이 폭발하면 구리 실린더가 깔때기 모양으로 팽창하게 되며 실린더 벽의 방사방향(radial direction)으로의 확장은 초고속 카메라로 측정하며, 축방향 폭발 속도는 실린더 측면에 장착되어 있는 와이어를 사용하여 측정하게 된다(Catanach et al., 1999). 실린더 팽창 실험의 개요도는 Fig. 4와 같으며, 실험을 통해 팽창 에너지를 구하고 에너지 식을 이용하여 상태방정식의 계수를 계산할 수 있다.

실린더 팽창 실험의 사진은 Fig. 5와 같다. 구리 실린더에 실린더 팽창 속도를 측정하기 위한 센서를 연결한 뒤, 고속카메라로 구리 실린더의 팽창 과정을 촬영. 구리 실린더의 속도와 변위 등을 측정하여 반경방향 속도(u_m)와 실린더의 변위(r), 실린더 팽창 에너지 등을 계산할 수 있다.

폭약의 폭굉이 진행된 후에, 생성물의 내부 에너지는 생성물과 실린더 벽면의 운동 에너지로 변환되며, 모두 외부로 가속된다. 이러한 실린더 내부 에너지 E_d 는 다음과 같은 Gurney 방정식에 의해 팽창하는 벽

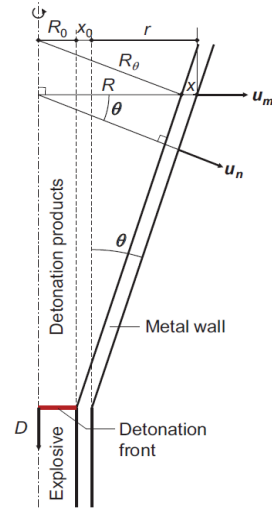


Fig. 4. Cylinder test expanding wall (Sanchidrian et al., 2015).

의 속도의 함수로 계산될 수 있다(Reaugh and Souers, 2004). Gurney 방정식은 제한된 폭발물의 에너지 분할(partition)을 설명해 주며, 구리 실린더에 대한 Gurney 방정식은 end effect가 무시될 수 있도록 무한히 긴 튜브를 가정한다. 단위 길이에 대한 구리 벽면의 운동 에너지(e_w)는 식 (13)과 같다.

$$e_w = \frac{1}{2} \rho_m \pi [(R_0 + x_0)^2 - R_0^2] u_m^2 = \frac{1}{2} M u_m^2 \quad (13)$$



Fig. 5. Cylinder test arrangement (Esen et al., 2005 and Sanchidrian et al., 2015).

여기서, M 은 폭약의 무게이다. R_0 는 시간이 0일 때의 구리 실린더 내부 반경이며, x_0 는 시간이 0일 때의 구리 실린더 두께, u_m 는 반경방향 속도, ρ_m 는 폭약의 밀도를 의미한다.

폭약의 폭굉이 진행된 후, 가스 생성물에서 u_m 이 실린더의 반경에 비례한다고 가정하며, 이는 생성가스 전체의 균일한 밀도와 일치한다.

$$u(r) = \frac{r}{R} u_m \quad (14)$$

여기서, $u(r)$ 은 변위 r 에서의 가스 팽창 속도이다. R 은 특정 시간일 때의 구리 실린더 내부 반경을 의미한다.

가스 팽창 속도는 u_m 의 증가에 따라 증가하며, 폭약의 바깥쪽 가장자리에서 구리 실린더 중심으로 증가한다. 질량 보존의 법칙에 의해서, 시간이 0일 때와 특정한 시간일때의 반지름, 밀도의 관계를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\pi R^2 \rho = \pi R_0^2 \rho_0 \quad (15)$$

ρ_0 은 시간이 0일 때의 폭약의 밀도이다.

가스의 운동 에너지는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$e_g = \frac{2\pi\rho u_m^2}{2} \int_0^R r \left(\frac{r}{R}\right)^2 dr = \frac{\pi}{4} \rho_0 R_0^2 u_m^2 = \frac{M_1}{4} u_m^2 \quad (16)$$

여기서, M_1 는 실린더의 1m 길이에서의 폭약 무게(kg)이다.

구리 실린더 벽의 운동 에너지와 폭약의 운동 에너지의 합은 폭굉 에너지와 같다고 가정하면, 부피 단위의 전체 폭굉 에너지를 구할 수 있다.

$$e(\text{total}) = \frac{1}{2} M_m^2 + \frac{M_1}{4} u_m^2 = \frac{M_1}{\rho_0} E_d \quad (17)$$

식 (17)을 사용하여 실린더 팽창 에너지(E_d)를 도출할 수 있다.

$$E_d(\text{Gurney}) = \frac{\rho_0}{2} \left(\frac{M}{M_1} + \frac{1}{2}\right) u_m^2 \quad (18)$$

실험을 통하여 실린더 벽의 확장이 완료되는 시점을 가정할 수 있다. 상대부피 V 가 충분히 커지는 시점인 8 이상, E_d 가 총 폭굉 에너지 E_0 로 수렴할 때, 최종 제한 속도를 얻을 수 있다.

$$E_0(\text{Gurney}) = \frac{\rho_0}{2} \left(\frac{M}{M_1} + \frac{1}{2}\right) u_0^2 \quad (19)$$

여기서, E_0 는 총 폭굉 에너지, 즉 무한한 부피에서의 에너지를 의미한다. (J/m^3)

실린더 팽창에 대한 가정을 통해 Gurney 분석을 확장할 수 있다. 초기 구리 실린더 두께는 x_0 이며, 일정한 부피에서 구리 실린더의 팽창이 발생함에 따라 얇아진다. 구리 실린더는 다음과 같은 경우 팽창 시 일정한 밀도를 유지한다.

$$(R+x)^2 - R^2 = (R_0+x_0)^2 - R_0^2 \quad (20)$$

x 는 특정 시간에서의 구리 실린더 두께이다.(mm)
외부벽의 반경방향 변위는

$$r = (R+x) - (R_0+x_0) \quad (21)$$

이며, 식 (21)에서 t 에 대해 미분을 진행하면, 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$(R+x) \frac{d(R+x)}{dt} = (R+x)u_m = R \frac{dR}{dt} \quad (22)$$

$$\frac{dR}{dt} = \frac{R+x}{R} u_m$$

일정한 구리 밀도를 유지하기 위해서는 외벽보다 안쪽 벽에서 더 높은 속도가 필요하다. 팽창 속도는 중심부가 u_m 보다 크고 실린더 벽의 운동 에너지 $e(\text{total})$ 는 이전에 얻은 값보다 클 것이다. 재료와 함께 움직이는 외부 반지름 R 과 내부 반지름 r 사이의 부피도 일정하게 유지되기 때문에, 다음과 같은 식이 성립할 수 있다.

$$u(r) = \frac{R+x}{r} u_m \quad (23)$$

구리 벽의 운동 에너지는

$$e_w = \frac{\rho_m}{2} \int_R^{R+x} 2\pi r \left(\frac{R+x}{r} u_m \right)^2 dr$$

$$e_w = \pi \rho_m u_m^2 (R+x)^2 \ln \left(\frac{R+x}{R} \right) \quad (24)$$

$R=r$ 에서, 폭발물의 바깥쪽 가장자리의 $u(r)$ 을 얻기 위해 식 (14)와 식 (22)를 결합하면,

$$u(r) = \frac{R+x}{R^2} r u_m \quad (25)$$

가 되며, 가스의 운동 에너지는 식 (26)과 같다.

$$e_g = \frac{\rho}{2} \int_0^R 2\pi r \left(\frac{R+x}{R^2} r u_m \right)^2 dr \quad (26)$$

가스의 운동 에너지를 적분하고, $\pi \rho R^2 = \pi \rho_0 R_0^2$ 으
로 치환하면,

$$e_g = \frac{\pi}{4} \rho_0 u_m^2 (R+x)^2 \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \quad (27)$$

이며,

총 폭발 에너지는 폭발물의 단위 부피당 e_w 와 e_g
의 합으로 정의할 수 있다. 즉,

$$E_d = \rho_0 \left(\frac{\rho_m}{\rho_0} \left(\frac{R+x}{R_0} \right)^2 \ln \left(\frac{R+x}{R} \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{R+x}{R} \right)^2 \right) u_m^2 \quad (28)$$

여기서, R 은 변위 r 의 함수로 표현될 수 있다.

$$R = [(R_0 + r)^2 + 2rx_0]^{1/2} \quad (29)$$

마지막으로, 구리 실린더의 팽창 각도 θ 은 다음과
같이 정의된다.

$$\tan \theta = \frac{(R+x) - (R_0 + x_0)}{Dt} = \frac{r}{Dt} \quad (30)$$

이 식에서, D 는 폭발 속도이며, t 는 실린더 벽의
팽창이 시작된 이후 경과된 시간을 의미한다.

총 실린더 내부 에너지 E_d 계산을 진행한 후, JWL
EOS의 계수가 최적화되어 폭발 생성물의 압력에 대
한 새로운 값을 제공하며, 이 과정을 반복하여 두 압

Table 2. JWL Cylinder coefficients as determined(Souers and Kury, 1993)

Explosive	Initial density ρ_0 (g/cm ³)	Detonation velocity D (m/s)	Energy of detonation E_0 (kJ/cm ³)	CJ Pressure (GPa)	A (GPa)	B (GPa)	C (GPa)	R_1	R_2	ω	γ_{CJ}
BTF	1.852	8,490	-11.3	34.0	945.62	22.668	2.957	5.027	1.60	0.50	2.926
1,2-DP	1.26	5,970	-6.9	13.5	167.69	3.630	1.419	4.118	1.00	0.33	2.326
FEFO	1.607	7,450	-8.2	24.5	405.286	4.158	1.425	4.148	0.84	0.40	2.641
FM-1	1.509	6,570	-7.1	19.0	267.295	7.795	1.712	4.281	1.23	0.48	2.428
HMX	1.894	9,100	-11	40.5	858.081	7.546	0.781	4.306	0.80	0.30	2.873
HNB	1.965	9,340	-13.2	43.0	1047.883	7.982	1.396	4.472	0.85	0.28	2.986
HNS	1.655	7,030	-7.5	21.5	423.758	3.131	1.704	4.332	1.00	0.40	2.804
NM	1.13	6,280	-4.95	12.0	297.780	5.955	1.108	5.026	1.10	0.49	2.714
PETN	1.763	8,274	-10.8	31.5	1032.158	90.570	3.727	6.000	2.60	0.57	2.832
PF	1.833	7,290	-7.5	27	418.383	5.083	1.753	4.110	0.95	0.65	2.608
TATB	1.83	7,580	-7.3	26	686.814	7.811	0.878	4.598	1.20	0.30	3.044
TNT	1.632	7,070	-7.1	20.5	524.409	4.900	0.626	4.579	0.85	0.23	2.979

력 사이의 차이가 충분히 작아질 때까지 새로운 압력 값으로 계산한다.

다양한 폭약들을 대상으로 실린더 실험을 진행하여 결정된 JWL 상수는 Table 2와 같다.

3.1 실린더 팽창 실험 모델링

본 연구에서는 컴퓨터 시뮬레이션 프로그램인 AUTODYN을 이용하여 기 발표된 실린더 실험을 모사하였다. AUTODYN은 고체, 유체, 기체 역학에서 다양한 비선형, 대변형 문제를 해결하기 위한 유한요소해석프로그램으로써, 다양한 폭발 시뮬레이션에 효과적으로 사용할 수 있는 시뮬레이션 프로그램이다 (Autodyn, 2003).

본 연구에서 활용된 폭약은 COMP B, PBX9011, TNT, PETN 총4개이며, COMP B의 경우 Kuznetsov (2010)의 실험에서 사용된 데이터를, PBX 9011, TNT, PETN의 경우 Lee et al.(1968)의 실험 결과를 활용하였다. 본 연구에 수행된 모델은 Fig. 6과 같다. 축대칭

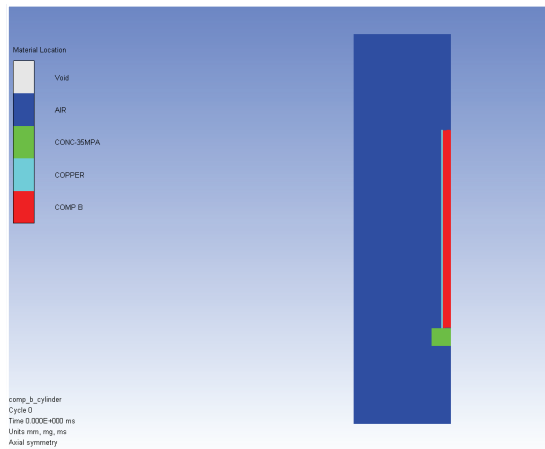


Fig. 6. Feature of the AUTODYN model for the cylinder expansion test using comp B.

모델로 진행하였으며, 구리와 콘크리트는 Lagrange 모델, 유체부분인 폭약과 공기는 Euler 모델을 사용하였다. 모델의 전체 가로 길이는 60cm, 세로 길이는 15cm이며, 구리 실린더의 길이는 30.5cm, 두께는 0.26cm로 설정하였다.

고성능 폭약의 상태방정식은 JWL EOS를 사용하였으며, 공기의 상태방정식은 Ideal gas EOS를 사용하였다. Ideal gas EOS는 다음과 같은 압력-에너지 관계를 따르고 있다.

$$P = (\gamma - 1)\rho e \quad (31)$$

P는 가스의 압력, $\gamma=1.4$, $\rho=0.00125\text{g/m}^3$ 로 공기의 밀도이다. e는 공기의 내부 에너지이며, $2.068 \times 10^5 \text{kJ/kg}$ 으로 가정된다.

Ideal gas EOS와 JWL EOS의 각 인자의 값은 AUTODYN material library에 저장되어 있으며, Table 3, Table 4와 같다.

공기층의 경계조건은 flow out을 사용하였다. Flow out 경계조건은 유체로 전파되는 압력파가 영역으로 되돌아가는 압력을 반사하지 않고 영역 밖으로 나갈 수 있게 한다. Fig. 7은 경계조건과 구리 실린더 내부 경계 부분에서의 측정지점을 보여준다.

3.2 실린더 팽창 실험 모델링 결과

Fig. 8은 COMP B의 실린더 팽창 실험 모델링 결과이다. Fig. 6과 다르게, 구리 실린더는 양옆으로 팽

Table 3. Properties of air used in numerical model

Parameter	Value
$\rho \text{ (g/cm}^3\text{)}$	0.01225
γ	1.4
e (kJ/kg)	2.068×10^5

Table 4. Properties of explosives used in numerical model

Parameter explosives	A (GPa)	B (GPa)	R_1	R_2	ω	ρ (g/cm ³)	C-J (kJ/cm ³)	C-J Detonation velocity (m/s)
TNT	373.77	3.7471	4.15	0.9	0.35	1.63	6	6,930
COMP B	524.23	7.678	4.2	1.1	0.34	1.717	8.5	7,980
PBX 9011	634.7	7.998	4.2	1	0.3	1.777	8.9	8,500
PETN	573	20.16	6	1.8	0.28	1.26	7.19	6,540

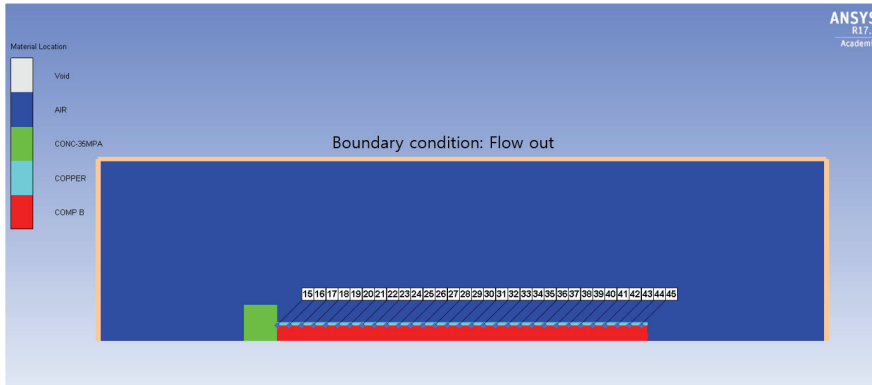


Fig. 7. Boundary condition of the model and locations for observation around the tunnel.

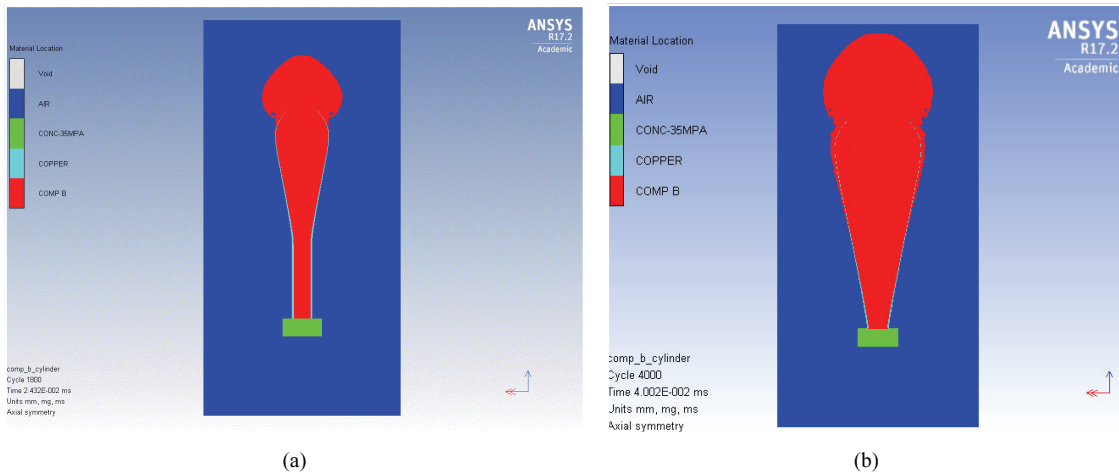


Fig. 8. Result of cylinder expansion test for COMP B (a) 0.024ms, (b) 0.04ms.

창하는 양상을 보이고 있으며, 구리 실린더의 팽창이 시작되는 지점부터 그 두께가 얇아지는 것을 볼 수 있었다. 또한 고성능 폭약이 구리 실린더 바깥으로 방출되는 양상을 보이고 있다. 또한 0.04ms에서, 구리 실린더 전체가 방사형으로 퍼지는 형상을 하고 있으며, 폭약이 구리 실린더 주변을 따라 방출되고 있음을 볼 수 있다.

Lee et al.(1968), Kuznetsov(2010)의 실린더 팽창 실험 압력 결과 값과 AUTODYN으로 계산된 압력의 결과는 Fig 9와 같다. Fig 9에서, 각 결과는 상대부피가 증가할수록 그 압력이 작아지는 양상을 보이고 있으며, 실험값 기준으로 COMP B는 34%, PBX9011는 35%, TNT는 26%, PETN는 24%의 오차를 보이고

있다.

Lee et al.(1968)의 실린더 팽창 실험의 실린더 내부 에너지 값과 AUTODYN으로 계산된 구리 실린더 내부 에너지 값의 결과는 Fig 10과 같다. Fig 10에서, 각 결과는 상대부피가 증가할수록 에너지 값이 작아지며, 실험값 기준으로 PBX9011는 20%, TNT는 11%, PETN는 14%의 오차를 보이고 있다. PBX 9011과 PETN에서 AUTODYN의 결과는 상대부피 2 이상에서 실린더 내부 에너지 감소 경향이 미미해지고 있으며, 이는 총 폭굉 에너지로 수렴하는 현상으로 사료된다.

실린더 팽창 후 수렴하는 속도 결과는 Table 5와 같다. Table 5에서, 실험값을 기준으로 약 5.82%의 오

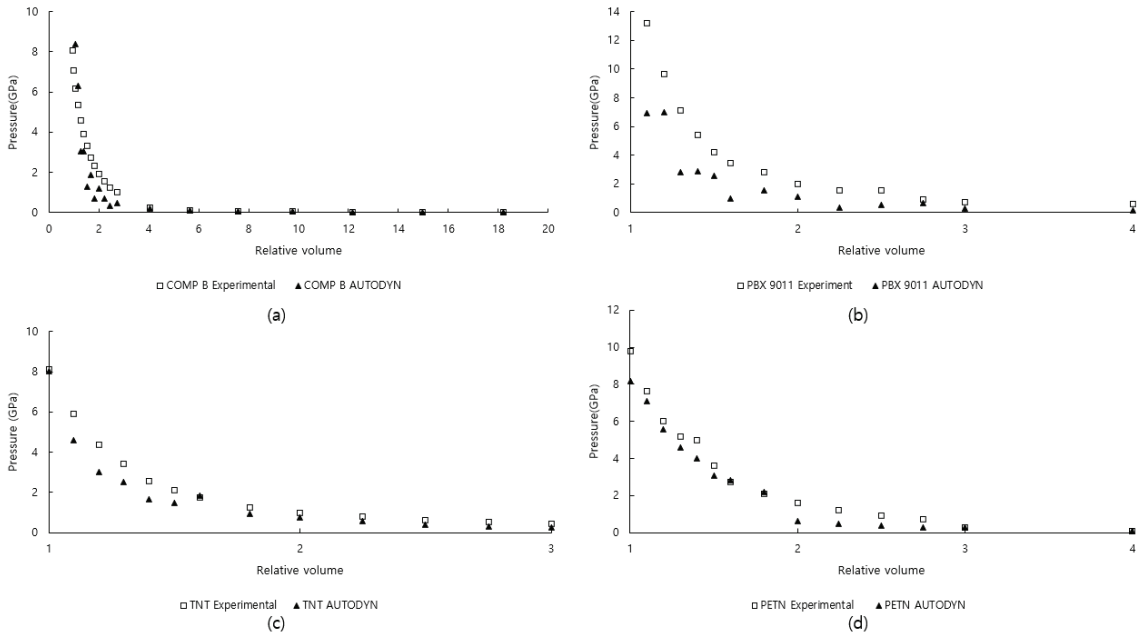


Fig. 9. Variation of pressure for the variation of relative volume. (a) COMP B, (b) PBX 9011, (c) TNT, (d) PETN.

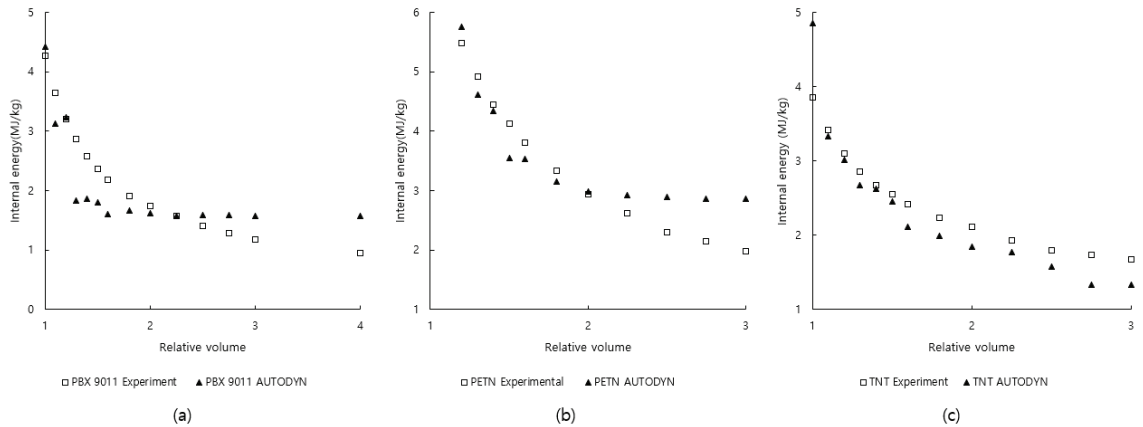


Fig. 10. Internal energy for the variation of relative volume. (a) PBX 9011, (b) PETN, (c) TNT.

Table 5. Result of velocity for explosives

Explosives	Experimental result (m/s)	AUTODYN modeling result (m/s)
COMP B	1,730	1,602
PBX 9011	1,651.07	1,650
TNT	1,210.12	1,336
PETN	1,591.34	1,333

차가 있었다. AUTODYN을 활용하여 실린더 팽창 실험을 진행했을 때, 오차는 존재하나 상대부피에 따른 압력의 변화 양상, 실린더 내부 에너지의 전체적 양상이 일치했음을 볼 수 있었다. 이를 통하여 컴퓨터 시뮬레이션 프로그램을 활용하여 폭약의 위력을 비교적 쉽게 확인할 수 있음을 알 수 있었다. 또한 실린더 팽창 실험으로 얻어진 데이터를 활용하여 효율적인 TNT 등가량 산정에 이용할 수 있을 것이다.

4. 결론

폭약의 EOS를 결정하는 데는 경험식과 더불어 다양한 실험이 요구된다. 본 연구에서는 폭약의 EOS에 대한 고찰과 AUTODYN을 이용하여 실린더 팽창 실험을 간접적으로 수행하였다. 이에 대한 결론은 다음과 같다.

1) JWL EOS의 계수를 결정하기 위해서 실린더 팽창 실험을 진행하고 있었으며, 다양한 연구자들이 이를 실험, 검증하고 있었다. 직접적으로 실린더 팽창 실험을 진행하기 어려운 경우, 간접적인 방법으로 다양한 컴퓨터 시뮬레이션 프로그램을 활용하여 폭약의 위력과 에너지, 압력, 속도 등과 같은 다양한 인자들을 계산하고 있었다.

2) 본 연구는 컴퓨터 시뮬레이션 프로그램 AUTODYN을 활용하여 실린더 팽창 실험을 진행하였으며, 기 발표된 실험 결과와 비교를 진행하였다. 그 결과, 20% 내외의 오차율이 발생하였으며, 압력과 에너지의 전체적인 변화 양상이 기 발표된 실험 결과와 유사함을 볼 수 있었다.

3) 이를 통하여 화약의 다양한 EOS의 산정 과정과 계수를 결정하기 위한 실험에 대해 이해할 수 있는 기초 자료를 제공하였으며, 이를 활용하여 수소 폭발, 혼합가스 폭발과 관련된 EOS 적용과 더불어 실험 데이터를 이용한 효율적인 TNT 등가량 산정에 대하여 논의할 수 있을 것이다.

감사의 글

이 논문은 한국연구재단의 이공분야기초연구사업(NRF-2022R1F1A1064304)의 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

1. Amar, S., Kochavi, E., Lefler, Y., Vaintraub, S., and Sidilkover, D., 2017, Comparison of BKW and JWL equations of state for explosion simulations, In 30th International Symposium on Shock Waves 2, Springer International Publishing, Vol. 2, pp. 1003-1008.
2. Autodyn, N. N., 2003, Theory manual, Horsham, UK, Century Dynamics Ltd.
3. Castedo, R., Natale, M., López, L. M., Sanchidrián, J. A., Santos, A. P., Navarro, J., and Segarra, P.,

- 2018, Estimation of Jones-Wilkins-Lee parameters of emulsion explosives using cylinder tests and their numerical validation, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, Vol. 112, pp. 290-301.
4. Catanach, R., Hill, L., Harry, H., Aragon, E., and Murk, D., 1999, Cylinder test specification (No. LA-13643-MS), Los Alamos National Lab.(LANL), Los Alamos, NM (United States).
5. Courant, R., and Friedrichs, K. O., 1948, Supersonic flow and shock waves, Interscience Publishers, Inc., New York.
6. Cowan, R. D. and Fickett, W., 1956, Calculation of the detonation properties of solid explosives with the kistiakowsky-wilson equation of state, The Journal of Chemical Physics, Vol. 24 No. 5, pp. 932-939.
7. Davis, L. L. and Hill, L. G., 2002, ANFO cylinder tests, In AIP conference proceedings, American Institute of Physics Vol. 620, No. 1, pp. 165-168.
8. Dobratz, B. M., 1981, LLNL explosives handbook: properties of chemical explosives and explosives and explosive simulants, Lawrence Livermore National Lab., CA (USA).
9. Dobratz, B. M. and Crawford, P. C., 1985, LLNL explosives handbook, UCRL-52997 Rev 2.
10. El-Sayegh, Z., 2014, An Improved Detonation Analogue to Reactive Euler Equations Using the Shallow Water Wave Model.
11. Elek, P., Dzingalasević, V. V., Jaramaz, S., and Micković, D., 2015, Determination of detonation products equation of state from cylinder test, Analytical model and numerical analysis, Thermal science, Vol. 19 No. 1, pp. 35-48.
12. Esen, S., Nyberg, U., Arai, H., and Ouchterlony, F., 2005, Determination of the energetic characteristics of commercial explosives using the cylinder expansion test technique, Swedish Blasting Research Centre och Luleå tekniska universitet.
13. Hobbs, M. L., and Baer, M. R., 1993, Calibrating the BKW-EOS with a large product species data base and measured CJ properties, In Tenth Symposium (International) on Detonation, Boston, MA.
14. Jones, H. and Miller A. R., 1948, The detonation of solid explosives: the equilibrium conditions in the detonation wave-front and the adiabatic expansion of the products of detonation, Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Mathematical and Physical Sciences, Vol. 194 No. 1039, pp. 480-507.
15. Kury, J. W., Hornig, H. C., Lee, E. L., McDonnel, J. L., Ornellas, D. L., Finger, M., ... and Wilkins, M. L., 1965, Metal acceleration by chemical explosives, In fourth symposium (International) on Detonation,

- US Government Printing Office Washington, DC, pp. 3-13.
16. Kuznetsov, V., Determination of Gurney Quantities and JWL Equation of State Parameters from the Cylinder Expansion Test, Technical report, Weapons and Combat Systems Division Defence Science and Technology Group.
 17. Lee, E. L., Hornig, H. C., and Kury, J. W., 1968, Adiabatic expansion of high explosive detonation products, No. UCRL-50422, Univ. of California Radiation Lab. at Livermore, Livermore, CA (United States).
 18. Mao, X., Zheng, Y., Shen, F., Wang, Y., Wang, X., and Li, Y., 2022, A method for calculating the JWL equation of state parameters for the detonation products of CL-20-based aluminized explosives, *Journal of Energetic Materials*, Vol. 40, No. 2, pp. 182-205.
 19. Minchinton, A., 2015, On the influence of fundamental detonics on blasting practice, In 11th international symposium on rock fragmentation by blasting, Sydney, pp. 41-53.
 20. Mousavi, A. A., Burley, S. J., Al-Hassani, S. T. S., and Byers Brown, W., 2004, Simulation of explosive welding with ANFO mixtures, *Propellants, Explosives, Pyrotechnics, An International Journal Dealing with Scientific and Technological Aspects of Energetic Materials*, Vol. 29, No. 3, pp. 188-196.
 22. Murnaghan, F. D., 1944, The compressibility of media under extreme pressures, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, Vol. 30, No. 9, pp. 244-247.
 21. Reaugh, J. E. and Souers, P. C., 2004, A constant-density gurney approach to the cylinder test, *Propellants, Explosives, Pyrotechnics: An International Journal Dealing with Scientific and Technological Aspects of Energetic Materials*, Vol. 29, No. 2, pp. 124-128.
 22. Sanchidrian, J. A., Castedo, R., Lopez, L. M., Segarra, P., and Santos, A. P., 2015, Determination of the JWL constants for ANFO and emulsion explosives from cylinder test data, *Central European journal of energetic materials*, Vol. 12, No. 2, pp. 177-194.
 23. Souers, P. C. and Kury, J. W., 1993, Comparison of cylinder data and code calculations for homogeneous explosives, *Propellants, Explosives, Pyrotechnics*, Vol. 18, No. 4, pp. 175-183.
 24. Urtiew, P. A. and Hayes, B., 1991, Parametric study of the dynamic JWL-EOS for detonation products, *Combustion, Explosion and Shock Waves*, Vol. 27, No. 4, pp. 505-514.
 25. Wilkins, M., Squier, B., and Halperin, B., 1964, The Equation of State of PBX 9404 and LX 04-01, Lawrence Radiation Laboratory, Livermore, Rept. UCRL-7797.
 26. Zhang, X., Ding, Y., and Shi, Y., 2021, Numerical simulation of far-field blast loads arising from large TNT equivalent explosives, *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, Vol. 70, pp. 104432.



김민주

인하대학교 에너지자원공학과 박사과정

Tel: 032-860-7554

E-mail: minjukim96@inha.edu



권상기

인하대학교 에너지자원공학과 교수

Tel: 032-860-7554

E-mail: kwonsk@inha.ac.kr