Journal of the Korea Industrial Information Systems Research Vol.28 No.1, Feb. 2023 :27-34
http://dx.doi.org/10.9723/jksiis.2023.28.1.027 ISSN:1229-3741

불확실성을 갖는 작업 할당 문제를 위한 표본 평균 근사법+

(Sample Average Approximation Method for Task Assignment with Uncertainty)

김 광[1)*]
(Gwang Kim)

요 약 최상의 에이전트-작업 할당을 결정하는 문제는 조합 최적화(combinatorial optimization)의 대표적인 문제이자 NP-난해(NP-hard)임이 알려져 있다. 본 연구에서는 에이전트와 작업의 할당 시 결정되는 작업 수행 확률(completion probability)이 불확실한 상황에서의 문제를 다룬다. 에이전트나 작업 내부의 요인 혹은 시스템 외적인 요소로 인한 작업 수행 확률은 고정적이기보다 불확실성을 갖는 것이 일반적이다. 불확실성을 고려하지 않은 할당 결정은 변동성이 있는 현실 상황에서 효과적이지 않은 결정이 될 수 있다. 작업 수행 확률의 불확실성을 수학적으로 반영하기 위해 본 연구에서는 추계적 계획법(stochastic programming)을 활용한 수리 모형을 제시한다. 본 연구에서는 효율적으로 문제를 풀기 위해 표본 평균 근사법(sample average approximation)을 활용한 알고리즘을 제안한다. 본 문제 해결 방법론을 이용해 효과적인 할당 결정과 상한값과 하한값을 구할 수 있고, 결과의 성능을 확인하기 위해 최적 격차(optimality gap)와 분산을 실험을 통해 제시한다. 이를 통해 알고리즘으로 구한 할당 결정의 우수성 및 강건성을 보인다.

핵심주제어: 에이전트-작업 할당 문제, 추계적 계획법, 표본 평균 근사법, 조합 최적화

Abstract The optimal assignment problem between agents and tasks is known as one of the representative problems of combinatorial optimization and an NP-hard problem. This paper covers multi agent-multi task assignment problems with uncertain completion probability. The completion probabilities are generally uncertain due to endogenous (agent or task) or exogenous factors in the system. Assignment decisions without considering uncertainty can be ineffective in a real situation that has volatility. To consider uncertain completion probability mathematically, a mathematical formulation with stochastic programming is illustrated. We also present an algorithm by using the sample average approximation method to solve the problem efficiently. The algorithm can obtain an assignment decision and the upper and lower bounds of the assignment problem. Through numerical experiments, we present the optimality gap and the variance of the gap to confirm the performances of the results. This shows the excellence and robustness of the assignment decisions obtained by the algorithm in the problem with uncertainty.

Keywords: Agent-Task assignment problem, Stochastic programming, Sample average approximation, Combinatorial optimization

* Corresponding Author: gwangkim91@chosun.ac.kr
+ 이 논문은 2022학년도 조선대학교 학술연구비의 지원을 받아 연구되었음.

Manuscript received November 22, 2022 / revised December 27, 2022 / accepted December 29, 2022
1) 조선대학교 경영학부, 제1저자, 교신저자

1. 서 론

다수의 에이전트가 존재하고 각 에이전트가 여러 작업 중 하나의 작업에 할당되는 문제를 '다수 에이전트-다수 작업 할당 문제'라 한다. 작업자 할당, 교통 관리, 위험 요소 감지, 시스템 모니터링 등 다양한 분야에 현실적인 문제로 적용될 수 있다 (Lee & Shin, 2016; Sun et al., 2017; Huang et al., 2018; Qu et al., 2019; Lee et al., 2021). 각 에이전트는 하나의 작업에 할당되는 단순한 문제인 것처럼 보이나, 시스템 측면에서는 문제의 상황과 목표에 따라 에이전트 간 상호작용이 발생하고 이를 고려한 하나의 조직화된(coordinated) 할당 결정을 진행해야 한다.

본 연구에서 진행하는 할당 문제는 각 에이전트가 하나의 작업에 할당 시 그 작업을 수행하는 데 있어, 수행 완료 확률(completion probability)이 존재한다. 모든 작업의 수행 확률의 합을 최대화하는 할당 문제는 조합 최적화(combinatorial optimization)로 표현되며, 목적함수는 아래 오목 증가(concave down decreasing)로 비선형을 나타낸다. 이러한 최적화 문제는 NP-난해(NP-hard)임이 알려져 있고(Nemhauser et al., 1978; Fisher et al., 1978), 이를 해결하기 위해 유전 알고리즘, 하이브리드 교차-엔트로피 알고리즘 등 다양한 휴리스틱 기반 알고리즘이 제안되고 있다 (Li et al., 2015; Bai et al., 2018, Yun and Chuluunsukh, 2019; Kim, 2022).

수행 완료 확률이 고정적인 할당 문제도 NP-난해이지만, 현실적으로는 수행 확률값에 불확실성(uncertainty)이 존재하는 더 복잡한 구조이다. 시스템 내 구성요소인 에이전트 혹은 작업 자체의 불확실성이 존재하거나 할당 시간, 장소, 상황 등 시스템 외적인 요소로 인한 작업 수행 확률은 달라질 가능성이 크다. 예를 들어, 드론을 이용한 감지 문제를 군사적인 상황에서 다루었을 때, 에이전트인 드론의 감지 능력은 드론 자체의 기계적인 결함 혹은 시간 및 장소, 적군의 대응 등 다양한 요인에 의해 달라질 수 있다 (Le Thi et al., 2012). 이를 고려하지 않고 고정된 수행 확률값을 가지고 문제를 풀게 되면, 때에 따라 그 할당 결정은 목표를 반영하지 못한 무의미한 결정이 될 수 있다. 그러므로, 수행 확률값의 불확실성을 반영해 문제를 재구성하고, 기존과는 다른 문제 해결 접근 방법이 필요하다.

본 연구에서는 불확실한 작업 수행 확률을 갖는 할당 문제를 추계적 계획법(stochastic programming)으로 푼다. 추계적 계획법은 불확실한 요소를 반영한 최적화 문제를 모형화하기 위한 프레임워크로 알려져 있다(Ruszczyński & Shapiro, 2003). 추계적 계획법 기반 수리적 모형을 제시하고, 불확실한 수행 확률값에서 평균적인 할당 성능을 최대화하는 강건한(robust) 의사결정을 찾는 문제를 푼다.

불확실성을 갖는 할당 문제를 해결하기 위해 본 연구에서는 표본 평균 근사(sample average approximation, SAA)법을 활용한 알고리즘을 제안한다. 표본 평균 근사법은 추계적 계획법으로 표현된 최적화 문제를 풀기 위해 몬테카를로 시뮬레이션 (Monte Carlo simulation) 기반의 문제 해결 방법론으로 알려져 있다 (Kleywegt et al., 2002). 표본 평균 근사법은 이동 경로 문제, 공급망 네트워크, 스케줄링 등 불확실한 요소를 반영한 최적화 문제에서 다루어졌다 (Verweij et al., 2003;. Schütz et al., 2009; Mancilla & Storer, 2012; Li & Zhang, 2018)

본 할당 문제를 해결하기 위해 제안한 SAA 기반 알고리즘의 성능이 우수한지를 평가하기 위해 수치 실험을 제시한다. 알고리즘을 통해 할당 문제의 상한/하한 값(upper/lower bounds)을 구하고, 이들의 최적 격차(optimality gap)와 격차의 분산을 제시한다. 이를 통해, 알고리즘의 성능을 평가하고 분석한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 작업 수행 확률의 불확실성을 고려한 다수 에이전트-다수 작업 할당 문제를 정의하고, 추계적 계획법을 활용해 본 문제의 수리적 모형을 제시한다. 3장에서는 본 할당 문제의 문제 해결 방법론인 표본 평균 근사법을 활용한 알고리즘을 제시 및 설명한다. 4장에서는 수치 실험을 통해 최적 격차와 격차의 분산을 제시하고 이를 통해 알고리즘의 성능을 평가한다. 마지막 5장에서는 본 연구의 결론을 제시한다.

2. 불확실성을 고려한 다수 에이전트-다수 작업 할당 문제의 수리적 모형

2.1 할당 문제의 수리적 모형

작업 수행 확률값이 고정적일 때의 문제는 다음과 같이 정의할 수 있다. 이분 그래프(bipartite graph)를 활용해 설명하면 다음과 같다. Fig. 1은 이분 그래프 $G=(A,T,E)$의 예시이다.

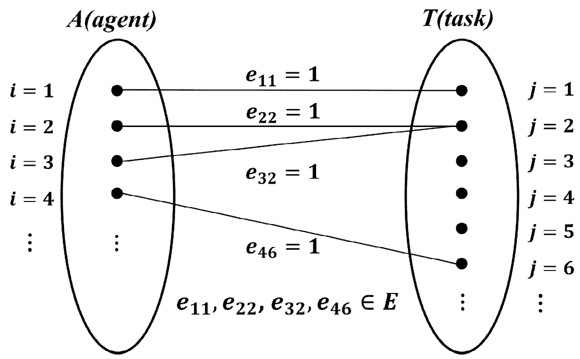

Fig. 1 Example of Bipartite Graph

A는 에이전트의 집합을, T는 작업의 집합을 나타낸다. 하나의 에이전트와 하나의 작업을 서로 잇는 변(edge)의 집합은 E로 나타낸다. 변 e_{ij}는 에이전트 i와 작업 j간의 관계를 나타내며, 이 값이 1인 경우는 할당이 되어 작업을 수행하는 것이며, 그렇지 않으면 0의 값을 나타내는 이진 변수(binary variable)로 표현한다. 각 에이전트는 하나의 작업에만 할당되므로 본 할당 문제의 제약조건을 식 (1)처럼 제시할 수 있다. $|T|$는 집합 T의 원소의 개수를 의미한다.

$$\sum_{j=1}^{|T|} e_{ij} = 1,\ \forall i \in A \qquad (1)$$

식 (1)을 만족하는 변의 집합을 $\overline{E}$라고 할 때, 이는 본 할당 문제의 가능해를 의미한다. 다른 에이전트를 제외하고 에이전트 i가 작업 j에 단독으로 할당되어 작업을 수행할 때, 수행 완료 확률을 p_{ij}라고 하자. 작업 j에 할당된 에이전트에 따른 작업 수행 확률 $P_j(\overline{E})$는 식 (2)와 같다.

$$P_j(\overline{E}) := 1 - \prod_{i=1 \mid e_{ij}=1}^{|A|} (1-p_{ij}),\ \forall j \in T \quad (2)$$

식 (2)에서 제시하는 $P_j(\overline{E})$는 작업 j에 할당되는 에이전트의 수가 많을수록 작업의 수행 완료 확률은 증가하지만, 그 증가율은 점점 감소한다는 특징을 가지고 있다. 모든 작업의 작업 수행 확률을 총 합인 $\sum_{j=1}^{|T|} P_j(\overline{E})$가 본 할당 문제의 목적함수가 되고, 이를 최대화(maximization)하는 $\overline{E}$를 찾는 것이 목표이다. 식 (2)는 비선형의 형태를 나타내고 있고, 조합 최적화의 구성을 하고 있다. 이는 NP-난해 문제임이 알려져 있다 (Nemhauser et al., 1978; Fisher et al., 1978). 본 연구에서는 p_{ij}값의 불확실성을 고려한 현실적인 다수 에이전트-다수 작업 할당 문제를 2.2에서 정의한다.

2.2 불확실한 작업 수행 확률을 고려한 할당 문제의 수리적 모형

에이전트 i가 작업 j를 단독으로 수행할 때의 수행 완료 확률 p_{ij}는 시스템 내/외적인 요소로 인해 값이 변동될 확률이 높다. 불확실한 작업 수행 확률을 고려한 문제를 정의한다. W는 존재할 수 있는 모든 시나리오의 집합이라고 하자. 시나리오 $w(w \in W)$에 따른 수행 완료 확률 p_{ijw}를 정의할 수 있고, $p_{ijw} \in [l_{ij}, u_{ij}]$라는 범위를 따른다고 하자.

본 할당 문제의 목적은 불확실한 작업 수행 확률 하에서 평균적인 할당 성능을 최대화하는 에이전트-작업 할당 결정을 하는 것이다. $\overline{E}$라는 할당에서 시나리오 w에서의 작업 j의 작업 수행 확률을 $P_j(\overline{E}, w)$라 하면, 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_j(\overline{E}, w) := 1 - \prod_{i=1 \mid e_{ij}=1}^{|A|} (1 - p_{ijw}), \quad \forall j \in T, w \in W \tag{3}$$

$\overline{E}$라는 할당에서 작업 j의 평균 작업 수행 확률은 $E_w[P_j(\overline{E}, w)]$가 된다. 만약 시나리오 w의 확률이 c_w이면, $E_w[P_j(\overline{E}, w)] = \sum_{w \in W} c_w \times P_j(\overline{E}, w)$가 된다. 그러므로, 본 할당 문제의 목적함수는 $\sum_{j=1}^{|T|} E_w[P_j(\overline{E}, w)]$이고, 이를 최대화하는 에이전트-작업 할당 $\overline{E}$를 구하는 문제를 푼다.

불확실한 작업 수행 확률을 고려해 평균적인 성능이 가장 높은 할당을 결정하는 본 문제는 추계적 계획법이라 할 수 있다. 추계적 계획법을 활용해 할당 문제의 강건한(robust) 의사결정을 찾는 것을 목표로 하며, 이는 불확실한 요소 및 변동성이 있는 환경에서 중요성이 강조된다. 3장에서는 불확실성을 갖는 본 할당 문제를 해결하기 위한 문제 해결 방법론을 소개한다.

3. 표본 평균 근사법을 활용한 알고리즘

추계적 계획법 기반의 본 할당 문제를 풀기 위해서는 모든 시나리오 W의 정보를 알아야 한다. 하지만, 시나리오 집합 W의 원소 개수가 기하급수적으로 증가한다면 이를 직접 구해 계산하는 과정은 효율적이지 않다. 본 연구에서는 표본 평균 근사법을 활용한 알고리즘을 제안한다. 표본 평균 근사법은 몬테카를로 시뮬레이션(Monte Carlo simulation) 기반의 문제 해결 방법론이다. 기댓값으로 표현된 본 할당 문제의 목적함수를 임의의 N개의 시나리오 샘플($w_1, w_2, \ldots, w_N$)을 활용해 식 (4)와 같이 근사한다.

$$\sum_{j=1}^{|T|} E_w[P_j(\overline{E}, w)] \approx \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} \sum_{j=1}^{|T|} P_j(\overline{E}, w_k) \tag{4}$$

표본 평균 근사법을 활용한 알고리즘에서는 식 (4)를 목적함수로 활용해 문제를 해결한다. 본 할당 문제를 해결하기 위한 표본 평균 근사법을 활용한 알고리즘(**Alg. 1**)은 다음과 같다.

Alg. 1 표본 평균 근사법을 활용한 알고리즘

Step 1. (초기화)

샘플 사이즈 N_1과 N_2를 결정;

알고리즘의 반복 횟수인 M을 결정;

Step 2. (할당 문제의 상한값(UB) 구하기)

For $m = 1, 2, \ldots, M$

N_1개의 시나리오 샘플을 생성;

$\frac{1}{N_1} \sum_{k=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{|T|} P_j(\overline{E}, w_k)$을 최대화하는 $\overline{E}$ 찾기;

E_{OPT}^m, R_{OPT}^m은 $\overline{E}$와 목적함수 값을 의미;

$UB \leftarrow \frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} R_{OPT}^m$;

$\sigma_1^2 \leftarrow \frac{1}{(M-1)M} \sum_{m=1}^{M} (R_{OPT}^m - UB)^2$

M개의 E_{OPT}^m 중 R_{OPT}^m값을 최대로 갖는 E_{OPT}^m를 $\hat{E}$라고 하자;

Step 3. (할당 문제의 하한값(LB) 구하기)

N_2개의 시나리오 $w_1, w_2, \ldots, w_{N_2}$ 생성;

Step 2.에서 구한 $\hat{E}$를 활용하여

$\sum_{j=1}^{|T|} P_j(\hat{E}, w_1)$, … , $\sum_{j=1}^{|T|} P_j(\hat{E}, w_{N_2})$ 구하기;

$LB \leftarrow \frac{1}{N_2} \sum_{k=1}^{N_2} P_j(\hat{E}, w_k)$;

$\sigma_2^2 \leftarrow \frac{1}{(N_2-1)N_2} \sum_{k=1}^{N_2} [P_j(\hat{E}, w_k) - LB]^2$

Step 4. (최종 할당 결정 및 결과값 구하기)

Step 2에서 구한 $\hat{E}$가 최종 할당(해);

$GAP \leftarrow UB - LB$; ($\hat{E}$의 최적 격차)

$\sigma_{GAP}^2 \leftarrow \sigma_1^2 + \sigma_2^2$; (격차의 분산)

Step 1.에서의 샘플 사이즈 N_1과 N_2와 알고리즘의 반복 횟수 M의 결정은 상충관계(trade-off)가 존재한다. 값이 클수록 알고리즘의

정확도는 높아지지만, 더 많은 계산 시간을 요구하기 때문에 적절한 값을 찾는 것이 중요하다. Step 2.에서 N_1개의 시나리오 샘플을 생성하고 이를 최대화하는 $\overline{E}$를 찾을 때는 브루트-포스(brute-force) 알고리즘을 사용한다. 이는 모든 가능한 경우의 수를 분석하는 것으로 본 할당 문제에서는 $|T|^{|A|}$번 계산 횟수가 발생한다. M개의 문제에서 구한 목적함수 최적값의 평균이 본 할당 문제의 상한값(UB)가 된다. 이는 Kleywegt et al. (2002)에서 증명과정이 설명되어 있어 참고하기 바란다. σ_1^2은 M개의 최적값의 분산을 의미한다. Step 3.에서는 하나의 가능해 $\hat{E}$를 활용하여, 본 할당 문제의 하한값(LB)을 계산하고, 분산인 σ_2^2 역시 구한다. Step 4.에서는 본 알고리즘을 통해 구한 최종 할당 결정($\hat{E}$)과 결과의 성능을 확인하기 위해 $\hat{E}$의 최적 격차(GAP)와 격차의 분산(σ_{GAP}^2)을 제시한다. 4장에서는 다양한 수치 실험을 제시, 할당 문제를 해결하는 데 사용된 알고리즘의 성능을 비교/분석한다.

4. 수치실험

4.1 실험 설정

불확실한 작업 수행 확률을 고려한 할당 문제는 추계적 계획법으로 표현되고, 평균적인 에이전트-작업 할당 성능의 최대화를 목적으로 한다. 문제를 해결하기 위해 본 연구에서는 표본 평균 근사법을 활용한 알고리즘(**Alg. 1**)을 제안하였다. **Alg. 1**의 성능을 분석하기 위해 다양한 수치 실험을 제시한다. 불확실한 작업 수행 확률을 본 문제에서는 p_{ijw}로 표현하고, 본 실험에서는 $p_{ijw} \in [l_{ij}, u_{ij}]$를 따르며, 균일분포(uniform distribution)를 따른다고 가정한다 (Kleywegt et al. (2002); Li & Zhang, 2018). **Alg. 1**을 통해 할당 문제의 상한값과 하한값의 최적 격차와 분산을 통해 알고리즘의 우수성을 보인다.

실험에 앞서 **Alg. 1**의 Step 1.에서 설정해야 할 샘플 사이즈 N_1과 N_2 그리고 알고리즘의 반복 횟수인 M값을 문제마다 정해진 값이 존재하여야 한다. N_1, N_2 그리고 M은 값이 커질수록 더 많은 샘플을 사용해 할당을 결정하기 때문에 좀 더 강건한 결과를 얻을 수 있지만, 더 많은 계산을 요구한다. 이러한 상충관계(trade-off)를 실험을 통해 살펴본다. 본 실험에서 사용할 값들은 Table 1에서 제시하고, 이 값들에 따른 실험 결과의 차이를 비교한다. 본 할당 문제에서는 하나의 작업에 여러 에이전트가 할당되는 상황을 반영하고자 $|A| > |T|$로 설정하고, 이 역시 Table 1에서 제시한다.

Table 1 Parameter setting

Parameter	Setting Value
$(\|A\|, \|T\|)$	Case 1: (7, 3) Case 2: (10, 4)
p_{ijw}	U[0.3, 0.7]
$(N_1,\ N_2)$	(5, 5), (10, 10), (20, 20)
M	5, 10, 20

4.2 실험 결과분석

불확실한 작업 수행 확률을 고려한 에이전트-작업 할당 문제에 대한 수치 실험은 동일한 컴퓨터 환경(CPU: Intel(R) Core(TM) i5-10500, RAM: 16GB, OS: Windows 10)에서 진행되었고, ‘Python 3’ 프로그래밍 언어를 기반으로 표본 평균 근사법을 활용한 알고리즘을 고안하였다.

N_1, N_2 그리고 M값에 따른 실험 결과는 Case 1의 경우 Table 2에서 제시되고, Case 2의 경우는 Table 3에서 제시된다. 각 표에서 제시한 결과값은 10번의 실험을 통해 구한 값들의 평균값으로 제시한다. p_{ijw}값이 U[0.3, 0.7]로 불확실성을 갖는 상황에서 **Alg. 1**의 성능이 우수한지를 GAP과 σ_{GAP}^2을 활용해 평가한다. Case 1과 Case 2 경우 UB값과 LB값을 통해 확인할 수 있듯이, 모두 5%의 미만의 최적 격차 비율

을 보였다. $UB-LB$를 의미하는 GAP은 N_1, N_2 그리고 M값이 증가하면서 전반적으로 유지되거나 줄어드는 경향을 보였으나, 간혹 평균적인 GAP이 증가하는 경우도 발견할 수 있다. 이는 무작위로 제시되는 p_{ijw}값의 편차가 커질 경우 GAP도 증가할 수 있는 확률이 높을 수 있으나, 이는 실험 횟수를 증가하면 발생 확률을 낮출 수 있다.

σ^2_{GAP}도 마찬가지로 N_1, N_2 그리고 M값이 증가하면서 감소하는 경향을 보인다. R^m_{OPT}과 $\sum_{j=1}^{|T|} P_j(\hat{E}, w_k)$을 활용해 UB와 LB를 추정하게 되는데, N_1, N_2 그리고 M값이 증가하면서 좀 더 평균값에 가까운 값들로 구성이 되고, 이는 σ^2_{GAP}의 감소를 나타낼 수 있다. Case 1과 Case 2에서의 평균적인 σ^2_{GAP}은 0.0005부터 0.0039로 평균 GAP에 충분히 작은 값을 보여 **Alg. 1**을 통해 구한 해의 강건성을 보장할 수 있고, N_1, N_2 그리고 M값이 증가하면서 강건성은 더욱 증가함을 알 수 있다. 하지만, 샘플 사이즈와 반복 횟수의 증가는 계산 시간의 증가로도 이어질 수 있어 적절한 N_1, N_2 그리고 M값을 통한 문제 해결이 중요하다.

Table 2 Experiment Results in terms of N_1, N_2, and M (Case 1)

(N_1, N_2)	M	UB	LB	GAP $(UB-LB)$	σ^2_{GAP}	Time
(5, 5)	5	2.47	2.39	0.08	0.0035	0.54
(5, 5)	10	2.48	2.42	0.06	0.0016	1.08
(5, 5)	20	2.49	2.43	0.06	0.0013	2.16
(10, 10)	5	2.46	2.39	0.07	0.0024	1.04
(10, 10)	10	2.46	2.40	0.06	0.0014	2.22
(10, 10)	20	2.46	2.40	0.06	0.0009	4.39
(20, 20)	5	2.43	2.37	0.06	0.0007	2.18
(20, 20)	10	2.43	2.36	0.07	0.0007	4.33
(20, 20)	20	2.43	2.37	0.06	0.0005	8.69

Table 3 Experiment Results in terms of N_1, N_2, and M (Case 2)

(N_1, N_2)	$\|M\|$	UB	LB	GAP $(UB-LB)$	σ^2_{GAP}	Time
(5, 5)	5	2.78	2.65	0.13	0.0039	19.13
(5, 5)	10	2.76	2.66	0.10	0.0023	38.70
(5, 5)	20	2.77	2.67	0.10	0.0019	77.93
(10, 10)	5	2.75	2.66	0.09	0.0032	38.49
(10, 10)	10	2.75	2.66	0.09	0.0025	76.36
(10, 10)	20	2.74	2.67	0.07	0.0020	152.54
(20, 20)	5	2.74	2.66	0.08	0.0019	75.95
(20, 20)	10	2.74	2.66	0.08	0.0012	151.02
(20, 20)	20	2.74	2.66	0.08	0.0011	318.64

Table 4 Experiment Results in terms of p_{ijw}

p_{ijw}	GAP	σ^2_{GAP}
U[0.1, 0.9]	0.17	0.0061
U[0.2, 0.8]	0.10	0.0036
U[0.3, 0.7]	0.06	0.0014
U[0.4, 0.6]	0.04	0.0003

p_{ijw}의 범위에 따른 실험 결과는 Table 4에서 제시된다. p_{ijw}값의 가능 범위가 커질수록 작업 수행 확률에 대한 불확실성이 크다는 의미로 변동성이 큰 상황을 반영할 수 있다. Table 4에서는 N_1, N_2 그리고 M값을 10으로 설정하였고, Case 1에서 실험을 진행하였다. 기존 실험과 마찬가지로 10번의 실험의 평균값을 제시하였다. 변동성이 커질수록 GAP과 σ^2_{GAP}이 커지는 경향성을 보인다.

변동성이 커질수록 같은 실험 설정하에 강건한 의사결정을 구하기 어려울 수 있다. 하지만, 샘플 사이즈, 반복 횟수 및 최대 계산 시간을 주어진 문제 상황에 따라 설정하고 GAP과 σ^2_{GAP}값을 의사결정자의 기준에 맞추어 **Alg. 1**을 활용한다면, 불확실한 작업 수행 확률을 고려한 할당 문제의 효과적이면서 강건한 의사결정을 제시할 수 있다.

5. 결 론

본 논문에서는 최상의 에이전트-작업 할당을 결정하는 문제로 대표적인 조합 최적화(combinatorial optimization)로 알려진 문제를 진행하였다. 에이전트와 작업의 할당 시 결정되는 작업 수행 확률(completion probability)이 고정적인 할당 문제도 이미 NP-hard로 풀기 어려운 문제로 알려져 있으나, 현실에서는 이 수행 확률이 항상 고정적이지 않고 변동성을 갖는다. 시스템 내/외적인 요소로 인해 불확실성을 갖는 작업 수행 확률을 고려해 본 논문에서는 추계적 계획법(stochastic programming)을 이용해 할당 문제를 제안하였고, 평균적인 할당 성능을 최대화하는 강건한(robust) 의사결정을 구하는 문제로 진행하였다.

작업 수행 확률에 불확실성을 반영한 할당 문제를 해결하기 위해 본 논문에서는 표본 평균 근사(sample average approximation, SAA)법을 활용한 알고리즘을 제안하였다. 제안한 문제 해결 방법론을 평가하기 위해 다양한 데이터 상황을 고려한 수치 실험을 제시하였다. **Alg. 1**을 통해 할당 문제의 해를 구할 수 있었고, 상한/하한 값의 격차 및 격차의 분산을 계산하여 구한 할당 결정의 우수성 및 강건성을 확인할 수 있었다.

본 연구에서 제안한 알고리즘은 이동 경로 문제, 공급망 네트워크, 스케줄링 등 불확실한 요소를 반영한 최적화 문제에서 다룰 수 있는 활용성이 높은 알고리즘이다. 하지만, 데이터의 개수 및 알고리즘에서 사용되는 샘플 사이즈 및 반복 횟수가 커질수록 문제 해결에 필요한 계산 시간이 급증할 수 있어, 더 효율적인 문제 해결 방법론 개발이 추후 연구 방향으로 다루어질 수 있다.

References

Bai, X., Yan, W., Ge, S. S., & Cao, M. (2018). An integrated multi-population genetic algorithm for multi-vehicle task assignment in a drift field. *Information Sciences*, 453, 227-238.

Fisher, M. L., Nemhauser, G. L., & Wolsey, L. A. (1978). An analysis of approximations for maximizing submodular set functions—II. Berlin, Heidelberg. *Polyhedral combinatorics,* pp. 73-87.

Huang, L., Qu, H., & Zuo, L. (2018). Multi-type UAVs cooperative task allocation under resource constraints. *IEEE Access*, 6, 17841-17850.

Kim, G. (2022). Multi agent-multi tasks assignment problem using hybrid cross-entropy algorithm. *Journal of the Korea Industrial Information Systems Research*, 27(4), 37-45.

Kleywegt, A. J., Shapiro, A., & Homem-de-Mello, T. (2002). The sample average approximation method for stochastic discrete optimization. *SIAM Journal on Optimization*, 12(2), 479-502.

Le Thi, H. A., Nguyen, D. M., & Dinh, T. P. (2012). Globally solving a nonlinear UAV task assignment problem by stochastic and deterministic optimization approaches. *Optimization Letters*, 6(2), 315-329.

Lee, J.H. & Shin M.I (2016), Stochastic Weapon Target Assignment Problem under Uncertainty in Targeting Accuracy, *The Korean Operations Research and Management Science Society*, 41(3), 23-36.

Lee, J., Kim, G., & Moon, I. (2021). A mobile multi-agent sensing problem with submodular functions under a partition matroid. *Computers & Operations Research*, 132, 105265.

Li, X., & Zhang, K. (2018). A sample average approximation approach for supply chain network design with facility disruptions. *Computers & Industrial Engineering*, 126, 243-251.

Li, J. J., Zhang, R. B., & Yang, Y. (2015). Meta-heuristic ant colony algorithm for multi-tasking assignment on collaborative AUVs. *International Journal of Grid and Distributed Computing*, 8(3), 135-144.

Mancilla, C., & Storer, R. (2012). A sample average approximation approach to stochastic appointment sequencing and scheduling. *IIE Transactions*, 44(8), 655-670.

Nemhauser, G. L., Wolsey, L. A., & Fisher, M. L. (1978). An analysis of approximations for maximizing submodular set functions—I. *Mathematical programming*, 14(1), 265-294.

Qu, G., Brown, D., & Li, N. (2019). Distributed greedy algorithm for multi-agent task assignment problem with submodular utility functions. *Automatica*, 105, 206-215.

Ruszczyński, A., & Shapiro, A. (2003). Stochastic programming models. *Handbooks in operations research and management science*, 10, 1-64.

Schütz, P., Tomasgard, A., & Ahmed, S. (2009). Supply chain design under uncertainty using sample average approximation and dual decomposition. *European journal of operational research*, 199(2), 409-419.

Sun, X., Cassandras, C. G., & Meng, X. (2017, December). A submodularity-based approach for multi-agent optimal coverage problems. *2017 IEEE 56th Annual Conference on Decision and Control* (CDC), pp. 4082-4087.

Verweij, B., Ahmed, S., Kleywegt, A. J., Nemhauser, G., & Shapiro, A. (2003). The sample average approximation method applied to stochastic routing problems: a computational study. *Computational optimization and applications*, 24(2), 289-333.

Yun, Y.S. & Chuluunsukh, A. (2019). Green Supply Chain Network Model: Genetic Algorithm Approach. *Journal of the Korea Industrial Information Systems Research*, 24(3), 31-38.

김 광 (Gwang Kim)
- 서울대학교 산업공학과 공학사
- 서울대학교 산업공학과 공학박사
- (현재) 조선대학교 경상대학 경영학부 조교수
- 관심분야: 생산운영관리, 최적화, 문제 해결 방법론 및 알고리즘 개발 등