

ORIGINAL ARTICLE

원형터널 주변의 소성영역 평가를 위한 slip-line 해석법 활용

이연규^{1*}

¹군산대학교 건축·해양건설융합공학부 교수

Application of Slip-line Method to the Evaluation of Plastic Zone around a Circular Tunnel

Youn-Kyou Lee^{1*}

¹Professor, Department of Coastal Construction Engineering, Kunsan National University

*Corresponding author: kyoulee@kunsan.ac.kr

Received: September 28, 2022

Revised: October 14, 2022

Accepted: October 17, 2022

ABSTRACT

The generalized Hoek-Brown (GHB) criterion, which is recognized as one of the standard failure conditions for rock mass, is specialized for rock engineering applications and covers a wide range of rock mass conditions. Accordingly, many research efforts have been devoted to the incorporation of this criterion into the stability analysis of rock structures. In this study, the slip-line analysis method, which is a kind of elastoplastic analysis method, is combined with the GHB failure criterion to derive analytical equations that can easily calculate the plastic radius and stress distribution in the vicinity of the circular tunnel. In the process of derivation of related formulas, it is assumed that the behavior of rock mass after failure is perfectly plastic and the in-situ stress condition is hydrostatic. In the formulation, it is revealed that the plastic radius can be calculated analytically using the two respective tangential friction angles corresponding to the stress conditions at tunnel wall and elastic-plastic boundary. It is also shown that the plastic radius and stress distribution calculated using the derived analytical equations coincide with the results of Lee & Pietruszczak's numerical method published in 2008. In the latter part of this paper, the influence of the quality of the rock mass on the size of the plastic zone, the stress distribution, and the change of the tangential friction angle was investigated using the derived analytical equations.

Keywords: Generalized Hoek-Brown criterion, Slip-line, Plastic radius, Tangential friction angle, Circular tunnel

초록

암반의 표준 파괴기준식의 하나로 인정받고 있는 일반화된 Hoek-Brown (GHB) 식은 암반공학적 활용에 특화되어 있으며 넓은 범위의 암반조건을 고려할 수 있다. 이에 따라 암반 구조물의 안정성 해석과정에서 GHB 식을 적극적으로 활용하기 위한 많은 연구 노력이 진행 중이다. 이 연구에서는 탄소성 해석법의 일종인 slip-line 해석법을 GHB 파괴기준식과 결합하여 원형터널 주변의 소성반경과 응력분포를 간편하게 계산할 수 있는 해석적 수식들을 유도하였다. 관련 수식 유도과정에서는 파괴 후 거동으로 완전 소성 거동을 가정하였고, 초기지압은 정수압 상태로 가정하였다. 이 연구를 통하여 소성반경은 터널 벽면과 탄성-소성 경계면에 대응되는 두 접선 마찰각을 이용하여 해석적으로 계산할 수 있음을 밝혔다. 또한 유도한 해석 식들을 이용하여 계산한 소성반경과 응력분포는 2008년에 발표된 Lee & Pietruszczak의 수치해석적 방법의 결과와 일치함을 보였다. 이 논문의 후반부에서는 유도한 해석 식을 활용하여 암



반의 양호도가 소성영역의 크기, 응력분포, 접선마찰각의 변화에 미치는 영향을 분석하였다.

핵심어: 일반화된 Hoek-Brown 파괴기준식, Slip-line, 소성반경, 접선마찰각, 원형터널

1. 서론

TBM 터널이나 시추공과 같이 원형 단면의 공동 주변에 발생하는 응력과 변위 분포를 계산하는 것은 암반공학의 주요 연구주제 중 하나이다. 이러한 연구의 목적은 원형 공동의 파괴를 예측하고 파괴범위를 정확하게 산정하는 것이다. 연속체 탄소성 해석법을 적용하는 경우 항복영역이 파괴범위를 대변한다고 가정할 수 있다. 한편 암반의 파괴가 시작되는 응력조건은 파괴기준식으로 표현되며, 이 식은 탄소성 해석에서 항복함수로 이용된다. 마찰각(friction angle)과 점착력(cohesion)으로 정의되는 선형 Mohr-Coulomb (M-C) 파괴기준식과 경험적 비선형 파괴기준식인 Hoek-Brown (H-B, Hoek and Brown, 1980) 식이 대표적인 암반 파괴기준식이다. 본래의 H-B 식은 발표 이후 무결암 뿐만 아니라 절리성 연약 암반의 파괴기준식으로도 활용될 수 있도록 개선되었으며 이 식은 일반화된(generalized) Hoek-Brown (GHB) 식으로 지칭되고 있다(Hoek et al., 2002). 암종과 암반 상태에 따라 정도의 차이가 있지만 암반의 강도와 구속압의 관계는 일반적으로 비선형이므로 암반구조물 안정성을 정밀하게 평가를 위해서는 GHB 파괴기준식이 적극적으로 활용될 필요가 있다.

원형 단면을 갖는 터널의 탄소성 해석을 목적으로 M-C 식과 H-B 식을 적용하는 해석적(analytical), 수치해석적(numerical) 방법은 현재 비교적 잘 정립이 되어있다(Brown et al., 1983, Carter et al., 1986, Carranza-Torres and Fairhurst, 1999, Alonso et al., 2003). 반면에 GHB 파괴기준식을 적용한 탄소성 해석법의 경우 수치해석적 방법론 측면에서는 관련 연구들이 꾸준히 발표되고 있으나(Carranza-Torres, 2004, Sharan, 2008, Lee and Pietruszczak, 2008, Park, 2014) 해석적 간편 계산을 목적으로 GHB 식을 활용하는 연구는 상대적으로 미진한 상황이다. 그 이유는 GHB 식의 강도정수 a 가 0.5가 아닌 경우 해석적 정해를 얻기 힘들기 때문으로 판단된다. GHB 식이 갖는 이러한 수학적 난점을 해결하기 위해 최근 Lee and Pietruszczak(2017, 2021)은 GHB 식을 해석해가 존재하는 비선형 함수로 정밀하게 근사시키는 방법을 제시하기도 하였다.

이 연구에서는 탄소성 해석법의 일종인 slip-line 해석법을 GHB 파괴기준식과 결합시켜 정수압 지압조건인 원형 터널 주변에 형성되는 소성영역의 두께와 응력분포를 해석적으로 신속히 계산하는 새로운 방법을 제시하였다. 여기서 Slip-line은 완전소성 거동을 나타내는 재료의 소성영역에 규칙적으로 분포하는 잠재적 파괴면을 지칭한다(Davis and Selvadurai, 2002). 지금까지 Slip-line 해석법은 암반기초의 지지력 계산(Serrano and Ollala, 1994, Serrano et al., 2000), M-C 파괴기준식을 따르는 원형터널의 탄소성 해석(Wang and Skirrow, 2008) 등에 주로 활용되고 있다. 그러나 이 해석법을 GHB 파괴기준식과 결합시켜 원형터널 주변의 소성영역을 해석적 방법으로 분석한 사례는 지금까지 보고되지 않고 있다. 이 연구에서 개발된 해석 식들을 이용하여 계산한 소성영역 두께와 응력분포를 기존의 수치해석 기법을 이용하여 계산한 결과와 비교함으로써 개발한 수식의 정확성을 검증하였다. 또한 개발된 해석적 수식들을 이용하여 암반의 양호도와 암반 강도정수가 소성영역의 확대, 응력분포, 접선마찰각의 변화에 미치는 영향을 분석하였다.

2. GHB 기준식

Hoek et al.(2002)이 제안한 GHB 기준식에서는 암반이 파괴되는 응력 조건을 최소주응력(σ_3)과 최대주응력(σ_1)의 관계로 다음과 같이 정의한다.

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci} \left(m_b \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} + s \right)^a \tag{1}$$

여기서 m_b, s, a 는 암반의 강도정수이고 σ_{ci} 는 암반을 구성하는 무결암의 일축압축강도이다. 암반의 강도정수 값들은 불연속면의 분포 특징과 불연속면의 표면상태를 정량화한 지수 GSI (Geological Strength Index, Hoek et al., 1998)를 이용하여 결정한다. GSI는 0과 100 사이의 값을 가지며 GSI=100은 무결암에 해당한다. 각 강도정수 값 결정을 위해 Hoek et al.(2002)이 제안한 경험식은 다음과 같다.

$$m_b = m_i \exp\left(\frac{GSI - 100}{28 - 14D}\right) \tag{2}$$

$$s = \exp\left(\frac{GSI - 100}{9 - 3D}\right) \tag{3}$$

$$a = 0.5 + (1/6)(e^{-GSI/15} - e^{-20/3}) \tag{4}$$

여기서 m_i 는 암종에 따라 결정되는 무결암의 강도정수이고 D 는 암반의 교란 정도를 반영하는 0과 1사이의 상수이다.

GHB 기준식은 기본적으로 σ_3 와 σ_1 의 관계식이며 $a = 0.5$ 인 경우를 제외하면 이 식을 수직응력(σ_n)과 전단강도(τ)의 관계식 즉, Mohr 파괴포락선식으로 정확하게 변환시키는 것이 어렵다. 이에 따라 지금까지 여러 형태의 근사 파괴포락선식들이 제안되고 있다(Hoek and Brown, 1997, Kumar, 1998, Sofianos, 2003, Lee and Pietruszczak, 2017, 2021, Lee, 2018). Fig. 1은 Mohr원과 파괴포락선의 관계를 보여준다. 그림에서 p 와 q 는 또 다른 형태의 파괴기준식 정의에 활용되는 Lambe 변수이며 각각 $p = (\sigma_1 + \sigma_3)/2$, $q = (\sigma_1 - \sigma_3)/2$ 을 의미한다. GHB 기준식의 경우 p 와 q 는 접선마찰각(ϕ_i)을 이용하여 다음과 같이 표시할 수 있다.

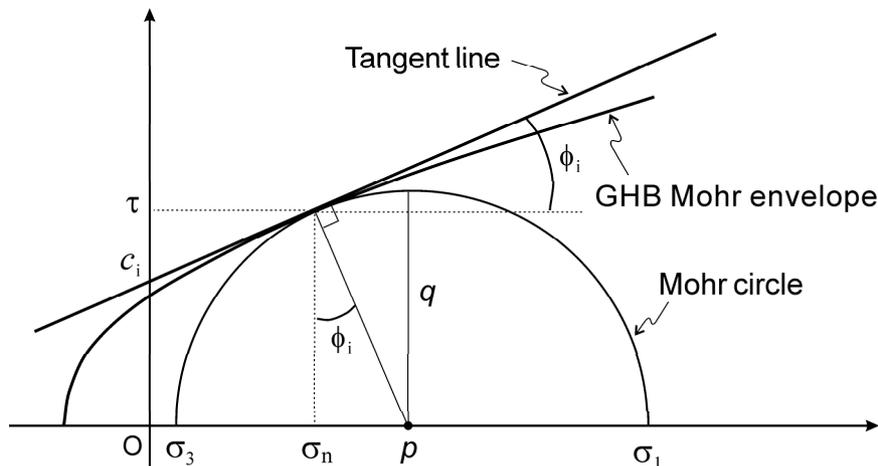


Fig. 1. Failure envelope of the GHB criterion and a Mohr circle at failure

$$p = \sigma_{ci} m_b^{\frac{a}{1-a}} \left(\frac{a}{2} \frac{1 - \sin \phi_i}{\sin \phi_i} \right)^{\frac{1}{1-a}} \left(1 + \frac{1}{a} \frac{\sin \phi_i}{1 - \sin \phi_i} \right) - \frac{\sigma_{ci} s}{m_b} \quad (5)$$

$$q = \frac{1}{2} \sigma_{ci} \left(\frac{a m_b}{2} \frac{1 - \sin \phi_i}{\sin \phi_i} \right)^{\frac{a}{1-a}} \quad (6)$$

3. 평형조건식을 이용한 원형터널의 소성영역 두께와 응력분포 산정

정수압 조건의 초기지압이 작용하는 암반에 굴착된 원형터널의 거동해석은 2차원 평면변형률 문제로 간주할 수 있다. Fig. 2와 같이 터널반경 b , 초기지압 σ_0 를 가정하면 암반의 강도와 지보압(p_i) 조건에 따라 터널 주변에 반경거리 R_p 인 소성영역이 형성될 수 있다. 대칭성을 활용하기 위해 극좌표계를 선택할 경우 임의의 지점(r, θ)에 작용하는 반경방향 수직응력 σ_r 과 원주방향 수직응력 σ_θ 는 다음식으로 표현되는 평형조건을 만족하여야 한다.

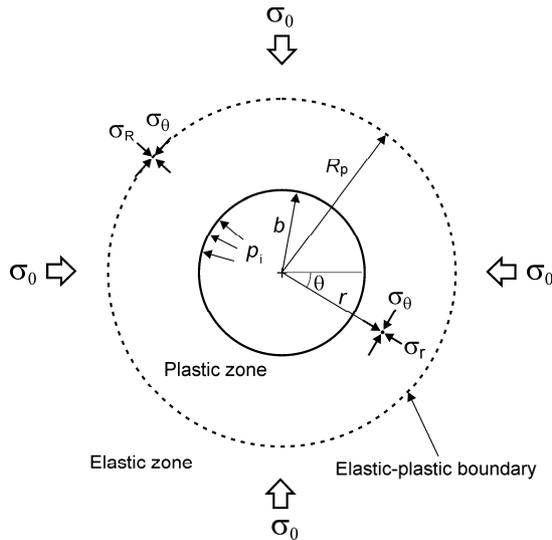


Fig. 2. Plastic zone around a circular excavation

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (7)$$

GHB 암반을 가정하면 소성거동의 시작 조건 즉, 항복조건으로 식(1)을 이용할 수 있고, σ_r 과 σ_θ 가 각각 최소주응력과 최대주응력이 되는 상황을 가정하면 식(7)은 다음과 같이 표시된다.

$$\frac{d\sigma_r}{dr} = \frac{1}{r} \sigma_{ci} \left(m_b \frac{\sigma_r}{\sigma_{ci}} + s \right)^a \quad (8)$$

식 (8)을 적분하면 소성영역 내 임의 지점 r 과 σ_r 의 관계식이 다음과 같이 구해진다.

$$\frac{r}{b} = \exp \left[\frac{1}{m_b(1-a)} \left\{ \left(m_b \frac{\sigma_r}{\sigma_{ci}} + s \right)^{1-a} - \left(m_b \frac{p_i}{\sigma_{ci}} + s \right)^{1-a} \right\} \right] \quad (9)$$

이제 소성-탄성 경계 지점에 작용하는 반경방향 수직응력 σ_R 를 식 (9)에 대입하면 소성영역의 반경 R_p 는 다음 식으로 표시된다.

$$\frac{R_p}{b} = \exp \left[\frac{1}{m_b(1-a)} \left\{ \left(m_b \frac{\sigma_R}{\sigma_{ci}} + s \right)^{1-a} - \left(m_b \frac{p_i}{\sigma_{ci}} + s \right)^{1-a} \right\} \right] \quad (10)$$

소성-탄성 경계 지점에 작용하는 원주방향 수직응력은 $\sigma_\theta = (2\sigma_0 - \sigma_R)$ 이므로 σ_R 은 다음 식으로부터 구할 수 있다.

$$2(\sigma_0 - \sigma_R) = \sigma_{ci} \left(m_b \frac{\sigma_R}{\sigma_{ci}} + s \right)^a \quad (11)$$

식 (11)에서 σ_R 을 구하기 위해서는 수치해석적 방법이 이용되어야 하지만 $a = 0.5$ 즉, GSI=100인 경우 다음과 같은 정해가 존재한다.

$$\sigma_R = \frac{1}{2} \left(\beta - \sqrt{\beta^2 + 4\beta\sigma_0 + s\sigma_{ci}^2} \right) + \sigma_0 \quad (12)$$

여기서

$$\beta = \frac{m_b \sigma_{ci}}{4} \quad (13)$$

한편 소성영역에서는 $\sigma_r \in [p_i, \sigma_R]$ 이고 σ_r 은 r 의 증가와 더불어 단조 증가하므로 식 (9)과 식 (1)을 이용하면 소성영역 내 임의 지점에서 응력분포를 계산할 수 있다.

4. Slip-line 해석법을 이용한 원형터널의 소성영역 두께와 응력분포 계산

4.1 원형터널 주변에서 slip-line의 형성 원리

소성영역 내 임의 지점에서 응력상태는 항복조건식을 만족시키며 이 점을 지나는 한 쌍의 잠재적 파괴면이 존재한다. 두 파괴면은 각각 α -line과 β -line으로 지칭된다(Davis and Selvadurai, 2002). 이때 두 파괴면과 최대주응력 방향의 사이 각은 $(\pi/4 - \phi_i/2)$

이다. 수학적으로 두 파괴면은 쌍곡선형 편미분 방정식의 해를 구하는 데 이용되는 특성곡선(characteristic lines)에 해당한다.

Fig. 3은 원형터널 벽면의 점 A에서 시작되어 탄소성 경계면의 점 B에 도달하는 α -line과 이에 대응되는 β -line을 보여준다. 점 A에서 최대주응력 σ_θ 의 방향은 연직이고 점 B에서는 수평방향과 $(\pi/2 - \theta_{max})$ 의 각도를 이룬다. 따라서 터널 벽면에서 시작되어 탄성-소성 경계까지 이어지는 slip-line은 곡선으로 나타난다. 그림에서 θ 는 시계방향의 각도일 때 양의 값으로 정의하였다.

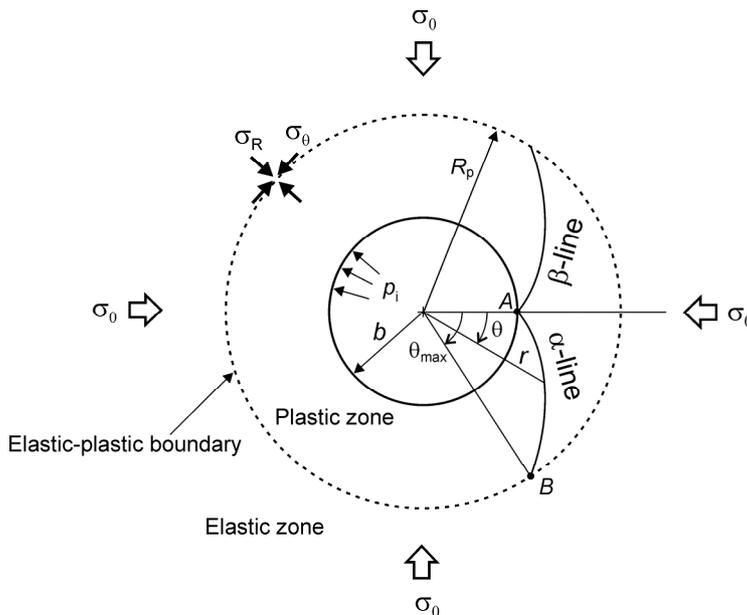


Fig. 3. Slip-line formation around a circular excavation

Fig. 3의 점 A와 점 B에서 slip-line의 방향이 결정되는 원리가 Fig. 4에 설명되어 있다. 그림에서 O_p 는 Mohr 원의 평면기점 (origin of planes, Das, 1997)을 나타낸다. Mohr 원과 파괴포락선의 상하 접점을 평면기점과 연결하는 직선의 방향이 각각 α -line, β -line의 접선과 평행하다. 점 A에서는 최소주응력이 지보압 p_i 이고 이에 해당하는 Mohr 원 상의 점이 평면기점과 일치한다

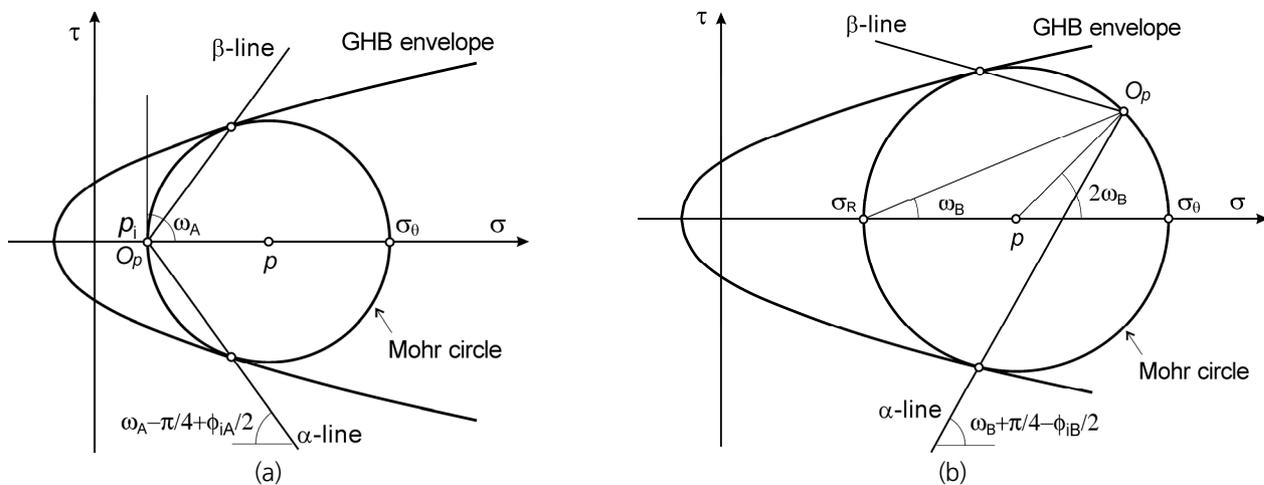


Fig. 4. Slip-line directions at (a) point A and (b) point B indicated in Fig. 3

다. 또한 점 A에서 최대주응력의 방향은 연직방향 즉, $\omega_A = \pi/2$ 이므로 α -line이 수평과 이루는 각은 $\omega_A - \pi/4 + \phi_{iA}/2$ 이 된다. 여기서 ϕ_{iA} 점 A에서 GHB 파괴기준식의 접선마찰각이다. 한편 점 B에서는 최소주응력이 σ_R 이며 최대주응력 방향이 수평과 이루는 각은 $\omega_B = \pi/2 - \theta_{\max}$ 이다. 따라서 점 B에서 GHB 파괴기준식의 접선마찰각을 ϕ_{iB} 라 하면 이 점에서 α -line의 접선이 수평과 이루는 각도는 $\omega_B + \pi/4 - \phi_{iB}/2$ 이다.

4.2 소성영역 두께 산정

자중을 무시할 경우 임의 slip-line에서는 다음의 관계가 성립한다(Serrano and Olalla, 1994, Davis and Selvadurai, 2002).

$$dI \pm d\omega = 0 \tag{14}$$

여기서

$$dI = \frac{\cos\phi_i}{2q} dp \tag{15}$$

식 (14)에서 ω 는 최대주응력 방향과 수평선 사이의 각도이고 식 (15)에서 p 와 q 는 2절에서 설명한 Lambe 변수이다. 또한 ϕ_i 는 암반의 접선마찰각이다. 식 (14)에서 ‘+’ 기호는 α -line에 해당하며 ‘-’ 기호는 β -line에 대응된다. 식 (14)은 임의 α -line에 위치하는 모든 점에서 I 와 ω 의 합이 불변이며 임의 β -line 상의 모든 점에서 I 와 ω 의 차가 불변한다는 사실을 말해준다. 이 연구에서는 이러한 불변성을 활용하여 원형터널 주변에 형성되는 소성영역의 두께를 계산하는 새로운 방법을 제시하였다.

두 Lambe 변수는 관계식 $dq/dp = \sin\phi_i$ 을 만족하고 q 는 식 (6)과 같이 ϕ_i 의 함수이므로 식 (15)는 다시 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$dI = \frac{\cot\phi_i}{2q} dq = -\frac{a}{1-a} \frac{1 + \sin\phi_i}{2\sin^2\phi_i} d\phi_i \tag{16}$$

식 (16)을 적분하면 I 가 ϕ_i 의 함수로 다음 식과 같이 표시된다.

$$I(\phi_i) = \frac{a}{2(1-a)} \left[\cot\phi_i + \ln\left(\cot\frac{\phi_i}{2}\right) \right] \tag{17}$$

Fig. 5는 Fig. 3의 점 A에서 시작되는 α -line의 일부를 보여준다. 시계방향 각 θ 에 해당하는 지점에서 α -line의 진행 방향은 다음의 미분식에 의해 결정된다.

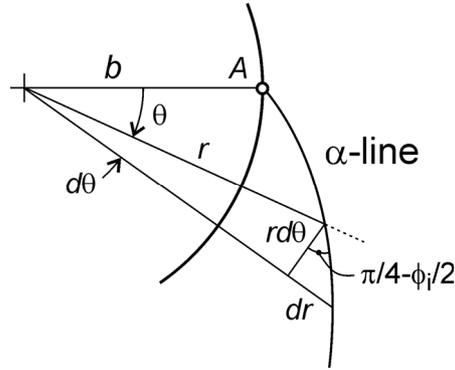


Fig. 5. Geometry of α -line starting at point A of the tunnel wall

$$\frac{dr}{rd\theta} = \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi_i}{2}\right) \quad (18)$$

한편 4.1절에서 정의한 최대주응력의 방향 ω 는 θ 와 $\omega = \pi/2 - \theta$ 의 관계가 있으므로 $d\theta = -d\omega$ 의 관계가 성립한다. 또한 식 (14)를 고려하면 $d\theta = dI$ 를 만족한다. 그러므로 식 (18)은 식 (16)을 이용하여 다시 다음의 미분식으로 변환시킬 수 있다.

$$\frac{dr}{r} = \left(\frac{a}{a-1}\right) \left(\frac{1 + \sin\phi_i}{2 \sin^2\phi_i}\right) \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi_i}{2}\right) d\phi_i \quad (19)$$

식 (19)를 Fig. 3의 점 A에서부터 점 B까지 적분한 결과는 다음 식과 같다.

$$\ln\left(\frac{R_p}{b}\right) = \frac{a}{2(1-a)} (\csc\phi_{iB} - \csc\phi_{iA}) \quad (20)$$

또는

$$\frac{R_p}{b} = \exp\left[\frac{a}{2(1-a)} (\csc\phi_{iB} - \csc\phi_{iA})\right] \quad (21)$$

여기서 점 A와 점 B의 접선마찰각 ϕ_{iA} , ϕ_{iB} 는 다음 관계식을 이용하여 계산할 수 있다.

$$\phi_{iA} = \sin^{-1}\left[\frac{(d\sigma_\theta/d\sigma_r)_A - 1}{(d\sigma_\theta/d\sigma_r)_A + 1}\right] \quad (22)$$

$$\phi_{iB} = \sin^{-1}\left[\frac{(d\sigma_\theta/d\sigma_r)_B - 1}{(d\sigma_\theta/d\sigma_r)_B + 1}\right] \quad (23)$$

$$\left(\frac{d\sigma_\theta}{d\sigma_r}\right)_A = 1 + a m_b \left(m_b \frac{p_i}{\sigma_{ci}} + s\right)^{a-1} \quad (24)$$

$$\left(\frac{d\sigma_\theta}{d\sigma_r}\right)_B = 1 + a m_b \left(m_b \frac{\sigma_R}{\sigma_{ci}} + s\right)^{a-1} \quad (25)$$

식 (25)의 σ_R 은 식 (11)을 이용하여 계산할 수 있다. 식 (21)은 식 (10)과 동일한 식임을 증명할 수 있다.

4.3 소성영역에서 응력분포

소성영역에서 반경 방향 수직응력은 $\sigma_r \in [p_i, \sigma_R]$ 이고 σ_r 은 반경 거리의 증가와 함께 단조 증가한다. 또한 식 (21)을 참고하면 σ_r 에 해당하는 반경 거리 r 은 다음 식으로 계산할 수 있음을 알 수 있다.

$$\frac{r}{b} = \exp\left[\frac{a}{2(1-a)}(\csc\phi_{ir} - \csc\phi_{iA})\right] \quad (26)$$

$$\phi_{ir} = \sin^{-1}\left[\frac{(d\sigma_\theta/d\sigma_r)_r - 1}{(d\sigma_\theta/d\sigma_r)_r + 1}\right] \quad (27)$$

$$\left(\frac{d\sigma_\theta}{d\sigma_r}\right)_r = 1 + a m_b \left(m_b \frac{\sigma_r}{\sigma_{ci}} + s\right)^{a-1} \quad (28)$$

따라서 σ_r 을 변화시키면서 반경 거리 r 을 계산하면 소성영역의 응력분포를 구할 수 있다. 한편 $\sigma_1 = \sigma_\theta$, $\sigma_3 = \sigma_r$ 이므로 대응되는 원주방향 수직응력 σ_θ 는 식 (1)을 이용하여 계산할 수 있다.

5. 결과식 검증 및 토론

5.1 소성영역의 두께

식 (21)을 이용하여 계산한 소성영역의 두께를 기존의 문헌에 보고된 해석법으로 구한 결과와 비교함으로써 식 (21)의 정확성을 검증하였다. Fig. 6은 Lee and Pietruszczak(2008)이 제안한 방법으로 계산한 $R_b/b - p_i/\sigma_0$ 관계를 식 (21)을 적용하여 계산한 결과와 비교한 것이다. 계산에서 가정한 강도정수는 $m_b=2.5$, $s=0.004$, $a=0.506$, $\sigma_{ci}=20$ MPa이고 초기지압은 $\sigma_0=10$ MPa이다. Lee and Pietruszczak(2008)의 방법에서는 소성영역 전체를 일정 두께의 고리 형상으로 세분한 후 평형방정식과 적합조건식의 유한차분식을 바깥쪽 고리부터 안쪽으로 순차적으로 적용하여 소성영역의 두께를 계산하였다. Fig. 6에서 Lee and Pietruszczak(2008)

의 방법에 의한 결과는 소성영역을 500개 고리로 세분하여 계산한 것이다. 두 결과는 매우 정밀하게 일치하고 있음을 확인할 수 있다. 예를 들어 두 방법 모두에서 $p_i/\sigma_0=0.03098$ 일 때 $R_p/b=1.44158$ 이 계산되었다.

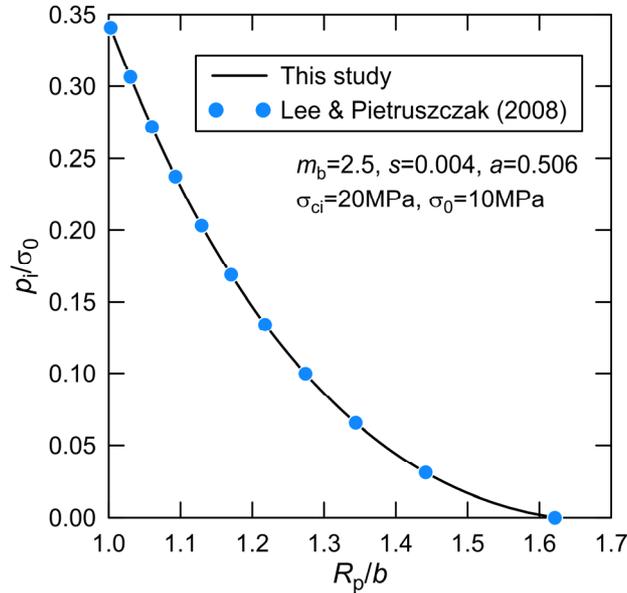


Fig. 6. Variation of plastic radius with the internal support pressure

암반의 강도정수 값이 $m_i=15$, $D=0.0$, $\sigma_{ci}=20$ MPa이고 초기지압이 $\sigma_0=10$ MPa인 경우를 가정하고 GSI 값이 40, 60, 80일 때 $R_p/b - p_i/\sigma_0$ 의 관계를 식 (21)을 이용하여 계산하였다. Fig. 7은 GSI 값의 변화에 따른 $R_p/b - p_i/\sigma_0$ 곡선의 변화 추이를 보여 준다.

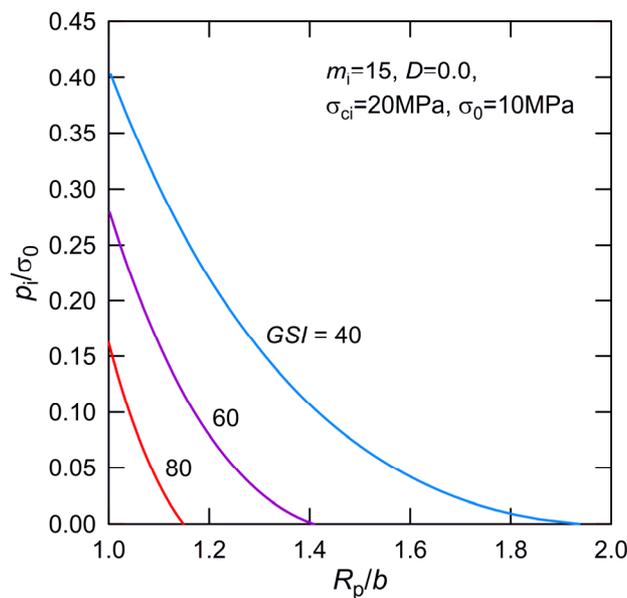


Fig. 7. Variation of plastic radius with the internal support pressure for three different GSI values: GSI=40, 60 and 80

각 곡선과 연직 축이 만나는 점의 p_i/σ_0 값은 소성영역이 발생하지 않는 한계 정규화 지보압에 해당한다. 따라서 지보압이 한계 지보압 보다 작으면 일정 두께의 소성영역이 형성된다. 암반이 불량할수록 즉, GSI 값이 작을수록 지보압의 감소와 더불어 소성영역이 더 급격하게 확대되는 경향이 있음을 Fig. 7에서 확인할 수 있다. 따라서 GHB 암반에 굴착된 원형터널 주변에 형성되는 소성영역의 두께를 정밀하게 계산하기 위해서는 일차적으로 암반의 GSI 값이 정확하게 산정되어야 함을 알 수 있다.

강도정수 m_i 가 소성영역의 두께에 미치는 영향을 고찰하기 위하여 m_i 가 5, 10, 15인 각 경우에 대해 GSI 값의 변화에 따른 소성영역의 두께를 식 (21)을 이용하여 계산하였다(Fig. 8). 여기서 지보압은 $p_i=0.0$ 을 가정하였고 나머지 입력자료는 Fig. 7의 경우와 동일하다. 예상과 같이 m_i 값이 작아지면 소성반경이 커지지만 GSI 값이 작을수록 커지는 비율이 증가하고 있음을 확인할 수 있다. GSI 값이 100에 가까운 매우 양호한 암반의 경우 m_i 값의 변화가 소성반경의 크기에 미치는 영향이 크지 않다는 사실도 Fig. 8은 잘 보여준다.

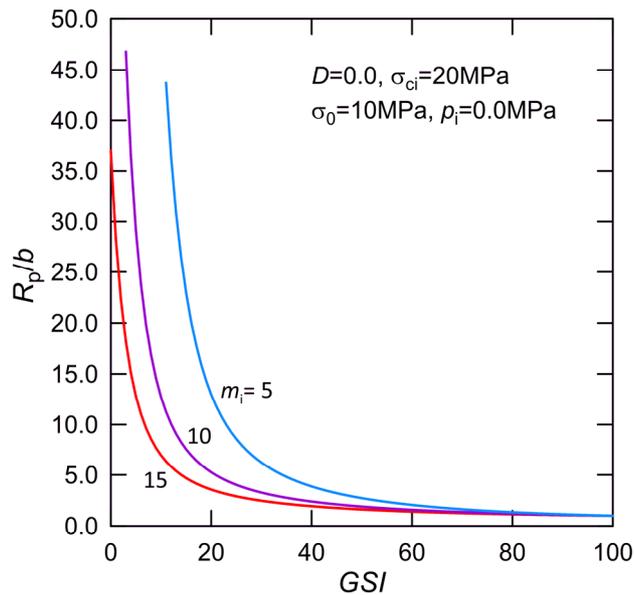


Fig. 8. Variation of plastic radius with GSI for three different m_i values: $m_i=5, 10$ and 15

5.2 응력분포

소성영역에서 반경거리 변화에 따른 σ_r 과 σ_θ 를 4.3절에서 설명한 응력분포 계산식을 이용하여 계산하였고 그 결과를 Lee and Pietruszczak(2008)의 방법으로 계산한 결과와 비교하여 Fig. 9에 나타내었다. 가정한 지보압은 $p_i=0.0$ 이고 나머지 입력자료는 Fig. 6의 경우와 동일하다. 가정한 조건에서 구한 정규화 소성반경은 $R_o/b = 1.62153$ 이다. 소성반경 바깥 영역에 분포하는 탄성응력은 탄성 이론식(Brady and Brown, 2004)을 이용하여 계산하였다. 두 결과는 거의 정확하게 일치하고 있음을 보여준다. 소성영역에서는 σ_r 과 σ_θ 모두 단조 증가하지만 탄성영역에 도달한 이후 σ_θ 는 점차 감소하여 궁극적으로 무한대 반경거리에서는 등방응력 조건($\sigma_r = \sigma_\theta = \sigma_0$) 점근하는 특성을 확인할 수 있다. 탄소성 경계에서 계산한 정규화 반경방향 응력과 원주방향 응력은 각각 $\sigma_r/\sigma_0=0.34426$, $\sigma_\theta/\sigma_0=1.65574$ 로 계산되었다.

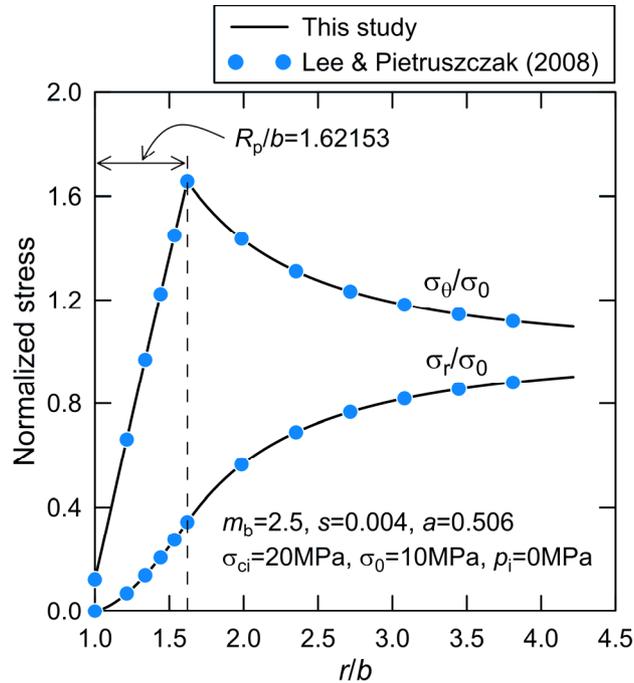


Fig. 9. Normalized radial and hoop stresses around a circular tunnel with no supporting pressure

Fig. 10은 3가지 GSI 값을 가정하고 무지보 원형터널 주변의 탄소성 응력분포 특성을 계산한 결과이다. 여기서 지보압 $p_i=0.0$ 을 제외한 입력자료는 Fig. 7과 동일하다. GSI 값이 커지면 소성반경은 작아지지만 소성영역 내 동일 지점에 작용하는 σ_r 과 σ_θ 의 크기는 증가하는 특징을 잘 보여준다.

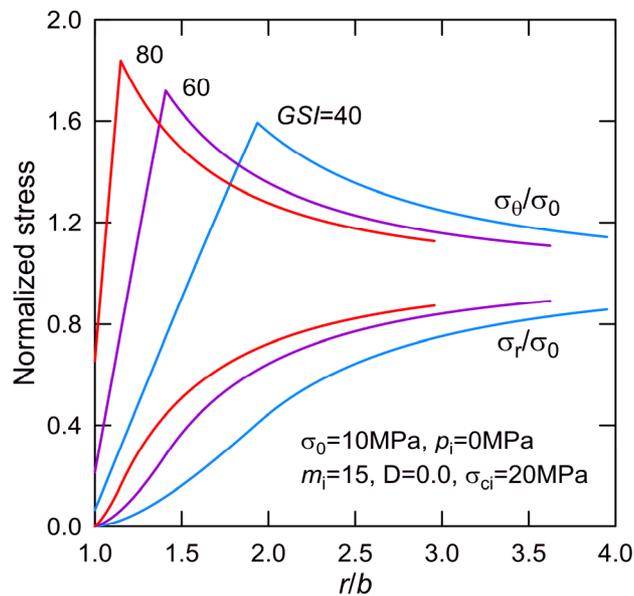


Fig. 10. Normalized radial and hoop stresses around the unsupported circular tunnel in rock masses with three different GSI values

5.3 소성영역에서 접선마찰각의 크기 변화

소성영역에서는 σ_r 과 σ_θ 의 변화에 따라 GHB 파괴기준식의 접선마찰각 ϕ_i 도 변한다. Fig. 11은 Fig. 10과 동일한 해석조건에서 4개의 GSI 값 즉, 20, 40, 60, 80을 가정하고 계산한 ϕ_i 의 변화를 도시한 것이다. ϕ_i 는 터널 면에서 최대이며 탄소성 경계에서 최소로 계산된다. 이러한 결과는 비선형 GHB 파괴포락선(Lee and Pietruszczak, 2017, 2021)의 기하학적 특징과 직접적인 관련이 있다. GHB 파괴포락선에서는 최소주응력 즉, σ_r 의 값이 감소할수록 곡선의 곡률(curvature)이 커지는 경향이 있다. 그러므로 σ_r 이 최소가 되는 터널 면에서 ϕ_i 가 최대가 되고 이후 반경 거리 증가와 더불어 σ_r 이 커짐에 따라 ϕ_i 는 점차 감소하게 된다. 암반이 불량할수록 즉, GSI 값이 작을수록 원형터널 주변에서 소성영역이 확대되고 이에 따라 접선마찰각의 범위도 넓어지는 특징이 있음을 Fig. 11은 잘 보여준다. GSI=20과 GSI=80일 때 소성영역에서 ϕ_i 의 범위는 각각 $18.2^\circ \sim 68.6^\circ$, $43.4^\circ \sim 58.0^\circ$ 으로 계산되었다. 그러므로 암반구조물 해석 시 대상 암반을 대표하는 단일 마찰각과 점착력을 선정하여 탄소성 해석을 수행하는 선형해석 방법은 암반이 불량할수록 신뢰도가 저하될 수 있음을 계산 결과는 암시해준다.

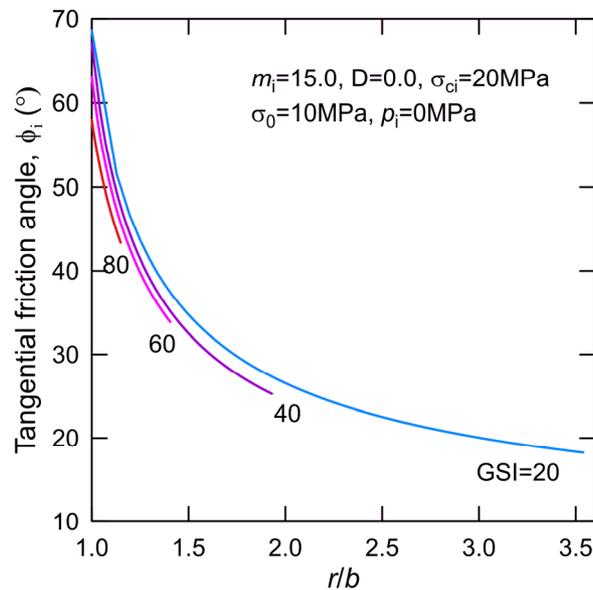


Fig. 11. Variations of tangential friction angle in the plastic zone for four different GSI values

6. 결론

이 연구에서는 암반기초의 지지력 계산에 흔히 이용되는 기법 중 하나인 slip-line 해석법과 GHB 파괴기준식을 결합하여 원형터널의 주변의 소성영역을 해석적으로 분석하는 방법이 제시되었다. 정수압 지압 조건에서 원형터널 주변에 형성되는 소성영역의 반경과 소성영역 내 응력분포를 간단하게 계산하는 해석적 수식이 새롭게 유도되었다. 이 과정에서 정수압 조건의 GHB 암반에 굴착된 원형터널의 소성반경은 터널 벽면과 탄소성 경계면에 대응하는 두 접선마찰각을 이용하여 해석적 방법으로 계산할 수 있다는 흥미로운 사실을 새롭게 발견하였다. 유도한 소성반경 계산식은 평행방정식을 직접 적분하여 얻은 해석 식과 정확히 일치하는 것으로 확인되었다. 새로 유도한 수식을 이용하여 계산한 소성반경과 응력분포는 유사한 목적으로 개발된 기존 수치해석적 방법을 이용하

여 계산한 결과와 높은 정밀도로 일치하였다.

유도한 수식을 이용하여 GSI 값이 지보압-소성반경 관계와 응력분포 특성에 미치는 영향을 분석하였다. GSI 값이 작은 불량한 암반일수록 구속압의 감소에 따른 소성영역의 확대가 급격하게 발생하였다. 따라서 GHB 파괴기준식을 터널의 안정성 해석에 적용하기 위해서는 우선적으로 대상 암반의 정확한 GSI 값 평가가 매우 중요한 것으로 분석되었다. 또한 GSI 값이 100에 가까운 매우 양호한 암반에서는 m_i 값이 소성반경의 크기에 미치는 영향은 크지 않는 것으로 나타났다. 응력분포 특징을 분석한 결과 소성영역 내 동일 지점에서 σ_r 과 σ_θ 의 크기는 GSI 값이 커질수록 증가하는 경향을 보여주었다.

원형터널 주변의 소성영역 범위가 넓어지면 접선 마찰각의 변화 범위도 함께 넓어지는 것으로 나타났다. 따라서 단일 마찰각과 점착력으로 정의되는 M-C 선형 파괴기준식을 적용하여 터널의 안정성 해석을 수행하는 경우 예상되는 소성반경의 크기를 고려하여 신중하게 M-C 강도정수가 결정되어야 할 것으로 판단된다.

이 연구에서는 탄성-완전소성 거동을 가정하고 소성반경 계산식이 유도되었으나 후속 연구를 통해 취성 및 소성연화 거동을 고려할 수 있도록 관련 연구범위를 확대할 계획이다.

사사

이 논문은 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No.2021R1F1A1048311).

REFERENCES

- Alonso, E., Alejano, L.R., Varas, F., Fdez-Manin, G., and Carranza-Torres, C., 2003, Ground response curves for rock masses exhibiting strain-softening behaviour, *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 27, 1153-85.
- Brady, B.H.G and Brown, E.T., 2004, *Rock mechanics for underground mining* (3rd ed.), Kluwer Academic Publishers, Boston.
- Brown, E.T., Bray, J.W., Ladanyi, B., and Hoek, E., 1983, Ground response curves for rock tunnels, *ASCE J. Geotech. Eng. Div.*, 109(1), 15-39.
- Carranza-Torres, C. and Fairhurst, C., 1999, The elasto-plastic response of underground excavation in rock masses that satisfy the Hoek-Brown failure criterion, *Int. J. of Rock Mech. & Min. Sci.*, 36, 777-809.
- Carranza-Torres, C., 2004, Elasto-plastic solution of tunnel problems using the generalized form of the Hoek-Brown failure criterion, *Int. J. of Rock Mech. & Min. Sci.*, 41(Supp. 1), 1-11.
- Carter, J.P., Booker, J.R., and Yeung, S.K., 1986, Cavity expansion in cohesive frictional soils, *Geotechnique*, 36, 349-58.
- Das, B.M, 1997, *Principles of geotechnical engineering* (4th Ed.), PWS Publishing Company, Boston.
- Davis, R.O. and Selvadurai, A.P.S., 2002, *Plasticity and Geomechanics*, Cambridge University Press, New York.
- Hoek, E. and Brown, E.T., 1980, *Underground excavations in rock*, Institution of Mining and Metallurgy, London
- Hoek, E. and Brown, E.T., 1997, Practical estimation of rock mass strength, *Int. J. of Rock Mech. & Min. Sci.*, 34(8), 1165-86.
- Hoek, E., Carranza-Torres, C., and Corkum, B., 2002, Hoek-Brown failure criterion – 2002 Edition, *Proc. NARM-TAC Conf.*, Toronto, 1, 267-273.
- Hoek, E., Marinou, P., and Benissi, M., 1998, Applicability of the geological strength index (GSI) classification for very weak and sheared rock mass, The case of the Athens Schist Formation, *Bull. Eng. Geol. Env.*, 57, 151-60.

- Kumar, P., 1998, Shear failure envelope of Hoek-Brown criterion for rock mass, *Tunn. Undergr. Space Technol.*, 13(4), 453-58.
- Lee, Y.K. and Pietruszczak, S., 2008, A new numerical procedure for elasto-plastic analysis of a circular opening excavated in a strain-softening rock mass, *Tunn. Undergr. Sp. Tech.*, 23(5), 588-599.
- Lee, Y.-K. and Pietruszczak, S., 2017, Analytical representation of Mohr failure envelope approximating the generalized Hoek-Brown failure criterion, *Int. J. of Rock Mech. & Min. Sci.*, 100, 90-9.
- Lee, Y.-K. and Pietruszczak, S., 2021, Limit Equilibrium Analysis Incorporating the Generalized Hoek – Brown Criterion, *Rock Mech. Rock Eng.*, 54, 4407-18.
- Lee, Y.K., 2018, Approximate Shear Strength Formula Implied in the Generalized Hoek-Brown Failure Criterion, *Tunnel & Underground Space (J. Korean Soc. Rock Mech.)*, 28(5), 426-41.
- Park, K.H., 2014, Similarity solution for a spherical or circular opening in elastic-strain softening rock mass, *Int. J. Rock Mech. & Min. Sci.*, 71, 151-159.
- Serrano, A. and Olalla, C., 1994, Ultimate bearing capacity of rock masses, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 31(2), 93-106.
- Serrano, A., Ollala, C., and Gonzalez, J., 2000, Ultimate bearing capacity of rock masses based on the modified Hoek-Brown criterion, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 37, 1013-18.
- Sharan, S.K., 2008, Analytical solutions for stresses and displacements around a circular opening in a generalized Hoek-Brown rock, *Int. J. Rock Mech. & Min.*, 45(1), 78-85.
- Sofianos, A.I., 2003, Tunnelling Mohr-Coulomb strength parameters for rock masses satisfying the generalized Hoek-Brown criterion, *Int. J. of Rock Mech. & Min. Sci.*, 40, 435-40.
- Wang, R. and Skirrow, R., 2008, Slip line solution by spreadsheet, *Proc. GeoEdmonton'08: 61st Canadian Geotech. Conf.*, Edmonton, 382-7.