한국항행학회논문지
Journal of Advanced Navigation Technology

응용 및 융합 기술

J. Adv. Navig. Technol. 27(6): 871-876, Dec. 2023

이산 시변 구간 시스템의 비구조화된 불확실성과 시변 지연시간 상태변수 불확실성의 안정범위

Stability Bounds of Unstructured and Time-Varying Delayed State Uncertainties for Discrete Interval Time-Varying System

한 형 석
가천대학교 전자공학부

Hyung-seok Han
Divisiont of Electronic Engineering, Gachon University, Sungnam 13120, Korea

[요 약]

본 논문에서는 시변 지연 시간이 있는 선형 이산 시변 구간 시스템에 두 가지의 불확실성이 동시에 존재하는 경우에 대하여 안정조건을 다룬다. 구간 시스템은 시스템 행렬들이 구간행렬의 형태로 주어지는 시스템으로 본 논문에서는 이러한 구간 시스템 행렬과 상태변수의 지연 시간이 시변인 특성을 갖는 시스템을 대상으로 한다. 비선형성을 포함하며 그 크기만을 알 수 있는 비구조화된 불확실성과 지연상태변수의 시스템 행렬 불확실성이 동시에 존재하는 경우의 시스템 안정조건을 제안한다. 두가지 종류의 불확실성에 대하여 안정 유지 가능한 크기를 해석적인 수식으로 유도한다. 제안된 안정조건과 안정 보장 크기는 기존의 다양한 선형 이산 시스템에 대한 안정 조건들을 포함할 수 있으며, 시변 지연시간 변동 크기, 불확실성의 크기들과 구간행렬의 범위 등의 값을 모두 조건식에 포함하게 된다. 새로운 안정범위는 수치예제를 통하여 이전의 결과와 비교하며 효용성과 우수성을 검증한다.

[Abstract]

In this paper, we deal with the stable conditions when two uncertainties exist simultaneously in a linear discrete time-varying interval system with time-varying delay time. The interval system is a system in which system matrices are given in the form of an interval matrix, and this paper targets the system in which the delay time of these interval system matrices and state variables is time-varying. We propose the system stability condition when there is simultaneous unstructured uncertainty that includes nonlinearity and only its magnitude and uncertainty in the system matrix of delayed state variables. The stable bounds for two types of uncertainty are derived as an analytical equation. The proposed stability condition and bounds can include previous stability condition for various linear discrete systems, and the values such as time-varying delay time variation size, uncertainty size, and range of interval matrix are all included in the conditional equation. The new bounds of stability are compared with previous results through numerical example, and its effectiveness and excellence are verified.

Key word : Discrete system, Stability condition, Stability bound, Time-varying interval, Unstructured uncertainties.

https://doi.org/10.12673/jant.2023.27.6.871

Received 22 November 2023; **Revised** 5 December 2023
Accepted (Publication) 13 December 2023 (29 December 2023)

***Corresponding Author; Hyung-seok Han**

Tel: +82-31-750-5561
E-mail: hshan@gachon.ac.kr

Ⅰ. 서 론

이산시간시스템에서 불확실성과 시간지연 상태변수가 안정성에 미치는 영향은 많은 연구자들에 의해 연구되어 왔다 [1], [2]. 이들 연구들은 대상 시스템을 여러 가지 형태로 모델링하여 진행되었으며, 시스템 행렬의 시간에 대한 특성, 지연시간의 특성, 불확실성의 특성 등에 따라 많은 결과들이 발표되었다 [3]-[8]. 구간행렬에 속한 임의의 행렬이 시스템 행렬로 정의되는 시스템 모델에 대하여 시스템 안정성을 연구한 결과들도 제시되었으나, 기존 결과에서 고려된 구간 시스템의 수학적 모델은 여러 한계점을 갖는다. 시변 시스템 행렬에 대한 것만 고려하여 안정 조건을 유도하거나 [7], 지연 상태변수의 안정 크기를 유도[8]하는 등의 결과는 제시된 바 있으나 비선형성을 포함하는 불확실성에 대한 부분까지 고려한 결과는 제시된 바가 없다. 시스템 행렬과 지연 상태 변수 행렬이 모두 시불변인 경우는 [9]에서 지연 상태변수 시스템 행렬의 안정범위를 제안한 바 있으나 시변 행렬에 대한 것은 고려하지 못하였다.

본 논문에서는 시스템 행렬이 시변으로 일정 구간에서 변동하는 시스템에 대하여, 시변 지연시간이 있는 지연 상태변수에 대한 시변 불확실성의 안정 크기 [7], [8], [10] 와 함께 비구조화된 불확실성에 대한 안정 크기를 동시에 구할 수 있는 방법을 제안한다. 제안된 결과는 이전의 결과[7]-[10]에서 다루지 못한 비구조화된 불확실성에 대한 것이며, 비구조화된 불확실성의 안정범위를 포함하여 새로운 안정조건과 안정범위를 제시한다. 제시된 조건은 기존 결과들[5]-[8]를 모두 포함하는 것으로 기존과 같은 리아프노프 함수를 이용하여 지연시간 독립 (delay-independent)의 매우 간단한 수식으로 표현되며 기존의 안정조건[7], [8] 을 모두 포함하는 결과이다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서는 기존 결과를 요약하고, III장에서는 새로운 안정조건을 리아프노프 이론을 이용하여 제시하며, IV장에서 기존 수치 예제에 대하여 새로운 조건을 적용하고 그 결과를 제시한다.

본 논문에서 사용하는 기호로는 $R^{n\times m}$는 실수 행렬 요소를 갖는 $n\times m$ 행렬이며, $\|X\|$는 행렬 X의 스펙트랄 노옴 (spectral norm), ($\|X\|: X^TX$행렬의 최대 고유치의 제곱근)을 의미하며, $X>0$는 대칭행렬 X가 양의 정칙 (positive definite), $A=[a_{ij}]$는 행렬 요소 값 a_{ij} 로 구성된 행렬. $|A|=[|a_{ij}|], A\le_e B$는 행렬 요소별 부등식을 나타내며, I_n는 $n\times n$ 차원의 단위행렬 (identity matrix)을 의미한다.

Ⅱ. 기존의 안정 범위 결과

다음과 같은 구간 시변 이산 시스템[8]을 고려한다.

$$x(k+1)=A(k)x(k)+E(k)x(k-d(k)) \tag{1}$$
$$A(k)\in[A^-,A^+]\subset R^{n\times n}$$

$$A^-\le_e A^-\le_e A^+ (a_{ij}^-\le a_{ij}\le a_{ij}^+)\ \forall i,j \tag{2}$$
$$\|E(k)\|<\mu$$
$$0\le d_m\le d(k)\le d_M\ \forall k$$

여기서, 시스템 행렬인 $A(k)$ 는 시변으로 고려되고 $E(k)$는 비구조화된 형태의 지연상태변수 불확실성을 의미하며 그 크기만을 알 수 있다. 참고문헌 [5]와 같이 다음의 행렬을 정의한다.

$$F=[f_{ij}],\ f_{ij}=\max(|a_{ij}^-|,|a_{ij}^+|)\ \forall i,j \tag{3}$$

기존 결과1 [8]: 주어진 $\epsilon>0, d_M-d_m\ge 0$에 대하여 다음을 만족하고

$$-R=\frac{(1+\epsilon^{-1})\|F\|^2-1}{1+d_M-d_m}I_n<0 \tag{4}$$

다음의 부등식을 만족하면 식 (1),(2)의 시스템은 안정하다.

$$\|F\|+\sqrt{1+d_M-d_m}\,\mu<1 \tag{5}$$

기존 결과 2 [8] : 다음의 부등식을 만족하면 시스템 (1),(2)은 안정하다.

$$0<\mu<\frac{1-\|F\|}{\sqrt{1+d_M-d_m}} \tag{6}$$

보조정리 1 [11] :임의의 벡터 x,y와 양의 상수 ϵ 에 대하여 식 (7)가 성립한다.

$$2x^Ty\le\epsilon^{-1}x^Tx+\epsilon y^Ty \tag{7}$$

보조정리 2 [11] : $|X|\le_e Y$ 를 만족하는 정방행렬 X,Y 에 대하여 다음의 관계식이 성립한다.

$$\|X\|\le\||X|\|\le\|Y\| \tag{8}$$

Ⅲ. 새로운 안정 범위

본 장에서는 수식(1)의 시스템을 확장하여 비선형성까지도 포함할 수 있는 비구조화된 불확실성 $f(x(k),k)$을 갖는 시변 구간시스템을 다음과 같이 고려한다.

$$x(k+1)=A(k)x(k)+E(k)x(k-d(k)) + f(x(k),k) \tag{9}$$

$$||E(k)||<\mu,\ \|f(x(k),k)\|\le \eta\|x(k)\| \tag{10}$$

$$\begin{aligned}&0\le d_m\le d(k)\le d_M,\ \forall k\\&A(k)\in[A^-,A^+]\subset R^{n\times n}\\&A^-\le_e A\le_e A^+(a_{ij}^-\le a_{ij}\le a_{ij}^+)\ \forall i,j\end{aligned} \tag{11}$$

여기서, 식 (9)는 시변 지연시간을 갖는 선형 구간 시변 이산 시스템이며, 기존 연구들 [3]-[10]에서 다루지 못한 가장 포괄적인 시스템으로 앞 장에서 제시된 기존 결과들을 모두 포함할 수 있는 시스템이다.

위의 시스템에 대하여, 리아프노프 함수를 식 (12)와 같이 정의한다.

$$\begin{aligned}&V(x(k))=x^T(k)x(k)+\sum_{i=k-d(k)}^{k-1}x^T(i)Rx(i)\\&+\sum_{j=-d_M+2}^{-d_m+1}\sum_{i=k+j-1}^{k-1}x^T(i)Rx(i)=V_1+V_2+V_3\end{aligned} \tag{12}$$

여기서, 대칭행렬 R은 양의 정칙행렬로 $R>0$.

보조정리 3: 식 (9)의 시스템은 식 (12)에 정의된 리아프노프 함수와 $\epsilon>0,\ d_M-d_m\ge 0$ 에 대하여 식 (13)의 관계식을 만족한다.

$$\begin{aligned}&D\equiv 1+d_M-d_m\\&V(x(k+1))-V(x(k))=\triangle V_1+\triangle V_2+\triangle V_3\\&\le x^T(k)((1+\epsilon^{-1}+\frac{\eta}{||F||})||F||^2I_n-I_n+DR\\&\quad+(\eta^2+\eta||F||+\eta\mu)I_n)x(k)\\&\quad+x^T(k-d(k))((1+\epsilon+\frac{\eta}{\mu})\mu^2I_n-R)x(k-d(k))\end{aligned} \tag{13}$$

증명:

$$V(x(k+1))-V(x(k))=\triangle V_1+\triangle V_2+\triangle V_3 \tag{14}$$

$$x_d(k)\equiv x(k-d(k)) \tag{15}$$

$$\begin{aligned}&\triangle V_1=x^T(k+1)x(k+1)-x^T(k)x(k)\\&=x^T(k)(A(k)^TA(k)-I_n)x(k)+2x_d^T(k)E(k)^TA(k)x(k)\\&\quad+2f^T(x(k),k)E(k)x_d(k)+2f^T(x(k),k)A(k)x(k)\\&\quad+x_d^T(k)E(k)^TE(k)x_d(k)+f^T(x(k),k)f(x(k),k)\end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned}&\triangle V_2=\sum_{i=k+1-d(k+1)}^{k}x^T(i)Rx(i)-\sum_{i=k-d(k)}^{k-1}x^T(i)Rx(i)\\&=x^T(k)Rx(k)-x_d^T(k)Rx_d(k)+\sum_{i=k+1-d(k+1)}^{k-1}x^T(i)Rx(i)\\&\quad-\sum_{i=k+1-d(k)}^{k-1}x^T(i)Rx(i)\end{aligned} \tag{17}$$

[5] 에서와 같이 식 (16)을 만족한다.

$$\begin{aligned}&\triangle V_3=\sum_{j=-d_M+2}^{-d_m+1}(x^T(k)Rx(k)-x^T(k+j-1)Rx(k+j-1))\\&=(-d_m+1-(-d_M+2)+1)x^T(k)Rx(k)\\&\quad-(x^T(k-d_M+2-1)Rx(k-d_M+2-1)-\dots\\&\quad-x^T(k-d_m+1-1)Rx(k-d_m+1-1))\\&\quad=(d_M-d_m)x^T(k)Rx(k)-\sum_{i=k+1-d_M}^{k-d_m}x^T(i)Rx(i)\end{aligned} \tag{18}$$

보조정리 1과 2와 대칭행렬의 성질 $A(k)^TA(k)\le\|A(k)\|^2I_n$ $\le||F||^2I_n, E(k)^TE(k)\le||E(k)||^2I_n\le\mu^2I_n$, $f^Tf\le\eta^2\|x(k)\|^2$을 이용하면 식 (19)을 얻는다.

$$\begin{aligned}&2x_d^T(k)E(k)^TA(k)x(k)\\&\le\frac{1}{\epsilon}x^T(k)A(k)^TA(k)x(k)+\epsilon x_d^T(k)E(k)^TE(k)x_d(k),\\&2f^T(x(k),k)E(k)x_d(k)\\&\le\frac{\mu}{\eta}f^Tf+\frac{\eta}{\mu}x_d^T(k)E(k)^TE(k)x_d(k)\\&\le\eta\mu x^T(k)x(k)+\frac{\eta}{\mu}x_d^T(k)E(k)^TE(k)x_d(k),\\&2f^T(x(k),k)A(k)x(k)\le\frac{||F||}{\eta}f^Tf\\&\quad+\frac{\eta}{||F||}x^T(k)A(k)^TA(k)x(k)\\&\le\eta||F||x^T(k)x(k)+\frac{\eta}{||F||}x^T(k)A(k)^TA(k)x(k)\end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned}&V(x(k+1))-V(x(k))=\triangle V_1+\triangle V_2+\triangle V_3\\&\le x^T(k)(A(k)^TA(k)-I_n+(1+d_M-d_m)R)x(k)\\&+x_d^T(k)(E(k)^TE(k)-R)x_d(k)\\&+2x_d^T(k)E(k)^TA(k)x(k)+2f^T(x(k),k)E(k)x_d(k)\\&+2f^T(x(k),k)A(k)x(k)+f^T(x(k),k)f(x(k),k)\\&\le x^T(k)(A(k)^TA(k)-I_n+DR)x(k)\\&+x_d^T(k)(E(k)^TE(k)-R)x_d(k)\\&+\frac{1}{\epsilon}x^T(k)A(k)^TA(k)x(k)+\epsilon x_d^T(k)E(k)^TE(k)x_d(k)\\&+\eta\mu x^T(k)x(k)+\frac{\eta}{\mu}x_d^T(k)E(k)^TE(k)x_d(k)\\&+\eta||Fvert|x^T(k)x(k)+\frac{\eta}{||Fvert|}x^T(k)A(k)^TA(k)x(k)\\&+\eta^2x^T(k)x(k)\le x^T(k)((1+\epsilon^{-1}+\frac{\eta}{||Fvert|})A(k)^TA(k)-I_n\\&+DR+(\eta^2+\eta||Fvert|+\eta\mu)I_n)x(k)\\&+x_d^T(k)((1+\epsilon+\frac{\eta}{\mu})E(k)^TE(k)-R)x_d(k)\\&\le x^T(k)((1+\epsilon^{-1}+\frac{\eta}{||Fvert|})||Fvert|^2I_n-I_n+DR\\&\qquad+(\eta^2+\eta||Fvert|+\eta\mu)I_n)x(k)\\&\quad+x_d^T(k)((1+\epsilon+\frac{\eta}{\mu})\mu^2I_n-R)x_d(k)\\&\le x^T(k)((1+\epsilon^{-1}+\frac{\eta}{||Fvert|})A(k)^TA(k)-I_n+DR\\&+(\eta^2+\eta||Fvert|+\eta\mu)I_n)x(k)\\&+x_d^T(k)((1+\epsilon+\frac{\eta}{\mu})E(k)^TE(k)-R)x_d(k)\end{aligned} \tag{20}$$

$$\le x^T(k)((1+\epsilon^{-1}+\frac{\eta}{||Fvert|})||Fvert|^2 I_n - I_n + DR$$
$$+(\eta^2+\eta||Fvert|+\eta\mu)I_n)x(k)+x_d^T(k)((1+\epsilon+\frac{\eta}{\mu})\mu^2 I_n - R)x_d(k)$$

위의 보조정리 3을 이용하면 다음과 같은 안정조건을 얻을 수 있다.

정리 1: 수식 (9), (10), (11)의 시변 지연시간과 불확실성을 갖는 시변 구간 시스템은 식 (3)의 행렬과 $D \equiv 1+d_M-d_m$에 대하여 다음 조건을 만족하면 점근안정하다.

$$-R=\frac{(1+\epsilon^{-1}+\frac{\eta}{||F||})||F||^2 I_n - I_n + (\eta^2+\eta||F||+\eta\mu)I_n}{1+d_M-d_m}<0 \quad (21)$$

$$(||F||+\sqrt{D}\mu+\eta)^2+\eta(\sqrt{D}-1)^2\mu \ < 1 \quad (22)$$

증명 : 식 (21)와 같이 행렬 R을 선택하여 식(13)에 대입하면 식 (21)이 성립한다.

$$V(x(k+1))-V(x(k)) \le x_d^T(k)((1+\epsilon+\frac{\eta}{\mu})\mu^2 I_n - R)x_d(k) \quad (23)$$

따라서, 식(21)와 (23)에 다음의 조건이 성립한다. 즉,

$$(1+d_M-d_m)(1+\epsilon+\frac{\eta}{\mu})\mu^2 I_n+(1+\epsilon^{-1}+\frac{\eta}{||F||})||F||^2 I_n - I_n$$
$$+(\eta^2+\eta||F||+\eta\mu)I_n<0 \quad (24)$$

이 되면 $V(x(k+1))-V(x(k))<0$ 이 됨을 알 수 있다. 이를 보이기 위하여, ϵ을 다음과 같이 정의한다.

$$\epsilon=\frac{||F||}{\sqrt{1+d_M-d_m}\ \mu}>0 \quad (25)$$

로 정하고 이를 식(24)에 대입하면 식 (26)가 된다.

$$(1+d_M-d_m)(1+\frac{||F||}{\sqrt{1+d_M-d_m}\ \mu}+\frac{\eta}{\mu})\mu^2 I_n$$
$$+(1+\frac{\sqrt{1+d_M-d_m}\ \mu}{||F||}+\frac{\eta}{||F||})||F||^2 I_n+(\eta^2+\eta||F||+\eta\mu)I_n<I_n \quad (26)$$

$D \equiv 1+d_M-d_m$로 하고 식 (24)를 정리하면 식 (27)가 된다.

$$(||F||+\sqrt{D}\mu+\eta)^2$$
$$-\eta\sqrt{D}\mu-\eta\sqrt{D}\mu+\eta D\mu+\eta\mu$$
$$=(||F||+\sqrt{D}\mu+\eta)^2+\eta(\sqrt{D}-1)^2\mu \ < 1 \quad (27)$$

위의 부등식을 만족하면 식(13)의 $V(x(k+1))-V(x(k))<0$이 만족된다.

따름정리 I: 수식 (9), (10), (11)의 시변 지연시간과 불확실성을 갖는 시변 구간 시스템은 $D \equiv 1+d_M-d_m$ 에 대하여 다음을 만족하면 점근안정하다.

$$(||F||+\sqrt{D}\mu+\eta)^2+\eta(\sqrt{D}-1)^2\mu<1 \quad (28)$$

증명: 정리1의 안정 조건 식 (21)의 조건은 다음의 조건과 같다.

$$(1+\epsilon^{-1}+\frac{\eta}{||F||})||F||^2+(\eta^2+\eta||F||+\eta\mu)<1 \quad (29)$$

여기서 식(25)를 대입하면 다음을 얻는다.

$$(\frac{||F||+\sqrt{1+d_M-d_m}\mu+\eta}{||F||})||F||^2+(\eta^2+\eta||F||+\eta\mu)$$
$$=(||F||^2+\sqrt{D}\mu||F||+\eta||F||)+(\eta^2+\eta||F||+\eta\mu)<1 \quad (30)$$

식 (28), (30)의 좌변항은 다음 관계를 갖는다.

$$(||F||^2+\sqrt{D}\mu||F||+\eta||F||)+(\eta^2+\eta||F||+\eta\mu)$$
$$<(||F||^2+\sqrt{D}\mu||F||+\eta||F||)+(\eta^2+\eta||F||+\eta\mu)$$
$$+D\mu^2+\sqrt{D}||F||\mu+\eta D\mu$$
$$=(||F||+\sqrt{D}\mu+\eta)^2+\eta(\sqrt{D}-1)^2\mu \quad (31)$$

따라서, 식(28)의 조건을 만족하면 식(29)에 의하여 식(21)의 조건도 만족한다.

따름정리 2: 따름정리1의 조건을 만족하는 불확실성의 크기는 $D \equiv 1+d_M-d_m$에 대하여 다음과 같다.

$$0<\eta<\frac{\sqrt{(D-1)^2\mu^2+(4||F||D-8||F||\sqrt{D}+4||F||)\mu+4}}{2}$$
$$+\frac{-(1+D)\mu-2||F||}{2} \quad (32)$$

$$0<\mu<\frac{-((D+1)\eta+2\sqrt{D}||F||)}{2D}$$
$$+\frac{\sqrt{(D^2-2D+1)\eta^2+(4||F||D\sqrt{D}-8||F||D+4||F||\sqrt{D})\eta+4}}{2D} \quad (33)$$

위의 따름정리의 조건은 따름정리1에 대한 부등식의 해를 해석적으로 구한 것으로 μ 와 η에 관한 수식 (28) 의 부등식의 해를 통하여 얻어진다. 이는 주어진 불확실한 시스템의 수학적 모델로부터 약간의 과정을 통하여 계산될 수 있는 식으로 행렬 방정식의 해를 이용[9] 하거나 , 복잡한 선형부등식의 해를 필요[12]로 하는 기존의 결과들과는 명확히 구별되는 조건이다. 비구조화된 불확실성이 없는 경우(즉, $\eta=0$)의 식으로 고려하면 기존결과 [8]의 수식 (6)과 새로 제안된 따름정리2의 수식 (33) 의 μ에 대한 식이 같음을 알 수 있다 . 또한, 시변 구간 시스템이 아닌 시불변 구간 시스템 경우로 고려하게 되면 기존 결과[5]의 안정조건과 동일하게 된다. 지연시간 $d(k)$가 시불변인 경우에는 $D \equiv 1+d_M-d_m=1$ 인 경우가 되며 이 경우에 안정조건은 식 (28)에 의하여 다음과 같은 간단한 식으로 표현되며, 이는 안정성 판단에 유용하게 사용될 수 있는 조건이다.

$$||F||+\mu+\eta<1 \tag{34}$$

Ⅳ. 수치 예제 적용

본 장에서는 수치예제를 통하여 제안된 안정조건에 대하여 기존 결과와의 비교를 수행한다.

예제 : 다음과 같이 [8] 에서의 이산시스템에 $f(x(k),k)$ 항이 추가된 이산 시스템을 고려한다.

$$x(k+1)=A_0x(k)+\gamma(k)A_1x(k-d(k))+f(x(k),k)$$
$$A_0=\begin{pmatrix}0.2 & 0.3\\ 0.1 & 0.5\end{pmatrix},\ A_1=\begin{pmatrix}0.3 & 0\\ 0.2 & 0.1\end{pmatrix} \tag{35}$$

[8] 에서와 같이 시스템 행렬A_0가 고정된 값을 갖는 시스템으로, 지연 상태변수에 부가되는 불확실성 $\gamma(k)$가 시스템 행렬 A_1 으로 구조화된 경우를 고려하고 이전의 다양한 결과들에 대하여 제안된 결과가 포괄적으로 적용될 수 있으며 우수한 조건임을 보인 바 있다. 이에 비교하여, 본 논문에서 새로이 제안된 조건은 기존 결과보다 더욱 일반적인 수학적 모델에서 얻어진 조건이므로, 다양한 시불변 시스템에 대하여도 적용 가능하다. [8]에서는 시변으로 고려될 수 있는 요소인 $\gamma(k),d(k)$ 를 모두 고려하여 $d_M-d_m=2$ 인 경우에 대하여 안정한 $\gamma(k)$의 최대 크기는 0,61로 제시한 바 있으나, 두 가지의 불확실성을 모두 고려하지 못하였다. 따름 정리 2에서 $\eta=0$으로 고려하여 수식 (30)의 μ를 계산한 결과는 다음과 같으며 기존 [8] 과 동일한 결과를 보인다.

$$|\gamma(k)|<0.6105 \tag{36}$$

참고문헌[8] 에서는 비구조화된 불확실성은 고려하지 못하였으나 본 논문의 따름정리 2의 조건을 이용하면 $f(x(k),k)$의 크기도 구할 수 있다. $\gamma(k)=0$ 으로 두고 불확실성의 크기 η 의 안정 가능한 범위를 구하면 다음과 같다.

$$\eta<0.3860 \tag{37}$$

이를 확장하여 안정가능한 $\gamma(k)$에 따라 안정조건을 만족하는 η 의 값을 구하면 그림 1과 같은 두 종류의 불확실성에 대한 안정가능한 크기 영역을 얻을 수 있다.

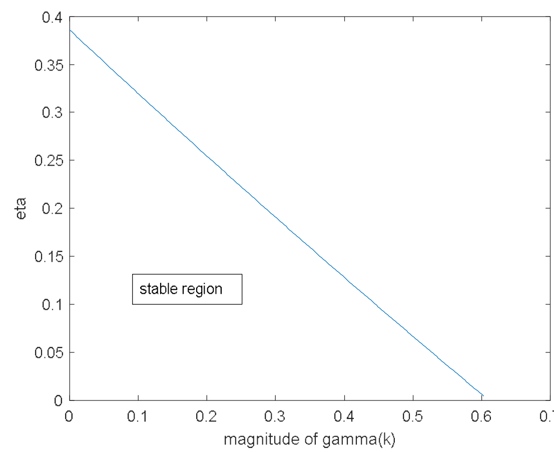

그림 1. 안정조건 만족하는 불확실성 크기 영역
Fig. 1. Region of magnitude of uncertainties for stability condition

Ⅴ. 결 론

본 논문에서는 일정 구간 내에 속하는 시변 지연시간을 가지며, 시스템 행렬 또한 일정 구간에서 시간에 따라 변화하는 구간행렬로 정의되는 선형 이산 시스템에 비구조화된 불확실성과 상태지연 시스템 행렬의 불확실성이 동시에 영향을 주는 시스템에 대하여 안정성을 보장할 수 있는 불확실성의 안정크기를 구하는 문제를 다루었다. 제안된 안정크기는 복잡한 수치 해석 방법이 불필요한 간단한 수식으로 유도되며, 두 가지 불확실성에 대하여 크기를 구할 수 있도록 제안되었다. 이 결과는 리아프노프 안정성 이론에 기초하여 새로운 조건식으로 유도되었고, 기존에 제시된 다양한 안정조건들을 포함할 수 있는 포괄적인 조건임을 수치예제를 통하여 확인하였다.

References

[1] D. L. Debeljković, and S. Stojanović, "The stability of linear discrete time delay systems in the sense of Lyapunov: an overview," *Scientific Technical Review,* Vol. 60, No. 3, pp. 67-81, Mar. 2010.

[2] P. G. Park, W. I. Lee, and S. Y. Lee, "Stability on time delay systems: A survey," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems*, Vol. 20, No. 3, pp. 289-297, Mar. 2014.

[3] L. V. Hien, and H. Trinh, "New finite-sum inequalities with applications to stability of discrete time-delay systems," *Automatica,* Vol. 71, pp. 197-201, Sep. 2016.

[4] M. N. A. Parlakci, "Robust stability of linear uncertain discrete-time systems with interval time-varying delay," *Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences,* Vol. 22, No. 3, pp. 650- 662, Apr. 2014.

[5] H. S. Han, "Stability condition for discrete interval system with time-varying delay time," *Journal of Korea Navigation Institute,* Vol. 19, No. 6, pp. 574-580, Dec. 2015.

[6] H. S. Han, "Stability condition for discrete interval time-varying system with time-varying delay time," *Journal of Advanced Navigation Technology*, Vol. 20, No. 5, pp. 475-481, Oct. 2016.

[7] H. S. Han, "Stability bound for time-varying uncertainty of positive time-varying discrete systems with time-varying delay time," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems,* Vol. 22, No. 6, pp. 424-428, Jun. 2016.

[8] H. S. Han, "Stability bound for time-varying uncertainty of time-varying discrete interval system with time-varying delay time," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems,* Vol. 21, No. 6, pp. 608-613, Dec. 2017.

[9] S. B. Stojanovic and D. L, J. Debeljkovic, "Further results on asymptotic stability of linear discrete time delay autonomous systems," *International Journal of Information and Systems Sciences,* Vol. 2, No. 1, pp. 117-123, Jan. 2006.

[10] H. S. Han and D. H. Lee, "Stability bounds of delayed-time varying perturbations of discrete systems," *Journal of Control, Automation, and Systems,* Vol. 13, No. 2, pp. 147-153, Feb. 2007.

[11] R. A. Hornand, and C. R. Johnson, Matrix Analysis, Cambridge, UK: Cambridge University Press, pp. 491, 1985.

[12] S. B. Stojanovic and D. Debeljkovic, "Delay-dependent stability analysis for discrete-time systems with time varying state delay," *Chemical Industry & Chemical Engineering Quaterly,* Vol. 17, No. 4, pp. 497-503, Apr. 2011.

한 형 석 (Hyung-Seok Han)
1986년 2월 : 서울대학교 제어계측공학과 (공학사), 1993년 8월 : 서울대학교 제어계측공학과 (공학박사)
1993년 9월~1997년 8월: 순천향대학교 제어계측공학과 조교수
1997년 9월~현재 : 가천대학교 전자공학부 교수
※관심분야 : 항법 및 유도제어, 계측제어