

## 예비 중등 수학교사들의 함수 개념의 도입 방식 탐색

마민영<sup>1)</sup>

본 연구의 목적은 예비교사들이 함수 개념을 도입하는 수업을 설계할 때 함수 개념의 어떤 측면을 강조하여 지도하는지를 분석하여 제시하는 것이다. 이를 위해 예비교사 중 한 명의 발표자(예비교사 A)가 수행한 가상 수업과 동료 예비교사 10명(예비교사 A1~A10)이 이 수업에 대해 반성한 내용을 분석하였다. 그 결과, 예비교사들은 과정과 대응의 관점으로 함수 개념을 도입하는 것이 우세하였고, 변화와 종속성 관점으로 도입하는 경우는 극히 드물었다. 또한 예비교사들이 함수 도입에서 강조하는 측면은 상황·언어적 표현, 표, 그래프, 식, 그림 등과 같이 함수를 표현하는 양식과 밀접하게 관련됨을 확인하였다. 이러한 결과는 2015 개정 교육과정에 제시된 종속적인 변화 관계에 기반하여 함수 개념을 도입하기 위한 예비교사 교육 및 연구에 시사점을 제시하는 하나의 경험적 근거자료가 될 것으로 사료된다.

주요용어 : 함수, 함수 개념 도입, 가상 수업 시연

### I. 서론

함수는 현실 세계의 변화하는 현상을 표현하고 해석하고 예측하는 데 활용되며, 수학의 여러 분야를 이해하거나 통합하는 데 필수적으로 요구되는 개념이다. 함수는 20세기 초 Klein에 의해 학교 수학의 한 영역으로 도입된 이후부터 학교 수학에서 그 중요성이 지속적으로 강조되어왔다. 이러한 함수 개념에 대해 우리나라 교육과정에서는 7차 교육과정부터 변화를 시도하여 종속 관점에서 함수를 도입하고 있다(김남희 외, 2022). 이는 최근 교육과정에서도 유지되어 중학교에서는 함수를 종속 관점으로 도입하고, 고등학교에서는 대응 관계를 중심으로 함수 개념을 정의한다(교육부, 2015).

변희현과 주미경(2012)은 우리나라 교육과정이 특별히 종속성을 기반으로 함수를 도입하는 맥락에서 중학생들은 함수를 어떻게 개념화하는지, 그러한 개념화 특성이 나타나는 원인이 무엇인지를 알아보았다. 그 결과, 연구에 참여한 학생 16명 가운데 한 명만이 종속적 변화 관계를 근거로 함수를 판단하였다. 그들은 수학 교사 5명과의 면담을 통해 실제 함수를 지도하는 방식을 조사한 결과 교사들은 대응 관점으로 함수를 도입하는 것을 선호하거나 함수를 도입할 때 자판기, 함수 상자 등 함수가 하나의 입력에 대한 하나의 출력 과정임을 보여주는 예시를 주로 사용하였는데, 이러한 방식이 학생들의 함수 개념화에 영향을 미친 것으로 보고하였다. 이처럼 교사가 함수를 도입하는 방식은 학생들의 함수 개념화, 나아가 함수 학습에 영향을 주는 상당히 중요한 문제이다. 이는 Norman(1992)이 함수 개념의 학습 및 교육을 완전히 이해하는 데 중요한 요소 가운데 하나로 함수에 대한 교사의 이해를

\* MSC2010분류 : 97C70

1) 안동대학교 교수 (mmy@anu.ac.kr)

제시한 것과 연결된다.

국내 연구들에서는 교사가 수학적 개념을 이해하는 방식이 학생들의 수학적 개념을 이해하는 데 영향을 준다는 관점을 바탕으로 교사교육 및 교사 전문성 개발의 시작이 되는 예비 중등 수학교사(이하, 예비교사)들의 함수 개념에 대한 이해에 주목하고 있으며, 이를 토대로 예비교사 교육의 개선 방안을 제안하고 있다. 예를 들면, 예비교사들의 변화에 대한 추론 양상을 세밀하게 분석하여 제시한 연구(예: 이지현, 이규희, 2020; 황희정, 이수진, 2019), 수업 설계 방안에 대한 설문조사 또는 면담을 통해 함수 개념에 대한 예비교사들의 내용 지식과 교수학적 지식을 탐색한 연구(예: 차인숙, 한정순, 2004), 함수 정의를 중심으로 학교수학과 대학 수학의 교재를 비교하여 예비교사들이 가질 수 있는 이중 단절 내용을 알아보고 예비교사 교육의 교재 개선 방안을 제안한 연구(예: 이명화, 김선희, 2016)가 있다. 예비교사들이 예비교사 교육을 통해 학습한 내용은 수업 설계에 영향을 줄 것이므로 이러한 내용이 가르칠 때 활용될 수 있도록 수업을 수행하는 것과 긴밀히 연결될 필요가 있지만, 수업 장면에서 발현되는 예비교사들의 함수 개념에 대한 이해를 밝힌 연구는 부족한 실정이다(이명화, 김선희, 2016).

앞서 언급하였듯이, 최근 우리나라 교육과정에서는 변화와 종속성을 기반으로 함수 개념을 도입한다. 그러나 이를 반영한 중학교 교과서에는 함수의 변화와 종속성의 관점을 충분히 다루기보다는 정의와 규칙을 제시한 후 이를 토대로 계산 과정을 반복적으로 수행하는 데 초점을 두는 경향이 있다(김구연, 전미현, 2017a). 우리나라 수학 교사들이 교육과정이나 교과서를 활용하여 수업을 준비하고 실행한다는 점(김민혁, 2013), 교과서와 교육과정을 재구성하여 수업을 수행하는 교육과정 실행의 양상은 교사에 따라 매우 다르게 나타날 수 있다는 점에서(최승현, 황혜정, 2008), 예비교사들이 수업을 어떻게 계획하고 설계하는지에 주목할 필요가 있다. 이에 본 연구에서는 예비교사 A가 교육과정과 교과서를 활용하여 함수 개념의 도입을 주제로 한 가상 수업을 수행하고, 예비교사들이 이를 반성하는 과정에서 함수 개념의 어떤 측면을 강조하는지에 초점을 두고 그 내용을 구체적으로 탐색하고자 한다. 이를 위해 다음과 같은 연구 문제를 설정하였다.

- 예비교사 A가 함수 도입을 주제로 가상 수업을 수행하는 과정에서 나타나는 함수 개념의 도입 방식은 어떠한가?
- 동료 예비교사들이 예비교사 A의 수업을 반성하는 과정에서 나타나는 함수 개념의 도입 방식은 어떠한가?

## II. 선행 연구

### 1. 함수 개념의 도입 방식

함수는 역사적으로 다양한 측면이 있는데, 순서쌍, 대응, 그래프, 종속성, 공식, 행동, 과정, 대상에 대해 생각해 볼 수 있다(Selden, & Selden, 1992). ‘순서쌍’은 1939년 Bourbaki에 의해 처음으로 소개된 정의로, 이는 고급 수학, 컴퓨터 과학 등 다양한 영역에 유용한 매우 추상적인 개념이다. ‘대응’은 Dirichlet가 정의한 함수 개념, 즉 두 집합  $X$ ,  $Y$ 에 대해 임의의  $x \in X$ 에 대해 유일한  $y$ 가 존재하는 것을 의미하며, 이는 정의역, 치역, 전사, 단사 등의 용어를 도입하게 하는 개념이다. ‘그래프’는 함수를 나타내는 데 널리 사용되는 방법으로, 증가, 감소, 오목성, 최대, 최소, 변곡점 등을 설명할 수 있는 시각적 이미지를 의미한다. ‘종속성’은 변화하는 맥락에서 두 변수 사이의 종속 관계를 의미하며, ‘공식’은 두 변수 사이의 관계를 대수식으로 나타내는 것을 의미한다. ‘행동’은 함수를 나타낸 대수식에 수

나 식을 대입하여 함수값을 얻는데 필요한 행동을 의미하고, ‘과정’은 함수를 입력, 출력의 처리 과정으로 보는 것을 의미하고, ‘대상’은 함수를 하나의 실체로 인식하는 것을 의미한다.

우리나라 교육과정에서 함수를 도입하는 방법은 크게 종속 관점과 대응 관점으로 나누어 볼 수 있다. 3차 교육과정부터 6차 교육과정까지는 함수를 집합 사이의 일대일 대응 관계로 도입하였고, 7차 교육과정부터 함수 교육의 변화를 시도하여 종속 관점으로 함수를 도입하였다(김남희 외, 2022). 2007 개정 교육과정에서는 ‘한 양이 변함에 따라 다른 양이 변할 때, 두 양 사이의 대응 관계’로 함수를 도입하는 방안을 채택하였다(변희현, 주미경, 2012). 이 방안은 2015 개정 교육과정에서도 유지되어 중학교에서는 종속 관점으로 함수가 도입되고, 고등학교에서는 대응 관점으로 함수가 지도되고 있다(이명화, 김선희, 2016).

중학교에서는 아래 [그림 II-1]과 같이 변화하는 양들 사이의 관계를 포함하는 상황을 통하여 ‘두 변수  $x, y$ 에 대하여  $x$ 의 값이 변함에 따라  $y$ 의 값이 하나씩 정해지는 대응 관계가 성립할 때,  $y$ 를  $x$ 의 함수라고 한다.’와 같이 함수를 변화와 종속 관점에서 정의하고 있으며, 이때 대응의 의미는 초등학교 과정에서 다루어지는 직관적인 수준의 대응을 의미한다(박선화, 변희현, 주미경, 2011). 고등학교에서는 다음 [그림 II-2]와 같이 ‘집합  $X$ 의 각 원소에 집합  $Y$ 의 원소가 오직 하나씩만 대응할 때, 이 대응을 집합  $X$ 에서 집합  $Y$ 로의 함수라고 한다.’라고 함수를 대응 관점에서 정의한 후에, 정의역, 공역, 치역,  $f: X \rightarrow Y$ , 함수 기호 등의 용어가 소개된다. 대학 수학에서는 집합론에 근거하여 함수를 정의한다. 이러한 함수 개념의 변화는 함수가 역사적으로 변화와 종속성을 설명하기 위한 수단으로 발생하였다는 관점과 대응 관점으로 함수를 도입하는 것이 변화와 동적인 특성을 인식하는데 적절하지 못하다고 보는 관점 모두를 반영한 결과로 볼 수 있다(김남희 외, 2022).

★ 함수는 무엇일까?

탐구해 봅시다

다음 표는 수진이가 강낭콩을 심고 싹이 난 후 매일 강낭콩의 키를 재어 나타낸 것이다. 강낭콩이 싹이 난 지  $x$ 일 후의 키를  $y$  cm라 할 때, 물음에 답해 보자.

$x$ (일 후)	1	2	3	4	5	...
$y$ (cm)	1	3	6	8	12	...



- 1 강낭콩이 싹이 난 지 1일 후의 키는 몇 cm인가? 또, 2일 후의 키는 몇 cm인가?
- 2  $x$ 의 값이 하나 정해지면 그에 따라  $y$ 의 값은 몇 개로 정해지는지 말해 보자.

위의 탐구해 봅시다의 표에서  $x$ 의 값이 1, 2, 3, 4, ...로 변함에 따라  $y$ 의 값이 1, 3, 6, 8, ...로 각각 하나씩 정해진다.

$x$	1	2	3	4	...
	↓	↓	↓	↓	
$y$	1	3	6	8	...

이와 같이 두 변수  $x, y$ 에 대하여  $x$ 의 값이 변함에 따라  $y$ 의 값이 하나씩 정해지는 대응 관계가 성립할 때,  $y$ 를  $x$ 의 **함수**라고 한다.

[그림 II-1] <중학교> (박교식 외, 2019, p. 97)

이와 같이 집합  $X$ 의 각 원소에 집합  $Y$ 의 원소가 오직 하나씩만 대응할 때, 이 대응을 집합  $X$ 에서 집합  $Y$ 로의 함수라고 한다. 이 함수를  $f$ 라고 할 때, 이것을 기호로

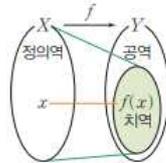
$$f: X \longrightarrow Y$$

와 같이 나타낸다. 이때 집합  $X$ 를 함수  $f$ 의 정의역, 집합  $Y$ 를 함수  $f$ 의 공역이라고 한다.

또, 함수  $f: X \longrightarrow Y$ 에서 정의역  $X$ 의 원소  $x$ 에 공역  $Y$ 의 원소  $y$ 가 대응할 때, 이것을 기호로

$$y=f(x)$$

와 같이 나타내고  $f(x)$ 를 함수  $f$ 의  $x$ 에서의 함수값이라고 한다. 이때 함수값 전체의 집합, 즉  $\{f(x) | x \in X\}$ 를 함수  $f$ 의 치역이라고 한다. 따라서 함수  $f: X \longrightarrow Y$ 의 치역은 공역  $Y$ 의 부분집합이다.



[그림 II-2] <고등학교> (박교식 외, 2018, p. 212)

김구연과 전미현(2017a)은 비교적 많은 수의 중학교에서 채택하고 있는 2009 개정 교육과정에 따른 중학교 수학 교과서 3종에 제시된 함수 내용을 분석하였고, 그 결과 변화의 개념을 토대로 함수의 의미를 설명하는 게 부족하거나 부재하다는 점을 확인하였다. 또한 함수의 형식적인 정의가 소개되고 이를 바탕으로 함수를 판단하는 과제와 주어진 상황을 식으로 나타내거나 식을 표로 변환하는 과제가 대부분임을 보고하였다. 본 연구에서 활용한 교과서는 2015 개정 교육과정에 따른 교과서이지만, 김구연과 전미현의 연구(2017a)에 제시된 교과서와 마찬가지로 함수 개념을 빠르게 정의하고, 이를 토대로 함수를 판단하는 과제가 다루어진다. 특히 이 교과서에는 함수의 정의가 소개되기 전후로 표로 제시된 상황에서 함수값을 찾고 함수값이 하나로 결정되는지 아닌지에 따라 함수를 판단하는 과제가 제시되어 있다([그림 II-1] 참고). 이러한 과제는 함수 개념의 다양한 측면 가운데 ‘ $x$ 에 대한  $y$ 가 하나로 정해진다’라는 대응 관점으로 함수를 도입하는 맥락에 적합한 문제로 볼 수 있다.

최근, 교사가 교과서를 활용하는 방식에 대한 연구가 활발하게 진행되고 있다(Lloyd, Remillard, & Herbel-Eisenmann, 2009). 우리나라 수학 교사들은 교육과정이나 교과서를 활용하여 수업을 설계하고 진행하는 경향이 있으며(김민혁, 2013), 교과서의 내용에 대한 교사의 이해와 해석은 수업 준비, 계획, 실행에 영향을 준다(김구연, 전미현, 2017b). 이에 본 연구에서는 예비교사 교육을 통해 최근 교육과정에서 변화와 종속성을 기반으로 함수 개념을 도입한다는 것을 배운 예비교사들이 교육과정과 교과서를 활용하여 함수 개념을 도입하는 수업을 설계할 때 함수 개념의 어떤 측면을 강조하는지를 알아보고자 한다.

## 2. 예비교사들의 함수 개념에 대한 연구

교사가 함수를 도입하는 방식은 학생들의 함수 개념화, 나아가 함수 학습에 영향을 주는 상당히 중요한 문제이다. 변희현과 주미경(2012)은 실제 함수가 어떤 방식으로 지도되고 있는지 알아보기 위하여 수학 교사 5명에게 함수를 도입할 때 주로 사용하는 예와 그 이유가 무엇인지에 대한 면담을 실시하고 분석하였다. 그 결과, 교사들은 종속적인 변화 관점에서 함수를 도입해야 할 필요성을 인식하지 못하거나 이를 인식하더라도 대응 관점이 익숙하여 실제 수업에 연결하지는 못하였고, 함수 도입에서 자판기, 함수 상자, 소개팅, 두 집합 사이의 대응 등의 예를 주로 사용하였다. 연구자들은 이러한 함수

도입 방식이 학생들의 함수 개념을 이해하는 데 영향을 주며, 특히 교사가 함수 도입에서 사용하는 예인 자판기, 함수 상자 등은 함수가 하나의 입력에 대한 하나의 출력 과정임을 보여주는 예로 학생들이 과정 관점으로 함수를 이해하는 것과 높은 관련이 있는 것으로 보고하였다.

국내 연구들에서는 교사교육 및 교사 전문성 개발의 시작이 되는 예비교사들의 함수 개념에 대한 이해에 주목하며, 예비교사 교육의 구체적인 개선 방안을 제시하고 있다. 먼저 예비교사들의 변화에 대한 추론 양상을 세밀하게 분석하여 제시한 연구를 살펴보면, 이지현과 이규희(2020)는 질적 그래프를 구성하는 과제 해결에서 드러나는 예비교사들의 공변 추론 수준에서 질적 차이가 있음을 밝히며 예비교사 교육에서 이에 주목할 필요가 있음을 제안하였다. 황희정과 이수진(2019)은 비정형 그래프를 그리고 해석할 때 나타나는 예비교사 세 명의 수학적 의미를 분석하였고, 그 결과 비정형 그래프를 다루는 예비교사들의 공변 추론과 관련된 수학적 의미가 어떠한지 확인하고 이에 따른 예비교사 교육이 이루어져야 한다고 제안하였다. 예비교사들은 예비교사 교육을 통해 학습한 내용이 그들이 설계하는 수업에 영향을 줄 것이므로 이러한 내용이 가르칠 때 활용될 수 있도록 수업을 설계하고 수행하는 것과 긴밀히 연결될 필요가 있다(이명화, 김선희, 2016).

차인숙과 한정순(2004)은 설문조사와 면담을 통해 함수 개념의 내용 지식이 교수학적 지식으로 변환해 가는 과정을 알아보았다. 그 결과, 교수 경험이 내용 지식을 교수학적 지식으로 변환하는데 주된 역할을 함을 확인하였다. 이는 예비교사들에게 교수 경험을 다양하게 많이 제공해야 함을 시사한다. 이러한 측면에서 우리나라 예비교사를 양성하는 교육기관의 교육과정에는 예비교사가 직접 수업을 설계하여 시연하고 피드백을 받는 과정을 포함하고 있으며, 이를 통해 예비교사의 수업 수행 능력을 갖 추게 하고자 노력하고 있다(김선희, 2013). 최근 교사의 수업 전문성을 강조하는 시점에서 가상 수업 시연에 대한 관심이 높아지고 있다. 가상 수업 시연은 예비교사 중 한 명의 발표자가 수학 교사 역할을 하고, 발표자가 아닌 동료들은 중고등학생 역할을 하는 가상적인 상황에서 수업을 진행하고 그 수업에 대한 피드백과 평가가 동료 및 교수자에 의해 이루어지는 수업이다(김선희, 2013). 예비교사들은 가상 수업 시연을 통해 자신과 동료의 수업을 관찰하고 평가하면서 수업 수행 능력과 수업을 보는 안목을 발전시킬 수 있다. 본 연구에서는 예비교사 A가 함수 도입을 주제로 가상 수업을 수행하고, 동료 예비교사들이 이를 반성하는 과정에서 나타나는 함수 개념 지도에서 강조하는 측면이 무엇인지에 대해 분석하여 제시하고자 한다. 이를 통해 2015 개정 교육과정에 제시된 종속적인 변화 관계에 기반하여 함수 개념을 지도하기 위한 교사교육 및 연구에 구체적인 시사점을 제시하고자 한다.

### III. 연구 방법

#### 1. 연구대상

본 연구의 대상은 2021년 연구자가 담당한 강좌 ‘수학교과교재연구 및 지도법’에 참여한 11명의 예비교사들이다. 이들은 교원 자격증 취득을 희망하는 학부 3학년 학생들이며, 해석학, 대수학, 집합론 등 여러 교과를 통해 함수의 형식적 정의를 공부하였다. ‘수학교과교재연구 및 지도법’은 학교수학의 내용 가운데 함수와 기하 영역을 중심으로 지도의 의의, 역사적 발달, 교수·학습 관련 연구, 교수·학습의 실재를 살펴본 후, 학교수학에서 다루어지는 내용을 선택하여 한 차시 분량의 수업을 수행하고 동료 예비교사들로부터 평가를 받는 강좌이다. 수업 시연 발표자는 약 25분 정도 수업 소개와 시연을 하고, 발표자와 동료 예비교사들은 약 50분 정도 수업에 대해 반성<sup>2)</sup>하였다. 수업은 45분 또는 50분용

으로 설계하되 수업 시연은 교사 활동 위주로 진행하고 대표적인 학생 활동만을 다루었다.

## 2. 자료 수집 방법

본 연구의 목적은 대학에서 함수의 학문적 정의, 학교수학에서의 함수 지도의 의의, 함수 개념의 역사, 교육과정에 따른 함수 개념의 지도 방식의 변화 내용과 그 의미 등을 배운 예비교사들이 함수 개념을 도입하는 수업을 설계할 때 함수 개념의 어떤 측면을 강조하여 지도하는지를 분석하여 제시하는 것이다. 이를 위해 예비교사 중 한 명의 발표자(예비교사 A)가 수행한 가상 수업 시연과 이에 대해 동료 예비교사 10명(예비교사 A1~A10)이 반성한 내용을 분석하였다. 가상 수업 시연은 발표자가 수학 교사 역할을 하고, 발표자가 아닌 동료 예비교사들은 중학교 2학년 학생 역할을 하는 가상적인 수업으로 진행되었다(김선희, 2013). 예비교사 A는 수업 시연에 앞서 수업의 핵심 아이디어를 포함한 수업 소개를 간단히 한 후, 약 20분 정도 수업을 시연하였다. 수업이 끝난 뒤 교수자<sup>3)</sup>는 발표자가 아닌 예비교사들에게 함수를 도입하는 수업에 대한 평가와 함께 본인이 이 수업을 설계한다고 가정할 때 함수를 어떤 방식으로 도입할 것인지에 대해서도 발표할 것을 요구하였다. 수업에 대한 반성은 예비교사 한 명당 대략 4~5분 정도 소요되었으며, 모두 비디오로 녹화되었다.

## 3. 자료 분석 방법

가상 수업 시연과 수업에 대한 반성 전 과정은 녹화되어 전사 과정을 거쳐 분석되었다. 가상 수업 시연에서 예비교사 A가 함수를 도입할 때 어떤 측면을 강조하는지 알아보기 위해 최희선(2020)이 제안한 수업의 단계별 주된 활동에 따라 수업을 세분화하였다. 수업의 전체 과정을 도입, 전개, 정리 단계로 나누었고, 다시 도입 단계는 동기유발, 학습목표 제시, 전시학습으로, 전개 단계는 학습내용 제시, 학생 참여활동, 학습자료 제시로, 정리 단계는 학습내용 정리, 형성평가, 과제 및 보충자료 제시, 차시 예고로 나누어 분석하였다. 발표자가 아닌 동료 예비교사들의 수업에 대한 평가 역시 수업 단계별 주된 활동에 따라 분석되었다. 수업 시연과 이를 반성하는 과정에서 나타나는 예비교사들의 함수 개념은 함수에 대한 설명, 함수 도입을 위해 사용하는 예시, 주어진 상황과 함수 개념 사이의 관련성을 설명하는 과정에서 두드러지게 나타났다. 이에 본 연구에서는 함수 지도에서 어떤 측면을 강조하는지, 함수와 함수가 아닌 예로 무엇을 제시하는지, 주어진 상황과 함수 개념 사이의 관련성을 설명하는 내용 및 표현 방식(표, 그래프, 식, 그림 등)에 주목하여 분석하였다.

본 연구를 위한 자료를 분석하는 과정에서 예비교사들은 함수의 다양한 측면(종속성, 그래프, 공식, 행동, 과정, 대응, 순서쌍, 대상 등) 가운데 종속성의 관점보다 과정과 대응의 관점에서 함수를 설명한다는 점을 알게 되었다. 과정은 'x에 무엇을 넣을 때 y 하나를 얻는다'와 같이 입력, 변환, 출력의 처리 과정으로 보는 것을, 대응은 두 집합  $X$ ,  $Y$ 가 있을 때 임의의  $x \in X$ 에 대하여 유일한  $y$ 가 존재하는 것을, 종속성은 변화를 포함한 현상에서 두 변수 사이의 종속 관계를 통해 함수를 지도하는 것을 의미한다(Selden, & Selden, 1992). 구체적인 상황인 '반지름 길이  $x(cm)$ 에 대한 원의 넓이  $y'$ 를 사용하여 함수를 지도한다고 가정할 때, 과정 관점은 'x값에 1을 넣으면 y값에  $\pi$ 가 나온다'와 같이 'x에 특정한 값을 대입할 때 하나의 y가 나온다'와 같이 입력과 출력의 측면에서 함수를 설명하는 것이 라면 대응 관점은 'x에 대하여 유일한 y가 존재한다'는 관계에만 주목하는 것이고, 종속성 관점은 '원

2) 본 논문에서 수업에 대한 반성은 a) 예비교사들이 가상 수업에 대해 평가하는 것과 b) 함수 도입을 주제로 수업을 설계한다고 가정할 때 함수를 지도하는 방식에 대한 아이디어를 제시하는 것을 의미한다.

3) 본 논문의 저자가 교수자 역할을 수행하였다.

의 반지름이 늘어남에 따라 원의 넓이도 늘어난다'와 같이 종속적인 변화 관계를 근거로 함수를 설명하는 것이다(변희현, 주미경, 2012). 이에 대한 근거를 상세하게 구체화하기 위해 이를 바탕으로 자료를 다시 살펴보고 검토하는 과정을 반복하며 자료에 대한 해석의 일치도를 추구하였다.

#### IV. 연구 결과

본 연구에서는 예비교사들이 중학생들에게 함수를 지도하는 수업을 설계할 때 함수 개념의 어떤 측면을 강조하는지 알아보고자 하였다. 이를 위해 선행연구를 바탕으로 함수 개념의 다양한 측면을 이용하여 함수 도입을 주제로 한 가상 수업과 이를 반성하는 과정을 분석하였다. 이에 따라 예비교사들이 함수를 지도할 때 강조하는 측면이 무엇인지 관찰한 결과를 가상 수업을 수행하는 장면과 이를 반성하는 과정으로 나누어 정리하고, 예비교사들의 함수 개념의 도입 방식에 대해 논의하고자 한다.

##### 1. 가상 수업에서 나타나는 예비교사들의 함수 개념의 도입

수업에 앞서 예비교사 A는 학생들에게 함수 개념에 대한 이해를 돕기 위해 많은 예시를 제시할 계획이라고 말하였다. 예비교사 A의 수업 내용을 수업 단계별 주요 활동으로 나누어 정리하면 다음 <표 IV-1>과 같다.

<표 IV-1> 수업 단계별 주요 활동에 따른 수업 내용

수업 단계	주요 활동	수업 내용
도입	동기유발	학습 분위기 유도 및 학습 동기를 유발하기 위해 함수의 예로 교실에 있는 스피커, 마이크, 리모컨, 컴퓨터 등을 제시
	학습목표 제시	본 차시에 달성해야 하는 학습목표로 '함수의 개념을 이해한다'를 제시
	전시학습 확인	선수학습과 본시 학습 내용 연결
전개	학습자료 제시	본 차시 내용과 관련된 [탐구 활동]([그림 IV-1] 참고) 제시
	학습내용 제시	함수 개념 제시, 보기 (1)과 (2)([그림 IV-2] 참고) 제시
	학생 참여활동	학습 내용에 해당하는 개별학습을 위한 문제1([그림 IV-3] 참고) 제시
정리	학습내용 정리	학습 내용 요약 및 정리
	과제 및 보충자료 제시	일상생활에서의 함수의 예를 제시
	형성평가	학습한 내용을 다양한 상황에 적용하기 위해 [의사소통] 문제 제시
	차시예고	다음 수업 내용으로 '표를 식으로 나타내기', '함숫값', '그래프' 제시

<표 IV-1>과 같이 예비교사 A는 함수의 예로 교실에 있는 스피커, 마이크, 리모컨, 컴퓨터 등을 제시하였다. 이후 전시학습 내용으로 중학교 1학년에서 다루어지는 표를 그래프로 변환하는 문제, 주어진 상황을 식으로 나타내고 정비례인지 반비례인지 판단하는 문제를 제시하였다. 예비교사 A는 문제

풀이를 마친 후 “함수 개념을 이해하고 그 함수를 좌표평면과 식으로 나타내볼 거예요.”라고 설명하였다. 이는 예비교사 A가 함수 개념을 정의한 후 함수식, 그래프 등 다양한 표현들 사이를 변환하는 문제를 다룰 계획인 것으로 볼 수 있다.

본 연구에서는 예비교사 A의 함수 개념에 대한 설명, 수업에서 사용하는 함수와 함수가 아닌 예, 주어진 상황과 함수 개념 사이의 관련성을 설명하는 내용을 중심으로 살펴보겠다. 이는 함수를 도입할 때 함수 개념의 어떤 측면을 강조하는지를 확인하기 위한 것이다. 먼저, 예비교사 A가 함수 개념을 정의하기 이전에 제시한 [탐구 활동]은 다음 [그림 IV-1]과 같다.

**\* 함수는 무엇일까?**

**탐구해 봅시다**

다음 표는 수진이가 강낭콩을 심고 싹이 난 후 매일 강낭콩의 키를 재어 나타낸 것이다. 강낭콩이 싹이 난 지  $x$ 일 후의 키를  $y$  cm라 할 때, 물음에 답해 보자.

$x$ (일 후)	1	2	3	4	5	...
$y$ (cm)	1	3	6	8	12	...



- 1 강낭콩이 싹이 난 지 1일 후의 키는 몇 cm인가? 또, 2일 후의 키는 몇 cm인가?
- 2  $x$ 의 값이 하나 정해지면 그에 따라  $y$ 의 값은 몇 개로 정해지는지 말해 보자.

[그림 IV-1] <중학교> (박교식 외, 2019, p. 97)

예비교사 A는 [탐구 활동] 문제를 설명한 후, 예비교사 A1에게  $x$ 의 값이 하나 정해지면 그에 따라  $y$ 의 값이 몇 개로 정해지는지 말해볼 것을 요구하였다. 예비교사 A1은 “하나로 정해져요”라고 답하자, 예비교사 A는 “그렇죠. 하나로 정해지죠. 이제 우리가 함수의 개념을 배워볼 건데”라고 말하며 칠판에 ‘함수란 두 변수  $x$ ,  $y$ 에 대하여  $x$  값이 변함에 따라  $y$  값이 하나씩 대응하는 관계’라고 적었다. 이 때 예비교사 A는 ‘하나씩’만 빨간펜으로 적었는데, 함수 정의에서 그 부분을 강조하기 위한 것으로 보인다. 예비교사 A가 함수 개념을 설명한 직후, 그 예로 제시한 문제는 [그림 IV-2]와 같다.

**보기** (1) 자연수  $x$ 의 약수를  $y$ 라 할 때,  $x$ 와  $y$  사이의 대응 관계를 표로 나타내면 다음과 같다.

$x$	1	2	3	4	5	6	...
$y$	1	1, 2	1, 3	1, 2, 4	1, 5	1, 2, 3, 6	...

이때  $x$ 의 값이 변함에 따라  $y$ 의 값이 하나씩 정해지지 않으므로  $y$ 는  $x$ 의 함수가 아니다.

(2) 자연수  $x$ 의 약수의 개수를  $y$ 라 할 때,  $x$ 와  $y$  사이의 대응 관계를 표로 나타내면 다음과 같다.

$x$	1	2	3	4	5	6	...
$y$	1	2	2	3	2	4	...

이때  $x$ 의 값이 변함에 따라  $y$ 의 값이 하나씩 정해지므로  $y$ 는  $x$ 의 함수이다.

[그림 IV-2] <중학교> (박교식 외, 2019, p. 97)

예비교사 A는 [그림 IV-2]의 보기 (1)에 제시된 표를 칠판에 적고, 예비교사 A2에게  $x$ 와  $y$  사이의 관계가 함수인지 아닌지를 판단하고 그 이유를 설명할 것을 요구하였다. 예비교사 A2는 함수가 아니며, 그 이유에 대해 “하나씩 대응이 안돼서”라고 답하였다. 이에 대해 예비교사 A는 “그렇죠.  $x$ 가 2일 때는 2개가 대응되고  $x$ 가 3일 때도 2개가 대응되고  $x$ 가 4일 때는 세 개가 대응되는 관계니까 함수가 아니에요.”라고 말하였다. 예비교사 A는 [그림 IV-2]의 보기 (2) 역시 표를 칠판에 적은 후, “이걸 보고 함수인지 아닌지 의문이 생기는 학생 계실 거예요. 왜냐면은  $x$ 가 2일 때도 2고  $y$ 가 2일 때( $x$ 가 3일 때)도 2인데 이건 함수인가요? 아닌가요? 값이 똑같아도 한 개씩만 대응되면 우린 함수라고 봅니다.”라고 설명하였다. 이는 여러 개의  $x$ 에 대해 하나의  $y$ 가 대응되는 경우도 함수가 될 수 있다는 것을 설명한 것으로 볼 수 있다. 예비교사 A가 함수 개념에 대한 설명에서 ‘하나씩’을 강조하였던 것과 같이 [그림 IV-2]의 문제에서도 ‘ $x$ 에 대한  $y$ 가 하나로 정해진다’라는 대응 관점으로 함수를 판단한 것으로 볼 수 있다.

예비교사 A는 칠판에 [그림 IV-3]의 문제[1]을 적었다. 문제[1]은 주어진 상황에서  $y$ 가  $x$ 의 함수인 것을 찾는 문제이다.

**1** 다음 중  $y$ 가  $x$ 의 함수인 것을 모두 찾으시오.

- (1) 하루 24시간 중 낮의 길이가  $x$ 시간일 때 밤의 길이는  $y$ 시간이다.
- (2) 시내버스 요금  $x$ 원을 내고 이동할 수 있는 거리는  $y$  km이다.
- (3) 한 장에 50원인 색지를  $x$ 장 살 때 지불해야 하는 금액은  $y$ 원이다.
- (4) 자연수  $x$ 보다 작은 짝수는  $y$ 이다.

[그림 IV-3] <중학교> (박교식 외, 2019, p. 98)

예비교사 A가 예비교사 A3에게 [그림 IV-3]의 문제[1]에 대한 풀이를 요구하자, 예비교사 A3은 함수인 예로 (1)과 (3)을 선택하고 그 이유에 대해 각각 “이제 1번은 낮의 길이를 24시간에서 빼주면  $y$ 가 되면서 (중략) 3번은... 어... 한 장에 50원인 거니까  $50x$ 는  $y$ 가 되어서”라고 말하였다. 예비교사 A3은 함수인 이유를 설명하기 위해 주어진 상황을 식으로 표현한 뒤 ‘ $x$ 에 대해 무엇을 하면  $y$ 가 나온다’와 같이 과정 관점으로 함수를 판단한 것으로 볼 수 있다. 이는 변희현과 주미경의 연구(2012)에서 함수를 과정 관점으로 해석을 가능하게 하는 매개체가 함수식이 됨을 보고한 것과 연결된다.

마지막으로 예비교사 A는 두 변수  $x$ ,  $y$ 에 대하여  $x$ 값이 변함에 따라  $y$ 값이 하나씩 정해지는 대응 관계를 일상생활에서 찾아보는 [의사소통] 문제를 제시하였다. 문제 해결에 앞서 예비교사 A는 오징어 게임을 함수의 예로 들며 “오징어 게임이 456명의 참가자가 있는데 한 명씩 죽을 때마다 상금이 1억씩 올라가는 구조예요. (중략) 이런 관계(생존자와 상금)는 어떻게 보면 함수라고 할 수 있겠죠?”라고 말하였다. 예비교사 A는 ‘한 명씩 죽을 때마다 상금이 1억씩 올라가는’과 같이 참가자의 사망자 수가 변함에 따른 상금액의 변화에 주목하였다. 이는 이전과 다르게 변화하는 현상에서 두 변수 사이의 종속 관계를 근거로 함수에 대한 설명을 시도한 것으로 볼 수 있다. 그러나 이후 예비교사 A는 동료 예비교사 A4와 A5가 제시한 일상생활에서 찾은 함수의 예에 대한 피드백(<발췌문 1> 참고)을 줄 때 ‘ $x$ 에 대한  $y$ 가 하나로 정해진다’와 같이 대응 관점으로 함수를 판단하였다.

<발췌문 1>

예비교사 A4: 어... 자판기에서 (중략) 밀키스 버튼을 누르면 밀키스가 나오고 사이다 버튼을 누르면 사이다가 나오고 콜라 버튼을 누르면 콜라가 나오잖아요. 버튼을 누르는 행동도 어떻게 보면 함수라고 할 수 있지 않을까요?

예비교사 A: 맞습니다. 근데 자판기에서 금액과 음료수의 관계는 함수일까요? 아닐까요?

예비교사 A4: 그건 아닌 거 같아요.

예비교사 A: 왜 아니죠?

예비교사 A4: 콜라도 1000원이고 밀키스도 1000원이고 사이다도 1000원이면 안되지 않나요?

예비교사 A: 그렇죠. 정확했습니다. 예비교사 A2도 예시 알려줄 수 있나요?

예비교사 A2: 그 (중략) 예를 들어 4 대 4로 친구들끼리 남자 4명 여자 4명 이렇게 모여서 노는데 처음 보는 사람들끼리 게임할 때 여기에 호감이 있다 한사람 당 작대기를

예비교사 A: 그렇죠. 그렇죠. 사람마다 한 명씩 대응되는 관계니까 함수라 할 수 있죠.

<발췌문1>과 같이 예비교사 A4는 자판기를 함수의 예로 제시하였다. 예비교사 A와 A4는 음료의 종류와 가격 사이의 관계는 함수가 아니라고 생각하였고, 예비교사 A4는 그 이유에 대해 콜라, 밀키스, 사이다와 같이 서로 다른 음료의 가격이 1000원으로 일정하기 때문이라고 설명하였다. 이 과정에서 독립변수와 종속변수가 각각 무엇인지에 대한 설명은 없었지만, 두 예비교사 모두 이 예를 함수가 아닌 예로 동의하였다. 이는 예비교사 A와 A4가 함수의 다양한 측면 가운데 종속성을 간과한 것으로 해석할 수 있다. 함수를 종속성 관점으로 인식하는 것은 독립변수와 종속변수의 의미에 대한 이해와 연결되기 때문이다(김남희 외, 2022). 예비교사 A2가 제시한 남녀 짝짓기(<발췌문 1> 참고)에 대한 예비교사 A의 설명을 살펴보면, 예비교사 A는 여전히 ‘ $x$ 에 대한  $y$ 가 하나로 정해진다’와 같이 대응 관점으로 함수를 판단한 것을 알 수 있다. 예비교사 A2와 A4가 제시한 자판기와 남녀 짝짓기와 같은 예는 함수가 하나의 입력에 대한 하나의 출력 과정임을 보여주는 예로 과정 관점으로 함수를 이해하는 것과 관련된다(변희경, 주미경, 2012).

교수자는 수업 시연 중 예비교사들이 함수 개념을 도입하는 수업을 설계할 때 함수 개념에서 강조하는 측면에 대해 더 확인해 볼 필요가 있다고 판단하였다. 이에 교수자는 수업 시연이 모두 끝난 뒤 예비교사들에게 만약 함수 개념을 도입하는 수업을 설계한다고 가정할 때 수업 내용과 그 순서를 고민하고, 수업 시연에 대한 평가와 함께 수업에 대한 아이디어를 발표할 것을 요구하였다.

## 2. 수업을 반성하는 과정에서 나타나는 예비교사들의 함수 개념의 도입

예비교사 A의 수업에 대한 예비교사들의 평가 결과를 수업 단계별 주요 활동에 따라 수업에서 좋은 점과 개선할 점으로 나누어 정리하면 <표 IV-2>와 같다.

<표 IV-2> 수업 단계별 주요 활동에 따른 예비교사 A의 수업에 대한 평가

수업 단계	주요 활동	평가 내용	
		좋은 점	개선할 점
도입	동기유발	마이크와 리모콘은 동기유발 소재로 적절함(A4)	마이크와 리모콘이 함수의 예가 되는 이유에 대한 설명 추가(A4)
	전시학습 확인		전시학습 확인 문제에 대한 개념 정리 추가(A5, A9)

예비 중등 수학교사들의 함수 개념의 도입 방식 탐색

전개	학습자료 제시 학습내용 제시	함수 개념에 대한 다양한 예시가 제시됨(A1)	주어진 상황을 그래프로 표현하는 활동 추가(A9) 보기 (1)과 (2)([그림 IV-2] 참고)의 해결에서 변수 개념에 대한 설명 추가(A7)
	학생 참여활동	문제 해결뿐 아니라 그 이유에 대한 설명도 요구하여 좋았음(A1)	주어진 상황을 표와 식으로 표현하는 활동 추가(A6, A8, A10)
정리	학습내용 정리		학습 목표 달성 여부 확인 필요(A2, A7) 수업에서 다룬 핵심 내용 정리 추가(A5, A9)
	과제 및 보충자료 제시		학생들의 연령과 수준을 고려한 함수적 상황 제시 필요(A2, A5, A9)
	형성평가	일상생활에서 함수의 예를 찾아보는 활동을 통해 함수 개념에 대한 이해를 도움(A6) A4가 함수인 예로 제시한 자판기 상황에서 함수가 아닌 예도 함께 생각해볼 수 있어서 좋았음(A3, A10)	

본 연구는 <표 IV-2>에 제시된 수업 평가에서 예비교사들의 함수 개념의 도입 방식이 두드러지게 드러나는 내용을 중심으로 정리하면 다음과 같다.

함수 개념은 ‘두 변수  $x$ ,  $y$ 에 대하여  $x$ 값이 변함에 따라  $y$ 값이 하나씩 대응하는 관계’로 정의되며, 이때 두 양이 서로 관련지어 변화할 때 변화하는 양 사이의 관계를 나타내는 변수 개념을 포함한다. 이와 관련하여 예비교사 A7이 말한 개선점은 “보기 부분이 저는 변수를 학습시킬 수 있는 예제라고 생각했는데 그 부분을 짚지 않아서 좀 아쉬웠어요.”라고 평가하였다. 수업에서 좋았던 점으로, 예비교사 A3과 A10은 예비교사 A4가 함수의 예로 제시한 자판기 상황에서 변수를 바꿔서 함수가 안 되는 예시를 들었던 점이 좋았다고 말하였다. 구체적으로 살펴보면 예비교사 A3은 “첫 번째로 칭찬을 할 거는 아까 자판기에서 버튼을 누르면 음료수가 하나만 나오는데 변수만 금액으로 바꿨더니 함수가 아니게 된 거를 확인시켜 준 게 같은 상황에서 어떤 걸 변수로 보고 어떤 걸 바꾸는 거에 따라서 함수일 수도 아닐 수도 있고 ..[안들림] 함수가 바뀔 수도 있고 이런 거를 확인해 볼 만한 좋은 예시가 됐다고 생각해서”라고 말하였다. 이에 대해 교수자는 예비교사들에게 금액과 음료수의 관계가 함수인지 아닌지 묻자, 모두 함수가 아니라고 답하였다. 이 과정에서 예비교사 A3은 혼잣말로 “순서에 따라서 다르겠지만”이라고 말하였지만, 교수자는 수업 당시 그의 말을 놓쳤다. 예비교사 A3의 설명을 듣지 못하여 그의 생각을 정확히 추론할 수 없지만, 순서에 따라 다르다는 것은 어떤 변수를 독립변수로 설정하느냐에 따라서 함수일 수도 아닐 수도 있다는 의미로 판단된다. 이와 같은 수업 평가는 함수 학습에서 변수 개념을 이해할 수 있도록 돕는 활동의 중요성에 주목한 결과로 볼 수 있다. 그러나 두 변수의 변화 관계와 관련하여 수업 평가를 시도한 예비교사는 없었다.

또한 예비교사들은 수업에서 다루어진 함수 개념 그 자체보다 개념을 도입하기 전후로 제시된 함수인 예와 아닌 예를 찾는 활동에 더 주목하여 수업에서 좋았던 점과 개선할 점을 제안하였다. 수업에서 좋았던 점으로 예비교사 A가 함수인 예와 아닌 예를 다양하게 제시하여 학생들의 함수 개념에 대한 이해를 도왔다는 것을 말하였다. 이와 관련하여 개선해야 할 점으로 학생들의 연령과 수준을 고려하여 함수인 예(상황)를 제시할 것, 주어진 상황과 함수 개념 사이의 관련성을 설명하는 과정에서 표, 그래프, 식 등 다양한 방식으로 나타내는 활동을 추가할 것을 제안하였다.

교수자는 예비교사들에게 예비교사 A의 수업에 대한 평가에 이어 함수 도입을 주제로 수업을 구성한다고 가정할 때 함수 개념의 지도 순서와 내용을 발표하도록 요구하였다. 이는 예비교사들이 함수 도입을 주제로 한 수업을 설계할 때 함수 개념의 어떤 측면을 강조하는지에 대해 구체적으로 확인하기 위함이었다.

함수 개념을 지도한다고 가정할 때 예비교사 A3과 A4는 과정 관점을, 나머지 예비교사들은 대응 관점을 강조하였다. 구체적으로 살펴보면, 예비교사 A3은 “하나의 값에서 하나가 나온다는 게 얼마나 중요한 건지”라고 말하였고, 예비교사 A4는 함수인 예를 구체적으로 제시하며 “저는 함수 배울 때 양궁대회를 저는 함수로 배웠거든요. 예시로 배웠거든요. 양궁대회를 하는데 세 명이서 양궁 대회를 하는데 한 명씩 한 발을 쏘야지 아니면 ..[안들림] 형평성이 있는 건데 갑자기 중간 사람이 두 발을 쏘면 반칙이지 않나 그러니까 한 번씩 쏘야 한다.”라고 말하였다. 이는 예비교사 A3과 A4가 함수를 입력과 출력의 처리 과정인 과정 관점으로 설명한 것으로 볼 수 있다. 예비교사 A1은 “대응 관계에 집중할 것 같아요. 하나의 값에 따라 하나의 값이 정해지는”이라고 말하였고, 예비교사 A5는 예비교사 A1의 생각과 같다고 말하였다. 이와 유사하게 예비교사 A6은 “ $x$  값이 하나씩 대응될 때  $y$  값도 하나씩 정해지는 걸 강조해서”라고 말하였고, 예비교사 A2와 A8은 함수를 설명하면서 강조할 점으로 각각 “하나씩 대응한다는 점”, “한 개씩 대응”이라고 말하였다. 예비교사 A7, A9, 10은 각각 “저는 대응에 맞춰서 지도할 것인데”, “대응에 대한 관계로 더 수업을 하고”, “일대일 대응되는 관계를 중요하게 생각했을 것 같아서”라고 말하였다. 이로부터 예비교사 A1, A2, A5, A6, A7, A8, A9, A10은 함수 개념의 도입에서 ‘ $x$ 에 대한  $y$ 가 하나로 정해진다’라는 대응 관점을 강조한 것을 알 수 있다.

또한 예비교사들은 주어진 상황과 함수 개념 사이의 관련성을 설명하는 과정에서 주어진 상황을 표, 그래프, 식, 그림 등 다양한 방식으로 나타낼 것이라고 말하였다. 예비교사 A9는 대응 관계를 그래프로 표현하는 것이 표보다는 더 직관적이므로 함수 개념을 이해하는 데 도움을 줄 것이라고 말하였다. 예비교사 A7은 “ $x$ 는 이렇게[손으로 동그라미를 그리며]  $y$ 는 이렇게[손으로 동그라미를 그리며] 해가지고 화살표 (중략) 그런 그림을 그리고 나서 함수를 정의했을 것 같아요.”라고 설명하였다. 예비교사 A7의 말과 행위로부터 그가 손으로 그린 그림은 고등학교 수학 교과서에 제시된 함수의 정의 “집합  $X$ 의 각 원소에 집합  $Y$ 의 원소가 오직 하나씩만 대응할 때, 이 대응을 집합  $X$ 에서 집합  $Y$ 로의 함수라고 한다”를 나타낸 그림([그림 II-2] 참고)을 의미하는 것으로 추정된다.

### 3. 논의

예비교사들이 교육과정과 교과서를 활용하여 함수 개념을 도입하는 수업을 설계할 때 함수 개념의 어떤 측면을 강조하는지 종합하여 논의하면 다음과 같다.

첫째, 예비교사 A는 교과서 내용을 충실히 반영하여 함수 개념을 대응 관점으로 도입하고 이에 근거하여 함수를 판단하였다. 2015 개정 교육과정에서 함수 개념은 한 양이 변환에 따라 다른 양이 하나씩 정해지는 두 양 사이의 대응 관계를 이용하여 도입한다(교육부, 2015). 예비교사 A가 활용한 교과서에는 이와 마찬가지로 함수 개념이 정의되지만, 이를 도입하기 전후로 두 변수 사이의 대응 관계

를 나타낸 표에서  $x$ 의 값이 하나 정해질 때  $y$ 의 값이 하나로 정해지는지 아닌지에 따라 함수를 판단하는 과제가 제시된다([그림 IV-1]과 [그림 IV-2] 참고). 예비교사 A는 함수의 뜻을 칠판에 적을 때 ‘하나씩’을 강조하였고, 바로 다음 과제에서는 ‘ $x$ 에 대한  $y$ 가 하나로 정해진다’는 대응 관점으로 함수를 판단하였다. 그는 일상생활에서 함수의 예를 제시할 때 한 양의 변화에 따른 또 다른 양의 변화에 주목하였지만, 동료 예비교사들이 찾은 예시에 대해서는 여전히 대응 관점으로 함수를 설명하였다. 이는 변화와 종속성의 측면을 강조한 함수 개념 그 자체보다 교과서에 제시된 과제 내용을 충실히 반영하여 함수 개념을 지도한 결과로 볼 수 있다.

둘째, 예비교사 A의 수업을 평가하는 과정에서 동료 예비교사들은 수업에서 다루어진 함수 개념 그 자체보다 개념을 도입하기 전후로 제시된 함수인 예와 아닌 예를 찾는 활동에 더 주목하였다. 예비교사 A는 ‘하나씩’을 강조하여 함수 개념을 정의하였음에도 불구하고 변화와 종속성 관점에서 함수 개념을 설명해야 할 필요성을 느끼거나 이와 관련하여 수업 평가를 시도한 예비교사는 없었다. 예비교사 A3, A7, A10은 함수 학습에서 변수 개념을 이해할 수 있도록 돕는 활동의 중요성을 인식하고 이에 대한 수업 평가를 하였지만, 변수의 변화 관계와 관련하여 수업 평가를 시도하지는 않았다.

셋째, 함수를 도입하는 수업을 설계한다고 가정할 때 예비교사들이 함수 지도에서 강조하는 관점은 함수 개념의 다양한 측면 가운데 과정과 대응 관점이 우세하였고, 변화하는 현상에서 두 변수 사이의 종속 관계로 함수를 설명한 예비교사는 없었다. 구체적으로, 예비교사 A3과 A4는 함수 개념의 도입에서 입력과 출력의 처리 과정인 과정 관점을, 나머지 예비교사들은 ‘ $x$ 에 대한  $y$ 가 하나로 정해진다’라는 대응 관점을 강조할 것이라고 말하였다. 특히 예비교사 A9와 A10은 함수 지도에서 학생들이 대응 관점으로 함수 개념을 이해할 수 있도록 그래프나 벤다이어그램을 활용할 것이라고 말하였다.

## V. 결론 및 제언

본 연구에서는 예비교사들이 변화와 종속성을 기반으로 함수 개념을 정의하는 교육과정과 교과서를 활용하여 함수 도입을 주제로 가상 수업을 수행하고 이를 반성하는 과정에서 나타나는 함수 개념 지도에서 강조하는 측면이 무엇인지에 대해 분석하여 제시하였다. 본 연구에서 얻게 된 결과는 다음과 같다.

첫째, 예비교사들이 중학생들에게 함수를 지도하는 수업을 설계할 때 과정과 대응의 관점으로 함수 개념을 도입하는 것이 우세하였다. 중학교 과정에서 함수는 “두 변수  $x$ ,  $y$ 에 대하여  $x$ 값이 변함에 따라  $y$ 값이 하나씩 대응하는 관계”와 같이 변화와 종속 관점으로 정의되고 있지만, 예비교사 A가 함수 개념을 설명하거나 주어진 상황과 함수 개념 사이의 관련성을 설명하는 과정에서 나타나는 함수 개념은 ‘ $x$ 에 대해  $y$ 가 하나로 정해진다’와 같은 대응 관점이었다. 예비교사들이 수업을 반성하는 과정에서도 최근 개정된 교육과정에 제시된 함수의 도입에서 강조하는 변화와 종속성에 주목하여 수업 평가를 시도한 예비교사는 없었다. 예비교사들은 가상 수업 시연에 앞서 함수 개념의 역사, 교육과정에 따른 함수 개념의 지도 방식의 변화와 그 의미 등을 배웠지만 가상 수업을 설계하거나 수업을 반성하는 장면에 적용하지는 못한 것으로 볼 수 있다. 이는 예비교사 교육 프로그램에서 교육과정에 따른 수학적 개념의 지도 방식의 변화 내용과 그 의미를 다루어야 하며, 나아가 예비교사들에게 이러한 내용을 적용하여 실제(또는 가상) 수업을 수행해 보고, 이를 기반으로 반성하는 경험까지도 제공해야 할 필요가 있음을 시사한다.

둘째, 가상 수업을 수행하고 반성하는 전 과정에서 예비교사들이 함수 개념에서 강조하는 측면은 일관되며, 이는 이전의 학습 경험과 관련이 깊다. 예비교사 A는 수업에서 함수를 대응 관점으로 도입

하였고, 예비교사 A2가 제시한 남녀 짝짓기와 같은 과정 관점의 예에 대해서도 대응 관점으로 함수를 판단하였다. 예비교사 A3은 가상 수업에서 자판기를 함수의 예로 제시하였고, 수업을 반성하는 과정에서는 함수를 처음 배울 때 양궁대회로 배웠다고 말하였다. 자판기, 양궁대회는 함수가 하나의 입력에 대한 하나의 출력 과정임을 보여주는 예시이다. 이는 교사가 함수 도입에서 강조하는 측면은 학생들의 함수 개념화에 영향을 미치며, 함수를 처음 배울 때 형성된 개념은 쉽게 변하지 않고 교사가 되어 함수를 지도하는 방식에까지 영향을 줄 수 있음을 시사한다. 이러한 결과는 변희현과 주미경의 연구(2012)에서 교사가 종속적인 변화 관점에서 함수를 도입해야 할 필요성을 인식하더라도 대응 관점에 익숙하여 실제 수업에 적용하지 못함을 확인한 것과 연결되며, 나아가 교육과정의 실행 양상은 교육과정을 재구성하여 수업을 수행하는 교사의 이전 경험에 따라 매우 다르게 나타날 수 있으므로 교사들이 교육과정의 의미를 인식하고 이를 수업에 적용할 수 있는 교수·학습 자료를 개발하고 이를 활용한 구체적인 수업 예시도 함께 제작하여 교사들에게 제공해야 할 필요가 있음을 시사한다(최승현, 황혜정, 2008).

셋째, 예비교사가 함수 지도에서 강조하는 측면은 상황·언어적 표현, 표, 그래프, 식, 그림 등과 같이 함수를 표현하는 양식과 밀접하게 관련된다. 예비교사 A는 일상생활에서 함수의 예인 오징어 게임을 언어적으로 설명한 후, 이 상황과 함수 개념 사이의 관련성을 종속적인 변화 관계로 설명하였다. 예비교사 A3는 주어진 상황을 식으로 표현한 후, 'x에 대해 무엇을 하면 y가 나온다'와 같이 과정 관점으로 함수를 판단하였다. 또한 대응 관점으로 함수 이해를 돕기 위해 예비교사 A9는 주어진 상황을 그래프로 표현할 것을, 예비교사 A7은 벤다이어그램으로 표현할 것을 제안하였다. 이로부터 함수 도입에서는 변화하는 현상을 상황·언어적 표현, 표, 식, 그래프, 그림 등 수학적 표현으로 나타내는 활동과 표현끼리 변환하는 활동이 필요하며, 이러한 활동을 통해 학생들은 함수 개념을 다양한 측면에서 이해하고 한 측면에서 다른 측면으로의 전이도 쉽게 이루어질 것으로 예상된다.

본 연구의 결론을 바탕으로 2015 개정 교육과정에 제시된 바와 같이 종속적인 변화 관계에 기반하여 함수 개념을 도입하기 위한 예비교사 교육 및 연구의 시사점 및 제언을 다음과 같이 제시하고자 한다.

첫째, 최근 교육과정에서는 함수를 종속적인 변화 관계를 기반으로 도입하고 있다. 교육과정에 제시된 함수 개념 도입에 대한 핵심 내용이 수업을 통해 학생들의 학습에 의미 있게 반영되려면 예비교사 교육에서부터 교육과정의 내용과 그 의미를 충분히 인식하고 공감할 수 있는 방안이 마련되어야 한다. 나아가 이러한 인식이 실제 수업에 적용되려면 예비교사들에게 현장실습이나 가상 수업 시연의 기회를 부여하고, 수업 장면이나 이를 반성하는 과정에서 나타나는 함수 개념이 어떠한지 분석하여 그에 따른 예비교사 교육이 이루어질 필요가 있다. 이는 예비교사들이 예비교사 교육을 통해 학습한 내용이 가르칠 때 적용될 수 있도록 수업을 설계하고 수행하는 것과 긴밀히 연결될 필요가 있음을 제안한 연구(이명화, 김선희, 2016)와 연결된다.

둘째, 예비교사 A는 교육과정과 교과서를 활용하여 함수 개념을 지도하는 수업을 설계하고 가상 수업을 수행하였다. 교과서에는 표로 제시된 상황에서 함수값이 하나로 결정되는 것을 찾는 과제 바로 다음에 함수 개념을 정의한다([그림 II-1] 참고). 예비교사 A는 이러한 과제 내용을 반영하여 함수 개념을 정의할 때 '하나씩'을 강조하며 대응 관점으로 함수를 정의하고 이를 바탕으로 함수를 판단하였다. 이는 교사가 수업에서 교과서를 주교재로 사용하는 경우 교사의 함수 지도의 많은 부분이 교과서의 내용이나 전개 방식에 기인할 수 있다는 점을 시사한다. 또한 예비교사 A의 사례는 우리나라 수학 교사들이 교육과정이나 교과서를 활용하여 수업을 설계하고 진행하는 경향이 있다는 점을 보고한 연구들(김구연, 전미현, 2017b; 김민혁, 2013)과 관련되며, 특히 교사들이 수업을 설계하고 진행할 때 교육과정이나 교과서에 제시된 수학적 개념뿐만 아니라 과제 내용에도 영향을 받는다는 점을 보여준다.

따라서 변희현과 주미경(2012)이 제안한 바와 같이 종속 관점에서의 함수 도입과 관련하여 교과서 내용과 전개 방식이 대응 관점에서 함수를 도입할 때와 비교하여 어떻게 달라졌는지를 분석하는 연구가 필요하며, 교과서가 교육과정의 변화 내용을 반영하고 있더라도 이를 수업에 적용할 수 있는 자료를 개발하여 예비교사와 교사들에게 제공해야 할 필요가 있음을 시사한다.

## 참고 문헌

- 교육부(2015). **수학과 교육과정**. 교육과학기술부 고시 제2015-74호[별책 8].
- 김구연, 전미현 (2017a). 중학교 수학교과서가 학생에게 제공하는 함수 학습기회 탐색. **학교수학**, 19(2), 289-317.
- 김구연, 전미현 (2017b). 수업지도안 분석을 통한 수학교사의 수업설계역량(Pedagogical Design Capacity) 탐색. **수학교육**, 56(4), 365-385.
- 김남희, 나귀수, 박경미, 이경화, 정영옥, 홍진곤 (2022). **예비교사와 현직교사를 위한 수학교육과정과 교재연구**. 서울: 경문사.
- 김민혁 (2013). 수학 교사의 교과서 및 교사용 지도서 활용도 조사. **학교수학**, 16(3), 503-531.
- 김선희 (2013). 수학 예비교사의 가상 수업 시연의 특징 및 동료 예비교사의 평가. **수학교육**, 52(4), 465-481.
- 박교식 외 (2018). **고등학교 수학**. 동아출판(주)
- 박교식 외 (2019). **중학교 2학년 수학**. 동아출판(주).
- 박선화, 변희현, 주미경 (2011). **중학교 학생의 수학과 학습 특성 연구**. 한국교육과정평가원 연구보고 RRI 2011-5.
- 변희현, 주미경 (2012). 우리나라 중학생의 함수 개념화 특성. **수학교육학연구**, 22(3), 353-370.
- 이명화, 김선희 (2016). 수학 예비교사의 이중 단절 극복을 위한 함수 대학교재 개선 방안. **교사교육 연구**, 55(3), 327-338.
- 이지현, 이규희 (2020). 변화율을 이용한 추론·해석 과제에서 드러나 예비교사들의 인식 분석. **수학교육학연구**, 30(4), 649-673.
- 차인숙, 한정순 (2004). 중등 예비교사의 함수 관계 상황 표현 능력에 대한 조사 연구. **수학교육**, 43(2), 199-210.
- 최승현, 황혜정 (2008). 수학과 내용 교수 지식(PCK)의 의미 및 분석틀 개발에 관한 연구. **한국학교수학회논문집**, 11(4), 569-593.
- 최희선 (2020). 예비수학교사의 교수·학습 과정안 재구성을 통한 수업 설계 변화 탐색. **한국학교수학회논문집**, 23(1), 159-177.
- 황희정, 이수진 (2019). 비정형 그래프에 대한 예비 중등 수학교사 세 명의 교수를 위한 수학적 의미 분석. **수학교육학연구**, 29(4), 687-708.
- Lloyd, G. M., Remillard, J. T., & Herbel-Eisenmann, B. A. (2009). Teachers' use of curriculum materials: An emerging field. In J. T. Remillard, B. A. Herbel-Eisenmann & G. M. Lloyd(Eds.), *Mathematics teachers at work: Connecting curriculum materials and classroom instruction*(pp. 3-14). Routledge: New York.
- Norman, A. (1992). Teachers' mathematical knowledge of the concept of function. In E. Dubinsky, & G. Harel(Eds.), *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy*(MAA Notes No. 25, pp. 215-232). Washington, DC: Mathematical Association of America.
- Selden, A., & Selden, J. (1992). Research perspectives on conceptions of function summary and overview. In E. Dubinsky, & G. Harel(Eds.), *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy*(MAA Notes No. 25, pp. 1-24). Washington, DC: Mathematical Association of America.

# A Study on the Prospective Mathematics Secondary Teachers' Introduction of Concepts of Function

Ma Minyoung<sup>1)</sup>

## Abstract

The purpose of this study is to analyze and present what aspects of the concept of function prospective mathematics secondary teachers emphasize when designing a class that introduces the concept of function using curriculum and textbooks. For this purpose, virtual instruction and reflections on virtual instruction were analyzed. The results are as follows. The prospective mathematics secondary teachers consider and introduce the concepts of function as correspondences and processes. Their conception of function was consistently observed during virtual instruction and reflections on virtual instruction. The prospective mathematics secondary teachers' conception of function was closely related to the form of expressing functions. These results provide implications for prospective mathematics secondary teachers' education for introducing the concept of function based on the dependent relation between variables presented in the 2015 revision of the national mathematics curriculum.

Key Words : Function, Introducing the concept of function, Virtual instruction

Received May 05, 2022

Revised July 28, 2022

Accepted August 01, 2022

---

\* 2010 Mathematics Subject Classification : 97C70

1) Andong National University (mmy@anu.ac.kr)