

입력 포화를 고려한 2차 다중 에이전트 시스템을 위한 봉쇄제어

임영훈*

Containment Control for Second-order Multi-agent Systems with Input Saturations

Young-Hun Lim*

*Associate Professor, Department of Convergence Electronic Engineering, Gyeongsang National University, Jinju, 52725 Korea

요 약

본 논문에서는 다중 리더 에이전트와 추종 에이전트들로 구성된 2차 다중 에이전트 시스템의 봉쇄제어 문제를 연구하였다. 봉쇄제어의 목표는 추종 에이전트들을 다중 리더 에이전트들에 의해 생성되는 convex hull을 추종하도록 하는 데에 있다. 따라서 리더 에이전트들에 의해 전체 그룹을 제어함으로써 다중 에이전트 시스템의 군집 행동을 얻을 수 있다. 본 논문에서 리더 에이전트들은 일정한 속도로 움직이고 추종 개체들은 입력 포화가 존재하는 경우를 고려하였다. 또한 추종 에이전트들은 이웃한 에이전트들과 상태 정보를 교환할 수 있고, 이웃과의 상대 상태 정보만 이용 가능하다 가정하였다. 이러한 가정하에 움직이는 리더 에이전트들을 고려한 봉쇄제어 문제를 해결하기 위해 비례-적분 기반의 분산제어 알고리즘을 제안하였다. 또한, 라살레 불변의 법칙을 기반으로 추종 에이전트들의 리더 에이전트들에 의해 생성되는 convex hull로 수렴을 보장하는 제어 이득들에 대한 조건들을 조사하였고 시스템 파라미터의 정보만으로 설계할 수 있음을 보였다. 마지막으로 모의실험을 통한 이론적 결과를 검증하였다.

ABSTRACT

In this paper, we study the containment control problem for second-order multi-agent systems, which consists of multiple leaders and followers. The goal is to drive the followers toward the convex hull spanned by the leaders. Thus, the swarm behavior can be obtained by controlling the entire group by the leaders. This paper considers the leaders move at a constant speed and the followers have input saturations. Moreover, we assume that the followers can exchange information with neighbors, and only relative state information is available. Under these assumptions, we propose the Proportional-Integral based distributed control algorithm to solve the containment control problem with moving leaders. Moreover, based on Lasalle's invariance principle, the conditions for the control gains that guarantee the convergence of the followers to the convex hull spanned by the leaders are investigated, and it was shown that it can be designed only using the system parameter. Finally, the simulations are conducted to validate the theoretical result.

키워드 : 봉쇄제어, 2차 다중 에이전트 시스템, 입력 포화, 비례-적분 제어

Keywords : Containment control, Second-order multi-agent system, input saturation, Proportional-Integral control

Received 25 October 2022, Revised 6 November 2022, Accepted 25 November 2022

* Corresponding Author Young-Hun Lim(E-mail:yhunlim@gnu.ac.kr, Tel:+82-55-772-3331)

Associate Professor, Department of Convergence Electronic Engineering, Gyeongsang National University, Jinju, 52725 Korea

Open Access <http://doi.org/10.6109/jkiice.2023.27.1.109>

print ISSN: 2234-4772 online ISSN: 2288-4165

© This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.
Copyright © The Korea Institute of Information and Communication Engineering.

I. 서론

다중 에이전트 시스템은 에이전트들의 군집 행동을 통하여 단일 에이전트가 수행하기 어려운 임무를 수행할 수 있는 장점이 있다. 따라서 다중 에이전트 시스템의 군집제어 문제는 많은 연구가 진행되고 있다[1-4].

다중 에이전트 시스템의 군집제어 기법 중 대표적인 기법으로 일치제어 기법이 있다. 일치제어는 이웃한 에이전트들 간의 정보교환을 통하여 그룹의 목표 상태로 모든 에이전트들의 상태를 일치시킴으로써 편대비행, 협력제어, 분산 최적화 등 다양한 분야로 적용되어 연구가 진행되고 있다[3,4]. 일치제어 문제는 리더의 유무에 따라 세분화 될 수 있다. 리더는 독립적으로 움직이는 에이전트로 그룹의 목표 상태를 제공한다. 따라서 리더가 존재하는 경우의 일치 문제는 모든 추종자들이 리더의 상태를 추종하는 리더-추종 일치문제가 된다[5,6].

또한 리더-추종 일치제어 문제를 확장하여 다중 리더 에이전트들을 고려한 군집제어 문제가 연구되고 있다 [7-14]. 다중 리더들이 존재하는 경우 일치제어 알고리즘을 적용하면 추종자들이 리더들에 의해 생성되는 convex hull을 추종하는 결과를 얻을 수 있다[7]. 즉, 리더들에 의해 추종자들을 봉쇄시킴으로써 다중 에이전트 시스템의 군집 행동을 얻을 수 있다. 따라서 봉쇄제어 문제는 일치제어 문제의 일반화된 문제로 다양한 연구가 진행되어왔다[7-9].

한편, 시스템 구동기의 제한된 출력으로 인하여 제어 입력과 구동기 출력의 차이로 발생하는 입력 포화 문제는 시스템의 성능 저하 및 불안정성을 야기할 수 있기 때문에, 제어기를 설계할 때 고려 되어야 한다. 따라서 최근 들어 봉쇄제어 문제에서 입력 포화를 고려한 연구가 진행되어왔다[10-14]. 입력 포화가 존재하는 경우, 일반적인 시스템은 전역적 수렴성을 얻기 어렵다. 따라서 입력 포화 문제가 발생하지 않도록 충분히 작은 제어 이득을 이용한 반전역적 봉쇄제어 문제가 주로 연구되어왔다 [10,11]. 또한 전역적 봉쇄제어 문제는 1차 및 2차 다중 에이전트 시스템을 고려하여 연구가 진행되었다[12-14]. 구체적으로, [12]에서는 비례-적분 기반의 봉쇄제어 알고리즘을 제안하여 1차 다중 에이전트 시스템의 봉쇄제어 문제를 연구하였다. [13]과 [14]에서는 2차 다중 에이전트 시스템을 고려하여 각 비례제어와 슬라이딩 모드 기반의 비선형 봉쇄제어 알고리즘을 제안하였다.

본 논문에서는 [12]의 결과를 확장하여 입력 포화를 고려한 2차 다중 에이전트 시스템의 전역적 봉쇄제어 문제를 연구한다. 비록 [13]에서 2차 다중 에이전트 시스템을 고려한 전역적 봉쇄제어 문제가 연구되었지만, 비례제어만을 이용하여 모델의 불확실성 및 외란에 대한 강인성이 보장되지 못하였다. [14]에서는 강인성을 보장하기 위하여 비선형 제어 알고리즘을 제안하였지만, 선형 제어기와 비교하여 설계 및 구현의 어려움이 존재한다. 따라서 본 논문에서는 비례-적분 기반의 봉쇄제어 알고리즘을 제안한다. 제안된 알고리즘의 설계를 위하여 라살레 불변의 법칙을 기반으로 봉쇄제어의 목표를 달성할 수 있도록 하는 제어 이득들의 조건을 해석하였고 전역적 수렴성을 분석하였다. 마지막으로 모의 실험을 진행하여 제안된 봉쇄제어 알고리즘의 유효성을 검증하였다.

II. 다개체 시스템의 봉쇄제어

2.1. 문제정의

본 논문에서는 q 개의 에이전트들로 구성된 다중 에이전트 시스템을 고려한다. 다중 에이전트 시스템은 p 개의 추종자들과 $q-p$ 개의 리더들로 구성된다. 리더는 추종자에게 정보를 줄 수 있지만, 이웃들로부터 정보를 받을 수 없는 에이전트를 의미하고, 추종자는 이웃들과 정보교환이 가능한 에이전트를 의미한다.

에이전트 사이의 정보교환은 그래프 $G=(N,E,A)$ 에 의하여 정의될 수 있다. 여기서 $N=N_F \cup N_L$ 는 노드 집합을 의미하고, $N_F=\{1,\dots,p\}$ 와 $N_L=\{p+1,\dots,q\}$ 은 각 추종자들과 리더들의 식별번호 집합을 나타내고, $E \subset N \times N$ 은 두 에이전트 사이의 정보교환을 나타내는 엣지 집합, 그리고 $A=[a_{ij}] \in \mathbb{R}^{q \times q}$ 는 인접행렬로 원소 $a_{ij} \geq 0$ 은 정보교환의 가중치를 나타낸다. 만약 $(i,j) \in E$ 인 경우, 에이전트 j 는 i 로부터 정보를 받을 수 있고 인접행렬의 원소 $a_{ij} > 0$ 이 된다. 또한 $(i,j) \notin E$ 인 경우, $a_{ij} = 0$ 이 된다. 본 논문에서는 추종자들 사이의 정보교환에는 방향성이 없다고 가정한다. 즉, 모든 $i,j \in N_F$ 에 대하여 $a_{ij} = a_{ji}$ 이 된다.

추종자 $i \in N_F$ 는 식 (1)과 같이 2차 미분방정식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= v_i \\ \dot{v}_i &= \alpha v_i + sat(u_i) \end{aligned} \quad (1)$$

식 (1)에서 $x_i, v_i, u_i \in \mathbb{R}^n$ 는 각 추종자 i 의 위치, 속도, 그리고 제어 입력을 나타내고, $\alpha \in \mathbb{R}$ 는 속도 감쇠 상수를 나타낸다. $sat(\cdot)$ 은 포화함수로 아래와 같이 정의된다.

$$sat(u_i) = sign(u_i) \min\{|u_i|, u^*\} \quad (2)$$

식 (2)에서 $u^* > 0$ 은 구동기의 포화 레벨을 나타낸다. 본 논문에서는 해석상의 편의를 위하여 $n = 1$ 이라 가정한다. 만약 $n > 1$ 인 경우, 크로네커 곱을 이용하여 본 논문의 결과를 확장할 수 있다. 또한 속도 감쇠 상수 α 는 알려진 음의 상수라고 가정한다.

본 논문에서는 2차 미분방정식으로 표현된 식 (1)과 같은 모델을 고려하였다. 실제 다양한 동적 시스템들의 경우 2차 미분방정식으로 표현될 수 있고, 내부 귀환 구조를 갖는 제어기를 설계함으로써 식 (1)과 같은 모델을 얻을 수 있다.

다음으로 리더는 일정한 속도로 움직인다고 가정한다. 따라서 리더 i 의 움직임은 식 (3)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= v_i \\ \dot{v}_i &= 0, \quad i \in N_L \end{aligned} \quad (3)$$

식 (3)에서 $x_i, v_i \in \mathbb{R}$ 는 리더 i 의 위치와 속도를 나타낸다. 본 논문의 목표는 추종자를 위한 봉쇄제어 알고리즘을 설계하는 것이다. 봉쇄제어는 리더들에 의해 구성된 convex hull을 추종하도록 추종자들을 제어함으로써 군집 행동을 얻는 것을 목표로 한다. 본 논문에서 각 추종자는 이웃한 에이전트들과의 정보교환을 통하여 식 (4)와 같은 상대 상태만을 이용한다.

$$\begin{aligned} \zeta_i^x &= \sum_{j=1, j \neq i}^q a_{ij}(x_j - x_i) \\ \zeta_i^v &= \sum_{j=1, j \neq i}^q a_{ij}(v_j - v_i) \end{aligned} \quad (4)$$

다음으로 전역변수 $\zeta \in \mathbb{R}^q$, $x = [x_F^T, x_L^T]^T \in \mathbb{R}^q$, $v = [v_F^T, v_L^T]^T \in \mathbb{R}^q$ 를 식 (5)와 같이 정의하자.

$$\begin{aligned} \zeta^x &= \begin{bmatrix} \zeta_1^x \\ \vdots \\ \zeta_p^x \end{bmatrix}, \zeta^v = \begin{bmatrix} \zeta_1^v \\ \vdots \\ \zeta_p^v \end{bmatrix}, x_F = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_p \end{bmatrix}, x_L = \begin{bmatrix} x_{p+1} \\ \vdots \\ x_q \end{bmatrix}, \\ v_F &= \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_p \end{bmatrix}, v_L = \begin{bmatrix} v_{p+1} \\ \vdots \\ v_q \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

식 (4)와 (5)로부터 다음을 얻을 수 있다.

$$\zeta^x + \zeta^v = -Lx - Lv \quad (6)$$

여기서 $L = [l_{ij}] \in \mathbb{R}^{q \times q}$ 는 그래프 G 의 라플라시안 행렬을 나타내고 원소 l_{ij} 는 $i \neq j$ 인 경우 $l_{ij} = -a_{ij}$, 그 외에는 $l_{ii} = \sum_{j=1, j \neq i}^q a_{ij}$ 로 정의된다. 리더들은 다른 에이전트들로부터 정보를 받을 수 없기 때문에 모든 $i \in N_L$, $j \in N$ 에 대하여 $a_{ij} = 0$ 이 되어 $\zeta_i^x = \zeta_i^v = 0$ 이 된다. 따라서 라플라시안 행렬은 식 (7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$L = \begin{bmatrix} L_1 & L_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

여기서 $L_1 \in \mathbb{R}^{p \times p}$, $L_2 \in \mathbb{R}^{p \times (q-p)}$ 이다.

만약 임의의 에이전트 $i, j \in N_F$ 에 대하여 두 에이전트 사이에 경로가 존재한다면 그래프는 연결되어 있다고 한다. 그래프의 연결성은 봉쇄제어를 위한 필요충분 조건이기 때문에, 추종자 간의 정보교환 그래프는 연결되어 있다고 가정한다[7]. 또한 각 추종자들로부터 적어도 하나의 리더로 경로가 존재한다고 가정한다. 이러한 가정하에서 L_1 은 양의 정부호 실수 대칭행렬이 되고, 행렬 $-L_1^{-1}L_2$ 의 각 원소들은 음이 아니고 각 행의 합은 1이 되어 다음의 식 (8)을 만족한다면 봉쇄제어의 목표를 달성한다 할 수 있다[7].

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \|x_F + L_1^{-1}L_2x_L\| &= 0, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \|v_F + L_1^{-1}L_2v_L\| &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

본 논문에서는 리더들의 속도는 상수라 가정하기 때문에 식 (8)을 달성한다면 (즉, $v_F = -L_1^{-1}L_2v_L$), 식 (1)로부터 추종자들은 식 (9)를 만족해야 한다.

$$\dot{v}_F = -\alpha L_1^{-1}L_2v_L + sat(u) = 0 \quad (9)$$

식 (9)를 만족하기 위해서는 입력 포화로 인하여 리더들의 속도가 다음을 만족해야 한다.

$$|\alpha L_1^{-1} L_2 v_L| \leq u^* 1_p \quad (10)$$

여기서 $1_p \in \mathbb{R}^p$ 는 모든 원소가 1인 벡터이다. 또한 만약 리더가 하나 존재하는 경우 (즉, $q = N+1$), 식 (8)은 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_F - x_{N+1} 1_p\| = 0$, $\lim_{t \rightarrow \infty} \|v_F - v_{N+1} 1_p\| = 0$ 이 된다. 즉, 리더가 하나 존재하는 경우 봉쇄제어 문제는 리더-추종 일치 문제가 된다.

2.2. 봉쇄제어 알고리즘 설계

본 논문에서는 상태 정보 식 (4)를 이용하여 추종자 $i \in N_F$ 에 대한 비례-적분 기반의 봉쇄제어 알고리즘을 제안한다.

$$u_i = k_P^x \zeta_i^x + k_P^v \zeta_i^v + k_I \int_0^t (\zeta_i^x + \zeta_i^v) d\tau \quad (11)$$

위 식에서 k_P^x 와 k_P^v 는 비례 제어 이득, k_I 는 미분 제어 이득을 나타내고, 식 (12)를 만족하도록 설계한다.

$$\begin{aligned} k_P^x, k_P^v, k_I &> 0 \\ k_P^x + \alpha k_P^v + k_I &> 0 \\ \alpha(k_P^x + \alpha k_P^v + k_I) + k_I &< 0 \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 $\alpha < 0$ 이므로 식 (12)의 조건들을 만족하는 k_P^x, k_P^v, k_I 는 항상 존재한다.

2.3. 수렴성 해석

리더들에 의해 구성된 convex hull로의 수렴성 해석을 위하여 위치와 속도 오차의 수렴성을 조사한다. 따라서 우선 위치와 속도에 대한 오차 방정식을 구하고 오차 방정식의 수렴성을 조사한다. 이를 위하여 적분기 상태 변수를 식 (13)과 같이 정의한다.

$$w_i = \int_0^t (\zeta_i^x + \zeta_i^v) d\tau \quad (13)$$

또한 전역변수 $u = [u_1, \dots, u_p]^T$, $w = [w_1, \dots, w_p]^T$ 라 정의하면, 식 (1), (5)와 (7)로부터 전체 추종자들의 폐루프 모델과 전체 리더들의 모델은 식 (14)와 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_F &= v_F \\ v_F &= \alpha v_F + sat(u) \\ u &= -k_P^x(L_1 x_F + L_2 x_L) + k_P^v(L_1 v_F + L_2 v_L) + k_I w \\ \dot{w} &= -L_1 x_F - L_2 x_L - L_1 v_F - L_2 v_L \\ \dot{x}_L &= v_L \end{aligned} \quad (14)$$

다음으로 오차 방정식을 구하기 위하여 봉쇄제어의 목표 식 (8)로부터 식 (15)와 같은 오차 상태를 정의한다.

$$\bar{x} = x_F + L_1^{-1} L_2 x_L, \quad \bar{v} = v_F + L_1^{-1} L_2 v_L \quad (15)$$

위 식에서 $\bar{x} = [\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_p]^T$ 와 $\bar{v} = [\bar{v}_1, \dots, \bar{v}_p]^T$ 는 각 전체 추종자들의 위치와 속도 오차를 나타낸다. 다음으로 식 (16)과 같은 상태변수를 정의하자.

$$d = [d_1, \dots, d_p]^T = -\alpha L_1^{-1} L_2 v_L \quad (16)$$

그러면 식 (14), (15), 그리고 (16)로부터 아래와 같은 오차 방정식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}} &= \dot{x}_F + L_1^{-1} L_2 \dot{x}_L \\ &= \bar{v} \\ \dot{\bar{v}} &= \dot{v}_F + L_1^{-1} L_2 \dot{v}_L \\ &= \alpha(v_F + L_1^{-1} L_2 v_L - L_1^{-1} L_2 v_L) + sat(u) \\ &= \alpha \bar{v} + sat(u) + d \\ &= \alpha \bar{v} + \bar{u} \end{aligned} \quad (17)$$

위 식에서 $\bar{u} = sat(u) + d$ 이다. 또한 봉쇄제어 알고리즘은 아래와 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} u &= -k_P^x L_1 (x_F + L_1^{-1} L_2 x_L) \\ &\quad - k_P^v L_1 (v_F + L_1^{-1} L_2 v_L) + k_I w \\ &= -k_P^x L_1 \bar{x} - k_P^v L_1 \bar{v} + k_I w \\ \dot{w} &= -L_1 \bar{x} - L_1 \bar{v} \end{aligned} \quad (18)$$

다음으로 제안된 봉쇄제어 알고리즘 식 (18)을 적용하여 오차 방정식 (17)의 원점에서의 수렴성을 해석한다. 이를 위하여 식 (19)와 같은 함수를 정의한다.

$$\begin{aligned} V &= V_1 + V_2 \\ V_1 &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{v} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} P_1 & P_2 \\ P_2 & P_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{v} \end{bmatrix} \\ V_2 &= \sum_{i=1}^p \int_{-d_i}^{u_i} (sat(\tau) + d_i) d\tau \end{aligned} \quad (19)$$

위 식에서 P_1, P_2, P_3 는 아래와 같이 정의된다.

$$P_1 = -\alpha k_I L_1, P_2 = k_I L_1, P_3 = (k_p^x + \alpha k_p^v + k_I) L_1 \quad (20)$$

제어 이득들의 조건식 (12)와 $\alpha < 0$, L_1 은 양의 정부호 실수 대칭행렬이라는 사실로부터, $P_1, P_3 > 0$ 이고, $P_3 - P_2^T P_1^{-1} P_2 = \left((k_p^x + \alpha k_p^v + k_I) + \frac{1}{\alpha} k_I \right) L_1 > 0$ 임을 알 수 있다. 따라서 $V_1 \geq 0$ 이고, $\bar{x} = \bar{v} = 0$ 인 경우에만 $\dot{V}_1 = 0$ 이 된다. 또한 $V_2 \geq 0$ 이고, $u = -d$ 인 경우에만 $\dot{V}_2 = 0$ 이 된다[12].

다음으로 V_1 의 도함수를 구하면 식 (20)으로부터 식 (21)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{v} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} P_1 & P_2 \\ P_2 & P_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\bar{x}} \\ \dot{\bar{v}} \end{bmatrix} \\ &= \bar{x}^T (P_1 \dot{\bar{v}} + P_2 (\alpha \dot{\bar{v}} + \dot{\bar{u}})) \\ &\quad + \bar{v}^T (P_2 \dot{\bar{v}} + P_3 (\alpha \dot{\bar{v}} + \dot{\bar{u}})) \\ &= \bar{x}^T P_2 \dot{\bar{u}} + \bar{v}^T (P_2 + \alpha P_3) \dot{\bar{v}} + \bar{v}^T P_3 \dot{\bar{u}} \\ &= k_I \bar{x}^T L_1 \dot{\bar{u}} + (k_I + \alpha (k_p^x + \alpha k_p^v + k_I)) \bar{v}^T L_1 \dot{\bar{v}} \\ &\quad + (k_p^x + \alpha k_p^v + k_I) \bar{v}^T L_1 \dot{\bar{u}} \end{aligned} \quad (21)$$

또한 V_2 의 도함수는 식 (22)와 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \sum_{i=1}^p (\text{sat}(u_i) + d_i) \dot{u}_i \\ &= \bar{u}^T (-k_p^x L_1 \dot{\bar{x}} - k_p^v L_1 \dot{\bar{v}} + k_I \dot{w}) \\ &= \bar{u}^T (-k_p^x L_1 \dot{\bar{v}} - k_p^v L_1 (\alpha \dot{\bar{v}} + \dot{\bar{u}}) - k_I L_1 \dot{\bar{x}} - k_I L_1 \dot{\bar{v}}) \\ &= \bar{u}^T (-k_I L_1 \dot{\bar{x}} - (k_p^x + \alpha k_p^v + k_I) L_1 \dot{\bar{v}} - k_p^v L_1 \dot{\bar{u}}) \end{aligned} \quad (22)$$

따라서 V 의 도함수는 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\dot{V} = (k_I + \alpha (k_p^x + \alpha k_p^v + k_I)) \bar{v}^T L_1 \dot{\bar{v}} - k_p^v \bar{u}^T L_1 \dot{\bar{u}} \quad (23)$$

위 식에서 L_1 은 양의 정부호 실수 대칭행렬이기 때문에, 제어 이득들의 조건식 (12)로부터 $\dot{V} \leq 0$ 이 되어 함수 V 는 유계임을 알 수 있다.

다음으로 오차 상태들의 원점에서의 수렴성 해석을 위하여 라살레 불변의 법칙을 적용한다. 라살레 불변의 법칙에 따르면 상태들이 $\dot{V} = 0$ 을 만족하는 상태들의 집합에 포함된 가장 큰 불변의 집합으로 수렴하게 된다. 상태들의 집합 $Q = \{(\bar{x}, \bar{v}, \bar{u}) : \dot{V} = 0\}$ 를 정의하자. 식 (23)으로부터 $\dot{V} = 0$ 은 $\bar{v} = \bar{u} = 0$ 과 같고, 이때 $\dot{\bar{v}} = \dot{\bar{u}} = 0$ 이 된다. 또한 리더들의 속도에 대한 가정 식 (10)으로부터

터 $\bar{u} = \text{sat}(u) + d = u + d = 0$ 이 되고, 아래의 식 (24)를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\bar{u}} &= \dot{u} + \dot{d} \\ &= -k_p^x L_1 \dot{\bar{x}} - k_p^v L_1 \dot{\bar{v}} + k_I \dot{w} - \alpha L_1^{-1} L_2 \dot{v}_L \\ &= -k_p^x L_1 \dot{\bar{v}} - k_I L_1 \dot{\bar{x}} - k_I L_1 \dot{\bar{v}} \\ &= -k_I L_1 \dot{\bar{x}} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (24)$$

위 식에서 L_1 은 양의 정부호 실수 대칭행렬이므로, $\dot{\bar{u}} = 0$ 인 경우 $\dot{\bar{x}} = 0$ 이 된다. 결론적으로 $\bar{x} = \bar{v} = \bar{u} = 0$ 인 경우에만 $\dot{V} = 0$ 이 된다. 따라서 라살레 불변의 법칙에 따라 모든 오차 상태들이 원점으로 수렴함을 알 수 있다.

III. 모의실험

이번 장에서는 이론적 결과의 검증을 위하여 모의실험을 진행한다. 모의실험에서는 5개의 추종자들(즉, $N_F = \{1, \dots, 5\}$)과 4개의 리더들(즉, $N_L = \{6, \dots, 9\}$)로 구성된 다중 에이전트 시스템을 고려하였고, 그림 1과 같이 주어진 에이전트들 사이의 정보교환은 네트워크를 고려하였다.

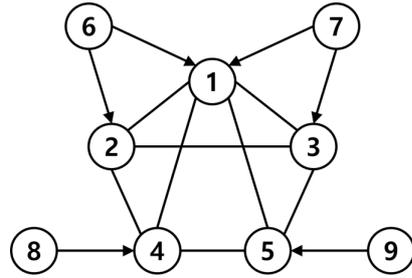


Fig. 1 Network Graph between 9 agents

또한 가중치는 $(i, j) \in E$ 인 경우 $a_{ij} = 1$ 로 설정하였다. 따라서 그림 1로부터 라플라시안 행렬은 식 (25)와 같이 주어진다.

$$L_1 = \begin{bmatrix} 6 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 4 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 4 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & 4 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & -1 & 4 \end{bmatrix}, L_2 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

또한 $L_1^{-1}L_2$ 는 식 (26)과 같이 주어진다.

$$L_1^{-1}L_2 = - \begin{bmatrix} 0.3750 & 0.3750 & 0.1250 & 0.1250 \\ 0.4792 & 0.2708 & 0.1458 & 0.1042 \\ 0.2708 & 0.4792 & 0.1042 & 0.1458 \\ 0.2708 & 0.2292 & 0.3542 & 0.1458 \\ 0.2292 & 0.2708 & 0.1458 & 0.3542 \end{bmatrix} \quad (26)$$

추종자들의 속도 감쇠 $\alpha = -5$, 입력 포화 레벨은 $u^* = 5$ 로 고려하였다. 제어 이득들은 조건식 (12)를 만족하도록 식 (27)과 같이 설정하였다.

$$k_p^x = 10, k_p^y = 2, k_l = 5 \quad (27)$$

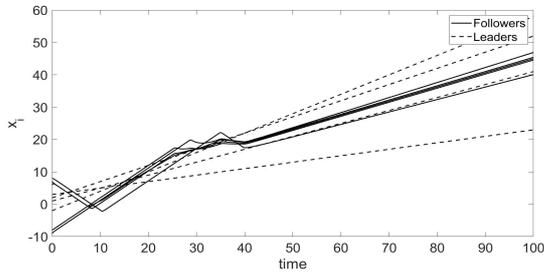


Fig. 2 Trajectories of position states of followers and leaders in section 3.1.

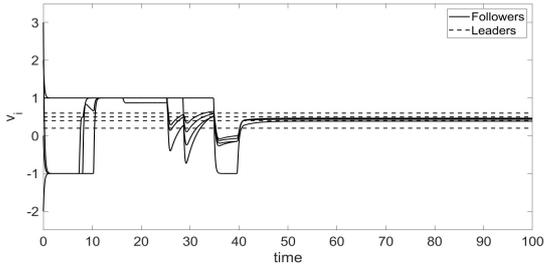


Fig. 3 Trajectories of velocity states of followers and leaders in section 3.1.

3.1. 1차원 시뮬레이션

이번 모의실험에서는 1차원 공간상에서 움직이는 에이전트들을 고려하였다. 추종자들과 리더들의 초기 상태는 식 (28)과 같이 설정하였다.

$$x_F = \begin{bmatrix} 7 \\ 6 \\ -8 \\ 8 \\ -9 \end{bmatrix}, v_F = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, x_L = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}, v_L = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.4 \\ 0.2 \\ 0.6 \end{bmatrix} \quad (28)$$

식 (28)에서 리더들의 속도는 식 (10)을 만족하도록 선정하였다. 제안된 봉쇄제어 알고리즘을 적용하여 모의실험을 진행한 결과는 그림 2와 3에서 볼 수 있다. 1차원 공간상에서 봉쇄제어는 추종자들의 상태 변수들이 리더들의 최댓값과 최솟값 사이에 존재하도록 하는 것과 같다. 따라서 그림 2와 3에서 볼 수 있듯이 추종자들의 초기 위치와 속도 상태들이 리더들의 최댓값과 최솟값 사이에 위치하지 않아 추종자들의 위치와 속도 상태들이 리더들의 최대값과 최솟값을 넘어가는 구간이 발생하기도 하지만, 시간이 흐름에 따라 목표 영역 안으로 수렴함을 볼 수 있다.

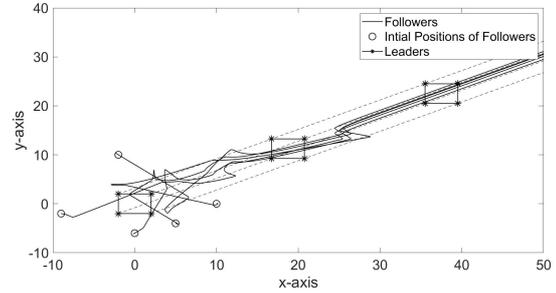


Fig. 4 Trajectories of position states of followers and leaders in section 3.2.

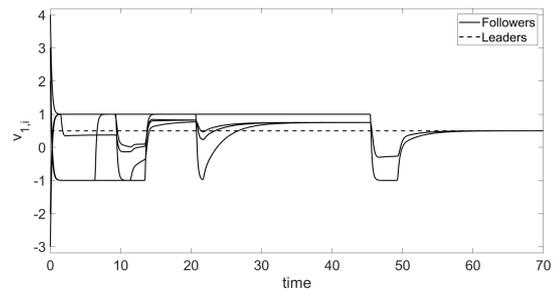


Fig. 5 Trajectories of velocity states of followers and leaders in section 3.2.

3.2. 2차원 시뮬레이션

이번 모의실험에서는 2차원 공간상의 에이전트들을 고려하였다. 추종자들과 리더들의 초기 상태는 식 (29)와 같이 설정하였다.

$$x_F = \begin{bmatrix} [10,0]^T \\ [5,-4]^T \\ [-9,-2]^T \\ [-2,10]^T \\ [0,-6]^T \\ [-2,2]^T \end{bmatrix}, v_F = \begin{bmatrix} [2,1]^T \\ [3,-2]^T \\ [4,-1]^T \\ [-3,3]^T \\ [-2,-2]^T \\ [0.5,0.3]^T \end{bmatrix}, \quad (29)$$

$$x_L = \begin{bmatrix} [-2,-2]^T \\ [-2,-2]^T \\ [2,2]^T \\ [2,-2]^T \end{bmatrix}, v_L = \begin{bmatrix} [0.5,0.3]^T \\ [0.5,0.3]^T \\ [0.5,0.3]^T \\ [0.5,0.3]^T \end{bmatrix}$$

리더들의 상태는 리더들에 의해 생성되는 위치 상태에 대한 convex hull이 사각형을 이루도록 설정하였다. 제안된 봉쇄제어 알고리즘을 적용하여 모의실험을 진행한 결과는 그림 4와 5에서 볼 수 있다. 그림 4에서 볼 수 있듯이, 시간이 지남에 따라 추종자들의 위치 상태는 리더들에 의해 생성되는 convex hull을 추종하는 것을 볼 수 있다. 또한 그림 5에서 볼 수 있듯이, 리더들의 속도가 모두 동일하기 때문에 시간이 지남에 따라 추종자들의 속도가 모두 리더들의 상태로 수렴함을 볼 수 있다.

IV. 결론

본 논문에서는 입력 포화를 고려한 2차 다중 에이전트 시스템의 봉쇄제어 문제를 연구하였다. 리더들에 의해 생성되는 convex hull로의 전역적 수렴성을 보장하기 위하여 비례-적분 기반의 분산제어 알고리즘을 제안하였다. 제안된 알고리즘은 이웃과의 정보교환만을 이용하여 구현되었고, 라살레 불변의 법칙을 기반으로 수렴성을 보장하기 위한 제어 이득들의 조건을 조사하였다. 또한 알고리즘의 유효성을 증명하기 위하여 모의실험을 통한 실험적 수렴성을 확인하였다. 비록 본 논문에서는 외란에 대한 문제는 고려되지 않았지만, 제안된 해석을 따라 미지의 상수 외란이 존재하는 경우에 대한 봉쇄 문제로 쉽게 확장될 수 있다. 또한, 본 논문에서는 선형 제어기 기반의 봉쇄제어 알고리즘을 제안하여 실제 시스템으로의 적용이 용이할 것으로 생각된다. 하지만 본 논문에서는 2차 다개체 시스템만을 고려하였기 때문에

차후에는 고차 다개체 시스템으로의 확장을 고려한 봉쇄제어 연구를 진행하고자 한다.

ACKNOWLEDGEMENT

This work was partly supported by the National Research Foundation of Korea(NRF) grant funded by the Korea government(MSIT) (No.NRF-2019R1C1C1009879) and by the MSIT(Ministry of Science and ICT), Korea, under the ICAN(ICT Challenge and Advanced Network of HRD) program(IITP-2022-RS-2022-00156409) supervised by the IITP(Institute of Information & Communications Technology Planning & Evaluation)

References

- [1] A. Jadbabaie, J. Lin, and A. S. Morse, "Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 48, no. 6, pp. 988-1001, Jun. 2003. DOI: 10.1109/TAC.2003.812781.
- [2] K. K. Oh, M. C. Park, and H. S. Ahn, "A survey of multi-agent formation control," *Automatica*, vol. 53, pp. 424-440, Mar. 2015. DOI: 10.1016/j.automatica.2014.10.022.
- [3] R. Olfati-Saber, J. A. Fax, and R. M. Murray, "Consensus and Cooperation in Networked Multi-Agent Systems," in *Proceedings of the IEEE*, vol. 95, no. 1, pp. 215-233, Jan. 2007. DOI: 10.1109/JPROC.2006.887293.
- [4] Y. Li and C. Tan, "A survey of the consensus for multi-agent systems," *Systems Science & Control Engineering*, vol. 7, no. 1, pp. 468-482, Nov. 2019. DOI: 10.1080/21642583.2019.1695689.
- [5] J. Jiang and Y. Jiang, "Leader-following consensus of linear time-varying multi-agent systems under fixed and switching topologies," *Automatica*, vol. 113, pp. 108804, Mar. 2020. DOI: 10.1016/j.automatica.2020.108804.
- [6] B. Ning, Q. L. Han, and Q. Lu, "Fixed-Time Leader-Following Consensus for Multiple Wheeled Mobile Robots," *IEEE Transactions on Cybernetics*, vol. 50, no. 10, pp. 4381-4392, Oct. 2020, DOI: 10.1109/TCYB.2019.2955543.
- [7] Y. Cao, W. Ren, and M. Egerstedt, "Distributed containment control with multiple stationary or dynamic leaders in fixed and switching directed networks," *Automatica*, vol. 48, no.

- 8, pp. 1586-1597, Aug. 2012, DOI: 10.1016/j.automatica.2012.05.071.
- [8] D. Wang, D. Wang, and W. Wang, "Necessary and sufficient conditions for containment control of multi-agent systems with time delay," *Automatica*, vol. 103, pp. 418-423, May. 2019. DOI: 10.1016/j.automatica.2018.12.029.
- [9] A. Amini, A. Asif, and A. Mohammadi, "Formation-containment control using dynamic event-triggering mechanism for multi-agent systems," *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, vol. 7, no. 5, pp. 1235-1248, Sep. 2020. DOI: 10.1109/JAS.2020.1003288.
- [10] H. Su, G. Jia, and M. Z. Q. Chen, "Semi-global containment control of multi-agent systems with input saturation," *IET Control Theory & Applications*, vol. 8, no. 18, pp. 2229-2237, Dec. 2014. DOI: 10.1049/iet-cta.2013.0958.
- [11] H. Su and M. Z. Q. Chen, "Multi-agent containment control with input saturation on switching topologies," *IET Control Theory & Applications*, vol. 9, no. 3, pp. 399-409, Feb. 2015. DOI: 10.1049/iet-cta.2014.0393.
- [12] Y. H. Lim, H. H. Tack, and S. C. Kang, "PI-based Containment Control for Multi-agent Systems with Input Saturations," *Journal of the Korea Institute of Information and Communication Engineering*, vol. 25, no. 1, pp. 102-107, Jan. 2021. DOI: 10.6109/jkiice.2021.25.1.102.
- [13] Q. Song, F. Liu, H. Su, and A. V. Vasilakos, "Semi-global and global containment control of multi-agent systems with second-order dynamics and input saturation," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 26, no. 16, pp. 3460-3480, Nov. 2016. DOI: 10.1002/rnc.3515.
- [14] J. Fu, Y. Wang, G. Wen, and T. Huang, "Distributed Robust Global Containment Control of Second-Order Multiagent Systems With Input Saturations," *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, vol. 6, no. 4, pp. 1426-1437, Dec. 2019. DOI: 10.1109/TCNS.2019.2893665.



임영훈(Young-Hun Lim)

2010년 2월 단국대학교 전기공학과 공학사
2012년 2월 광주과학기술원 기전공학부 공학석사
2016년 2월 광주과학기술원 기전공학부 공학박사
2017년 9월 ~ 현재 경상국립대학교 융합전자공학부 부교수
※관심분야: 분산제어, 군집제어, 비선형제어, 포화 비선형