대한조선학회논문집 Research Paper
Journal of the Society of Naval Architects of Korea
eISSN:2287-7355, Vol. 59, No. 4, pp. 214-224, August 2022
https://doi.org/10.3744/SNAK.2022.59.4.214

수중운동체의 강제동요시험 및 포텐셜 계산에 의한 부가질량 추정

김동진† · 이경중 · 권창섭 · 김연규 · 박진영 · 전봉환
한국해양과학기술원 부설 선박해양플랜트연구소

Added Mass of Submerged Bodies Obtained by Forced Oscillation Tests and Numerical Calculations of Potential Flow

Dong Jin Kim† · Gyeong Joong Lee · Chang Seop Kwon · Yeon Gyu Kim · Jin-Yeong Park · Bong-Huan Jun
Korea Research Institute of Ships and Ocean Engineering

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

It is necessary to estimate manoeuvring characteristics of submerged bodies at the design stage in order to ensure the safe operations. In this study, added mass coefficients in the mathematical model of submerged bodies are estimated by captive model tests and numerical calculations. Two kinds of models, MARIN 'BB2' submarine model and AUV (Autonomous unmanned vehicle) model are utilized in the forced oscillation tests. Compared to BB2 submarine, AUV with cylindrical type hull form shows relatively small added masses in roll, pitch, and yaw directions. Next, numerical calculations based on potential theory are performed under the assumption that viscous effects on inertia forces are negligible. Added masses obtained by numerical calculations are in good agreements with forced oscillation test results. And if slow manoeuvres of submerged bodies are presumed, some of velocity coupled terms can be approximated by combinations of added mass coefficients.

Keywords : Submarine(잠수함), Autonomous unmanned vehicle(자율무인잠수정), Forced oscillation test(강제동요시험), Strip method(스트립법), Added mass(부가질량)

1. 서 론

수중에서 군사 작전이나 상업적 목적, 혹은 해양환경 탐사를 위하여 잠수함, 자율무인잠수정 등 다양한 수중운동체가 활용되고 있다. 수중운동체의 운항성능은 임무 수행에 큰 영향을 미치며, 특히 잠수함의 경우 운항성능은 곧 탑승자의 안전과 직결되므로 설계 단계에서 정확한 성능 추정이 필요하다.

수중운동체의 운항성능을 추정하기 위하여 6자유도 수학모델을 구성하고, 구속모형시험이나 수치계산으로 모델 내 유체력 미계수를 도출한 후 시뮬레이션을 수행하는 것이 일반적이다. 최근에는 자율운항이 가능한 모형을 제작하여 자유항주시험을 수행하거나, 혹은 전산유체계산을 통하여 모형선, 실선의 자유항주 상황을 구현한 후 성능을 추정하기도 한다.

시뮬레이션 분야로 한정해 보면, 수중운동체 수학모델은 대표적으로 Gertler and Hagen (1967), Feldman (1979)에 의하여 제안된 이후 여러 연구에서 활용되었으며, 각 기관 시험설비의 특수성, 혹은 대상체의 동적 특성을 고려하여 일부 항들을 수정하는 응용들도 이루어졌다. 수학모델 내 유체력 미계수를 도출하는 연구 사례를 보면 Robby (1990), Rhee et al. (2000), Kim et al. (2012), Park et al. (2016), Park et al. (2020), Lin et al. (2018), Maki et al. (2018) 에 의해 구속시험이 수행된 바 있으며, Rhee and Hino (2002), Jang and Park (2006), Jeans et al. (2010), Doyle et al. (2019)의 연구에서는 유체력 미계수 도출을 위한 전산유체계산을 실시한 바 있다. 최근 Lee et al. (2011), Chandran et al. (2020), Cho et al. (2020)과 같이 구속시험과 수치계산을 병행하는 사례도 점차 증가하고 있다.

본 연구에서는 잠수함 공개선형과 AUV (Autonomous Unmanned Vehicle) 두 가지 수중운동체를 대상으로 6자유도 수학모델 내의 관성력, 즉 부가질량 계수 추정에 초점을 두었다. VPMM (Vertical Planar Motion Mechanism) 시험설비로 두 모형의 수직면, 수평면 및 횡동요 방향 강제동요시험을 수행하고 계측 힘과 모멘트

Received : 19 April 2022 | Revised : 15 June 2022 | Accepted : 30 June 2022
†Corresponding author : Dongjin Kim, djkim@kriso.re.kr

$$
\begin{aligned}
&m[\dot{u}-vr+wq-x_G(q^2+r^2)+y_G(pq-\dot{r})+z_G(pr+\dot{q})]=X \\
&m[\dot{v}-wp+ur-y_G(r^2+p^2)+z_G(qr-\dot{p})+x_G(qp+\dot{r})]=Y \\
&m[\dot{w}-uq+vp-z_G(p^2+q^2)+x_G(rp-\dot{q})+y_G(rq+\dot{p})]=Z \\
&I_{xx}\dot{p}+(I_{zz}-I_{yy})qr-(\dot{r}+pq)I_{xz}+(r^2-q^2)I_{yz}+(pr-\dot{q})I_{xy}+m[y_G(\dot{w}-uq+vp)-z_G(\dot{v}-wp+ur)]=K \\
&I_{yy}\dot{q}+(I_{xx}-I_{zz})rp-(\dot{p}+qr)I_{xy}+(p^2-r^2)I_{zx}+(qp-\dot{r})I_{yz}+m[z_G(\dot{u}-vr+wq)-x_G(\dot{w}-uq+vp)]=M \\
&I_{zz}\dot{r}+(I_{yy}-I_{xx})pq-(\dot{q}+rp)I_{yz}+(q^2-p^2)I_{xy}+(rq-\dot{p})I_{zx}+m[x_G(\dot{v}-wp+ur)-y_G(\dot{u}-vr+wq)]=N
\end{aligned}
\tag{1}
$$

중 가속도에 비례하는 성분에서 부가질량을 추출하였다. 일부 시험 조건이 제한되거나 혹은 계측 신호가 매우 작아 부가질량 식별이 어려운 경우가 있고, 이를 보완하기 위하여 수치계산을 추가 수행하였다. 포텐셜 유동을 가정하여 대상체의 각 횡단면에서 속도 포텐셜을 얻고 부가질량을 계산한 후 이를 적분하여 각 방향 부가질량 성분들을 도출하였다. 계산값을 선행된 모형시험 결과와 비교, 검증하였다.

더불어 포텐셜 유동을 가정하여 부가질량에 의한 관성력을 운동에너지의 변화율로 전개하면 다양한 비선형 속도 항을 부가질량 계수들로 표현할 수 있다. 급격하지 않은 조종 상황에서는 대체로 비선형 속도 항에 미치는 점성 영향이 작을 것이라는 전제하에, 구속모형시험에서 구하기 어려운 속도 연성 미계수들의 일부를 부가질량으로 근사 추정하였다.

2. 수중운동체 조종운동방정식

잠수함 6자유도 조종운동을 기술하기 위하여 Fig. 1과 같이 공간고정좌표계 (O-$X_0Y_0Z_0$)와 물체고정좌표계 (o-XYZ)를 설정하였다. 잠수함 6자유도 동역학 모델은 식 (1)과 같이 전개된다 (Fossen, 1994). 좌변의 m은 질량, I는 질량관성모멘트, x_G, y_G, z_G는 물체고정좌표계에서의 무게중심 좌표이다. u, v, w, p, q, r은 6자유도의 각 속도 성분이며, $\dot{}$는 해당 물리량의 시간 미분을 의미한다. 식 (1) 좌변의 가속도 및 속도들은 물체고정좌표계 기준의 물리량이다. 우변의 X, Y, Z, K, M, N은 각 자유도 힘과 모멘트이다.

무한 수심의 유체 내에 있는 수중운동체를 대상으로 할 때 우변 외력 벡터 $\vec{F}=[X\ \ Y\ \ Z\ \ K\ \ M\ \ N]$는 식 (2)와 같은 성분들의 합으로 표현된다. 아래첨자 A, D, B, C는 각각 관성력, 감쇠력, 부력/중량, 제어력를 의미한다.

$$
\vec{F}=\vec{F_A}+\vec{F_D}+\vec{F_B}+\vec{F_C} \tag{2}
$$

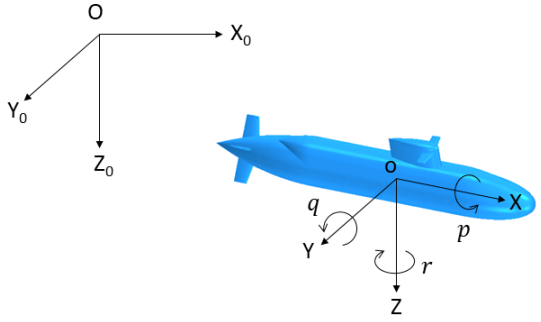

Fig. 1 Coordinate system

이 중 관성력은 가속도에 비례하는 성분과 속도 2차항에 비례하는 코리올리 및 원심력 성분으로 분류된다. 식 (3)과 같다.

$$
\vec{F_A}=\vec{F_{Aacc}}+\vec{F_{Avel}} \tag{3}
$$

가속도에 비례하는 관성력 성분은 6자유도 운동 방향 가속도에 대응되는 6자유도 힘과 모멘트이므로 수학적으로는 식 (4)와 같이 총 36개의 유체력 미계수로 전개할 수 있다.

$$
\vec{F_{Aacc}}=M_A\cdot\vec{a}=\begin{bmatrix}
X_{\dot{u}} & X_{\dot{v}} & X_{\dot{w}} & X_{\dot{p}} & X_{\dot{q}} & X_{\dot{r}} \\
Y_{\dot{u}} & Y_{\dot{v}} & Y_{\dot{w}} & Y_{\dot{p}} & Y_{\dot{q}} & Y_{\dot{r}} \\
Z_{\dot{u}} & Z_{\dot{v}} & Z_{\dot{w}} & Z_{\dot{p}} & Z_{\dot{q}} & Z_{\dot{r}} \\
K_{\dot{u}} & K_{\dot{v}} & K_{\dot{w}} & K_{\dot{p}} & K_{\dot{q}} & K_{\dot{r}} \\
M_{\dot{u}} & M_{\dot{v}} & M_{\dot{w}} & M_{\dot{p}} & M_{\dot{q}} & M_{\dot{r}} \\
N_{\dot{u}} & N_{\dot{v}} & N_{\dot{w}} & N_{\dot{p}} & N_{\dot{q}} & N_{\dot{r}}
\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{u}\\ \dot{v}\\ \dot{w}\\ \dot{p}\\ \dot{q}\\ \dot{r}\end{bmatrix} \tag{4}
$$

Imlay (1961) 등을 참고하면 일반 잠수함처럼 좌우 대칭의 회전타원체 형상이고 중앙부에 세일 등의 부가물이 장착된 경우, 가속도 관련 힘과 모멘트 중 수직면의 Z, M은 수평면 가속도 $\dot{v}$, $\dot{p}$, $\dot{r}$와 거의 관련이 없으며, 수평면 Y, K, N 또한 수직면 가속도 $\dot{w}$, $\dot{q}$와의 연관성이 매우 적다. 전후방향 X는 동일 방향 가속도 $\dot{u}$ 에 주로 관련이 있으며, 다른 방향 가속도가 전후방향 힘에 미치는 영향은 0에 가깝다.

따라서 가속도에 비례하는 성분 중 실제로 수중운동체 조종운동방정식 내에서 유의미한 것은 Table 1과 같다.

Table 1 Added mass coefficients used in mathematical model

Degree of freedom	Added mass coefficient
Surge	$X_{\dot{u}}$
Sway	$Y_{\dot{v}}$, $Y_{\dot{p}}$, $Y_{\dot{r}}$
Heave	$Z_{\dot{w}}$, $Z_{\dot{q}}$
Roll	$K_{\dot{v}}$, $K_{\dot{p}}$, $K_{\dot{r}}$
Pitch	$M_{\dot{w}}$, $M_{\dot{q}}$
Yaw	$N_{\dot{v}}$, $N_{\dot{p}}$, $N_{\dot{r}}$

3. 대상 모형 및 강제동요시험

3.1 강제동요시험 설비

선박해양플랜트연구소 선형에인수조 내 VPMM (Vertical

Planar Motion Mechanism) 장비를 이용하여 강제동요시험을 수행하였다. VPMM은 모형의 선수부와 선미부에 익형 단면의 수직 스트럿을 장착하여 완전 구속하고 스트럿의 동요 진폭, 주기를 변경함으로써 강제동요를 구현한다. 상하, 종동요 방향의 동요만 가능하므로, 모형선을 횡동요 방향으로 90° 회전된 상태로 부착하면 모형선 기준으로 수평면 상 동요를 구현할 수 있다. Fig. 2는 예인전차의 VPMM 시험 장비에 모형을 설치한 예이다.

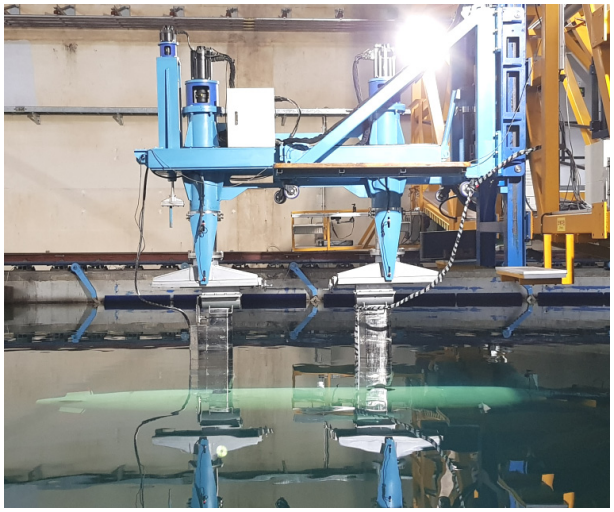

Fig. 2 VPMM test facility

3.2 잠수함 BB2 형상 및 시험 조건

본 연구에서는 모형시험과 수치계산기법을 다양한 형상에 적용하고 일반성을 확보하기 위하여 형상이 상이한 두 수중운동체를 대상으로 하였다. 첫 번째는 네덜란드 MARIN의 공개 선형인 'BB2' 이다. 선미 X타를 갖는 잠수함으로 Overpelt et al. (2015) 등에 의하여 도면과 자유항주 모형시험 결과가 공개된 바 있다. 본 연구에서는 1/15 축소 모형을 제작하였고, 설계 실선과 모형선 주요 제원은 Table 2와 같다. Fig. 3은 모형 제작도면 조감도이며, Fig. 4는 육상에서 스트럿에 모형선을 각각 수직면, 수평면 방향으로 설치한 사진이다. 수직면의 경우 장비 스트럿에 의한 유동 간섭을 최소화하기 위하여 세일이 아래를 향하도록 설치하였다.

대상 BB2 잠수함은 실선이 건조되지 않았으므로 정확한 실선 설계속도가 명시된 사례는 없고, Joubert (2006) 등을 보면 초기 선수부 형상 설계 과정에서 유사 함의 20노트 설계속도를 고려한 바 있다. 한편 Overpelt et al. (2015), Carrica et al. (2019), Cho et al. (2020) 등 선행 연구에서 3~4 m급 모형선을 대상으로 대체로 실선 10노트, 혹은 그 이하의 운항 속도에 대응하는 속도로 자유항주실험, 수치계산, 시뮬레이션이 수행되었다. 이를 참고하여 본 연구에서도 선속은 실선 10노트를 기준으로 하였다. 실선 10노트, 즉 Froude 수 0.196에 대응하는 모형선 예인속도는 1.328 m/s이다.

Table 2. Main dimension of full-scale and model 'BB2'

Dimension	Full-scale	Model
Scale	1	15
LBP, L [m]	70.2	4.680
Breadth, B [m]	9.6	0.640
Height, D [m]	10.6	0.707
Displacement volume, ∇ [m^3]	4365.2	1.293
Longitudinal center of buoyancy, LCB [%], fwd (+)	4.0	
Propeller diameter, DP [m]	5.0	0.333

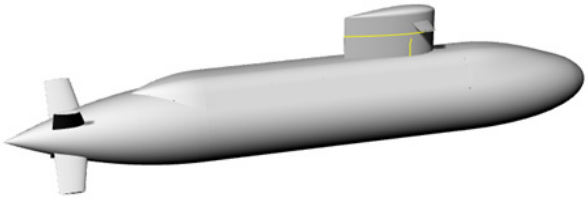

Fig. 3 Bird's-eye view of BB2 model

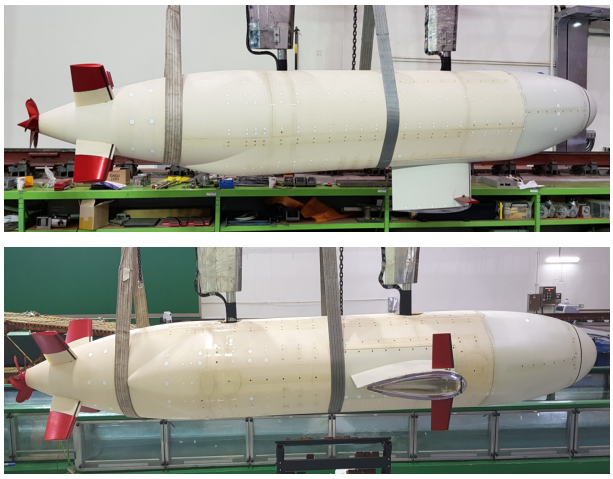

Fig. 4 1/15 scaled BB2 model in vertical plane (up) and horizontal plane (bottom)

대상 모형의 6자유도 수학모델 생성을 위하여 수직면, 수평면, 횡동요 구속시험이 수행되었고, 본 연구에서 다루는 가속도 관련된 강제동요시험의 구체적인 조건은 Table 3과 같다. 모형선 원점 기준 수직면, 수평면 상 동요 진폭은 35 mm 로 고정하였다. 따라서 Table 3에서 pure sway, pure heave의 무차원 가속도 $\dot{v}'$, $\dot{w}'$는 0.7 이하, pure pitch, pure yaw의 무차원 각속도 q', r'는 0.5 이하 (무차원 각가속도 $\dot{q}'$, $\dot{r}'$은 5.8 이하) 이다. 그리고 pure roll의 무차원 각속도 p'는 0.525 이하 (무차원 각가속도 $\dot{p}'$는 5.3 이하) 이다. 가속도, 각속도, 각가속도의 무차원화 예는 식 (5)와 같다.

$$\dot{v}' = \frac{\dot{v}}{(U^2/L)}, \quad r' = \frac{r}{(U/L)}, \quad \dot{r}' = \frac{\dot{r}}{(U^2/L^2)} \tag{5}$$

Table 3 Forced oscillation test program of BB2 (10 knots)

Test	Range of frequency [Hz]	Derived added mass coefficient
Pure sway	$f \leq 0.437$	$Y_{\dot{v}}$, $K_{\dot{v}}$, $N_{\dot{v}}$
Pure heave	$f \leq 0.437$	$Z_{\dot{w}}$, $M_{\dot{w}}$
Pure pitch	$f \leq 0.522$	$Z_{\dot{q}}$, $M_{\dot{q}}$
Pure yaw	$f \leq 0.437$	$Y_{\dot{r}}$, $K_{\dot{r}}$, $N_{\dot{r}}$
Pure roll	$f \leq 0.453$	$Y_{\dot{p}}$, $K_{\dot{p}}$, $N_{\dot{p}}$

3.3 추력편향방식 AUV 형상 및 시험 조건

두 번째 대상체 AUV의 선체는 축대칭 원기둥 형상이고 선미부에 안테나가 장착되어 있다. 제어판은 없으며, 덕트형 추진기의 각도를 편향시킴으로써 조종이 가능하다. 설계 실선 길이는 4.449 m로 1:1 모형을 제작하여 시험을 수행하였다. Table 4는 AUV 모형 제원이다. Fig. 5는 모형 제작도면의 조감도이고, Fig. 6은 완성된 모형을 육상에서 수직면, 수평면 방향으로 설치한 사진이다. 역시 수직면의 경우 스트럿 간섭을 최소화하기 위하여 안테나가 아래를 향하도록 설치하였다.

본 AUV는 실선 순항 속도를 3노트로 추정하여 설계 및 성능 연구가 진행 중이다. 모형선 속도는 많은 시간 운용이 예상되는 실선 3노트를 기준으로 하였다. 모형선 스케일이 실선과 동일하므로 모형선 예인속도는 1.543 m/s이다. Froude 수로 0.234 에 해당한다.

AUV 강제동요시험 조건을 Table 5에 요약하였다. 축대칭 형상을 고려하여 주로 수직면 시험에 초점을 두었으며, 직진안정성 판별을 위하여 수평면의 pure yaw 시험을 추가하였다. Roll 방향은 관성 및 감쇠력의 계측 신호가 매우 작은 것으로 판단되어 정량적 분석은 생략하였다. 모형선 원점 기준 수직면, 수평면 상동요 진폭은 앞선 BB2와 동일한 35 mm이다. 따라서 pure heave의 $\dot{w}'$는 0.7 이하, pure pitch, pure yaw의 q', r'는 0.45 이하 ($\dot{q}'$, $\dot{r}'$은 4.7 이하) 이다. 그리고 pure roll의 p'는 0.9 이하 ($\dot{p}'$는 9.3 이하) 이다.

Table 4. Main dimension of 'AUV'

Dimension	Model
Scale	1
LBP, L [m]	4.449
Breadth, B [m]	0.450
Height, D [m]	0.450 (Hull) + 0.295 (Antenna)
Displacement volume, ∇ [m^3]	0.612
Longitudinal center of buoyancy, LCB [%], fwd (+)	-0.135
Propeller diameter, DP [m]	0.181

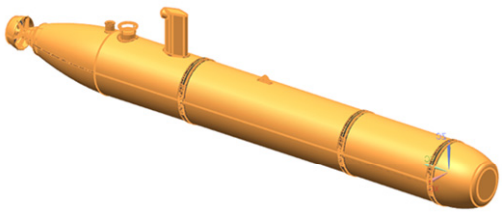

Fig. 5 Bird's-eye view of AUV model

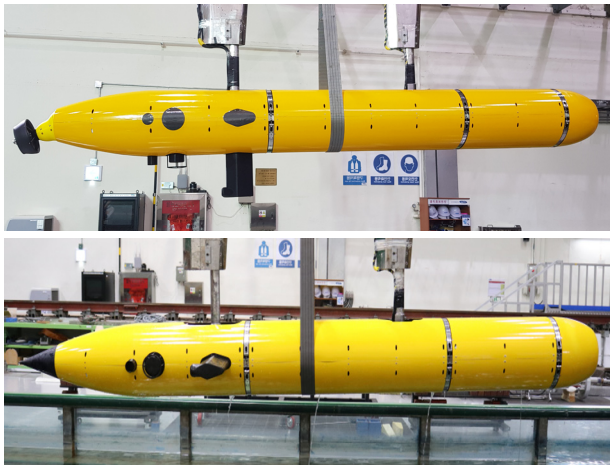

Fig. 6 AUV model in vertical plane (up) and horizontal plane (bottom)

Table 5 Forced oscillation test program of AUV (3 knots)

Test	Range of frequency [Hz]	Derived added mass coefficient
Pure heave	$f \leq 0.525$	$Z_{\dot{w}}$, $M_{\dot{w}}$
Pure pitch	$f \leq 0.586$	$Z_{\dot{q}}$, $M_{\dot{q}}$
Pure yaw	$f \leq 0.586$	$Y_{\dot{r}}$, $K_{\dot{r}}$, $N_{\dot{r}}$
Pure roll	$f \leq 0.574$	$Y_{\dot{p}}$, $K_{\dot{p}}$, $N_{\dot{p}}$

3.4 강제동요시험 결과

Pure heave 시험에서 상하동요 변위, 속도, 가속도 및 계측 힘은 식 (6), 미계수 중 한 예로 $Z_{\dot{w}}$ 추출 과정은 식 (7)에 요약하였다. 아래첨자 mea는 센서 계측 값을 의미한다. $Z(w)$는 상하방향 동유체력 중 상하방향 속도 w에 관계된 성분이다.

$$z = z_0 \sin\omega t,\ w = w_0 \cos\omega t,\ \dot{w} = \dot{w}_0 \sin\omega t \tag{6}$$

$$Z_{mea} = Z_{in} \sin\omega t + Z_{out} \cos\omega t$$

$$\begin{aligned} m\dot{w} &= Z_{\dot{w}}\dot{w} + Z(w) - Z_{mea} \\ Z_{mea} &= (Z_{\dot{w}} - m)\dot{w} + Z(w) \\ &= (Z_{\dot{w}} - m)\dot{w}_0 \sin\omega t + Z(w) \end{aligned} \tag{7}$$

$$Z_{\dot{w}} = \frac{Z_{in}}{\dot{w}_0} + m$$

대상체 중 잠수함 BB2의 pure heave 시험으로부터 미계수 $Z_{\dot{w}}$를 도출하는 그래프는 Fig. 7과 같다.

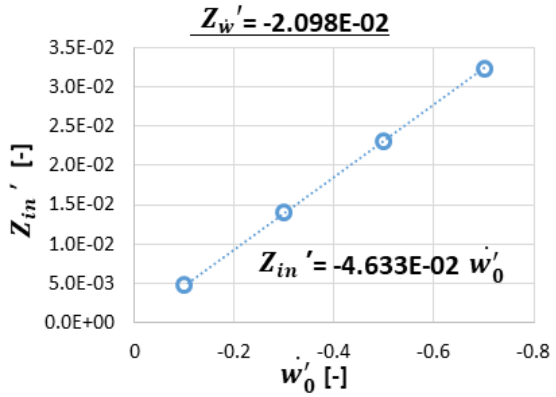

Fig. 7 $Z_{\dot{w}}$ of BB2 from pure heave tests

Pure pitch 시험에서 종동요 변위, 속도, 가속도 및 계측 모멘트는 식 (8), 미계수 $M_{\dot{q}}$ 추출 과정은 식 (9)에 소개하였다. 대상체 중 AUV의 pure pitch 시험으로부터 미계수 $M_{\dot{q}}$을 도출하는 그래프는 Fig. 8과 같다.

$$\theta = \theta_0 \sin\omega t,\ \ q = q_0 \cos\omega t,\ \ \dot{q} = \dot{q}_0 \sin\omega t \tag{8}$$

$$M_{mea} = M_{in}\sin\omega t + M_{out}\cos\omega t$$

$$\begin{aligned} I_{yy}\dot{q} + mx_G uq &= M_{\dot{q}}\dot{q} + M(q) - M_{mea} \\ M_{mea} &= (M_{\dot{q}} - I_{yy})\dot{q} - mx_G uq + M(q) \\ &= (M_{\dot{q}} - I_{yy})\dot{q}_0 \sin\omega t - mx_G uq + M(q) \end{aligned} \tag{9}$$

$$M_{\dot{q}} = \frac{M_{in}}{\dot{q}_0} + I_{yy}$$

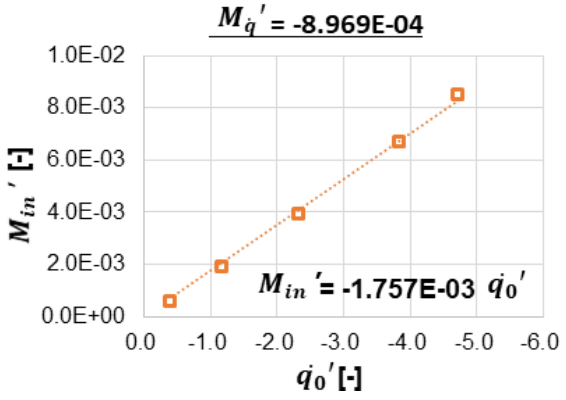

Fig. 8 $M_{\dot{q}}$ of AUV from pure pitch tests

대상체 BB2 잠수함과 AUV의 부가질량 및 부가관성모멘트 결과를 정리하면 Table 6과 같다.

일반적인 수중운동체의 $X_{\dot{u}}$는 무차원 질량 m의 5~10 % 값으로 알려져 있다. 조종 시뮬레이션에서의 영향은 매우 미미하며, m의 5 %로 근사하였다. $I_{yy}(\simeq I_{zz})$는 육상에서 각 모형에 물을 채운 후 관성테이블 장비로 계측한 질량관성모멘트이다.

Table 6 Added mass coefficients of BB2 and AUV by forced oscillation tests

	BB2 (10 knots)	AUV (3 knots)
m	2.535 E-02	1.457 E-02
$I_{yy}(\simeq I_{zz})$	1.321 E-03	8.603 E-04
$X_{\dot{u}}$	-1.267 E-03	-7.285 E-04
$Y_{\dot{v}}$	-3.220 E-02	-
$Y_{\dot{p}}$	-8.361 E-04	too small (≃ 0)
$Y_{\dot{r}}$	-2.058 E-03	-7.556 E-04
$Z_{\dot{w}}$	-2.098 E-02	-1.308 E-02
$Z_{\dot{q}}$	1.130 E-03	9.972 E-04
$K_{\dot{v}}$	-5.277 E-04	-
$K_{\dot{p}}$	too small	too small
$K_{\dot{r}}$	-4.190 E-05	too small (≃ 0)
$M_{\dot{w}}$	6.350 E-04	6.988 E-04
$M_{\dot{q}}$	-1.111 E-03	-8.969 E-04
$N_{\dot{v}}$	-8.164 E-04	-
$N_{\dot{p}}$	-6.137 E-05	too small (≃ 0)
$N_{\dot{r}}$	-1.277 E-03	-9.442 E-04

Table 6과 같이 실린더 형상인 AUV는 전후 대칭에 가깝기 때문에 수직, 수평면 각가속도 $\dot{q}$, $\dot{r}$에 의한 미계수가 BB2의 1/10 order 로 비교적 작다. 또한 횡동요 각가속도 $\dot{p}$에 의하여 유기되는 힘과 모멘트도 매우 작다. 미계수 무차원 값 크기가 1E-05 이하이고 추세가 명확하지 않을 경우 0으로 근사하였다. 단, 횡동요 부가질량관성모멘트 $K_{\dot{p}}$는 작은 값이지만 물리적으로 유의미하므로, 이후 절에서 수치계산 방법으로 더 보완하기로 한다.

4. 포텐셜 유동 계산

4.1 이론적 배경

유체장 내에서 수중운동체의 관성력, 즉 부가질량을 해석적으로 다룰 경우 비점성, 비압축성의 이상유체, 유동은 비회전으로 가정하여 속도 포텐셜을 활용할 수 있다. 또한 대상체가 세장체이며 주로 좌우, 상하 방향의 관성력에 초점을 둔다면, 3차원 문제를 2차원 스트립 단면들의 문제로 근사할 수 있다. 자유표면이 없는 무한 수심 중 대상체 각 횡단면의 2차원 경계조건 문제는 식 (10)~(12)와 같이 정의된다.

$$\nabla^2\phi = 0 \quad \text{in fluid domain} \tag{10}$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial n} = U_n \quad \text{on body surface } (S_B) \tag{11}$$

$$\lim_{r\to\infty}\nabla\phi = 0 \tag{12}$$

유동 내에서 대상체가 받는 힘과 모멘트 성분들은 대상체 표면 S_B에서의 압력 p를 해당 방향으로 적분하여 얻는다. Newman(1977)을 따르면 베르누이 방정식에 의하여 속도 포텐셜로 표현되는 유체동압력을 p에 대입하고, 가우스 정리 및 이송정리를 활용하여 전개할 수 있다. 유체장 내의 물리량은 물체 경계 S_B와 외곽 경계 S_C 로 닫힌 공간의 적분 형태로 표현되며, 물체 기준으로 S_C가 무한히 떨어져 있다면 최종 표현식은 식 (13)과 같다. $\vec{r}$은 회전 중심으로부터 반경 방향 벡터이다.

$$\vec{F} = \iint_{S_B} p\vec{n}dS = -\rho\frac{d}{dt}\iint_{S_B}\phi\vec{n}dS \tag{13}$$
$$\vec{M} = \iint_{S_B} p(\vec{r}\times\vec{n})dS = -\rho\frac{d}{dt}\iint_{S_B}\phi(\vec{r}\times\vec{n})dS$$

한편 유체장 내 속도 포텐셜은 식 (14)와 같이 운동모드에 대한 속도 포텐셜들의 선형 합으로 표현하고, 식 (11)의 물체표면 경계조건을 만족시키도록 한다. U_i는 i방향 속도, ϕ_i는 i방향 단위 속도 운동에 대한 속도 포텐셜이다.

$$\phi = \sum_i U_i\phi_i \tag{14}$$

$$\frac{\partial\phi_2}{\partial n} = n_y,\ \frac{\partial\phi_3}{\partial n} = n_z,\ \frac{\partial\phi_4}{\partial n} = (\vec{r}\times\vec{n})_x \tag{15}$$

대상 수중운동체의 전후방향을 물체고정좌표계 X축으로 할 때 2차원 횡단면에서는 Y축, Z축 병진 운동과 X축 회전 운동만 다루므로, 식 (15)에서 이를 각각 아래첨자 2, 3, 4로 표기하였다.

Newman (1977)에 따라 식 (14)의 속도 포텐셜을 식 (13)에 대입하면 힘과 모멘트가 각각 가속도, 속도에 비례하는 성분으로 나뉘며, 가속도에 비례하는 계수를 식 (16)의 부가질량 m_{ji}으로 정의한다. i방향 가속도에 대하여 j방향으로 발생하는 부가질량이다.

$$m_{ji} = \rho\iint_{S_B}\phi_i\frac{\partial\phi_j}{\partial n}dS \tag{16}$$

식 (17)처럼 그린 정리(Green's second identity)로부터 속도 포텐셜의 적분방정식을 유도한다. 이를 이산화한 행렬식 식 (18)을 풀어서 물체 표면의 각 대표점에서 속도 포텐셜을 구한다.

$$\phi(P) = \int_S\left[\phi(Q)G_{n_Q}(P,Q) - \phi_n(Q)G(P,Q)\right]dS(Q) \tag{17}$$

$$\phi_i - \sum_j[G_{n_Q}]_{ij}\phi_j = -\sum_j[G]_{ij}\phi_{nj} \quad \text{for } i=1,2,...,N \tag{18}$$
$$[G_{n_Q}]_{ij} = \int_{S_j}G_{n_Q}(P_i,Q_j)dS(Q_j)$$
$$[G]_{ij} = \int_{S_j}G(P_i,Q_j)dS(Q_j)$$

물체 표면의 각 지점 Q에 소스들을 분포시키며, P는 유체장 내의 임의의 지점이다. P를 물체 경계로 접근시킴으로써 경계에서의 포텐셜을 구하는 방정식이 된다. G는 라플라스 지배방정식을 만족하는 기본해(fundamental solution)이다. 식 (18)에서 G에 대한 적분 항들은 해석적으로 계산 가능하며, 우변의 는 경계 조건에서 주어지는 값, 좌변의 ϕ는 방정식에서 구하려는 해이다.

4.2 대상체 모델링

대상 수중운동체 BB2 잠수함과 AUV의 부가질량을 계산하기 위하여 각 횡단면의 외곽선에 노드들을 배치하였다. 대상체 별 횡단면들과 대표 중앙횡단면의 노드 분포 예는 각각 Figs. 9~10 과

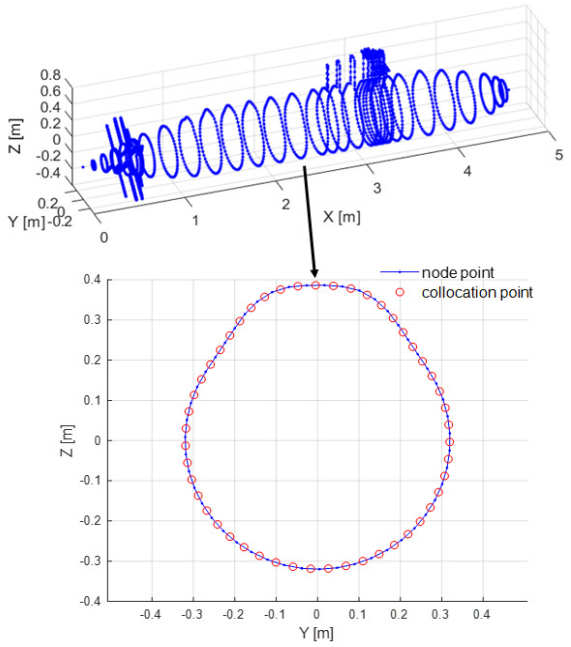

Fig. 9 Node distributions on 2D cross-sections of BB2

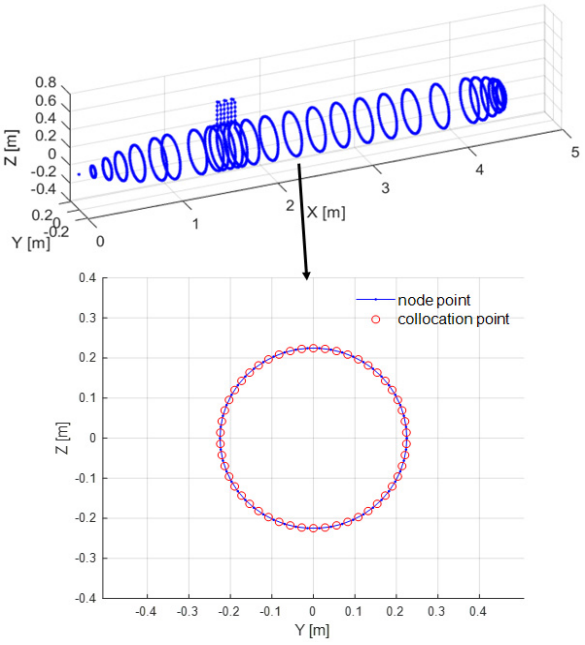

Fig. 10 Node distributions on 2D cross-sections of AUV

같다. 선체와 더불어 BB2의 세일, 선미타, 선수세일핀, AUV의 선미 안테나 등 부가물을 모두 재현하였다. 부가물과 그 주변은 횡단면의 간격을 조밀하게 배치하여 형상을 가능한 정확하게 반영할 수 있도록 하였다. 추진기는 전체 부가질량에 큰 영향을 미치지 않는 수준으로 판단하여 모델링에서 제외하였다.

4.3 스트립법 계산과 모형시험의 비교

식 (16)과 같이 대상체 각 횡단면 부가질량을 기호 m으로 표현하고, Y축 방향 병진운동, Z축 방향 병진운동, X축 중심 회전운동을 각각 아래첨자 2, 3, 4로 하여 부가질량 성분을 나타낼 수 있다. 예를 들어 m_{22}는 Y방향 가속도에 의하여 발생하는 Y방향 부가질량이다. 조종운동방정식 내에서 쓰이는 주요 유체력 미계수들을 추출하는 과정은 식 (19)와 같다.

$$
\begin{aligned}
Y_{\dot{v}} &= -k_2 \cdot \int_{AP}^{FP} m_{22} dx \\
Z_{\dot{w}} &= -k_2 \cdot \int_{AP}^{FP} m_{33} dx \\
K_{\dot{p}} &= -\int_{AP}^{FP} m_{44} dx \\
M_{\dot{q}} &= -k' \cdot \int_{AP}^{FP} m_{33} \cdot x^2 dx \\
N_{\dot{r}} &= -k' \cdot \int_{AP}^{FP} m_{22} \cdot x^2 dx
\end{aligned}
\tag{19}
$$

Lamb (1945)의 문헌에서는 3차원 타원체 유동을 이상유체로 계산할 때 병진, 회전 방향 부가질량 성분에 식 (19)처럼 k_2, k'를 추가할 것을 제안하였다. 'Lamb's k-factor' 로 잘 알려져 있으며 Lee et al. (2011) 등에서도 활용된 바 있으므로, 본문에서는 결과만 간략히 정리하였다. X, Y, Z 방향 반경축을 각각 a, b, c로 갖는 3차원 타원체에서 b=c, a>b로 가정하면 식 (20)처럼 장축 중심으로 회전시킨 회전타원체가 되며, 이는 X축 방향으로 가늘고 긴 수중운동체 형상과도 유사하다. 이심율(eccentricity) e는 식 (21)과 같이 정의된다. 식 (22)와 같은 매개변수 과정을 거쳐서 k_2, k'는 식 (23)과 같다.

$$
\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1 \tag{20}
$$

$$
e^2 = 1 - (b/a)^2 \tag{21}
$$

$$
\begin{aligned}
\alpha_0 &= \frac{2(1-e^2)}{e^3}\left(\frac{1}{2}\log\frac{1+e}{1-e} - e\right) \\
\beta_0 &= \frac{1}{e^2} - \frac{1-e^2}{2e^3}\log\frac{1+e}{1-e}
\end{aligned}
\tag{22}
$$

$$
\begin{aligned}
k_2 &= \frac{\beta_0}{2-\beta_0} \\
k' &= \frac{e^4(\beta_0 - \alpha_0)}{(2-e^2)[2e^2 - (2-e^2)(\beta_0 - \alpha_0)]}
\end{aligned}
\tag{23}
$$

각 대상체의 횡단면 별 Y, Z축 병진운동, X축 회전 운동에 대한 부가질량을 구하고 이를 길이방향으로 적분하여 주요 부가질량들을 추정할 수 있다. Table 7과 8에 BB2 잠수함과 AUV의 수치계산 결과를 모형시험과 각각 비교하여 정리하였다. 모형시험 기준으로 수치계산 미계수의 절대값에 대한 오차도 함께 표기하였다. 수치계산의 오차를 보면 BB2 잠수함은 14 % 이내, AUV는 10 % 이내로 실험값과 유사함을 확인하였다.

Table 7 Added mass coefficients of BB2 at 10 knots by experiments and numerical calculations

	Experiment (Exp)	Calculation (Cal)	
		Coefficient	Cal / Exp
$Y_{\dot{v}}$	-3.220 E-02	-3.363 E-02	1.04
$Z_{\dot{w}}$	-2.098 E-02	-2.242 E-02	1.07
$K_{\dot{p}}$	too small	-5.050 E-05	-
$M_{\dot{q}}$	-1.111 E-03	-1.238 E-03	1.11
$N_{\dot{r}}$	-1.277 E-03	-1.461 E-03	1.14

Table 8 Added mass coefficients of AUV at 3 knots by experiments and numerical calculations

	Experiment (Exp)	Calculation (Cal)	
		Coefficient	Cal / Exp
$Y_{\dot{v}}$	-	-1.471 E-02	-
$Z_{\dot{w}}$	-1.308 E-02	-1.340 E-02	1.02
$K_{\dot{p}}$	too small	-3.537 E-06	-
$M_{\dot{q}}$	-8.969 E-04	-8.277 E-04	0.92
$N_{\dot{r}}$	-9.442 E-04	-8.556 E-04	0.91

축대칭 형상인 AUV는 BB2 잠수함에 비하여 roll 부가관성모멘트 $K_{\dot{p}}$의 order가 1/10로 매우 작다. 일반적으로 수중운동체의 roll 관성반경은 0.35~0.45 B 정도이다. 예를 들어 두 대상체의 roll 관성반경을 각각 0.40 B라고 가정할 때 roll 질량관성모멘트 I_{xx}에 대한 부가관성모멘트 $K_{\dot{p}}$의 비율은 Table 9와 같다.

Table 9 Roll added moment of inertia under assumption of roll radius of gyration of 0.40 B

	BB2 (10 knots)	AUV (3 knots)
m [-]	2.535 E-02	1.457 E-02
k_{xx} [-] (0.40 B, assumed)	5.470 E-02	4.046 E-02
I_{xx} [-]	7.584 E-05	2.385 E-05
$K_{\dot{p}}$ [-]	-5.050 E-05	-3.537 E-06
$K_{\dot{p}}/I_{xx}$	66.6 %	14.8 %

5. 부가질량을 활용한 속도 연성 미계수 일부의 근사 추정

앞선 3장 및 4장에서는 관성력 중 가속도에 비례하는 성분만 실험과 계산으로 추정하였다. 그러나 관성력 $\overrightarrow{F_A}$는 수중운동체의 부가질량에 의해 발생하는 모든 힘을 포함한다. 힘은 에너지의 변화량이며, Lamb (1945)에 의하면 6자유도 부가질량에 의한 운동에너지 T_A는 식 (24)와 같다.

$$T_A = \frac{1}{2}\vec{\nu}^T \cdot M_A \cdot \vec{\nu} \tag{24}$$
$$= \frac{1}{2}[u\ v\ w\ p\ q\ r]\begin{bmatrix} X_{\dot u} & X_{\dot v} & X_{\dot w} & X_{\dot p} & X_{\dot q} & X_{\dot r} \\ Y_{\dot u} & Y_{\dot v} & Y_{\dot w} & Y_{\dot p} & Y_{\dot q} & Y_{\dot r} \\ Z_{\dot u} & Z_{\dot v} & Z_{\dot w} & Z_{\dot p} & Z_{\dot q} & Z_{\dot r} \\ K_{\dot u} & K_{\dot v} & K_{\dot w} & K_{\dot p} & K_{\dot q} & K_{\dot r} \\ M_{\dot u} & M_{\dot v} & M_{\dot w} & M_{\dot p} & M_{\dot q} & M_{\dot r} \\ N_{\dot u} & N_{\dot v} & N_{\dot w} & N_{\dot p} & N_{\dot q} & N_{\dot r} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ p \\ q \\ r \end{bmatrix}$$

단, 가속도 비례하는 성분에 점성이 미치는 영향은 미미하기 때문에 이상 유체를 가정할 경우 Newman (1977)을 참고하면 식 (24)의 행렬 M_A에 대하여 $M_A = M_A^T$ 관계가 성립한다. 즉, $Y_{\dot u} = X_{\dot v}$, $Z_{\dot v} = Y_{\dot w}$ 등이므로 필요한 유체력 미계수는 상삼각행렬인 총 21개로 감소한다. 21개 유체력 미계수를 이용하여 운동에너지 T_A를 식 (25)에 전개하였다.

$$\begin{aligned} 2T_A = & -X_{\dot u}u^2 - Y_{\dot v}v^2 - Z_{\dot w}w^2 \\ & -2Y_{\dot w}vw - 2X_{\dot w}wu - 2X_{\dot v}uv \\ & -K_{\dot p}p^2 - M_{\dot q}q^2 - N_{\dot r}r^2 \\ & -2M_{\dot r}qr - 2K_{\dot r}rp - 2K_{\dot q}pq \\ & -2p(X_{\dot p}u + Y_{\dot p}v + Z_{\dot p}w) \\ & -2q(X_{\dot q}u + Y_{\dot q}v + Z_{\dot q}w) \\ & -2r(X_{\dot r}u + Y_{\dot r}v + Z_{\dot r}w) \end{aligned} \tag{25}$$

한편 Milne-Thomson (1968)에 의하여 유체의 운동에너지와 유체 관성력 간의 관계를 표현한 Kirchhoff 방정식은 식 (26)과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\frac{\partial T_A}{\partial u} &= r\frac{\partial T_A}{\partial v} - q\frac{\partial T_A}{\partial w} - X_A \\ \frac{d}{dt}\frac{\partial T_A}{\partial v} &= p\frac{\partial T_A}{\partial w} - r\frac{\partial T_A}{\partial u} - Y_A \\ \frac{d}{dt}\frac{\partial T_A}{\partial w} &= q\frac{\partial T_A}{\partial u} - p\frac{\partial T_A}{\partial v} - Z_A \\ \frac{d}{dt}\frac{\partial T_A}{\partial p} &= w\frac{\partial T_A}{\partial v} - v\frac{\partial T_A}{\partial w} + r\frac{\partial T_A}{\partial q} - q\frac{\partial T_A}{\partial r} - K_A \\ \frac{d}{dt}\frac{\partial T_A}{\partial q} &= u\frac{\partial T_A}{\partial w} - w\frac{\partial T_A}{\partial u} + p\frac{\partial T_A}{\partial r} - r\frac{\partial T_A}{\partial p} - M_A \\ \frac{d}{dt}\frac{\partial T_A}{\partial r} &= v\frac{\partial T_A}{\partial u} - u\frac{\partial T_A}{\partial v} + p\frac{\partial T_A}{\partial p} - p\frac{\partial T_A}{\partial q} - N_A \end{aligned} \tag{26}$$

Imlay (1961)에 의하면 일반 잠수함처럼 좌우 대칭의 회전타원체 형상이고 중앙부에 세일 등의 부가물이 장착된 경우 가속도에 비례하는 관성력 중 일부는 0에 가깝다. 21개 미계수 중 11개를 식 (27)처럼 0으로 근사할 수 있다.

$$\begin{aligned} X_{\dot v} = X_{\dot w} = X_{\dot p} = X_{\dot q} = X_{\dot r} &= 0 \\ Y_{\dot w} = Y_{\dot q} &= 0 \\ Z_{\dot p} = Z_{\dot r} &= 0 \\ K_{\dot q} &= 0 \\ M_{\dot r} &= 0 \end{aligned} \tag{27}$$

식 (25)를 식 (26)에 대입하여 전개한 후 식 (27)에 따라 0에 가까운 항들을 삭제하면 식 (28)과 같이 부가질량에 의한 전체 관성력을 수식화 할 수 있다. 단, 식 (28)은 이상 유체 가정 하에서만 성립한다. $X_{\dot u}\dot u$와 같은 가속도 항은 점성의 영향이 작다는 전제에 부합하므로 실제 유동에도 그대로 사용할 수 있으나, $Y_{\dot v}vr$과 같은 속도 연성 항은 vr에 대한 점성의 영향이 크다면 이를 추가로 고려하여야 한다.

즉, 실제 유동에서 대상체가 받는 속도 연성 힘에는 관성력 뿐만 아니라 점성 영향, 즉 감쇠력도 포함된다. 식 (28)의 속도 연성항들을 관성력과 감쇠력이 합쳐진 최종 미계수로 [ ]표기를 사용하여 나타내면 식 (29)와 같다.

$$\begin{aligned} X_A &= X_{\dot u}\dot u - Y_{\dot v}vr + Z_{\dot w}wq + Z_{\dot q}q^2 - Y_{\dot r}r^2 - Y_{\dot p}rp \\ Y_A &= Y_{\dot v}\dot v + Y_{\dot p}\dot p + Y_{\dot r}\dot r + X_{\dot u}ur - Z_{\dot w}wp - Z_{\dot q}pq \\ Z_A &= Z_{\dot w}\dot w + Z_{\dot q}\dot q + Y_{\dot p}p^2 - X_{\dot u}uq + Y_{\dot v}vp + Y_{\dot r}rp \\ K_A &= Y_{\dot p}\dot v + K_{\dot p}\dot p + K_{\dot r}\dot r + (-Y_{\dot v} + Z_{\dot w})vw + (Y_{\dot r} + Z_{\dot q})vq - Y_{\dot p}wp + (-Y_{\dot r} - Z_{\dot q})wr + K_{\dot r}pq + (-M_{\dot q} + N_{\dot r})qr \\ M_A &= Z_{\dot q}\dot w + M_{\dot q}\dot q - K_{\dot r}p^2 + K_{\dot r}r^2 + (X_{\dot u} - Z_{\dot w})uw - Z_{\dot q}uq - Y_{\dot r}vp + Y_{\dot p}vr + (K_{\dot p} - N_{\dot r})rp \\ N_A &= Y_{\dot r}\dot v + K_{\dot r}\dot p + N_{\dot r}\dot r + (-X_{\dot u} + Y_{\dot v})uv + Y_{\dot p}up + Y_{\dot r}ur - Y_{\dot p}vq + Z_{\dot q}wp + (-K_{\dot p} + M_{\dot q})pq - K_{\dot r}qr \end{aligned} \tag{28}$$

$$\begin{aligned} X_A &= X_{\dot u}\dot u + [X_{vr}]vr + [X_{wq}]wq + [X_{qq}]q^2 + [X_{rr}]r^2 + [X_{rp}]rp \\ Y_A &= Y_{\dot v}\dot v + Y_{\dot p}\dot p + Y_{\dot r}\dot r + [Y_{ur}]ur + [Y_{wp}]wp + [Y_{pq}]pq \\ Z_A &= Z_{\dot w}\dot w + Z_{\dot q}\dot q + [Z_{pp}]p^2 + [Z_{uq}]uq + [Z_{vp}]vp + [Z_{rp}]rp \\ K_A &= Y_{\dot p}\dot v + K_{\dot p}\dot p + K_{\dot r}\dot r + [K_{vw}]vw + [K_{vq}]vq + [K_{wp}]wp + [K_{wr}]wr + [K_{pq}]pq + [K_{qr}]qr \\ M_A &= Z_{\dot q}\dot w + M_{\dot q}\dot q + [M_{pp}]p^2 + [M_{rr}]r^2 + [M_{uw}]uw + [M_{uq}]uq + [M_{vp}]vp + [M_{vr}]vr + [M_{rp}]rp \\ N_A &= Y_{\dot r}\dot v + K_{\dot r}\dot p + N_{\dot r}\dot r + [N_{uv}]uv + [N_{up}]up + [N_{ur}]ur + [N_{vq}]vq + [N_{wp}]wp + [N_{pq}]pq + [N_{qr}]qr \end{aligned} \tag{29}$$

예를 들어 식 (30)과 같이 최종 미계수 $[X_{vr}]$은 부가질량에 의한 관성력 $-Y_{\dot{v}}$와 점성 등의 영향에 의한 나머지 감쇠력 성분 X_{vr}^{D}의 합이다.

$$[X_{vr}] = -Y_{\dot{v}} + X_{vr}^{D} \tag{30}$$

속도 2차항 성분 중에 예를 들어 q^2처럼 속도의 제곱 항은 각 횡단면의 항력을 길이 방향으로 적분하는 개념이므로 점성 영향이 비교적 클 것이다. 또한 vr, wq와 같이 동일 수평면, 혹은 수직면 상의 선속도와 각속도 곱일 경우 유사한 이유로 점성 영향이 클 것으로 추정된다. 이러한 항들은 실제 모형시험이나 점성유동 계산을 통해 감쇠력까지 포함된 미계수로 다루는 것이 더 적절하다. 즉, Table 10과 같이 예상할 수 있다. 실제로 예를 들어 수중운동체의 X_{vr}을 sway, yaw가 연성된 모형시험이나 점성유동 계산으로 구할 경우, sway 방향 부가질량 $Y_{\dot{v}}$와는 다소 차이가 있다.

Table 10 Velocity coupled coefficients with viscous effects

$[X_{vr}] \neq -Y_{\dot{v}}$, $[X_{wq}] \neq Z_{\dot{w}}$, $[X_{qq}] \neq Z_{\dot{q}}$, $[Z_{rr}] \neq -Y_{\dot{r}}$
$[Y_{ur}] \neq X_{\dot{u}}$
$[Z_{uq}] \neq -X_{\dot{u}}$
$[M_{uw}] \neq (X_{\dot{u}} - Z_{\dot{w}})$, $[M_{uq}] \neq -Z_{\dot{q}}$, $[M_{vr}] \neq Y_{\dot{p}}$
$[N_{uv}] \neq (-X_{\dot{u}} + Y_{\dot{v}})$, $[N_{up}] \neq Y_{\dot{p}}$, $[N_{ur}] \neq Y_{\dot{r}}$

그러나 예를 들어 rp와 같이 서로 다른 평면 상 속도의 연성에 의한 항이라면 점성 영향은 비교적 작을 것으로 추정된다. 또한 통상적인 모형시험에서는 이와 같이 다른 평면 상 속도를 동시에 구현하기 어렵다. 직진이나 급격하지 않은 조종 상태를 시뮬레이션으로 재현하는 것이 주 목적이라면, 실용적 관점에서 관성력이 지배적이라는 전제하에 Table 11처럼 근사할 수 있다. (Kim, 2005)

물론 다양한 자유도를 동시에 부가할 수 있는 구속시험을 더 마련하여 추후에도 Table 11의 근사식들에 대한 지속적 검토가 필요하다. 전산유체계산 기법도 좋은 대안이 될 수 있다.

현재까지의 수중운동체 모형시험법 중에 roll과 다른 자유도 간 연성 미계수를 추출할 수 있는 Coning Motion Test (CMT)가 알려져 있다. Rhee et al. (2000), Kang (2000) 의 선행 연구에서는 잠수함 개념 모델을 대상으로 PMM과 CMT 시험을 병행하여 부가질량 및 roll 관련 연성 미계수를 추출한 바 있다. 수학모델에 일부 차이가 있어서 Table 11의 모든 미계수를 확인하기는 어려우며, 대표적으로 $[Y_{wp}]$와 $[Z_{vp}]$를 각각 대응하는 부가질량 $-Z_{\dot{w}}$, $Y_{\dot{v}}$와 비교하면 Table 12와 같다.

Table 11 Velocity coupled coefficients approximated by added mass coefficients

$[X_{rp}] \simeq -Y_{\dot{p}}$	
$[Y_{wp}] \simeq -Z_{\dot{w}}$,	$[Y_{pq}] \simeq -Z_{\dot{q}}$
$[Z_{vp}] \simeq Y_{\dot{v}}$,	$[Z_{rp}] \simeq Y_{\dot{r}}$
$[K_{vw}] \simeq (Z_{\dot{w}} - Y_{\dot{v}})$,	$[K_{vq}] \simeq (Y_{\dot{r}} + Z_{\dot{q}})$,
$[K_{wp}] \simeq -Y_{\dot{p}}$,	$[K_{wr}] \simeq (-Y_{\dot{r}} - Z_{\dot{q}})$,
$[K_{pq}] \simeq K_{\dot{r}}$,	$[K_{qr}] \simeq (N_{\dot{r}} - M_{\dot{q}})$
$[M_{vp}] \simeq -Y_{\dot{r}}$,	$[M_{rp}] \simeq (K_{\dot{p}} - N_{\dot{r}})$
$[N_{vq}] \simeq -Y_{\dot{p}}$,	$[N_{wp}] \simeq Z_{\dot{q}}$,
$[N_{pq}] \simeq (M_{\dot{q}} - K_{\dot{p}})$,	$[N_{qr}] \simeq -K_{\dot{r}}$

Table 12 Comparison of coefficients of a submerged body (Rhee et al., 2000; Kang, 2000)

Submerged body			
Hull		Sail	
L	0.709 m	Chord	0.14 m
D	0.098 m	Height (Model A)	0.04 m
Coefficient			
Added mass coeff. by PMM	Coefficient by CMT	Proportion of added mass coeff.	
$-Z_{\dot{w}}$ = 3.272 E-02	$[Y_{wp}]$ = 4.558 E-02	$-Z_{\dot{w}}/[Y_{wp}]$ =71.8%	
$Y_{\dot{v}}$ = -3.282 E-02	$[Z_{vp}]$ = -3.856 E-02	$Y_{\dot{v}}/[Z_{vp}]$ = 85.1 %	

Rhee et al. (2000), Kang (2000) 의 연구에서는 세일 높이를 0.04, 0.08, 0.12 m로 변경한 Model A, B, C를 대상으로 계열시험을 수행하였다. 본 대상 잠수함 BB2는 세일의 코드와 높이가 각각 모형선 길이의 16 %, 7 % 이므로 이와 가장 가까운 형상인 Model A를 선택하였다. Table 12 에서처럼 CMT 시험에서 추출한 전체 미계수 중 부가질량이 약 70~85 % 비중을 차지하며, Table 11의 다른 미계수들도 이와 유사한 수준일 것으로 추정된다.

3장 모형시험 결과를 기본으로 하고 4장 수치계산으로 보완한 대상체의 부가질량을 Table 13과 같이 최종 결정하였다. 모형시험이 불충분하거나 값이 작아서 식별이 어려운 미계수, 즉 BB2의 $K_{\dot{p}}$, AUV의 $Y_{\dot{v}}$, $K_{\dot{p}}$는 수치계산 결과로 대체하였다. AUV의 $N_{\dot{v}}$는 모형시험을 직접 수행하지 않았지만, 축대칭 형상이므로 동일한 조건의 수직면 시험에서 수행된 $M_{\dot{w}}$와 크기가 같다고 가정하였다. 역시 AUV의 안테나를 제외한 선체가 축대칭 형상임을 감안하여 횡동요 가속도에 의한 수평면 부가질량 $Y_{\dot{p}}$, $N_{\dot{p}}$, 수평면 가속도에 의한 횡동요 부가질량 $K_{\dot{v}}$, $K_{\dot{r}}$는 각각 0으로 근사하였다. 추정된 값들은 괄호 표기하였다.

Table 13의 부가질량 결과에 근거하여 속도 연성 항들을 근사 추정하면 Table 14와 같다. 물론 앞서 언급된 것처럼 직진이나 급격하지 않은 조종 상황에 한정하며, 점성 영향이 매우 작다는 전제가 있음을 유의하여야 한다.

Table 13 Final results of added mass coefficients of BB2 and AUV

	BB2 (10 knots)	AUV (3 knots)
$Y_{\dot{v}}$	-3.220 E-02	(-1.471 E-02)
$Y_{\dot{p}}$	-8.361 E-04	(≃ 0)
$Y_{\dot{r}}$	-2.058 E-03	-7.556 E-04
$Z_{\dot{w}}$	-2.098 E-02	-1.308 E-02
$Z_{\dot{q}}$	1.130 E-03	9.972 E-04
$K_{\dot{v}}$	-5.277 E-04	(≃ 0)
$K_{\dot{p}}$	(-5.050 E-05)	(-3.537 E-06)
$K_{\dot{r}}$	-4.190 E-05	(≃ 0)
$M_{\dot{w}}$	6.350 E-04	6.988 E-04
$M_{\dot{q}}$	-1.111 E-03	-8.969 E-04
$N_{\dot{v}}$	-8.164 E-04	(-6.988 E-04)
$N_{\dot{p}}$	-6.137 E-05	(≃ 0)
$N_{\dot{r}}$	-1.277 E-03	-9.442 E-04

Table 14 Estimated velocity coupled coefficients of BB2 and AUV with added mass coefficients

	BB2 (10 knots)	AUV (3 knots)
$[X_{rp}]$	8.361E-04	0
$[Y_{wp}]$	2.098E-02	1.308E-02
$[Y_{pq}]$	-1.130E-03	-9.972E-04
$[Z_{vp}]$	-3.220E-02	-1.471E-02
$[Z_{rp}]$	-2.058E-03	-7.556E-04
$[K_{vw}]$	1.122E-02	1.630E-03
$[K_{vq}]$	-9.280E-04	2.416E-04
$[K_{wp}]$	8.361E-04	0
$[K_{wr}]$	9.280E-04	-2.416E-04
$[K_{pq}]$	-4.190E-05	0
$[K_{qr}]$	-1.660E-04	-4.730E-05
$[M_{vp}]$	2.058E-03	7.556E-04
$[M_{rp}]$	1.227E-03	9.407E-04
$[N_{vq}]$	8.361E-04	0
$[N_{wp}]$	1.130E-03	9.972E-04
$[N_{pq}]$	-1.061E-03	-8.934E-04
$[N_{qr}]$	4.190E-05	0

6. 결 론

본 연구에서는 두 가지 수중운동체의 강제동요시험 및 포텐셜 계산으로 부가질량 계수를 도출한 후 운항모델 생성에 활용하였다. 주요 결론은 다음과 같다.

- VPMM 시험장비로 잠수함 공개선형 BB2와 AUV 모형의 강제동요시험을 수행하였다. 이로부터 전후방향을 제외한 각 자유도의 부가질량 계수들을 추출하였다.
- 축대칭 실린더 형상이며 전후가 거의 대칭인 AUV는 종동요, 선수동요 및 횡동요에 관련된 부가질량이 잠수함 BB2에 비하여 매우 작다.
- 포텐셜 유동을 가정하여 스트립법으로 주요 부가질량 계수를 계산하고 강제동요시험 결과와 유사함을 확인하였다. 또한 강제동요시험에서 식별이 어려운 일부 계수를 보완하였다.
- 포텐셜 유동을 가정할 때 비선형 속도 항 일부는 부가질량을 활용하여 전개할 수 있다. 직진이나 급격하지 않은 조종 상황을 전제하여, 일부 속도 연성 미계수를 부가질량의 조합으로 근사 추정하였다.

후 기

본 연구는 해양수산부 재원으로 선박해양플랜트연구소의 주요사업인 '수중운동체 운항성능 통합 추정 기술개발(3/5)(1525012981, PES4250)' 및 과학기술정보통신부의 재원으로 한국연구재단, 무인이동체원천기술개발사업단의 지원을 받아 무인이동체원천기술개발사업(2020M3C1C1A02086303, PNS4140)을 통해 수행되었습니다.

References

Carrica, P.M., Kim, Y. and Martin, J.E., 2019. Near-surface self propulsion of a generic submarine in calm water and waves. *Ocean Engineering*, 183, pp.87-105.

Chandran, P.P., Parameswaran, K., and Korulla, M., 2020. Study on the manoeuvring characteristics of axisymmetric underwater vehicles with different slenderness and control fin aspect ratios. *Ocean Engineering*, 201, 107034.

Cho, Y.J., Seok, W., Cheon, K.H. and Rhee, S.H., 2020. Maneuvering simulation of an X-plane submarine using computational fluid dynamics. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering,* 12, pp.843-855.

Doyle, R., Jeans, T.L., Holloway, A.G.L. and Fieger, D., 2019. URANS simulations of an axisymmetric submarine hull undergoing dynamic sway. *Ocean Engineering*, 172, pp.155-169.

Feldman, J., 1979. *DTNSRDC revised standard submarine equations of motion*. DTNSRDC/SPD-0393-09.

Fossen, T.I., 1994. Guidance and control of ocean vehicles. John Wiley & Sons.

Gertler, M., and Hagen, G.R., 1967. Standard equations of motion for submarine simulation. *Naval Ship Research and Development*

Center. Report 2510.

Imlay, F.H., 1961. The Complete expressions for added mass of a rigid body moving in an ideal fluid. *David Taylor Model Basin*, Report 1528.

Jang, J.H. and Park, W.G., 2006. The variation of flow field and hydrodynamic coefficients of submarine by changes of angle of attack and yaw angle. *Journal of the Society of Naval Architects of Korea,* 43(4), pp.460-466.

Jeans, T., Watt, G., Gerber, A., Holloway, A. and Baker, C., 2009. High-resolution Reynolds-averaged Navier-Stokes flow predictions over axisymnmetric bodies with tapered tails. *AIAA Journal*, 47(1).

Joubert, P.N., 2006. Some aspects of submarine design part 2. shape of a submarine 2026. *Technical Report DSTO-TR-1622*, Defence Science and Technology Organisation, Austrailia.

Kang, J.N., 2000. *An experimental study of the appendage effect on the hydroydnamic coefficients of a submerged body*. Master Degree's Thesis, Seoul National University.

Kim, Y.G., 2005. Development of prediction methods of submarine's manoeuvrability. *Korea Research Institute of Ships and Ocean Engineering Report.*

Kim, Y.G., Yun, K.H., Kim, S.Y. and Kim, D.J., 2012. Captive model test of submerged body using CPMC. *Journal of the Society of Naval Architects of Korea,* 49(4), pp.296-303.

Lamb, H., 1945. *Hydrodynamics*. Six Edition, Dover Publication, Inc..

Lee, S.K., Joung, T.H., Cheon, S.J., Jang, T.S. and Lee, J.H., 2011. Evaluation of the added mass for a spheroid-type unmanned underwater vehicle by vertical planar motion mechanism test. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, 3, pp.174-180.

Lin, Y.H., Tseng, S.H. and Chen, Y.H., 2018. The experimental study on maneuvering derivatives of a submerged body SUBOFF by implementing the Planar Motion Mechanism tests. *Ocean Engineering*, 170, pp.120-135.

Maki, A., Tsutsumoto, T. and Miyauchi, Y., 2018. Fundamental research on the maneuverability of the underwater vehicle having thrust vectoring system. *Journal of Marine Science and Technology*, 23, pp.495-506.

Milne-Thomson, L.M., 1968. Theoretical Hydrodynamics. Fifth Edition, Dover Publication, Inc..

Newman, J.N., 1978. *Marine hydrodynamics*. MIT Press.

Overpelt, B., Nienhuis, B., Anderson, B., 2015. Free running manoeuvring model tests on a modern generic SSK class submarine (BB2). *Pacific 2015*, Sydney, Australia.

Park, J.Y., Kim, N. and Shin, Y.K., 2017. Experimental study on hydrodynamic coefficients for high-incidence-angle maneuver of a submarine. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering,* 9, pp.100-113.

Park, J., Rhee, S.H., Yoon, H.K., Lee, S. and Seo, J., 2020. Effects of a propulsor on the maneuverability of an autonomous underwater vehicle in vertical planar motion mechanism. *Applied Ocean Research,* 103, 102340.

Rhee, K.P., Yoon, H.K., Sung, Y.J., Kim, S.H. and Kang, J.N., 2000. An experimental study on hydrodynamic coefficients of a submerged body using planar motion mechanism and coning motion device. *Proceedings of International Workshop on Ship Manoeuvrability at HSVA*.

Rhee, S., Hino, T., 2002. Numerical simulation of unsteady turbulent flow around a maneuvering prolate spheroid. *AIAA Journal*, 40(10). pp.2017-2026.

Roddy, R.F., 1990. Investigation of the stability and control characteristics of several configurations of the DARPA SUBOFF model (DTRC Model 5470) from captive-model experiments. David Taylor Research Center, DTRC/SHD-1298-08.

김 동 진

이 경 중

권 창 섭

김 연 규

박 진 영

전 봉 환