

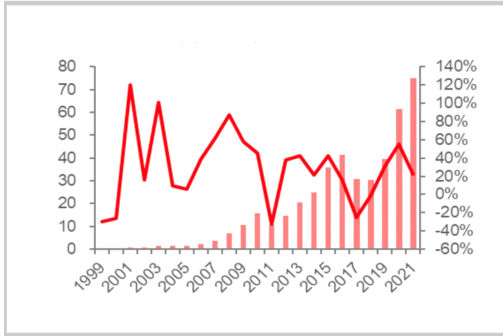


## I. 서론

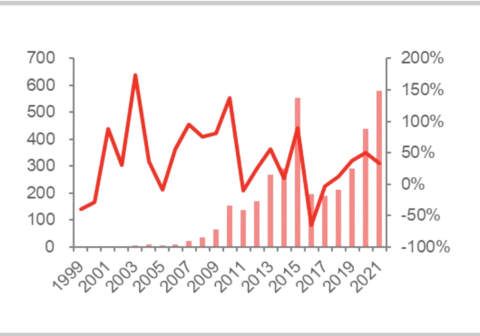
금은 금속 속성과 화폐 속성 두 가지 중요한 속성이 되어왔다(Bin Hui-Wu and Ting Ting-Duan, 2017). 경제가 발전함에 따라 중국 상품 선물시장은 과거 30년 동안 급속한 성장을 겪었으며(Wu et al., 2020), 중국은 세계 제1위의 금 생산국이자 금 소비국이고, 또한 경제가 성장하면서 중국의 금 수요는 계속 늘어날 것이다(Ni-Zhao et al., 2015). 금 거래와 달리 금에 관련된 금융시장은 2000년 이후 설립되었다. 상하이 금 거래소(SGE)가 2002년에 정식적으로 설립되었고, 2008년 중국 상하이 선물 거래소에서 정식적으로 금 선물의 상장 거래가 허용되었다. 상장 이후 금 선물 거래량이 계속 증가하였고 거래 규모도 커지면서 금 선물시장이 중국 금 시장 시스템의 중요한 부분으로 자리 잡았다(He Liang-Zhu and Gui Yang-Xu, 2010). 특히, 상하이 선물 거래소에서 거래된 금 선물계약은 최근 몇 년 동안 빠르게 증가하여 상하이 선물 거래소는 현재 COMEX 금 선물 거래소에 이어 세계 제2의 금 선물 거래소가 되었다(Yu-Wei et al., 2020) 한편, 코로나19 사태로 중국 선물시장에서 많은 상품이 하한가로 떨어진 상황을 보여주고 있는 반면에 중국 금 시장은 좋은 추세를 보여주고 있어 금 시장에 대한 투자가 증가하였다. 최근 중국 정부의 정책으로 인한 투자자들의 시장에 대한 신뢰가 높아지면서 투자 리스크 회피 심리가 해소되었으나 금값의 변동성도 급격히 높아졌다(Yan-Li and Rui Qian-Wang, 2020). 전술하였듯이, 중국은 전 세계 최대의 금 생산국이자 소비국으로서 금값이 급격하게 변동하는 상황에서 중국 내 금 시장 리스크에 대한 헤지는 중요하다. Xu et al. (2010)는 2008년 1월부터 2010년 2월 까지의 데이터를 사용하여 중국의 상장된 금 선물에 관한 연구를 통해서 중국의 금 선물이 헤지 효과를 가지고 있음을 발견하였다. 또한, 여러 연구에서도 금 선물이 리스크를 분산시키는 데 중요한 역할을 하고 있다는 것을 증명하고 있다(Beckmann et al., 2015; Lean and Wong, 2015; Daskalaki et al., 2017; Alkhazali and Zoubi, 2020). Bentes (2015)는 투자 및 헤

지의 주요 수단인 금은 특히 금융 위기 때 포트폴리오를 구성하는 데 도움이 된다고 것을 증명하였고, Shafiee and Topal (2010)는 과거 40년 동안 인플레이션과 금값 사이에 현저한 마이너스 상관관계가 존재한다고 주장하였다. Baur and McDermott (2010/2016)는 시장이 변동할 때 금이 금융 시스템에서 안정적인 효용성이 있다는 것을 입증하였다. 그 밖에 금 가격은 환율, 소비자물가지수, 국제원유가격, 주식지수, 총수요, 총공급 등 거시경제 변수와 관련이 높다는 것을 보여주었다(Levin et al., 2006). 금 선물은 기초 자산인 금으로 거래된 금융 파생상품이고, 금 선물계약의 거래를 통해서 투자자에게 유리한 가격 변동으로부터 혜택을 받을 수 있고 미래의 불리한 가격 변동이 발생할 때 효율적으로 금융 리스크를 헤지할 수 있기 때문에 투자자들에게는 보험이라고 생각된다(Kou et al., 2019). Mo et al. (2018)는 연구에서 선물과 옵션 등 파생상품에 대한 최적의 헤지 전략을 설계하는 데 도움이 되기 때문에 상품의 변동성을 이해하고 해석하는 연구가 필요하다고 주장하였다. 지난 수십 년간 가격 변동성 예측은 학계와 종사자들이 폭넓게 연구해 온 주제였다(Kumari and Tan, 2018). 선물 가격을 예측할 때 자주 사용되는 수단은 바로 ARIMA 모형이다(Mallikarjuna and Rao 2019; Challa et al., 2020; Dong et al., 2020). 하지만 ARIMA 모형은 변동성 집중 현상과 비선형 문제를 해결할 수 없고, 변동성은 직접 관측이 불가능하기 때문에 변동성 모형을 통해 추정한다. 대표적으로 Engle (1982)의 자기회귀 조건부 이분산(Autoregressive Conditional Heteroskedastic, ARCH) 모형과 Bollerslev (1986)의 일반화 자기회귀 조건부 이분산(GeneralizedARCH, GARCH)모형이 있다. 금융 시계열의 자산수익 변동은 집중 현상 외에도 Nelson (1990)은 지속성이라는 특징을 설명하였고, Nelson (1991)은 레버리지 효과(Leverage Effect)가 존재한다고 주장하였다. 변동성 집중 문제를 해결할 때 GARCH모형은 자주 사용되고, Kumari and Tan (2018)은 GARCH-class 모형에 관련 연구가 더욱 중요하다고 하였다.

**Fig. 1. China Futures Market Trading Quantity and Change Ratio** (Unit: Billion Lots)



**Fig. 2. China Futures Market Trading Volume and Change Ratio** (Unit: Trillion RMB)



Source: China Futures Association<sup>1)</sup>, 海通证券(2022/03/10)<sup>2)</sup>

국제 경제와 정치 상황의 불안정성이 계속 존재하고 있으며 오랜 기간 코로나19 사태까지 겹치면서 금 선물 시장 가격이 크게 변동함에 따라 투자 리스크를 증가시키고 있다. 금융자산의 가격 변동 및 그에 따른 리스크에 대한 문제는 금융연구에서 자주 언급되어왔다(Latunde et al., 2020; Li et al., 2021). Lucey et al. (2014)은 SHFE가 전 세계 금 시장에서 차지하는 위치를 이해하는 것이 유익할 것이라고 제시하였다. 하지만 성숙한 자본시장과 달리 중국 금 선물시장의 상장 거래 기간이 상대적으로 짧아 아직 초기 단계로 볼 수 있다. 이에 중국 금 선물시장에 관한 연구는 상대적으로 적다고 할 수 있다(Bei Bei-Chen, 2014).

중국 금 시장에 대한 예측과 연구는 현실적인 의의가 있다고 생각한다. 본 연구에서는 ARIMA모형 및 GARCH-class 모형을 사용하여 중국 상하이 선물 거래소의 2009년 4월 3일부터 2022년 3월 31일까지의 금 선물가격 로그수익률을 연구 표본으로 사용하고, 서로 다른 ARIMA-GARCH 혼합 모형, ARIMA-IGARCH 혼합 모형, ARIMA-TGARCH 혼합 모형을 통하여 중국 금 선물가격 수익률을 예측하고자 한다. 본 연구에서는 표본 부족으로 결론에 오차가 존재하는 문제를 해결하기 위해 3000개가 넘는 금 선물 거래 표본을 활용하였고 이는 본 계량 연구에 필요한 표본 요구사항에 부합될

것으로 판단된다. 모형 구축을 통해 중국 금 선물시장에서 금융 시계열의 집중현상, 지속성이라는 특징 및 레버리지 효과(Leverage Effect)를 존재하는지 검증할 것이며, 최저 RMSE, MAE, TIC 표준에서 중국 금 선물가격 변동성을 예측한 최적 모형을 선정할 수 있을 것이다. 중국 증권시장에 비해 중국 금 선물시장은 신흥 금융시장으로 인식되고 있으며, 본 연구를 통해 해당 주제에 대한 연구를 활성화시키는 계기가 되기를 기원한다. 또한 본 연구의 분석 결과를 통해 시장 참여자들의 투자 리스크를 낮추고 투자에 대한 참고 가이드라인을 제공하여 시장의 투명성을 높이고자 한다.

## II. 선행연구

FIA(미국 산업협회)는 2022년 3월에 발표한 <2021 Annual Futures and Options Volume Survey - Brazil, China and India drive trading

- 1) China Futures Association: 2000년 12월 29일에 설립된 중국선물업협회는 '사회단체등록관리조례'에 따라 설립된 전국 선물업 자율조직으로 비영리 사단 법인이다.
- 2) 海通证券는 2022년 3월 10일에서 발표된 '期货行业: 交投活跃激发市场潜力, 创新业务转型描绘广阔蓝图'에서 중국 선물시장이 최근 몇 년 동안의 발전 추세와 규모를 기술하였다.

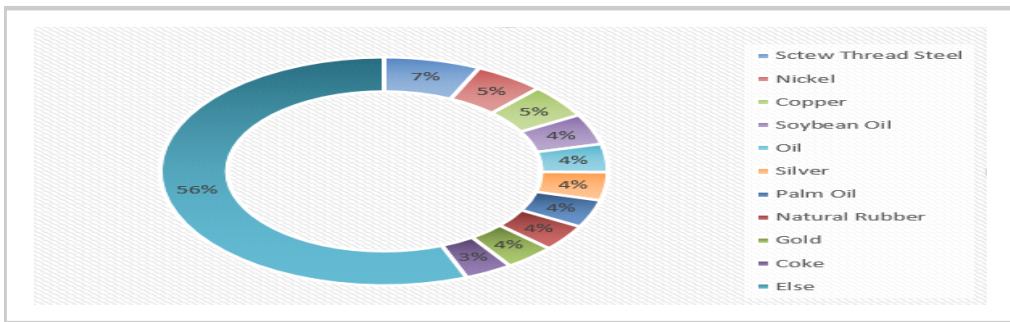
**Fig. 3. Annual Growth of Trading Quantity and Trading Volume of Gold Futures in SHFE**

(Unit: Million Tons/ Trillion RMB)



Sources: Shanghai Futures Exchange

**Fig. 4. The Proportion of Trading Volume of Each Variety of Chinese Commodity Futures in 2021**



Source: 海通証券(2022/03/10)

to another record) 연구 보고서를 통해 2021년 선물 및 옵션의 거래 총량은 전년에 대비해 33.7% 을 증가하였으며 거래 증가율의 대부분은 중국 시장, 브라질 시장, 인도 시장의 거래소에서 일어났음을 알 수 있다. 전 세계 선물시장은 일반적으로 북미 지역, 아시아태평양 지역, 유럽 지역, 중남미 및 기타 지역으로 4대 지역으로 구분되고, 아시아 태평양 시장은 전 세계 파생상품 시장의 거래에서 가장 큰 비중을 차지하고 있으며(Bei Yu-Chen and Chu Qi-Li, 2013), 중국은 아시아 태평양 지역의 중요한 국가로 선물 거래량이 수년째 연속 증가해 2018~2021년 중국 선물시장의 연간 거래량은 각각 전 세계 선물시장의 10%, 11.5%, 13.2%,

12%를 차지하였다. 아래 표는 중국 선물시장의 거래량과 거래액 연간 성장률이고, 표를 보면 중국 선물시장은 높은 성장률을 발전함을 알 수 있다.

아래 <Table 1> 및 <Fig. 4>는 2021년 중국 상품 선물 각 품목의 거래액 비중 및 2021년 전 세계 상위 20개 파생상품 거래소에 대한 정보를 포함하고 있다. 표에 의하면 전 세계 금속 선물거래 종류는 상위 20개 중 중국이 총 13개를 차지하였으며, 상하이 선물거래소의 금 선물거래 종류가 17위에 있음을 알 수 있다. 선물거래 예약의 상위 20개 중 금 선물거래는 다섯 번 나온 종류로 중요한 위치를 차지하는 것을 보여준다. 2021년 중국 상품 선물 각 품목의 거

**Table 1.** World Top 20 Commodity Futures Trading Quantity in 2021

(Unit: Lots)

Ranking	Futures Contract	Trading Quantity(단위/Lots)
1	Sctew Thread Steel(SHFE)	655,986,710
2	Silver(SHFE)	231,447,606
3	Hot Rolled Coils(SHFE)	220,457,606
4	Iron Ore(DCE)	174,412,025
5	Nickel(SHFE)	172,165,580
6	Aluminum(SHFE)	131,457,870
7	Ferrosilicon(ZCE)	95,241,196
8	Gold(BIST)	93,557,193
9	Manganese(ZCE)	80,496,126
10	Zinc(SHFE)	69,341,255
11	Silver(MOEX)	67,378,342
12	Copper(SHFE)	64,107,155
13	Gold(GC), COMEX	58,464,997
14	Aluminum(LME)	57,670,339
15	Gold(MOEX)	48,466,085
16	Silver(MCX)	47,357,929
17	Gold(SHFE)	45,412,161
18	Stainless Steel(SHFE)	40,468,072
19	Copper(LME)	29,691,402
20	Stannum(SHFE)	27,012,409

Source: FIA

래액 비중 그림을 통해 중국 금 선물은 비록 발전 과정이 오래되지 않았지만 중국 선물거래 시장에서도 매우 중요한 위치를 차지하고 있다는 점을 알 수 있다. 따라서 중국 금 시장에 대한 예측에 대한 연구는 중요하다고 할 수 있다.

현재 중국은 금 가격에 대한 예측을 이미 몇 가지 모형으로 제시하였고, 고전적인 예측 방법은 Grey모형 분석, 회귀 분석, 시계열 분석 및 GARCH-class 분석 등을 포함되다. Fei(2017)는 ARIMA모형이 금 선물 가격을 단기적으로 예측할 수 있고, ARIMA모형은 금 선물가격의 변동성을 반영할 수 있지만 예측 오차는 시간이 지날수록 커진다는 단점을 발견된다고 하였다. Lei-Ding and Wan Shan-Guo (2019)는 ARIMA 모형과 GARCH 모형을 결합하여 ARIMA-GARCH 혼합 모형을 구축하였으며, ARIMA-GARCH 모형을 통해 다양한 분포

에서 금값을 예측하여 새로운 혼합 모형이 단기 예측에서 더 정확함을 입증할 수 있다고 하였다. Yan-Li and Rui Qian-Wang (2020)은 상하이 금 거래소 거래된 Au9999 종가를 표본으로 ARIMA모형과 ARMA-GARCH모형을 구축하여 가격 예측을 하였고, 마지막으로 두 모형의 예측 시퀀스를 합하여 원본 시퀀스와 비교했는데 모형 계측한 정확도에서 만족스럽다는 결과가 나타났다. Zhi Gang-Jing and Guo Liang-Shi (2017)은 LS-SVM과 ARIMA모형을 활용하여 추세별 금 가격을 모형화하고 예측함으로써 금 가격에 관한 예측 결과를 보여주었다. Peng-Chen and Xing Ye-Li(2018)는 금 가격의 장기기억에 관한 실증연구를 하였고, USES Hurst 지수를 통하여 금값에 장기기억이 실제로 존재한다는 것을 증명하였다. Wu et al. (2020)은 실증연구를 통하여 EGARCH-T모형은

상하이 금 선물 가격 변동 특성을 잘 설명하고 있다는 것을 보여주었다.

중국 이외의 시장에서 금 가격에 관한 연구도 자주 있었다. Sharma et al. (2016)는 ARIMA모형을 통해 금 가격을 예측하고, ARIMA(0, 1, 1)와 ARIMA(1,1,0)모형의 비교를 통하여 ARIMA(0, 1, 1)모형은 금 가격을 결정하는 데 더 적합한 예측 모형이라는 것이 나타났다. Sopipan(2018)는 ARIMA-GARCH모형을 이용하여 금 가격의 변동성을 예측하였으며, 모든 모형은 Normal, Student-t, GED의 세 가지 분포를 가정하여 추정하였고, 연구 결과에 따라서 ARIMA(2, 0, 2)는 금 수익을 예측하는 최적 모형이라고 주장하였다. Yaziz et al. (2016)는 2003~2014년 금 가격 데이터를 활용하여 ARIMA-TGARCH를 구축하고 예측하였다. 그 결과는 t-innovation을 가진 ARIMA(0, 1, 0)-TGARCH(1, 1)모형이 최적 모델이라는 결과가 밝혔다. Ahmad and Ping (2014)은 논문에서 대칭모형(GARCH모형 와 GARCH-M모형) 및 비대칭 모형(TGARCH모형 와 EGARCH모형)를 구축하여 AIC와 SIC를 모형에 선정되는 기준으로 비교하여 말레이시아 금에 대한 최적 모형으로 TGARCH모형을 최종적으로 선정하였다. 금융 시계열에서의 비대칭성을 해결하기 위하여 Irene et al. (2020)은 APARCH, EGARCH, TGARCH모형을 사용해 세계 금 가격을 예측하며, 결과를 보면 세계 금 가격을 예측하는 최적 모형은 EGARCH(1.1)로 나타났다.

### Ⅲ. 연구모형

#### 1. 시계열분석과 ARIMA모형

시계열 분석 기법에는 기본적으로 이동평균법과 지수평활법이 있다. 불안정한 비정상 시계열을 보인다면, 보통 Box-Jenkins에 의해 개발된 ARIMA모형을 사용한다.

영국 통계학자 Yule (1927)는 자기회귀(Auto-Regressive : AR)모형을 제시하였다. AR(P)모형으로 시계열데이터가 과거 값들로 설명된다는 모형이다. Walker (1931)는 이동평

균(Moving-Average :MA)모형과 AR 및 MA가 혼합된 ARMA모형을 도출하였고, Box and Jenkins (1970)는 불안정한 비정상 시계열을 보인다면, 차분(Difference) 하여 평균을 안정화시키고 현재의 시계열이 과거의 관측 값들로 설명되는 자기회귀모형과 과거 오차항에 영향을 받아 설명되는 이동평균모형으로 표현 할수 있다는 ARIMA모형을 도출하였다. ARIMA(p,d,q)모형을 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\Delta^d y_t = \theta_0 + \sum_{i=1}^p \Phi_i \Delta^d y_{t-i} + \varepsilon_t + \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j} - 1 \quad (1)$$

$\Delta^d y_t$ : 제d차 차분후 시퀀스

$\varepsilon_t$ : t시간에 의 오차

#### 2. GARCH모형

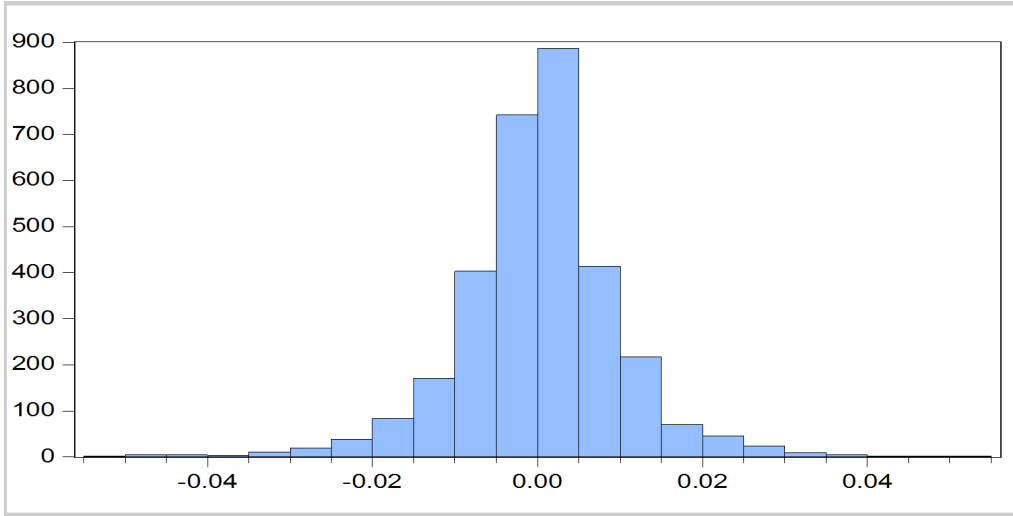
Engle (1982)는 영국 인플레이션율에 대한 시계열을 분석할 때 잔차 제곱 자기회귀 모형을 제시하였고, 즉 자기회귀 조건부 이분산 모형 (ARCH:autoregressive conditional heteroscedasticity), GARCH(generalized autoregressive conditional heteroskedasticity)모형은 Bollerslev (1986)가 ARCH모형을 확장하여 제안하였다. Tsay (2005)는 이들 모형에 대한 자세한 설명을 제공한다. 변동성을 갖는GARCH(p, q) 모형은 다음과 같다:

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j} \quad (2)$$

정상성을 만족시키기 위해서는 아래의 조건을 만족해야 한다.

$$\sum_i \alpha_i + \sum_{j=1}^q \beta_j < 1$$

Fig. 5. Histogram and Stats



Nelson (1990)은 현재의 변동성이 무한한 미래의 변동성까지 영향을 미치는 경우에 대한 모형으로 Integrated-GARCH(IGARCH)모형을 제안하였다. 일반 GARCH모형의 실증분석에서 관측치의 빈도가 높을수록  $\alpha$ 의 값을 1에 가까운 경우가 종종 있는데 IGARCH모형을 활용할 수 있다. IGARCH(1, 1)모형은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \epsilon_t &= \sqrt{h_t} e_t \\ h_t &= \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} \end{aligned} \quad (3)$$

정상성을 만족하기 위해서는  $0 \leq \alpha_1 \leq 1, 0 \leq \beta_1 \leq 1$  이고,  $\alpha_1 + \beta_1 = 1$ 와 같은 조건을 만족해야 한다.

금융시장의 변동에서 음의 충격이 양의 충격에 비하여 다른 변동성이 나타나는 레버리지 효과(Leverage Effect)를 설명하기 위하여 Zakoian (1991)이 TARARCH모형을 제시하였고, Glosten et al. (1993)은 GARCH모형에 이분 변수(Dichotomous Variables)를 도입하며 Threshold GARCH(TGARCH)모형을 제출하였다. TGARCH모형은 레버리지 효과(Leverage Effect)를 설명하는데 사용될 수 있다. TGARCH(p,q)모형은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \epsilon_t &= \sqrt{h_t} e_t \\ h_t &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^p [\alpha_{i1} (\epsilon_{t-i}^+)^2 + \alpha_{i2} (\epsilon_{t-i}^-)^2] \\ &\quad + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j} \end{aligned} \quad (4)$$

## IV. 실증분석

### 1. 기초통계량 및 단위근 검정

본 연구의 데이터 출처는 Wind이었으며, 상하이 금 거래소에서 2009년 3월 4일부터 2022년 3월 31일까지 거래된 총 3160개 금 선물 일종가(단위: 위안화/g)를 선정하여 1차 차분한 금 선물 로그수익률을 연구 표본으로 선정하고 모형을 도출하였다. 금 선물 로그수익률의 분포가 정규분포인지 판단하기 위하여 잔차에 대한 통계적인 검정을 진행하며(Zhao Jing-Li, 2014), 결과는 다음 <Fig. 5> 과 같다.

$$R_t = \ln P_t - \ln P_{t-1} \quad (5)$$

기술통계치와 Jarque-Bera 통계치는 <Table

**Table 2.** Descriptive Statistics of Returns Series

Series	d(log( gold price))
Mean	0.000216
Median	9.52e-05
Maximum	0.052832
Minimum	-0.053075
Std. Dev.	0.009742
Skewness	-0.1269
Kurtosis	6.5319
Jarque-Bera p-value	1650.42 0.0000

**Table 3.** ADF Test

	t-Statistic	p	1% level	5% level	10% level
gold	-1.7572	0.7572	-3.9609	-3.4112	-3.1274
Ingold	-1.9293	0.6387	-3.9609	-3.4112	-3.1274
$R_t$	-58.8170	0.0000	-3.9609	-3.4112	-3.1274

**Table 4.** PP Test

	t-Statistic	p	1% level	5% level	10% level
gold	-1.4168	0.5756	-3.4322	-2.8622	-2.5672
Ingold	-1.67988	0.4415	-3.4322	-2.8623	-2.5672
$R_t$	-58.8941	0.0000	-3.4322	-2.8623	-2.5672

2)과 같다. 왜도(skewness) 값은 -0.1269에서 음수를 나타냈으므로 분포가 왼쪽으로 다소 긴 꼬리를 가지고 있다는 것을 알 수 있다. 첨도(kurtosis)가 6.5319에서 3보다 크므로 급침(leptokurtosis)을 가지고 있다고 판단할 수 있다. <Fig. 5>를 보면 잔차의 분포는 정규분포보다 두꺼운 꼬리를 가지고 있는 밀집 분포(Leptokurtic)로 나타내며,  $p < 0.001$ 로 99%의 신뢰구간에서 Jarque Bera 통계량에 근거하여 분포가 정규분포라는 귀무가설을 기각할 것이다.

대부분 논문에서 사용하는 시계열 자료들은 단위근을 갖는 불안정적인 시계열이므로 ARIMA - GARCH모형을 구축하기 전에 비정상 시계열을 정상 기계열로 변환한 다음 분석을

실시하기 위하여 다음 식(7)과 같이 금 선물 일 종가를 로그 차분한 로그수익률 자료를 분석에 사용하도록 한다(Bentes, 2015). 단위근검정은 시계열 분석에서 일반적으로 많이 사용하는 ADF(Augmented Dickey-Fuller) 검정과 PP(Phillips-Perron) 검정을 사용하여 시계열의 안정성을 분석하였다(En Zhen-Liu and Ji Fu-Ju, 2021).

<Table 3>와 <Table 5>에서 나타난 바와 같이 금 선물 가격 변수는 ADF검정과 PP검정의 p-value가 모두 유의수준 5%보다 커서 단위근이 존재한다는 귀무가설을 기각할 수 없으므로 시계열이 정상적이라고 할 수 없다. 금 선물 가격의 비안정시계열을 안정시계열로 변화하기



Fig. 6. Correlogram of R

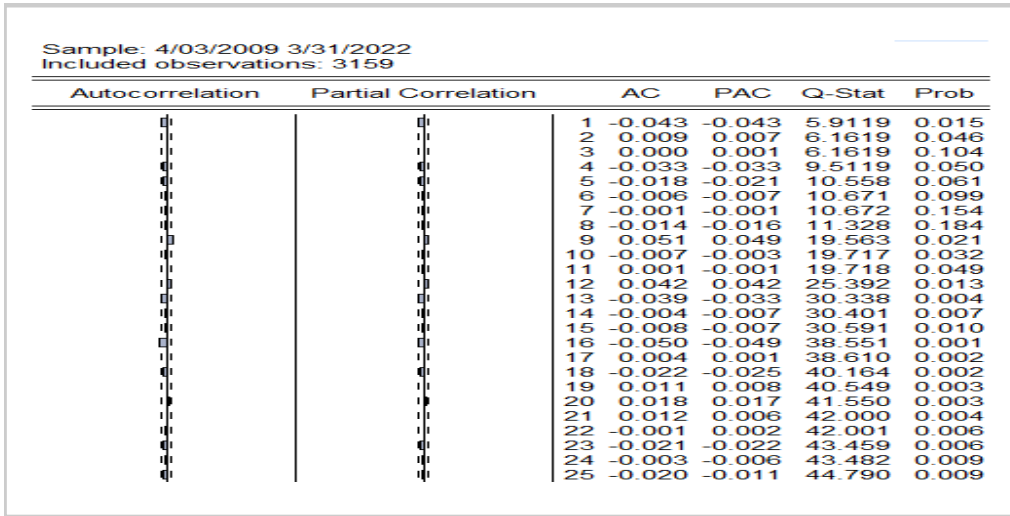


Table 5. Estimation and Evaluation Summary of Tentative ARMA Models

Model	AR	MA	AIC	SC	H-QC
ARMA(9,9)	-1.335719	1.571782	-6.425759	-6.418088	-6.423007
ARMA(12,12)	-0.102478	0.216586	-6.424362	-6.426691	-6.421610
ARMA(9,12)	3.582045 ***	2.910034 ***	-6.426940	-6.419270	-6.424188
ARMA(12,9)	2.881149 ***	3.720609 ***	-6.427056	-6.419385	-6.424304
AR(9)	3.606846 ***		-6.425791	-6.420038	-6.423727
MA(9)		3.745532 ***	-6.425921	-6.420168	-6.423857
AR(12)	2.952067 **		-6.424979	-6.419226	-6.422915
MA(12)		2.976914 ***	-6.424991	-6.419238	-6.422927

Note: \*  $p < 0.1$ , \*\*  $p < 0.05$ , \*\*\*  $p < 0.001$

위하여 다음으로는 자연로그를 취한 변수들을 1차 차분한 후 ADF 검정 및 PP 검정을 실행하였다. 검정 결과를 보면 1차 차분한 금 선물 로그수익률 변수들은 1% 유의수준에서 단위근이 존재하지 않는 안정적인 시계열로 나타났다.

## 2. ARMA모형 구축

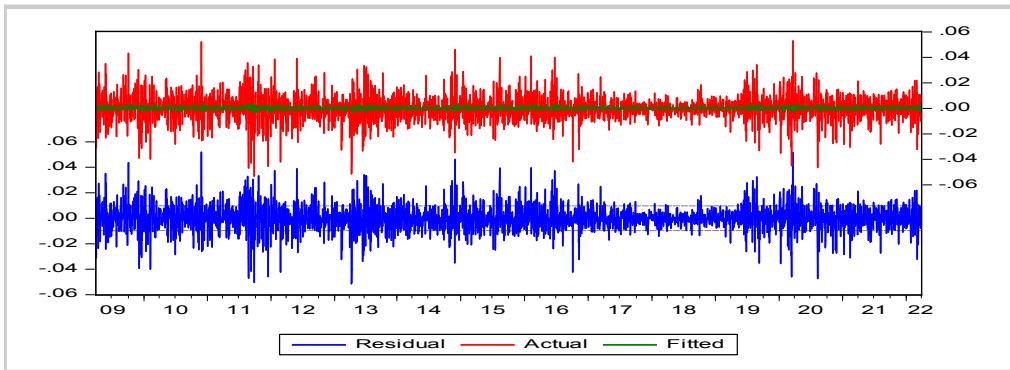
이 섹션에서는 금 선물 로그수익률에 대한 ARMA모형을 구축하며, ARMA모형 구축의

Box-Jenkins 방법론을 사용하여 단일 변량 모형(Univariate Model)을 구축하려고 한다. 최적의 시차(The Most Optimal Lags)를 찾기 위해 서로 다른 AR 및 MA 시차를 테스트하였다. 자기 상관 함수(Autocorrelation Function : ACF)와 부분 자기 상관 함수(Partial Autocorrelation Function : PACF)도 사용되었다(Pahlavani and Roshan, 2015). Akaike and Schwarz의 정보 기준도 최적의 모형을 식별하기 위해 사용되었다.

위의 모델 검정 결과를 보면 ARMA(9,9)모형

**Table 6.** Heteroskedasticity Test: ARCH for ARMA 모형

F-statistic	87.36548	Prob.F(1,3156)	0.0000
Obs*R-squared	85.06601	Prob.Chi-square(1)	0.0000

**Fig. 7.** Actual, fitted and residuals under ARMA(12,9)

과 ARMA(12,12)모형의 P값이 95%의 신뢰구간에서 유의하지 않은 결과를 나타냈다. 나머지 모두 모형들은 99%의 신뢰구간에서  $p < 0.01$ 로 유의하는 결과가 나타났으며, 모형들의 AIC, BC, H-QC에 대한 통계치를 비교하면 최종적으로 ARMA(12,9)모형을 최적 모형으로 선정되었다.

### 3. ARCH 검정

다음에는 오차가 이분산(Heteroscedasticity)인지 여부를 검정할 것이며, 이를 위해 Engle이 제안한 금 선물 수익 시리즈에 대한 Heteroskedasticity 테스트를 사용하여 잔차에서 'ARCH 효과' 존재를 테스트한다. p값은 ARCH 효과가 남아 있다는 증거가 있음을 나타낸다. 따라서 유의성 5% 수준에서도 ARCH효과가 없다는 귀무 가설을 기각하고 금 선물 수익 시리즈에서 변동성을 포착하기 위해 다음 섹션에서는 GARCH-class 모형을 사용할 것이다.

위의 그림을 보면 변동성 집중현상(Volatility Clustering)를 존재한다는 것으로 나타났고 변동성 집중현상을 존재한다는 것은 최종 예측 결과에 영향을 미칠 수 있으므로 예측의 정확도를 높이기 위해 GARCH-class모형을 도입하

려고 한다.

### 4. ARMA(12,9)-GARCH모형 구축

GARCH(p,q)모형의 모수 p,q를 추정하면 일반적 경우 시계열 분석에서 모수 절약의 원칙(principle of parsimony)에 의해 GARCH(1,1)모형을 많이 사용한다(Franch et al., 1987; Bollerslev, 1987). 또한 낮은 차수의 경우에는 최우추정(maximum likelihood estimation) 알고리즘의 수렴을 위해서도 유용하다고 할 수 있다. 일반 자기회귀 조건부 이분산(GARCH) 모형에서 계수는 조건부 분산을 1로 양으로 제한하는 조건을 만족시켜야 한다. Nelson and Cao (1992)와 Bollerslev (1986)의 연구에서는 보여진 계수에 대한 조건은 충분하며 양성에 대한 제한은 필요조건이 아니라고 제시하였다. 가장 일반적으로 사용되는 고차(higher-order) GARCH 모형은 2차 모형이다. He and Terasvirta (1999)는 음의 계수를 가진 GARCH 모형에서 음수가 아닌 계수를 가진 GARCH모형으로 충분히 설명할 수 없는 시리즈의 일부 특징이 발견됨을 제시하였으며 GARCH(2,2)모형, (2,1)모형 및 (1,2)모형에 대한 결과를 연구

**Table 7.** In-sample estimations of the ARMA-GARCH

Gaussian		Students T		GED		
ARMA(12,9)-GARCH(1,1)						
	Coefficient	z-Statistic	Coefficient	z-Statistic	Coefficient	z-Statistic
AR	0.039842	2.220548 **	0.030766	1.839545 *	0.028121	1.894889 *
MA	0.031105	1.661307 *	0.025402	1.501491	0.015457	1.023749
c	4.30E-07	4.074748 ***	5.13E-07	2.552792 **	4.22E-07	2.259109 **
$\alpha$	0.048081	16.64963 ***	0.058582	6.875172 ***	0.053084	7.537030 ***
$\beta_1$	0.949283	332.3298 ***	0.942315	129.5609 ***	0.945020	140.7390 ***
ARMA(12,9)-GARCH(2,1)						
AR	0.044305	2.494984 **	0.032058	1.935461 *	0.028633	1.945019 *
MA	0.038240	2.107997 **	0.026693	1.595346	0.016843	1.125808
c	2.57E-07	3.682823 ***	3.48E-07	2.273392 **	2.80E-07	2.021086 **
$\alpha_1$	0.104273	7.137249 ***	0.116265	4.003135 ***	0.105457	3.773753 ***
$\alpha_2$	-0.06856	-4.588311 **	-0.06933	-23.7056 **	-0.06336	-2.21559 **
$\beta$	0.962705	386.5467 ***	0.954145	144.2396 ***	0.956743	158.5576 ***
ARMA(12,9)-GARCH(1,2)						
AR	0.038786	2.163041 **	0.030497	1.831363 *	0.027911	1.886316 *
MA	0.033743	1.815250 *	0.025842	1.531531	0.016216	1.074887
c	6.45E-07	3.998171 ***	7.61E-07	2.463258 **	6.40E-07	2.208979 **
$\alpha$	0.074708	13.52880 ***	0.091312	6.311177 ***	0.083836	6.796842 ***
$\beta_1$	0.261263	3.631713 ***	0.283367	1.831759 *	0.253511	1.775966 *
$\beta_2$	0.659839	9.588820 ***	0.626795	4.228429 ***	0.659703	4.815995 ***
ARMA(12,9)-GARCH(2,2)						
AR	0.038761	2.228513 **	0.030862	1.855625 *	0.027914	1.888466 *
MA	0.038391	2.208551 **	0.025978	1.544421	0.016156	1.073676
c	1.48E-08	2.000771 **	6.32E-07	2.131392 **	5.63E-07	1.999127 **
$\alpha_1$	0.100569	9.511276 ***	0.104547	3.989595 ***	0.092771	3.877181 ***
$\alpha_2$	-0.09753	-9.623308 **	-0.02596	-0.70565	-0.01687	-0.48914
$\beta_1$	1.763863	53.13488 ***	0.427963	1.495923	0.341674	1.234624
$\beta_2$	-0.76703	-23.65172 **	0.494869	1.838183 *	0.57987	2.222893 **

주: \* p<0.1, \*\* p<0.05, \*\*\* p<0.001

하였다. 따라서 본 연구에서는 GARCH(1,1)모형, GARCH(1,2)모형, GARCH(2,1)모형 및 GARCH(2, 2)모형을 활용할 것이다.

두꺼운 꼬리를 가지고 있는 밀집 분포(Leptokurtic)을 설명하기 위해 ARIMA-GARCH

모형들은 모두 GED 분포, Student's t 분포, Gaussian 분포 세 가지 다른 분포를 고려하였다. 검사 결과를 보면 ARMA(12,9)-GARCH(1,1)모형 및 ARMA(12,9)-GARCH(2,1)모형의 ARCH 항과 GARCH항은 GED 분포, Student's t 분포

**Table 8. Model Selection Criterion**

	Gaussian	Students T	GED
<b>ARMA(12,9)-GARCH(1,1)</b>			
AIC	-6.585742	-6.676465	-6.68539
SC	-6.574200	-6.662998	-6.67192
H-QC	-6.581601	-6.671633	-6.68056
<b>ARMA(12,9)-GARCH(2,1)</b>			
AIC	-6.588996	-6.677485	-6.686387
SC	-6.575529	-6.662095	-6.670997
H-QC	-6.584164	-6.671963	-6.680865
<b>ARMA(12,9)-GARCH(1,2)</b>			
AIC	-6.588021	-6.677290	-6.686361
SC	-6.574554	-6.661900	-6.670971
H-QC	-6.583189	-6.671768	-6.680839
<b>ARMA(12,9)-GARCH(2,2)</b>			
AIC	-6.599836	-6.67679	-6.685816
SC	-6.584445	-6.65947	-6.668502
H-QC	-6.594313	-6.67057	-6.679604

및 Gaussian 분포에서 모두 결과는  $p < 0.05$  어서 유의한 결과를 알 수 있다. 또한 ARMA(12,9)-GARCH(1,2)모형은 GED 분포, Student's t 분포 및 Gaussian 분포에서  $p < 0.1$  어서 유의한 결과가 나타났고, ARMA(12,9)-GARCH(2,2)모형은 Gaussian 분포에서만 유의성을 가지고 있다.

AIC, SC 및 H-QC 통계치를 비교하면 GED 분포에서 ARMA(12,9)-GARCH(2,1)모형은 최적이라고 할 수 있다. ARMA(12,9)-GARCH(2,1)모형은 단기지속성(short run persistence)을 나타내는 ARCH의 계수가 5%의 유의수준에서 유의하였으며, 장기지속성(long run persistence)을 나타내는 ARCH+GARCH의 계수는 0.998418로 1에 가까운 양(+)의 값으로 1보다 작으며, 통계적으로 유의하였다. 이러한 결과를 통해 금 선물가격 수익률을 추정하는데 있어서 ARMA(12,9)-GARCH(2,1)모형은 변동성의 군집화 현상과 시간 가변적인 특성을 포착할 수 있다는 것이 나타났다. ARMA(12,9)-GARCH(2,1)모형에서 변동성의 충격의 지속성은 현재의 변동성이 미래의 변동성에 한동안 그대로 남아있는 경우가 존재한다는 결과를 증명하였다.

## 5. ARMA(12,9)-IGARCH 모형 구축

ARMA-IGARCH모형에서 안정성 조건을 만족시키지만 오늘의 변동성은 무한한 미래의 변동성에까지 영향을 미치는지에 대하여 ARMA-IGARCH를 활용할 것이다. Integrated GARCH모형은  $\alpha + \beta = 1$  인 경우를 지칭한다.

(Table 9)를 통해서 ARMA(12,9)-IGARCH(1,1)모형 및 ARMA(12,9)-IGARCH(2,1)모형의 ARCH항과 GARCH항은 GED 분포, Student's t 분포 및 Gaussian 분포에서 모두 결과는  $p < 0.05$  어서 유의한 결과를 알 수 있다. 또한 ARMA(12,9)-IGARCH(1,2)모형은 GED 분포, Student's t 분포 및 Gaussian 분포에서  $p < 0.1$  어서 유의한 결과가 나타났고, ARMA(12,9)-IGARCH(2,2)모형은 Gaussian 분포에서 및 Student's t 분포에서 ARCH항과 GARCH항은 모두 결과는  $p < 0.01$  어서 유의한 결과를 알 수 있을 것이고, GED분포에서  $\beta_1$ 은 유의하지 않은 것으로 나타났다.

**Table 9.** In-sample estimations of the ARMA-IGARCH

Gaussian		Students T		GED		
ARMA(12,9)-IGARCH(1,1)						
	Coefficient	z-Statistic	Coefficient	z-Statistic	Coefficient	z-Statistic
AR	0.040609	2.444533**	0.030135	1.864915 *	0.027984	1.935030 *
MA	0.031436	1.822051*	0.026382	1.620978	0.016103	1.097337
$\alpha$	0.037089	21.45594***	0.040913	9.584471 ***	0.04054	9.865859 ***
$\beta_1$	0.962911	557.0490***	0.959087	224.6799 ***	0.95946	233.4944 ***
ARMA(12,9)-IGARCH(2,1)						
AR	0.045836	2.766837***	0.032098	2.009573 **	0.028247	1.962563 **
MA	0.040501	2.410490**	0.028319	1.760365 *	0.018341	1.129153
$\alpha_1$	0.099396	8.049266***	0.103636	4.615248 ***	0.099390	4.188978 ***
$\alpha_2$	-0.070918	-5.53262***	-0.072069	-3.09974 ***	-0.067203	-2.72381 **
$\beta$	0.971522	564.2992***	0.968433	249.2213 ***	0.967813	247.2804 ***
ARMA(12,9)-IGARCH(1,2)						
AR	0.040010	2.402587**	0.029947	1.859438 *	0.027644	1.915044 *
MA	0.034360	1.998851**	0.026910	1.655143 *	0.016647	1.133668
$\alpha$	0.059119	16.25574***	0.066058	7.782876 ***	0.065805	8.130538 ***
$\beta_1$	0.281761	3.604187***	0.282728	1.778625 *	0.262685	1.733038 *
$\beta_2$	0.659120	8.688080***	0.651214	4.234260 ***	0.671510	4.572392 ***
ARMA(12,9)-IGARCH(2,2)						
AR	0.03815	2.227440**	0.029665	1.874259 *	0.028238	1.941451 *
MA	0.037741	2.231836**	0.027491	1.700667 *	0.015822	1.081898
$\alpha_1$	0.095454	11.10912***	0.09433	6.136802 ***	0.039065	7.711441 ***
$\alpha_2$	-0.09323	-11.1485***	-0.09224	-6.15580 ***	0.043406	7.697294 ***
$\beta_1$	1.785880	70.29233***	1.794096	40.156668 ***	-0.02859	-1.37653
$\beta_2$	-0.788101	-31.5121***	-0.79619	-18.0904 ***	0.946121	43.16996 ***

Note: \*  $p < 0.1$ , \*\*  $p < 0.05$ , \*\*\*  $p < 0.001$ **Table 10.** Model Selection Criterion

	Gaussian	Students T	GED
ARMA(12,9)-IGARCH(1,1)			
AIC	-6.585052	-6.67202	-6.68278
SC	-6.575433	-6.6624	-6.67316
H-QC	-6.581600	-6.66857	-6.67933
ARMA(12,9)-IGARCH(2,1)			
AIC	-6.585052	-6.674331	-6.684808
SC	-6.575433	-6.662789	-6.673265
H-QC	-6.581600	-6.670190	-6.680666
ARMA(12,9)-IGARCH(1,2)			
AIC	-6.58221	-6.673170	-6.68395
SC	-6.57259	-6.661627	-6.67241
H-QC	-6.57876	-6.669028	-6.67981
ARMA(12,9)-IGARCH(2,2)			
AIC	-6.59925	-6.681898	-6.681879
SC	-6.58771	-6.668432	-6.668412
H-QC	-6.59511	-6.677066	-6.677046

**Table 11.** In-sample estimations of the ARMA-TGARCH

Gaussian		Students T		GED		
ARMA(12,9)-TGARCH(1,1)						
	Coefficient	z-Statistic	Coefficient	z-Statistic	Coefficient	z-Statistic
AR	0.039619	2.217986 **	0.029994	1.797234 *	0.027952	1.884707 *
MA	0.030325	1.607476	0.025352	1.501381	0.015129	1.001401
c	4.34E-07	4.129569 ***	5.08E-07	2.574423 **	4.22E-07	2.285255 **
$\alpha$	0.053168	11.71716 ***	0.067040	5.884089 ***	0.059139	6.011822 ***
$\gamma$	-0.01018	-1.84572 *	-0.017298	-1.32998	-0.01225	-1.01782
$\beta_1$	0.949222	328.5113 ***	0.942538	130.2810 ***	0.944998	141.0893 ***
ARMA(12,9)-TGARCH(2,1)						
AR	0.04516	2.533782 **	0.031632	1.912167 *	0.028687	1.942663 *
MA	0.037043	2.006178 **	0.026748	1.601134	0.016423	0.95849
c	2.61E-07	3.778137 ***	3.61E-07	2.351097 **	2.87E-07	2.088349 **
$\alpha_1$	0.075008	3.755896 ***	0.102406	2.590815 ***	0.087919	2.275925 **
$\gamma_1$	0.049484	1.806580 *	0.02766	0.539302	0.032572	0.639589
$\alpha_2$	-0.03466	-1.68054 *	-0.04692	-1.18947	-0.0399	-1.02016
$\gamma_2$	-0.06036	-2.24997 **	-0.04382	-0.86804	-0.04478	-0.89491
$\beta$	0.963341	384.6024 ***	0.953515	142.4249 ***	0.956702	159.0547 ***
ARMA(12,9)-TGARCH(1,2)						
AR	0.038078	2.134846 **	0.029592	1.781471 *	0.027571	1.864896 *
MA	0.032846	1.753889 **	0.025921	1.538998	0.016035	1.061879
c	6.55E-07	4.089933 ***	7.59E-07	2.493644 **	6.43E-07	2.243945 **
$\alpha$	0.084102	11.63102 ***	0.105287	5.675956 ***	0.094589	5.914718 ***
$\gamma$	-0.01821	-1.96037 *	-0.02751	-1.36222	-0.02107	-1.09349
$\beta_1$	0.244394	3.240954 *	0.268948	1.834156 *	0.241334	1.735731 *
$\beta_2$	0.676263	9.338492 **	0.641036	4.557746 ***	0.671486	5.026234 ***
ARMA(12,9)-TGARCH(2,2)						
AR	0.050122	2.896573 ***	0.033809	1.970603 **	0.025861	1.776891 *
MA	0.037172	2.086768 **	0.038224	2.210296 **	0.023223	1.568748
c	1.88E-08	2.178794 **	2.44E-08	2.143707 **	3.84E-08	1.813791 *
$\alpha_1$	0.071058	57.49168 ***	0.085442	5.315160 ***	0.081228	3.524706 ***
$\gamma_1$	0.063405	5.067037 ***	0.069373	2.856275 ***	0.05484	1.587293
$\alpha_2$	-0.06042	-72.1613 ***	-0.078464	-4.82677 ***	-0.07216	-3.13501 ***
$\gamma_2$	-0.07123	-5.61987 ***	-0.072060	-2.97484 ***	-0.05779	-1.67846 *
$\beta_1$	1.685866	4019.742 ***	1.658631	569.564E ***	1.667879	139.864C ***
$\beta_2$	-0.6923	-3495.12 ***	-0.664702	-198.614 ***	-0.67572	-54.855E ***

Note: \*  $p < 0.1$ , \*\*  $p < 0.05$ , \*\*\*  $p < 0.001$

AIC, SC 및 H-QC 통계치를 비교하면 GED 분포에서 ARMA(12,9)-IGARCH(2,1)모형이 최적이라고 할 수 있다. ARMA(12,9)-IGARCH(2,1)모형에서 ARCH+GARCH의 계수 총합은 1로 과도 충격의 속도를 나타내며, ARMA(12,9)-

IGARCH(2,1)모형에서 안정성 조건을 만족시키고 오늘의 변동성은 무한한 미래의 변동성에 까지 영향을 미칠 수 있다는 것을 알 수 있다.

Table 12. Model Selection Criterion

	Gaussian	Students T	GED
ARMA(12,9)-TGARCH(1,1)			
AIC	-6.585636	-6.676413	-6.68511
SC	-6.572169	-6.661023	-6.66972
H-QC	-6.580803	-6.670891	-6.67959
ARMA(12,9)-TGARCH(2,1)			
AIC	-6.589468	-6.677060	-6.68582
SC	-6.572154	-6.657822	-6.66658
H-QC	-6.583256	-6.670157	-6.67892
ARMA(12,9)-TGARCH(1,2)			
AIC	-6.588055	-6.677266	-6.68614
SC	-6.572665	-6.659951	-6.66882
H-QC	-6.582533	-6.671053	-6.67993
ARMA(12,9)-TGARCH(2,2)			
AIC	-6.597141	-6.642558	-6.689139
SC	-6.577903	-6.621396	-6.667977
H-QC	-6.590238	-6.634965	-6.681545

## 6. ARMA(12,9)-TGARCH 모형 구축

금 선물 가격을 비대칭성(asymmetry)이 있는지를 파악하기 위하여 GED 분포, Student's t 분포 및 Gaussian 분포에서 ARMA-TGARCH 모형을 구축하도록 하였다.

TGARCH모형에서 계수  $\lambda_1 > 0$  이면 음(-)의 충격이 같은 양(+)의 충격보다 다음기의 금 선물 가격에 더 큰 영향을 미친다는 비대칭적 변동성이 존재한다는 것을 알 수 있다. 만약에  $\lambda_1 < 0$  이면 양(+)의 충격이 같은 음(-)의 충격보다 다음기의 금 선물 가격에 더 큰 영향을 미치는 것이다(Ahmad and Ping, 2014; Wang et al., 2013). ARMA(12,9)-TGARCH(1,1)모형의  $\lambda$ 항은 Gaussian 분포에서 10%의 유의수준에서 유의하여, ARMA(12,9)-TGARCH(2,1)모형의  $\lambda$ 항은 Gaussian 분포에서 10%의 유의수준에서 유의하고 ARMA(12,9)-TGARCH(1,2)모형의  $\lambda$ 항은 Gaussian 분포에서  $p < 0.05$  에서 유의한 결과가 나타났다. ARMA(12,9)-TGARCH

(2,2)모형은 Student's t 분포 및 Gaussian 분포에서  $p < 0.05$ 로 유의성을 가지고 있다는 결과가 나타나고, 차분로그 후의 금 선물 가격수익률의 분산방정식은 유의수준 5%에서 모든 계수가 0이라는 귀무가설을 채택할 수 없으므로 통계적으로 보면 유의한 값이라고 할 수 있다. 그리고  $\lambda$ 항의 값이 유의한 음(-)의 값을 갖고 있으므로 레버리지 효과가 가지고 있으므로 좋은 정보가 나쁜 정보보다 변동성에 더 큰 영향을 미치게 된다는 것으로 해석할 수 있다.

AIC, SC 및 H-QC 통계치를 비교하면 GED 분포에서 ARMA(12,9) - TGARCH(2,2)모형은 최적이라고 할 수 있지만 유의수준 10%에서 모든 계수가 0이라는 귀무가설을 채택할 수 없으므로 최종적으로 Student's t 분포에서  $p < 0.05$ 로 유의성을 가지고 있는 ARMA(12,9)-TGARCH(2,2)모형을 최적모형으로 선정되었다. ARMA(12,9)-TGARCH(2,2)모형은 중국 금 선물 시장에서는 반대 방향의 비대칭적 변동성이 존재한다는 것으로 해석할 수 있다.

이분산성의 검정에서는 모형 적용 후에는

**Table 13. Model Selection Criterion**

	Gaussian	Students T	GED
<b>ARMA(12,9)-GARCH(1,1)</b>			
Q(10)	11.898(0.292)	8.2219(0.607)	8.8547(0.546)
LM(10)	11.70385(0.3054)	8.321175(0.5975)	8.906376(0.5410)
<b>ARMA(12,9)-GARCH(2,1)</b>			
Q(10)	9.3981(0.495)	5.9215(0.822)	6.5673(0.766)
LM(10)	8.860009(0.5454)	5.875328(0.8256)	6.432596(0.7777)
<b>ARMA(12,9)-GARCH(1,2)</b>			
Q(10)	7.5431(0.673)	4.1435(0.941)	4.6617(0.913)
LM(10)	7.089377(0.7170)	4.078995(0.9437)	4.521759(0.9208)
<b>ARMA(12,9)-GARCH(2,2)</b>			
Q(10)	2.9699(0.982)	4.3378(0.931)	4.8452(0.901)
LM(10)	3.102034(0.9789)	4.272082(0.9342)	4.682696(0.9113)
<b>ARMA(12,9)-IGARCH(1,1)</b>			
Q(10)	20.728(0.023)	15.493(0.115)	15.644(0.110)
LM(10)	19.07841(0.0393)	14.67761(0.1443)	14.78519(0.1401)
<b>ARMA(12,9)-IGARCH(2,1)</b>			
Q(10)	14.073(0.170)	10.782(0.375)	10.578(0.391)
LM(10)	12.54001(0.2505)	9.960835(0.4439)	9.761558(0.4617)
<b>ARMA(12,9)-IGARCH(1,2)</b>			
Q(10)	14.753(0.141)	9.7242(0.465)	10.059(0.435)
LM(10)	1.06684(0.2200)	8.949559(0.5369)	9.182948(0.5148)
<b>ARMA(12,9)-IGARCH(2,2)</b>			
Q(10)	3.1594(0.977)	3.0996(0.979)	15.795(0.106)
LM(10)	3.298452(0.9735)	3.242594(0.9751)	15.25437(0.1231)
<b>ARMA(12,9)-TGARCH(1,1)</b>			
Q(10)	13.023(0.222)	9.5301(0.483)	9.7892(0.459)
LM(10)	12.72565(0.2394)	9.538776(0.4818)	9.765329(0.4613)
<b>ARMA(12,9)-TGARCH(2,1)</b>			
Q(10)	9.6038(0.476)	5.8652(0.826)	6.4684(0.774)
LM(10)	9.038524(0.5285)	5.824616(0.8298)	6.336921(0.7862)
<b>ARMA(12,9)-TGARCH(1,2)</b>			
Q(10)	8.8963(0.542)	5.2793(0.872)	5.6351(0.845)
LM(10)	8.328688(0.5968)	5.158321(0.8804)	5.438382(0.8600)
<b>ARMA(12,9)-TGARCH(2,2)</b>			
Q(10)	4.2555(0.935)	3.8648(0.953)	3.1742(0.977)
LM(10)	4.272664(0.9342)	3.899226(0.9518)	3.224733(0.9756)

Ljung-Box 검정이나 LM 검정 모두에서 이분산성을 나타냈으나, 모형이 수정된 후 잔차들은 독립성을 만족해야 하는데 모형들에 대해 잔차의 자기상관성 검정으로 Ljung과 Box (1978)가 제안한 Ljung-Box검정을 할 수 있다. ARCH-LM Test (Engle 1982)를 사용하여 모형 적용 후 수정 잔차 검정을 통해 이분산 모형의 적합성을 확보할 것이다.

수정 잔차가 백색잡음모형인지 판단하기 위해 Ljung-Box 검정을 진행하였다. 위의 (Table 13)의 Q(10) 통계치를 보면 알 수 있듯이 ARMA-GARCH모형들 및 ARMA-TGARCH모형들은 신뢰수준 0.1 하에서 백색잡음모형을 다르다는 귀무가설을 기각할 수 없기 때문에 모두 수정된 이분산 모형의 적합성을 확보하였다. ARMA-GARCH모형들에서 ARMA(12,9)-



**Table 14.** Forecast Values of the Gold Return Series

Date	Real Return	ARMA(12,9)- GARCH(2,1)	ARMA(12,9)- IGARCH(2,1)	ARMA(12,9)- TGARCH(2,2)
4/01/2022	0.004848	-0.0001593	-0.000162	-0.000236
4/06/2022	-0.004342	0.0004734	0.000478	0.000688
4/07/2022	0.001416	0.0000121	0.000004	-0.000039
4/08/2022	0.003077	0.0001454	0.000162	0.000383
4/11/2022	0.008827	0.0003563	0.000365	0.000582
4/12/2022	0.005179	-0.0002408	-0.000250	-0.000382
4/13/2022	0.004905	0.0002837	0.000272	0.000273
4/14/2022	0.001334	0.0002331	0.000227	0.000261
4/15/2022	0.003843	-0.0002162	-0.000213	-0.000226

IGARCH(1,1)모형을 구축할 때 Gaussian 분포에서 자기상관계수가 10%의 유의수준에서 귀무가설을 기각되는 것을 알 수 있다. Student's t 분포 및 GED분포에서 ARMA(12,9)-IGARCH(1,1)모형은 귀무가설을 기각할 수 없다. 또한 ARCH-LM Test는 Ljung-Box 검정과 같은 결과로 모형 적용 후 수정 잔차를 검지를 통해 이분산 모형의 적합성을 확보되었다.

## 7. 분석 및 예측

위의 Ljung-Box 검정과 LM 검정을 통해서 모두 모형들이 적합성을 확보되었다. 가장 낮은 AIC, BC를 가진 모형은 최선모형이라고 간주한다(Miswan et al., 2013; Ahmad and Ping, 2014). GED 분포에서 ARMA(12,9)-GARCH(2,1)모형 및 ARMA(12,9)-IGARCH(2,1)모형은  $p < 0.05$ 에서 유의한 결과가 나타났고 AIC SC 및 Q-HC 정보기준에 따르면 ARMA(12,9)-GARCH(2,1)모형 및 ARMA(12,9)-IGARCH(2,1)모형이 데이터에 대한 적합도가 더 높다고 볼 수 있으며, ARMA-TGARCH모형들이 GED분포에서 ARMA(12,9) - TGARCH(2,2)모형은 최적이라고 할 수 있지만 유의수준 10%에서 모든 계수가 0이라는 귀무가설을 채택할 수 없으므로 최종적으로 Student's t 분포에서  $p < 0.05$ 로 유의성을 가지고 있는 ARMA(12,9)-TGARCH(2,2)모형을 최적모형으로 선정되었다. 이 논문은

세 가지 다른 기준인 RMSE(Root Mean Squared Error), MAE(Mean Absolute Error) 및 TIC(Theil Inequality Coefficient)를 사용하여 (Pahlavani and Roshan, 2015) 중국 금 선물가격 수익율의 변동에 대한 예측을 통하여 GED 분포에서 ARMA(12,9)-GARCH(2,1)모형, GED 분포에서 ARMA(12,9)-IGARCH(2,1)모형 및 Student's t 분포에서 ARMA(12,9)-TGARCH(2,2)모형의 예측 효율성을 비교하여, 더 적은 통계치를 가진 모형이 더 적절한 모형으로 고려될 것이다.

13년 금 선물 데이터 샘플을 바탕으로 ARMA 모델을 평균 방정식으로 채택하여 GED 분포에서 ARMA(12,9)-GARCH(2,1)모형 및 ARMA(12,9)-IGARCH(2,1)모형 및 Student's t 분포에서의 ARMA(12,9)-TGARCH(2,2)모형을 선정하고, 이후 2022년 4월 1일부터 2022년 4월 15일까지 위의 모형을 사용하여 중국 금 선물 가격의 변동성에 대한 예측을 수행하였다. 수익률 시리즈의 예측 결과는 <표 14>에 제시되어 있다.

모형 예측의 효율성을 더 잘 측정하기 위해 네 가지 손실 함수를 사용하여 서로 다른 모형의 오차 정도와 예측 결과를 평가한다. 즉 MSE(mean squared error)함수, MAE(mean absolute error)함수, TIC(Theil inequality coefficient)함수 및 RMSE(root mean-squared error)함수이다.

**Table 15.** Loss Function Values of the Forecasting of Gold Return Series

	ARMA(12,9)- GARCH(2,1)	ARMA(12,9)- IGARCH(2,1)	ARMA(12,9)- TGARCH(2,2)
MSE	0.000022	0.000022	0.000022
MAE	0.006783	0.006783	0.006786
RMSE	0.009683	0.009683	0.009678
TIC	0.965183	0.964714	0.947678

〈Table 15〉에 달성된 결과에 따르면 ARMA(12,9)-TGARCH(2,2)모형은 MAE, RMSE 및 TIC 기준에 대한 최상의 값이 각각 0.006786, 0.009678 및 0.947678와 같다. 따라서 RMSE, MAE 및 TIC 기준을 통한 예측 성능 비교는 최상의 모형이 Student's t 분포에서의 ARMA(12,9)-TGARCH(2,2)을 나타낸다. 따라서 ARMA(12,9)-TGARCH(2,2)모형은 금 선물 수익률의 변동성과 레버리지 효과를 설명하고 있으며 예측 성과는 다른 모형보다 높다.

## V. 결론

본 연구는 ARIMA모형 및 GARCH-class모형을 사용하여 중국 상하이 선물 거래소 2009년 4월 3일부터 2022년 3월 31일까지의 금 선물 로그수익률을 연구 표본으로 사용하였고, 서로 다른 ARMA-GARCH 혼합 모형, ARMA-IGARCH 혼합 모형, ARMA-TGARCH 혼합 모형을 구축하는 것을 통하여 중국 금 선물가격 수익률을 예측하였다. 모두 모형은 GED 분포, Student's t 분포, Gaussian 분포에서 테스트하였다. ADF 검정과 PP검정을 통하여 금 선물가격은 비안정 시계열이고 자연로그를 취한 변수들을 1차 차분한 후 금 선물가격 수익률의 변동성은 1% 유의수준에서 단위근이 존재하지 않는 안정적인 시계열로 나타났다. 선물 가격을 예측할 때 자주 사용되는 ARMA모형을 구축할 때 AIC, BC, H-QC에 대한 데이터를 비교하면 최종적으로 ARMA(12,9)모형을 최적 모형으로 선정되었는데 검정 결과를 보면 ARMA(12,9)모형은 변동성 집중현상(Volatility Clustering)과 ARCH 효

과가 존재한다는 결과가 나타났다. 금융 시계열에서 ARCH 효과가 존재한다는 결론은 많은 선행 연구에서 증명되었다(Lun-Wang and Zhi Gang-Zhang, 2020; Nargunam et al., 2021; Yan-Li and Rui Qian-Wang, 2020). 따라서 다음 실증 부분에서 GARCH-class를 선택하여 금 선물가격 수익률의 변동성을 추정하였다. 두꺼운 꼬리를 가지고 있는 밀집 분포(Leptokurtic)을 설명하기 위해 ARIMA-GARCH-class 모형들은 GED 분포, Student's t 분포, Gaussian 분포 세 가지 다른 분포를 고려하였다. 또한, 결과적으로 보면 Gaussian 분포에서의 ARMA(12,9)-IGARCH(1,1)모형은 자기상관계수가 10%의 유의수준에서 귀무가설을 기각되는 것을 알 수 있고, 나머지 모형들은 Ljung-Box 검정과 LM 검정을 통과하여 신뢰수준 0.1 이하에서 백색 잡음모형이 없다는 귀무가설을 기각할 수 없기 때문에 모두 수정된 이분산 모형의 적합성을 확보하였다(Sam Yong-Kim and Yong Heun-Lee, 2006; Seun Yo-Hong et al., 2009).

두 번째, AIC, SC 및 H-QC 통계치를 비교하면 GED 분포에서 ARMA(12,9)-GARCH(2,1)모형이 최적이라고 할 수 있다. ARMA(12,9)-GARCH(2,1)모형은 단기지속성(short run persistence)을 나타내는 ARCH의 계수가 양(+)의 값으로 5%의 유의수준에서 유의하였으며, 장기지속성(long run persistence)을 나타내는 ARCH+GARCH의 계수는 0.998418로 1에 가까운 양(+)의 값으로 1보다 작았으며, 통계적으로 유의하였다. 이러한 결과를 통해 금 선물가격 수익률을 추정하는데 있어서 ARMA(12,9)-GARCH(2,1)모형은 변동성의 군집화 현상과 시간 가변적인 특성을 포착할 수 있다는 것이

나타났다고, 이 연구 결과는 Lei-Ding and Wan Shan-Guo (2019)의 연구 결과와 일치한다.

세 번째, 오늘의 변동성은 무한한 미래의 변동성에까지 영향을 미치지 ARMA - IGARCH모형을 구축하였고, AIC, SC 및 H-QC 통계치를 비교하면 GED 분포에서 ARMA(12,9)-IGARCH(2,1)모형은 최적이라고 할 수 있다. ARMA(12,9)-IGARCH(2,1)모형에서 ARCH+GARCH의 계수 총합은 1로 과동 충격의 속도를 나타내며, 안정성 조건을 만족시키고 오늘의 변동성은 무한한 미래의 변동성에까지 영향을 미칠 수 있다는 결과를 알 수 있다. Bentes (2015)는 연구에서 IGARCH 모형이 금 선물가격 수익률을 예측하는 데 시간이 지날수록 높은 지속성을 갖는다는 것을 증명하였다.

네 번째, 중국 금 선물 가격을 비대칭성(asymmetry)이 있는지를 파악하기 위하여 비대칭성을 가진 ARMA-TGARCH모형들을 구축하였고, 중국 금 선물 시장에서 금 선물 시장은 레버리지 효과가 가지고 있으며 양(+)의 충격이 같은 음(-)의 충격보다 다음기의 금 선물 가격에 더 큰 영향을 미친다는 비대칭적 변동성이 존재한다는 것이 입증되었다. 대다수의 연구는 금융시장의 변동에서 음의 충격이 양의 충격에 비하여 더 큰 변동성이 나타나는 레버

리지 효과(Leverage Effect)를 존재하지만 금 가격에 관한 예측 연구에서 좋은 정보가 나쁜 정보보다 변동성에 더 큰 영향을 미치게 된다는 결과가 항상 나타내었다(Ahmad and Ping, 2014; Irene et al., 2020). Ahmad and Ping (2014)은 말레이시아의 금 가격을 분석하였고, TGARCH 모형과 EGARCH 모형을 활용해 말레이시아 금 시장에서 좋은 정보가 나쁜 정보보다 변동성에 더 큰 영향을 미치게 된다는 결론을 내렸다.

마지막으로 모형들의 정확도를 판단하기 위해 2022년 4월 01일부터 2022년 4월 15일까지 거래된 금 선물가격수익률의 변동성을 단기적으로 예측하고 최저 RMSE, MAE, TIC 표준에서 수정된 변동성과 비대칭성을 가진 Student's t 분포에서의 ARMA(12,9) - TGARCH(2,2)모형은 미래 금 선물 가격의 변동성에 대한 예측 정확도가 더 높고 모형 신뢰성이 뛰어나다는 결과를 알 수 있다.

본 연구의 의의로서는 최근 급성장하고 있는 중국 선물시장에서의 금 선물 가격의 변동성에 대한 특성과 다양한 모델들의 적합도를 살펴봄으로서 중국 금 선물 변동성에 대한 예측과 헤지 전략에 도움이 될 것으로 본다.

## References

- Ding, Lei and Wan-Shan Guo (2019), "Prediction of Gold Price Based on ARIMA-GARCH Mixed Model", *Journal of Xuchang University*, 38(6), 124-129.
- Zhu, He-Liang and Gui-Yang Xu (2010), "An Empirical Study about China'S Gold Futures Market Price Discovery Function", *Journal of Capital University of Economics and Business*, 5.
- Chen, Bei-Er and Chu-Qi Li(2013), "Comparison of Futures Trading Volume in Major Regions of the World", *CN41-0082*, 2013
- Ahmad, M. H. and P. Y. Ping (2014), "Modelling Malaysian gold using symmetric and asymmetric GARCH models", *Applied Mathematical Sciences*, 8(17), 817-822.
- Alkhozali, O. M. and T. A. Zoubi (2020), "Gold and portfolio diversification: A Stochastic Dominance Analysis of the Dow Jones Islamicindices", *Pacific-Basin Finance Journal*, 60, 101-264.

- Baur, D. G. and T. K. McDermott (2016), "Why is Gold a Safe Haven", *Journal of Behavioral and Experimental Finance*, 10, 63-71.
- Baur, D. G. and T. K. McDermott (2010), "Is Gold a Safe Haven? International Evidence", *Journal of Banking & Finance*, 34(8), 1886-1898.
- Bentes, S. R. (2015), "Forecasting Volatility in Gold Returns under the GARCH, IGARCH and FIGARCH Frameworks: New Evidence", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 438, 355-364.
- Beckmann, J., T. Berger and R. Czudaj (2015), "Does Gold Act as a Hedge or a Safe Haven for Stocks? A Smooth Transition Approach", *Economic Modelling*, 48, 16-24.
- Bollerslev, T. (1987), "A Conditionally Heteroskedastic Time Series Model for Speculative Prices and Rates of Return", *The Review of Economics and Statistics*, 69(3), 542-547.
- Bollerslev, T. (1986), "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity", *Journal of Econometrics*, 31(3), 307-327.
- Challa, M. L., V. Malepati and S. N. R. Kolusu (2020), "S&P BSE Sensex and S&P BSE IT Return Forecasting Using ARIMA", *Financial Innovation*, 6(1), 1-19.
- Chen P. and X. Y. LI (2018), "Prediction Analysis of Gold Price Based on ArfIMA-Garch Model Family", *E-commerce*, 5, 42-44.
- Daskalakis, N. and W. Yue (2017), "User's Perceptions of Motivations and Risks in Crowdfunding with Financial Returns", *Available at SSRN 2968912*.
- Dong, H., X. Guo., H. Reichgelt and R. Hu (2020), "Predictive Power of ARIMA Models in Forecasting Equity Returns: a Sliding Window Method", *Journal of Asset Management*, 21(6), 549-566.
- Engle, R. F. (1982), "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation", *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 987-1007.
- Fei, J. W. (2017), "Analysis and Forecast of China's Gold Futures Price Based on ARIMA Model", *Contemporary Economics*, 9, 148-150.
- French, K. R., G. W. Schwert and R. F. Stambaugh (1987), "Expected Stock Returns and Volatility", *Journal of financial Economics*, 19(1), 3-29.
- He, C. and T. Terasvirta (1999), "Properties of the Autocorrelation Function of Squared Observations for Second&-order Garch Processes Under Two Sets of Parameter Constraints", *Journal of Time Series Analysis*, 20(1), 23-30.
- Hong, S. Y., S. M. Choi., J. A. Park., J. S. Baek and S. Y. Hwang (2009), "I-TGARCH Models and Persistent Volatilities with Applications to Time Series in Korea", *CSAM(Communications for Statistical Applications and Methods)*, 16(4), 605-614.
- Irene, Y., M. Y. Wijaya and A. Muhayani (2020), "World Gold Price Forecast Using APARCH, EGARCH and TGARCH Model", *InPrime: Indonesian Journal of Pure and Applied Mathematics*, 2(2), 71-78.
- Jing, Zhi-Gang and Guo-Liang Shi (2017), "Gold Price Prediction Based on Ls-svm ARIMA Combination Model Based on Wavelet Analysis", *Gold*, 38(05).
- Kim, Sam-Yong and Yong-Heun Lee (2006), "Comparison of a Class of Nonlinear Time Series models (GARCH, IGARCH, EGARCH)", *The Korean Journal of Applied Statistics* 19(1), 33-41.
- Kou, G., X. Chao., Y. Peng., F. E. Alsaadi and E. Herrera-Viedma (2019), "Machine Learning Methods for Systemic Risk Analysis in Financial Sectors", *Technological and Economic Development of Economy*, 25(5), 716-742.
- Kumari, S. N and A. Tan (2018), "Modeling and Forecasting Volatility Series: with Reference to Gold

- Price”, *Thailand Statistician*, 16(1), 77-63.
- Latunde, T., L. S. Akinola and D. D. Dare (2020), “Analysis of Capital Asset Pricing Model on Deutsche Bank Energy Commodity”, *Green Finance*, 2(1), 20-34.
- Lean, H. H and W. K. Wong (2015), “Is Gold Good for Portfolio Diversification? A Stochastic Dominance Analysis of the Paris Stock Exchange”, *International Review of Financial Analysis*, 42, 98-108.
- Levin, E. J., A. Montagnoli and R. E. Wright (2006), “Short-run and Long-run Determinants of the Price of Gold”, *World Gold Council*.
- Li, Yan and Rui-Qian Wang (2020), “Gold Price Prediction Based on HP Filtering ARMA-GARCH Model”, *International Journal of Science*, 7(7).
- Li, Zhao-Jing(2014), “Performance Analysis of Portfolio Value at Risk Estimation Using Time Series Volatility Models -Comparative Study for Univariate Models and Multivariate Models”, Konkuk University.
- Li, Z., H. Dong., C. Floros., A. Charemis and P. Failler (2021), “Re-examining Bitcoin Volatility: A CAViaR-based Approach”, *Emerging Markets Finance and Trade*, 1-19.
- Lucey, B. M., C. Larkin and F. O’Connor (2014), “Gold Markets around the World-Who Spills over What, to Whom, When?”, *Applied Economics Letters*, 21(13), 887-892.
- Mallikarjuna, M and R. P. Rao (2019), “Evaluation of Forecasting Methods from Selected Stock Market Returns”, *Financial Innovation*, 5(1), 1-16.
- Miswan, N. H., P. Y. Ping and M. H. Ahmad (2013), “On Parameter Estimation for Malaysian Gold Prices Modelling and Forecasting”, *International Journal of Mathematical Analysis*, 7(21-24), 1059-1068.
- Mo, J., J. Schleich and Y. Fan (2018), “Getting Ready for Future Carbon Abatement under Uncertainty-key Factors Driving Investment with Policy Implications”, *Energy Economics*, 70, 453-464.
- Nargunam, R., W. W. Wei and N. Anuradha (2021), “Investigating Seasonality, Policy Intervention and Forecasting in the Indian Gold Futures Market: a Comparison Based on Modeling Non-constant Variance Using Two Different Methods”, *Financial Innovation*, 7(1), 1-15.
- Nelson, D. B. (1990), “Stationarity and Persistence in the GARCH (1, 1) Model”, *Econometric Theory*, 6(3), 318-334.
- Pahlavani, M and R. Roshan (2015), “The Comparison among ARIMA and Hybrid ARIMA-GARCH Models in Forecasting the Exchange Rate of Iran”, *International Journal of Business and Development Studies*, 7(1), 31-50.
- Shafiee, S and E. Topal (2010), “An Overview of Global Gold Market and Gold Price Forecasting.”, *Resources policy*, 35(3), 178-189.
- Sharma, A., S. Baby and R. Marwaha (2016), “Forecasting Gold Prices: Comparison of ARIMA and Hybrid ARIMA GARCH Model”, *ICBAI 2016*.
- Sopipan, N. (2018), “Trading Gold Future with ARIMA-GARCH model”, *Thai Journal of Mathematics*, 227-238.
- Wang Lun and Gang-Zhang Zhi (2020, April), “Research on Shanghai Copper Futures Price Forecast Based on X12-ARIMA-GARCH Family Models. In 2020 International Conference on Computer Information and Big Data Applications (CIBDA)”, *IEEE*, 304-308.
- Wang, Yu-Ling, Yun-Shuang Xiang, Xin-Yu Lei and Yu-Cheng Zhou (2021), “Volatility Analysis Based on GARCH-type Models: Evidence from the Chinese Stock market”. *Economic Research-Ekonomiska*

*Istraživanja*, 1-25.

- Wei, Yu., Chao Liang., Yan Li., Xun-Hui Zhang and Gui-wu Wei (2020), "Can CBOE Gold and Silver Implied Volatility Help to Forecast Gold Futures Volatility in China? Evidence based on HAR and Ridge Regression Models", *Finance Research Letters*, 35, 101-287.
- Wu, Bing-Hui and Ting-Ting Duan (2017), "The Fractal Feature and Price Trend in the Gold Future Market at the Shanghai Futures Exchange (SFE)", *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 474, 99-106.
- Wu, Guo-Hua., Tian-Yin Yao and Bao-Ping Zhang (2020), "A Study of the Efficiency of Futures Research Institutes of China", *The Journal of Asian Finance, Economics, and Business*, 7(12), 555-564.
- Wu, Nan-Lin., Xuan Song and Yi-Yang Jing (2020), "Risk Measurement of Chinese Gold Futures Market based on EGARCH Model", *New Economy*, Z2, 20-31.
- Xu, C., L. L. Norden and B. Hagstromer (2010), "Alchemy in the 21st century: Hedging with Gold Futures", *Available at SSRN 1653297*.
- Yaziz, S. R., N. A. Azizan., M. H. Ahmad and R. Zakaria, (2016), "Modelling Gold Price Using ARIMA-TGARCH", *Applied Mathematical Sciences*, 10(28), 1391-1402.
- Yoo, Eun-Jeong and Ki-Bo Ku (2021), "A Study on the Correlation between Baltic Dry Index and China's Nonferrous Metal Futures Market Price", *The Korea Academic Association of Contemporary Chinese Studies*, 22(4), 271-302.
- Zhao, Ni., Byung-Haw Lim and Tae-Hyung Ha (2015), "Testing Multi-Factor Models of the Term Structure of Chinese Gold Futures Market", *Institute for Finance & Knowledge*, 13(2), 105-135.