

이산 시각 대기 행렬 모형의 정보 신선도

Age of Information for Discrete Time Queueing Model

Yutae Lee*

*Professor, Department of Information and Communications Engineering, Dong-eui University, Busan, 47340 Korea

ABSTRACT

The age of information (AoI) was proposed to quantify the freshness of information about the status of a remote source system, which is defined as the amount of time that has elapsed since a packet was created at its source. This paper analyzes the age of information of a discrete time Geo/D/1/1 status update system. For this purpose, the system is modeled as a discrete-time two-state Markov chain. The stationary probability distributions for peak AoI and AoI are obtained. The average peak AoI, the average AoI, and the freshness ratio of information are also derived. Some numerical results of the analysis are presented.

Keywords : Age of information, Peak age of information, Geo/D/1/1, Freshness ratio of information

I. 서론

자율 주행, 증강 현실, 소셜 미디어, 온라인 게임 등의 발전과 더불어, 시간에 민감한 정보의 실시간 전송은 그 어느 때보다 더 중요하게 되었다. 통신망에서 자원을 할당 및 관리하기 위해서는 많은 최신 정보가 필요하다. 이에 따라 정보 신선도를 계량화하기 위한 척도인 AoI(Age of Information)가 제안되었다 [1]. AoI는 네트워크 노드에서 가진 정보가 생성된 지 얼마나 지난 것인지를 나타내는 개념이다.

Kaul et al.[2]은 상태 갱신 시스템의 평가를 위해 이를 M/M/1, M/D/1 및 D/M/1으로 모형화하여 AoI의 평균을 구하였다. 정보 갱신이 이루어지기 직전의 AoI 값으로 정의되는 peak AoI라는 정보 신선도 척도도 도입되었다 [3]. 전체 시간 중에서 AoI가 특정 임계치를 넘지 않는 시간의 비율로 정의되는 척도인 FRoI(Freshness ratio of Information)도 제안되었다[4]. AoII(Age of Incorrect Information)는 정보 신선도와 더불어 정확성까지 다루기 위해 제안된 척도이다 [5].

AoI에 대한 분석은 연속 시각에서 주로 이루어졌으나 [6], 최근 이산 시각에서도 다루어지고 있다 [7-9]. Tripathi et al.[7]은 이산 시각 Ber/G/1 및 G/G/∞ 시스템에서 평균 peak AoI와 평균 AoI를 유도하였다. Kosta et al.[8]은 Geo/Geo/1 시스템에서 AoI와 peak AoI에 대한 분포를 구하였다. Geo/Geo/1/1 시스템에서의 peak AoI와 AoI에 대한 분포 및 FRoI는 [9]에서 고려되었다.

본 논문에서는 이산 시각 Geo/D/1/1 시스템을 다룬다. 해당 시스템을 마르코프 연쇄로 모형화하여, 정상 상태에서 이 마르코프 연쇄의 분포를 구하고, 이를 이용하여 정상 상태에서 수신 측의 AoI와 peak AoI의 분포를 결정한다. 또한 평균 peak AoI와 평균 AoI 및 FRoI를 분석한다.

II. 시스템 모형

채널이 사용 중일 때에는 패킷을 생성하지 않고, 채널이 사용되지 않을 때 패킷을 생성하여 전송할지 여부를 결정하는 Geo/D/1/1 시스템을 고려한다. 채널이 사용되고 있지 않을 때, 패킷을 생성하고 전송을 시작할 확률을 p 라 하자.

전송되는 패킷은 일정한 전송 시간이 지난 후, 수신 측에 전송된다. 패킷의 전송 시간은 D 슬롯이며, 수신 측에서는 패킷을 오류 없이 수신한다고 가정한다.

Received 22 November 2022, Revised 5 December 2022, Accepted 5 December 2022

* Corresponding Author Yutae Lee(E-mail:ylee@deu.ac.kr, Tel:+82-51-890-1682)

Professor, Department of Information and Communications Engineering, Dong-eui University, Busan, 47340 Korea

Open Access <http://doi.org/10.6109/jkiice.2023.27.1.131>

print ISSN: 2234-4772 online ISSN: 2288-4165

III. 정보 신선도 분석

양의 정수 n 에 대하여 n 번째 슬롯의 끝에서 수신 측의 AoI를 X_n 으로 정의한다. 확률변수 Y_n 은 다음과 같이 정의한다: n 번째 슬롯의 끝에서 전송되고 있는 패킷이 없으면 $Y_n = 0$ 이고, 전송되고 있는 패킷이 있으면 Y_n 은 전송 중인 패킷의 AoI이다. 이렇게 정의된 X_n 과 Y_n 에 대하여 확률 과정 $\{(X_n, Y_n), n = 1, 2, \dots\}$ 은 이산 시간 2차원 마르코프 연쇄 과정이며, $\{(D+i+j, j) | i \geq 0, 0 \leq j \leq D-1\}$ 은 확률 과정 $\{(X_n, Y_n), n = 1, 2, \dots\}$ 의 상태 공간이다.

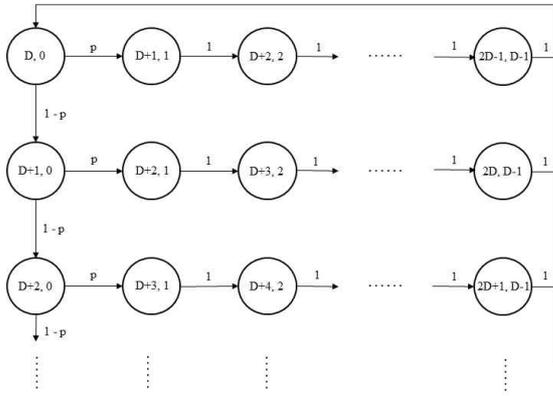


Fig. 1 State transition diagram

그림 1은 확률 과정 $\{(X_n, Y_n), n = 1, 2, \dots\}$ 의 상태 천이도를 나타낸다.

정상 상태에서 $\{(X_n, Y_n), n = 1, 2, \dots\}$ 의 분포를 $\{\pi_{D+i+j, j}; i \geq 0, 0 \leq j \leq D-1\}$ 라 하자. 그림 1로부터 정상 상태의 확률 분포에 대한 다음 관계식을 얻을 수 있다:

$$\pi_{D+i, 0} = \pi_{D, 0}(1-p)^i, \quad i \geq 0, \quad (1)$$

$$\pi_{D+i+j, j} = \pi_{D, 0}(1-p)^i p, \quad i \geq 0, 1 \leq j \leq D-1 \quad (2)$$

확률 분포 $\{\pi_{D+i+j, j}; i \geq 0, 0 \leq j \leq D-1\}$ 에서 모든 확률의 합이 1이므로,

$$\sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{D-1} \pi_{D+i+j, j} = \sum_{i=0}^{\infty} \pi_{D+i, 0} + \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=1}^{D-1} \pi_{D+i+j, j} = 1 \quad (3)$$

이다. 따라서 식 (1)과 (2)를 식 (3)에 대입하여 $\pi_{D, 0}$ 를 다음과 같이 얻을 수 있다:

$$\pi_{D, 0} \frac{1}{p} + \pi_{D, 0} p(D-1) \sum_{i=0}^{\infty} (1-p)^i = 1 \quad (4)$$

$$\pi_{D, 0} = \frac{p}{1-p+pD} \quad (5)$$

$i \geq 0$ 와 $0 \leq j \leq D-1$ 을 만족하는 정수 i 와 j 에 대하여 식 (5)를 식 (1)과 (2)에 대입하여 $\pi_{D+i+j, j}$ 를 다음과 같이 얻을 수 있다:

$$\pi_{D+i, 0} = \frac{p(1-p)^i}{1-p+pD}, \quad i \geq 0, \quad (6)$$

$$\pi_{D+i+j, j} = \frac{p^2(1-p)^i}{1-p+pD}, \quad i \geq 0, 1 \leq j \leq D-1 \quad (7)$$

정보가 갱신된 슬롯의 끝에서 마르코프 과정 $\{(X_n, Y_n), n = 1, 2, \dots\}$ 의 상태가 $(D, 0)$ 이므로, 임의로 선택된 슬롯의 끝에서 정보 갱신이 이루어질 확률은 $\pi_{D, 0} = p/(1-p+pD)$ 와 같다. 갱신이 이루어진 직후 수신 측의 AoI는 전송된 패킷의 AoI로 줄어들므로, 갱신되기 직전의 AoI가 peak AoI가 된다. 확률변수 PA 를 수신 측에서의 peak AoI 값이라고 하면, PA 는 $2D$ 보다 크거나 같은 값을 가진다. 모든 양의 정수 i 에 대하여 확률변수 PA 가 $2D+i$ 가 되기 위해서는 정보 갱신이 이루어지기 전 슬롯의 끝에서 마르코프 연쇄 과정 $\{(X_n, Y_n), n = 1, 2, \dots\}$ 의 상태가 $(2D+i-1, D-1)$ 이 되어야 한다. 확률변수 PA 의 확률질량함수는 다음과 같다:

$$P\{PA = 2D+i\} = \frac{\pi_{2D+i-1, D-1}}{\pi_{D, 0}} = p(1-p)^i, \quad i \geq 0 \quad (8)$$

즉, 파라미터가 $1-p$ 인 기하분포를 따르는 확률변수 X 에 대하여 PA 는 $X+2D$ 와 같은 분포를 갖는다. 확률변수 X 의 평균이 $(1-p)/p$ 이므로 평균 peak AoI는 $E(PA) = 2D + E(X) = 2D + (1-p)/p$ 이다.

확률변수 A 를 임의의 슬롯 경계에서 수신 측의 AoI 값이라고 하면, A 는 D 보다 크거나 같은 값을 가진다. 마르코프 과정 $\{(X_n, Y_n), n = 1, 2, \dots\}$ 에서 X_n 이 n 번째 슬롯의 끝에서 수신 측의 AoI를 나타내므로, A 가 모든 양의 정수 i 에 대하여 $D+i$ 가 되기 위해서는 X_n 의

값이 $D+i$ 가 되어야 한다. 확률변수 Y_n 의 값은 전송 중인 패킷의 AoI이므로, X_n 의 값이 주어졌을 때 수신 측의 AoI에 영향을 미치지 않는다. 확률변수 A 의 확률질량함수는 다음과 같다:

$$P\{A = D+i\} = \sum_{j=0}^{(i,D-1)^-} \pi_{D+i,j} \quad (9)$$

$$= \begin{cases} \frac{p}{1-p+pD} & (0 \leq i < D) \\ \frac{p(1-p)^{i-D+1}}{1-p+pD} & (i \geq D) \end{cases}$$

여기서 $(a, b)^-$ 는 a 와 b 의 값 중 작거나 같은 값을 나타낸다. 수신 측에서의 AoI의 평균 $E(A)$ 는 다음과 같다:

$$D + \frac{p}{1-p+pD} \left[\frac{(D-1)D}{2} + \frac{1-p}{p} \left(D + \frac{1-p}{p} \right) \right]$$

FRoI는 전체 시간 중에서 AoI가 특정 임계치를 넘지 않는 시간의 비율이므로, 임계치가 τ 일 때 다음과 같이 구할 수 있다:

$$FRoI(\tau) = \sum_{i \leq \tau} P\{AoI=i\}$$

$$= \begin{cases} \frac{p(\lfloor \tau - D \rfloor + 1)}{1-p+pD} & (\tau < 2D) \\ \frac{pD + (1-p)[1 - (1-p)^{\lfloor \tau - D \rfloor - D + 1}]}{1-p+pD} & (\tau \geq 2D) \end{cases}$$

여기서 $\lfloor a \rfloor$ 는 a 를 넘지 않는 가장 큰 정수를 의미한다.

IV. 수치 해석

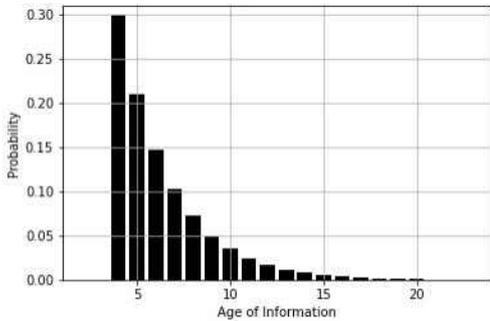


Fig. 2 Probability mass function of PAoI

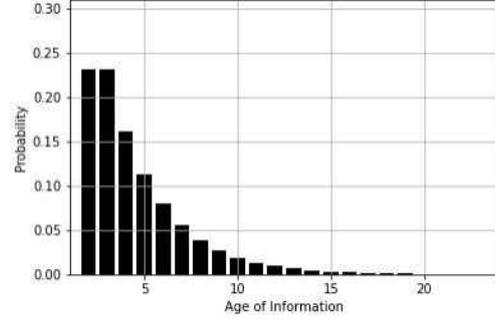


Fig. 3 Probability mass function of AoI

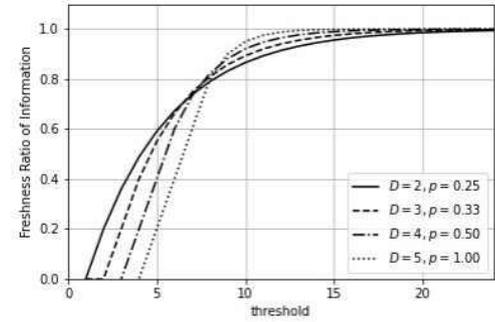


Fig. 4 FRoIs with $E(PA)=5$

본 논문에서 분석한 방법으로 얻은 몇 가지의 수치적인 결과를 제시한다. 그림 2와 그림 3에서는 전송 시간 D 가 2 슬롯이고 채널이 사용되고 있지 않을 때의 패킷 발생 및 전송 확률 p 가 0.3일 때, peak AoI와 AoI의 확률질량함수를 보여준다.

그림 4에서는 전송 시간 D 와 확률 p 의 값에 따른 FRoI의 변화를 보여준다. 여기서는 평균 peak AoI의 값을 5 슬롯으로 고정시키고 비교하였다. 정보 신선도를 높이기 위해서, 임계치 τ 가 작을 때($\tau < 7$)는 전송 시간을 빠르게 하고 전송 빈도를 낮추는 것이 유리하며, 임계치 τ 가 클 때($\tau > 8$)는 전송 시간을 늦추고 전송 빈도를 높이는 것이 유리하다는 것을 알 수 있다.

V. 결론

본 논문에서는 이산 시각 Geo/D/1/1 대기 행렬 시스템에서의 정보 신선도를 분석하였다. 이를 위해, 전송 중인 패킷의 AoI와 수신 측의 AoI를 함께 나타내는 2차원 벡터를 상태 공간으로 가지는 이산 시각 마르코프 과

정으로 시스템을 모델링하였다. 이 마르코프 과정의 정상 상태에서의 분포를 이용하여 AoI와 peak AoI의 확률 질량함수를 구하고, 평균 peak AoI와 평균 AoI 및 FRoI를 유도하였다. 평균 peak AoI의 값을 일정하게 유지하면서 정보 신선도를 높이기 위해서, 임계치가 작을 때는 전송 시간을 빠르게 하고 빈도를 낮추는 것이 유리하며, 임계치가 클 때는 전송 시간을 늦추고 빈도를 높이는 것이 유리하다는 것을 알 수 있었다.

ACKNOWLEDGEMENT

This work was supported by Dong-eui University Grant.(202201770001) and by the National Research Foundation of Korea(NRF) grant funded by the Korea government(MSIT). (No. NRF-2021R1A2C1011756)

REFERENCES

- [1] S. Kaul, M. Gruteser, V. Rai, and J. Kenney, "Minimizing age of information in vehicular networks," in *Proceedings of 8th Annual IEEE Communications Society Conference on Sensor, Nesh and Ad Hoc Communications and Networks (SECON)*, Salt Lake City: UT, USA, pp. 350 - 358, 2011. DOI: 10.1109/SAHCN.2011.5984917.
- [2] S. Kaul, R. Yates, and M. Gruteser, "Real-time status: How often should one update?," in *Proceedings of IEEE International Conference on Computer Communications (INFOCOM)*, Orlando: FL, USA, pp. 2731-2735, 2012. DOI: 10.1109/INFCOM.2012.6195689.
- [3] M. Costa, M. Codreanu, and A. Ephremides, "Age of information with packet management," in *Proceedings of IEEE International Symposium on Information Theory*, pp. 1583 - 1587, Honolulu: HI, USA, 2014. DOI: 10.1109/ISIT.2014.6875100.
- [4] Y. Lee, "Freshness ratio of information: a new metric for age of information," *Electronics Letters*, vol. 56, no. 3, pp. 139-141, Feb. 2020. DOI: 10.1049/el.2019.2020.
- [5] A. Maatouk, S. Kriouile, M. Assaad, and A. Ephremides, "The Age of Incorrect Information: A New Performance Metric for Status Updates," *IEEE/ACM Transactions on Networking*, vol. 28, no. 5, pp. 2215-2228, Oct. 2020. DOI: 10.1109/TNET.2020.3005549.
- [6] J. Doncel and M. Assaad, "Age of Information in a Decentralized Network of Parallel Queues with Routing and Packets Losses," *Journal of Communications and Network*, vol. 24, no. 1, Feb. 2022. DOI: 10.48550/arXiv.2002.01696.
- [7] V. Tripathi, R. Talak, and E. Modiano, "Age of information for discrete time queues," *arXiv: 1901.10463v1*, Jan. 2019. DOI: 10.48550/arXiv.1901.10463.
- [8] A. Kosta, N. Pappas, A. Ephremides, and V. Angelakis, "Non-linear Age of Information in a Discrete Time Queue: Stationary Distribution and Average Performance Analysis," in *Proceedings of IEEE International Conference on Communications*, Dublin, Ireland, pp. 1 - 6, 2020. DOI: 10.1109/ICC40277.2020.9148775.
- [9] Y. Lee, "Age of Information for Geo/Geo/1/1 Queue," *Journal of the Korea Institute of Information and Communication Engineering*, vol. 26, no. 3, pp. 483-486, Mar. 2022. DOI: 10.6109/jkiice.2022.26.3.483.