

## 수학학습심리학과 구성주의에 대한 고찰<sup>1)</sup>

김창일<sup>2)</sup> · 전영주<sup>3)</sup>

본 글은 수학교육 지식체계의 교육적 배경이 되는 행동주의, 인지주의 중심의 수학학습심리학과 구성주의에 대한 세 가지 관점의 문헌 연구이다. 첫 번째는 수학교육과 학습심리학의 관계를 시대적 흐름으로 따라가 보는 것이고, 두 번째는 학교수학에 대한 객관주의와 구성주의의 입장을 들여다보았으며, 세 번째는 학습이론의 시각에서 바라보는 수학학습심리학과 구성주의이다. 그리고 이를 토대로 수학교육적 시사점을 논의해 보고자 하였다.

Key words : 수학학습심리학, 행동주의, 인지주의, 구성주의

### I. 서론

수학은 수천 년 동안 가르치고 배워오고 있지만 지난 19세기까지는 수학 교수·학습의 본질과 질적 측면에서 진지한 논의가 이루어지지 않았다(Høyrup, 1994; Kilpatrick, 2020에서 재인용). 그러다가 최근에 들어서야 수학을 어떻게 배우고 가르쳐야 하는가에 대해 심리학의 원리와 인지 과학에서 찾으려는 여러 노력이 시도되고 있다(Graven & Heyd-Metzuyanin, 2019). 이러한 일환으로 다양한 국내외 연구자 조직이 구성되어 활발히 활동하고 있다. 그 가운데 수학교육계에 가장 널리 알려진 국제수학교육심리학그룹인 PME(International Group for the Psychology of Mathematics Education)를 비롯하여, 캐나다 수학교육연구그룹인 CMESG(Canadian Mathematics Education Study Group), 프랑스 수학교육연구협회 ARDM(French Association pour la Recherche en Didactique des Mathématiques) 등이 대표적으로 활동하고 있는 그룹들이다. 이들은 현재 구성주의 패러다임을 중심으로 다양한 이론과 실제적 아이디어를 반영한 성과물로 전 세계 수학교육자와 관련 연구에 많은 영향력을 끼치고 있다. 따라서 본고는 이들 연구의 기초를 이루는 수학학습심리학과 구성주의를 중심으로 수학교육학 지식체계의 배경을 살펴 현재 발전하고 있는 수학교육학 이론의 적용과 해석에 대한 관점을 정립하고 이를 바탕으로 수학교육학의 지평을 넓힐 수 있는 시사점을 찾아보고자 한다.

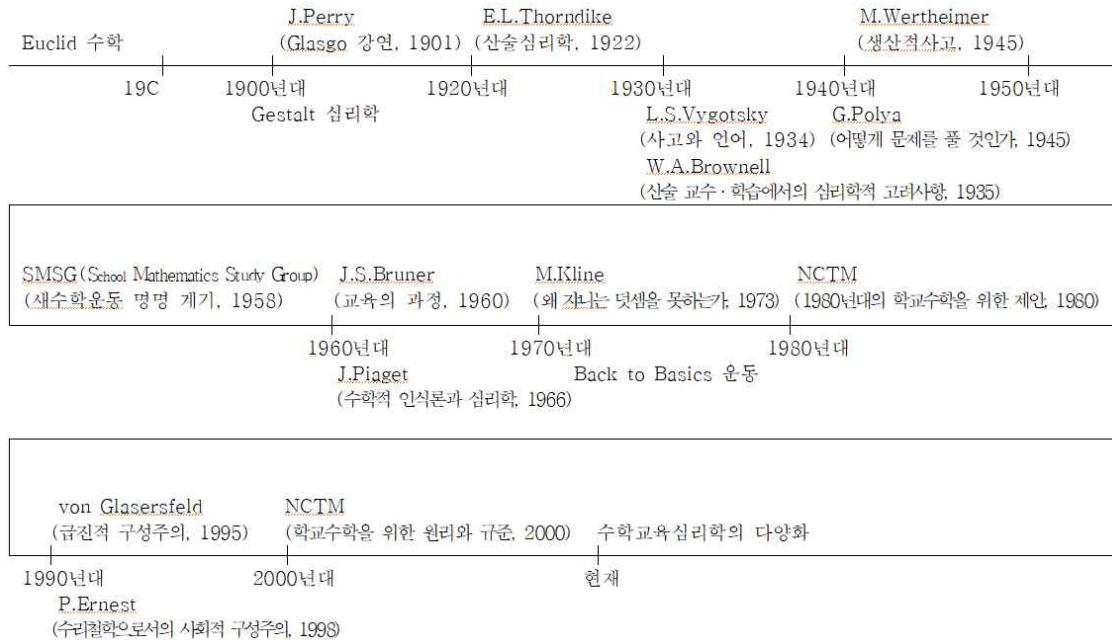
이에, 본 연구에서는 이러한 수학학습심리학과 구성주의에 대해 세 가지 관점에서 고찰해 보고자 하였다. 첫 번째는 수학교육과 학습심리학의 관계를 시대적 배경을 바탕으로 그 흐름을 따라가 보는 것이고, 두 번째는 학교수학에 대한 객관주의와 구성주의의 입장, 그리고 세 번째는 학습이론의 시각에서 바라보는 수학학습심리학과 구성주의를 알아보는 것이다. 마지막으로 이를 토대로 수학학습심리학과 구성주의가 수학교육에 남긴 시사점을 생각해 보고자 하였다.

\* MSC2010분류 : 97A30, 97C30

- 1) “이 논문은 2021년도 전북대학교 연구교수 연구비 지원에 의하여 연구되었음”
- 2) 단국대학교 교수 (kci206@dankook.ac.kr), 제1저자
- 3) 전북대학교 교수 (jyj@jbnu.ac.kr), 교신저자

## II. 수학학습심리학의 변천과 구성주의

이 장에서는 20세기 초 행동주의로부터 오늘날의 구성주의까지 시대적으로 주목받은 심리학과 그 배경을 살펴보고자 한다. [그림 II-1]은 수학교육과 관련된 주요 학습심리학을 시대 순으로 정리한 것이다.



[그림 II-1] 수학교육에서의 심리학의 흐름

연합주의로 대표되는 Thorndike는 효과의 법칙, 연습의 법칙, 준비의 법칙을 강조하며, 인간은 환경적 자극에 의해 변화되는 수동적 존재로 인식하였다. 이러한 생각은 Thorndike(1922)의 「산술심리학 (Psychology of arithmetic)」 서문에 잘 드러나 있다. 여기서 그는 학습은 본질적으로 상황과 반응 사이의 연결이나 본드(bond) 형성이며, 결과의 만족도가 학습 형성의 주요한 힘이라고 하는 당시 심리학의 학습과정에 대한 관점을 소개하였다. 그러면서 이러한 심리학의 조류에 발맞추어 학습을 자극과 반응의 연합 결과로 보고 필요한 본드와 습관 형성에 초점을 맞춘 교수법을 제시하였다. 그것은 속도와 정확성에 중점을 둔 무의미한 드릴(drill) 방식의 접근이었다. 이 같은 Thorndike의 훈련과 연습에 따른 행동주의 교수법은 한 동안 수학교육의 주된 자리를 유지하였으나 이후 수학교육의 본질 망각이라는 비판에 직면하며 새로운 심리학의 거센 도전을 받게 되었다. 그것은 ‘의미 있는(meaningful)’ 방식으로 수학 개념을 익히도록 하려는 개혁의 움직임이었다.

이러한 변화에는 ‘삶을 위한 학습(learning for living)’을 강조하며 1930년대부터 1950년대까지 전개된 진보적 교육운동(Kroll, 1989; English & Halford, 1995에서 재인용)의 배경 아래 ‘의미’를 받아들이는 서로 다른 두 부류가 있었다(English & Halford, 1995). 하나는 체계적인 교육보다는 우연한 경험을 통해 필요한 모든 수학을 배운다고 믿는 학습의 사회적 효용 측면(English & Halford, 1995), 즉 수학은 실제 활동의 맥락에서 마주했을 때 의미가 있으며 훗날 직면하게 될 문제를 다루기 위한 도구 습득으로의 배움을 강조한 부류(e.g., Wheeler, 1935)와 그러한 접근 방식의 수학학습은 단편적이고 피

상적이며 기계적인 학습에 적합할 뿐(Brownell, 1935) 효과적이지도 않아서 이렇게 방치했을 때 학습자의 경험이 너무 산만하고 구조화되지 않아 국소적 이해와 분리된 학습으로 이어진다는 점을 지적하고, 수학적 관계에 의해 '의미'를 만들 것을 강조하며 수학 구조를 가르쳐야 한다고 주장하는 부류로 양분되었다(Lambdin & Walcott, 2007). 후자의 관점은 당시 미국 수학교육에 도입된 게슈탈트 이론과 무관치 않으며 Brownell이 이를 지지한 대표적인 인물이었다.

Brownell(1945)은 수학적 경험은 그 유용성을 인식할 수 있으나 의미는 생성할 수 없다며, 의미는 대상(subject) 자체의 구조, 조직, 내적 관계에서 찾아야 한다고 주장하였다. 그는 또 훈련과 연습이 중요하기는 하지만 이것은 학습자가 필요한 개념과 과정을 이해한 이후에나 유용하다며 수학 개념, 원칙, 과정을 먼저 학습자에게 가르칠 것을 주문하였다(English & Halford, 1995). 이러한 그의 아이디어는 새 수학 운동과 van Engen으로 이어졌다. van Engen(1949)은 Brownell의 의미 이론을 좀 더 세분하였는데, 그것은 '학습자가 사회적 상황에서 수를 관찰하고 사용할 수 있다면 수를 이해할 것이다'와 같이 사회적 현상에서 수학을 이해한다고 보는 사회적 의미(social meaning), 대상의 구조를 보면 수학이 유의미하게 느껴질 것이라는 수학적 구조 측면에서 바라보는 구조적 의미(structural meanings),  $6 + 2$ 는 무의미한 기호(symbol)이나 '6개의 사과에 2개의 사과가 더 있다'는 구체적 상황으로 단순 연산을 거부하고 기호의 의미를 찾고자 하는 회의적 의미(nihilistic meaning)로의 분류였다. 그는 또 문제해결에 있어 답만 구하도록 하는 것은 잘못된 일이며, 학생은 답을 찾기에 앞서 문제 구조 파악이 선행되어야 한다는 주장을 펼쳤다. 그러면서 훈련은 학습자에게 수를 다루는 법을 가르치는 수준을 넘지 못하고 훈련 활동은 목적을 위한 수단에 불과하다고 비판하였다(English & Halford, 1995).

그리고 이와 관련한 또 다른 지류의 게슈탈트 심리학이 있다. 문제해결의 심리학적 배경이 된 게슈탈트 심리학은 정신이 주어진 정보를 단순히 받아들이는 것이 아니라 어떤 방식으로든 이해가 되도록 입력되는 모든 감각과 경험을 조직 원리에 따라, 즉 사고의 심리 과정과 행동에 따라 해석한다고 보는 심리학이다. 독일어로 형태를 가리키는 Gestalt는 부분을 합한 것이 아닌 조직된 전체를 뜻한다. 게슈탈트 심리학은 1912년 Wertheimer가 가현운동(Scheinbewegung)이라는 특별한 현상을 연구하기 시작한 것을 기점으로 1933년까지 전성기를 맞이하였다. 그러나 미국의 행동주의 이론에 가리어지며 게슈탈트 심리학은 1950년대까지 심리학의 유배시기를 보내게 된다. 이후 1960년대 말 인지심리학의 영향으로 게슈탈트 심리학에 대한 재평가가 이루어지면서 다시 세상의 빛을 보게 되었다(김경희, 2000). 게슈탈트 심리학에 따르면 지각하는 사람은 전체가 의미 있는 간단명료한 형태로 재구조화하여 인식하려는 간결성(prägnanz)의 경향이 있다고 본다(Wertheimer, 1922). 특히 발견과 학습의 중요한 요소로서 문제의 내적인 구조적 관련성을 파악하는 과정인 통찰(Birdwell & Clason, 1970), 그리고 전체에 대한 부분의 구조적 기능이 파악되어 이를 기초로 구조의 개선 변화가 일어나는 지적 과정인 생산적 사고(productive thinking)에 관심을 갖는다(Wertheimer, 1945). Wertheimer를 비롯한 이러한 견해의 게슈탈트 심리학은 조건화와 시행착오 학습에서 나타나는 단순 연합학습이 복잡한 합리적 행동의 기본 요소가 된다는 Watson의 생각(김경희, 2000)과 달리 사고 과정은 단순한 관념들의 연결로 이루어진 것이 아님을 주장하며 연합주의의 생각을 부정하였다.

1957년 10월, 구 소련이 발사한 인류 최초의 인공위성 스푸트닉(sputnik)으로 미국은 큰 혼란에 직면하게 된다. 이에 기존 미국 교육 체계 전반에 대한 거센 비판을 받게 되고 수학과 교육과정에도 큰 변화의 바람을 맞게 된다. 그 시작은 1959년 9월 Bruner를 비롯한 다양한 분야의 학자들이 모인 우즈 호울(Woods Hole) 회의에서 비롯되었다. 이 회의의 주요 쟁점은 초·중등학교 수학·과학교육의 개선 방안을 찾는 것이었으며, 1960년에 출간된 Bruner의 「교육의 과정(The Process of Education)」은 이 우즈 호울 회의의 종합보고서가 되었다. 이 책에서 Bruner는 5가지 주제를 언급하였다. 첫 번째는 5가지 주제 중 가장 대표적 주제로, 학습에 있어서 구조는 어떤 역할을 하고 있으며 그것을 교수(teaching)의 핵심내용으로 삼으려면 어떻게 해야 할 것인가, 두 번째는 나선형 교육과정의 핵심 아이디어를 담고 있는 학습 준비성(readiness)에 관한 내용이며, 세 번째는 직관의 중요성과 성격(nature)에 관한 것

이고, 네 번째는 배우려는 욕구를 어떻게 하면 자극할 수 있는가, 마지막으로 교구의 활용에 대한 내용이었다. Bruner의 이러한 주장은 새 수학(New Math) 운동의 출발점이 되었다. 그리고 Bruner의 협력자였던 Dienes는 새 수학 이념에 따른 그의 대표적인 저서인 「Building up Mathematics, 1960」 집필을 통해 수학적 구조가 내포된 다양한 교구 사용의 심리학적 원리를 제시하였으며 지금도 그의 많은 교수학적 아이디어는 유용하게 사용되고 있다.

Bruner에 의해 촉발된 새 수학 운동은 사회적 여건의 변화로 단편적 지식 전수의 한계점을 극복하고 새로운 수학을 수용하고자 현대수학의 도입, 논리적 엄밀성과 대수적 구조의 강조, 전통적인 교재 정비 등을 기치로 내세웠으나 수학적 능력을 담보하지 못한 학생에게 조급한 형식화와 추상화를 시도하고 연역적 추론을 지나치게 강조하였다는 등의 이유로 비판을 받게 되었다. 이에 앞장선 사람이 바로 뉴욕 대학의 Kline이었다. Kline(1973)은 「Why Johnny can't add」에서 1950년 초까지의 수학 교수(teaching)는 실패했다고 자인하며, 당시의 학생들은 타 교과에 비해 성취도가 매우 낮고 수학에 대한 혐오와 두려움이 퍼져있었다고 진단하였다. 그러면서 새 수학 운동에 따른 교육과정의 비록 많은 수학교수들의 지지를 받으며 광범위하게 장려된다 하더라도 이를 무비판으로 받아들이는 것은 매우 중요한 별개의 문제라 지적하면서 확실한 증거 없이 이러한 교육혁신이 진정한 개선이라는 정설로 확립되지 않도록 새 수학 운동의 효과를 검토해야 한다고 역설하였다. 그러면서 Johnny가 왜 덧셈을 못하는가의 상황을 자세히 묘사하며 새 수학 운동 비판에 앞장섰다.

한편, Bruner, Dienes 등과 함께 동시대의 인물로 활동하며 심리학과 교육학에 커다란 영향력을 끼친 Piaget가 있다. 그의 이론은 1950년대 이후 1980년대까지 인지발달 분야에서 지배적인 역할을 해왔으며, 행동주의 심리학을 대신하여 발달심리학의 관점으로 아동발달의 새로운 방향을 제시하였으며 이전에 다루지 않은 새로운 연구주제와 아동 연구에 초점을 맞추고 있다는 특징을 보인다(Ginsburg & Oppen, 1969; 김정민 역, 2006). 이러한 Piaget의 연구가 수학교육에서 주목받는 이유는 수학교육에서의 아동의 사고 과정에 대한 그의 비평 때문이다. 특히 형식적 조작의 기초가 되는 구조(structures)가 발달하는 기본 과정이 수학적 사고 능력의 기초가 되는 과정, 이른바 논리수학적(logicomathematical) 과정과 동일하며 이 과정을 설명하기 위해 사용한 반영적 추상화(reflective abstraction) 용어에서 구성주의(constructivism)라고 부르는 좀 더 확장된 Piaget의 반영적 추상화의 아이디어를 살펴볼 수 있어서이다(English & Halford, 1995).

구성주의는 이러한 Piaget의 연구에 기원을 두고 있다. 구성주의는 1980년대에 들어서야 비로소 수학교육에서 본격적인 논의의 대상이 되었으며, 1980년대와 1990년대에 다음 두 가지 원리-(P1): 지식은 수동적으로 받아들여지는 것이 아니라 인식하는 주체(cognizing subject)에 의해 구성된다. (P2): 인지 기능은 적응적이며, 경험 세계를 조직하는 하는 것이지 존재론적 실재(ontological reality)를 발견하는 것이 아니다(von Glasersfeld, 1989, 1995)-를 기본 가정으로 두었다. (P1)은 사실상 지식 전달로서의 수학의 가르침을 반대한다는 것으로, Cobb(1988)이 언급했듯이 교사의 책무는 단순히 수학에 관한 정보를 학생에게 전달하는 것만이 아니라 학생의 인지구조를 조정하고 그들이 개념을 재구성하도록 촉진하는 안내자의 역할을 감당해야 한다는 의미로 해석할 수 있다. (P2)는 학생이 형식화되고 정리된 수학적 지식을 단순히 습득하고 수용하는 것이 아닌 그들이 겪은 삶의 경험을 조직하는데 수학적 사고의 지적 활동이 일어나도록 돕는 협력적 교사의 모습으로 설명할 수 있다. 다만, 여기에는 인지하는 주체에 의해 구성된 지식이 현실과 일치한다고 주장하지 않는다는 것과 선재(pre-existent)하는 실재를 반드시 부정하지는 않는다는 의미도 함께 내포되어 있음을 주의해야 한다. 이러한 구성주의는 지식의 획득(knowledge acquisition)을 강조한 인지주의와 달리 주체에 의한 지식 구성(knowledge construction)에 방점을 찍는다.

구성주의 이론은 학자에 따라 다양하게 분류하지만 수학교육에서는 일반적으로 조작적 구성주의(operational constructivism), 급진적 구성주의(radical constructivism), 사회적 구성주의(social constructivism)로 분류하고 있다. 조작적 구성주의는 Piaget가 자신의 인식론을 설명하기 위해 사용한 용어로(Beth

& Piaget, 1966), 그에게 수학적 개념은 조작(operation)의 체계이며 조작적 구조를 구성하도록 하는 수학적 지식의 원천이다. 그는 또 '지식은 어떻게 얻어지는가?'의 인식론적 질문에 심리적 발생과 인지구조라는 관점에서 해답을 찾고자 노력하였다. 그는 인지구조는 개인이 환경과의 상호작용을 통해 구성된다고 보았다. 또한 인지발달은 유전적으로 결정된 신경계의 성숙이 선행되어야 하며, 학습자의 사고수준과 경험을 바탕으로 동화(수용·통합)와 조절(변경·수정)이라는 인지작용을 통해 도식(schema)을 형성하는 평형화 과정에서 이루어진다고 설명하였다.

급진적 구성주의는 von Glasersfeld가 합리적인 앎(knowing)의 모델로서 제시한 이론이다. 그는 지식이란 개별 주체가 특정한 환경에 적응하기 위하여 구성하는 것이므로 그러한 지식에 객관성을 부여할 수 없다고 생각하였다. 이러한 급진적 구성주의를 이해하기 위해 우선 두 가지 용어를 정리해 둘 필요가 있다. 첫 번째는 왜 급진적(radical)이라 하는가, 두 번째는 왜 적응적(adaptive)이라는 생물학적 용어를 차용하였는가에 관한 것이다. 급진적이라고 부르는 것은 von Glasersfeld(1995)의 주장에서 잘 드러난다. 급진적 구성주의가 지식과 앎의 문제에 대한 일종의 비전통적인 접근 방법으로 인해 지식과 실제 사이의 관계를 보는 시각이 형이상학적인 실재론이나 보편적인 지식을 인정하는 Kant나 Piaget의 전통적인 인식론과는 근본적(radically)으로 다르기 때문이다. Konold와 Johnson(1991)은 이를 '인식 주체가 구성하는 지식이 주체와 독립적으로 실재하는 세계를 그대로 표상하는 것이 아니다.'라며 혁신적인 급진적 구성주의의 입장을 잘 설명해 주었다.

그렇다면 '적응적'이라는 생물학적 용어는 왜 사용하였는가에 대해서도 알아보자. von Glasersfeld가 밝혔듯이 그의 이론은 Piaget의 지적 발달 이론의 도움을 받았다. Piaget는 본래 생물학자로 스위스의 인문학자인 Samuel Cornut를 만나면서 학문적 관심이 생물학에서 인식론으로 옮겨갔다. 이것이 Piaget의 연구가 생물학의 과학적 틀을 사용하여 지식에 대한 문제를 다루는 근원이 되었다. 따라서 Piaget의 심리학 이론에는 생물학적 개념들이 여럿 포함되어 있고, 이에 영향을 받은 von Glasersfeld의 연구에서도 생물학적 접근 방식이 고스란히 묻어나게 되었다. von Glasersfeld는 어떤 지식(theory of knowing)의 옳고 그름은 순수 이성이나 객관적 실재를 참조하지 않고 맥락에 그 지식을 적용해 보아 그것의 생존가능성(viable)으로 차이를 보여줄 수 있다고 하였다(von Glasersfeld, 1996). 이러한 그의 생각을 읽다보면 이전까지 특정 맥락에 유용한 지식이었다 하더라도 다른 상황이나 맥락에 적합하지 못하다면 그 지식은 없어지거나 수정·보완되어 맥락에 적합하도록 성장해 나아간다는 의미로 '적응적(adaptive)'이라는 용어를 사용하였다는 것을 이해할 수 있게 된다. 결국, 급진적 구성주의는 인식주체에 의한 지식 구성을 주장하는데 그치지 않고 개인의 주관과 독립된 객관적이고 보편적인 지식의 존재를 거부하고, 적응을 위한 도구로서의 상대적인 적합성·유용성 및 그에 따른 도태와 생장의 원리에서 지식의 의미를 찾고 있음을 알 수 있다.

마지막으로 사회적 구성주의에 대해 살펴보자. 사회적 구성주의는 지식의 구성을 사회적 맥락으로 바라본다. 즉, 급진적 구성주의가 개인의 주관적 인지 구성을 중시하며 의미 구성의 주체를 사회문화적 공동체 속의 개인으로 바라보는 것과 달리 사회적 구성주의는 사회문화적 공동체를 의미 구성의 주체로 보고 그 공동체 내에서의 상호과정을 인지 발달의 중요한 근원으로 생각한다. 이러한 학습관을 가진 대표적 인물로 러시아의 심리학자 Vygotsky를 뽑는다. Vygotsky(1986)에 의하면 사고(thought)는 다른 사람과의 논의와 의사소통 과정에서 획득되는 언어에 의존한다. 물론 이것이 언어가 교수·학습의 매개체로서 작용한다는 의미이지만 맥락과 상황의 일부분으로서의 기능일 뿐이다. 그래서 Vygotsky는 지식 구성에 있어 활동이 포함된 사회적 맥락과 상황을 일차적으로 보고 개인의 의미 구성을 이차적으로 여긴다(Ernest, 2011: 박성선 역, 2018). 이와 같은 사회적 구성주의에서 보는 수학은 사회적 구성물로서 절대화된 수학적 지식은 없으며 사회적 환경에 따라 상대적이다. 따라서 문화에 따라 다른 대안적인 수학이 구성될 수 있다. 그래서 사회적 구성주의에서는 사회적 합의과정을 거쳐 형성된 수학을 지식체계로서의 수학적 지식으로 인정한다. 이런 점에서 사회적 구성주의는 급진적 구성주의와 마찬가지로 전통적 의미의 객관성은 거부하지만 사회적으로 합의된 객관성은 수용한다는 입

장이다. 이러한 견해에 Ernest도 동조하였다. Ernest(1998)는 불연속적이고 다중적인 사회적 맥락이 존재할 수 있으며, 수학적 지식은 이러한 맥락 속에서 사회적 공유를 통해 획득되고 그 맥락으로부터 분리될 수 없다는 입장을 견지하였다. 그러면서 사회적 구성주의는 수학에 대한 주관적 지식과 객관적 지식 사이의 관계, 그리고 이와 연계된 지식 발생의 관련성을 다룬다고 주장하였다(Ernest, 1991).

이러한 구성주의 철학은 미국 수학교육계에도 파란을 일으켰다. 그것은 NCTM(National Council of Teachers of mathematics)이 1989년에 출간한 「학교수학을 위한 교육과정과 평가 기준(Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics)」가 발단이 되었다. 이 기준은 구성주의 이론을 토대로 학생이 수학을 배우는 방법에 대해 제시한 것으로 국립과학재단(National Science Foundation, NSF)에서 지원 받은 이 기준을 미국 교육부가 적극 추천하고 주정부에서 이를 받아들여 해당 내용 기준의 교재를 채택하기에 이르면서(Lambdin & Walcott, 2007) 뜨거운 논쟁을 일으키게 된 것이다. 일명 수학전쟁(math wars)의 발발이었다. 수학전쟁은 개혁 지향적인 기준 기반의 교육과정은 피상적이며 고전적인 수학적 가치를 훼손한다고 보는 전통주의자와 기준 기반 교육과정이 전통적인 교육과정보다 수학에 대해 더 깊고 풍부한 관점을 반영한다는 개혁주의자와의 교육과정에 대한 관점 논쟁이다(Schoenfeld, 2004). 이후 개혁주의의 대표적인 NCTM(2000)은 여러 사회적 요구를 반영하여 「학교수학을 위한 원리와 기준(principle and standards for school mathematics, PSSM)」을 발표하였다. 그리고 PSSM을 뒷받침할 목적으로 2006년 「Curriculum Focal Points for PreKindergarten through Grade 8 Mathematics」를 발간하며 10년간의 논쟁을 진정시키고자 하였다. 하지만 이 두 그룹 사이의 입장차는 여전히 상존하고 있으며, 각자가 주장하는 바의 정당성을 확보하고자 지금도 조금씩 진화하며 지경을 넓혀 나아가고 있다.

지금까지 훈련과 연습의 심리학으로 대표되는 행동주의, 교과지식이 인지구조 내에서 어떻게 동화되고 조직되는지 그리고 어떠한 과정을 통해 저장되는지에 대한 심리학적 메커니즘을 연구한 인지주의, 그리고 학습 주체자로서의 학습자를 강조하는 구성주의 등 수학교육과 관련된 주요 심리학의 이론을 시대 순으로 따라가며 간단히 살펴보았다. 이러한 학교수학의 역사적 과정과 학습심리학의 관계를 Lambdin과 Walcott(2007)이 제시한 자료를 중심으로 <표 II-1>에 정리해 놓았다.

<표 II-1> 학교수학의 역사적 과정과 학습심리학의 관계

시기	단계	이론	중점	학습
1920-1930	훈련과 연습	연합주의 Thorndike	계산 기능	반복 암기 단계별 절차
1930-1950년대	유의미 수학	형태주의 Brownell, Wertheimer, van Engen	수학적 아이디어의 이해 실세계 문제에 대한 수학 적용	자연스러운 학습 수학적 관계
1960-1970년대	새 수학	발달심리학, 사회문화이론 Bruner, Piaget, Dienes	학문의 구조 이해	수학의 구조 나선형 교육과정 발견학습
1970년대	기본으로 돌아가자	연합주의 회귀	지식과 기능 개발로 회귀	훈련과 연습
1980년대	문제해결	구성주의, 인지심리학, 사회문화이론 Vygotsky	문제해결 수학적 사고 과정	발견학습과 문제해결학습으로 회귀
1990년대-현재	기준, 책무	구성주의, 인지심리학, 사회문화이론 vs. 새로운 실험심리학(NCLB)	수학전쟁: 개인의 수학적 소양 vs. 교육시스템 관리	학생 중심의 기준 기반 교육과정 vs. 정부 기준 평가 대비

※ NCLB: No Child Left Behind Act

### Ⅲ. 학교수학에 대한 객관주의와 구성주의의 입장

교육의 핵심 문제는 어떠한 지식을, 누구에게, 언제, 어떻게 가르칠 것인가의 문제와 깊은 관련성을 맺고 있다. 이것은 동서고금을 막론하고 오늘날에도 유효하다. 그래서 어떠한 지식이 더 가치를 지니며 어떠한 방법과 자료를 활용하여 그 지식을 어떻게 가르쳐야 할지에 대한 이해가 필요하다. 이에 학교수학에 대한 객관주의와 구성주의적 관점으로 이 문제를 살펴보고자 한다.

먼저, 객관주의적 입장을 이야기해보자. 객관주의적 접근은 인식의 주체와 상관없이 객관적으로 존재하는 과학적 지식을 중시하는 입장으로 절대적 진리와 보편적 지식 추구를 목표로 한다. 그것은 실재(reality)의 본질을 탐구하는 존재론에 의미를 두고 세계를 대상과 물질에 비추어 파악하고자 했기 때문이다. Omstein과 Hunkins(2004)는 이러한 객관주의자들의 견해를 잘 파악하였는데, 이들에 따르면 객관주의자들은 교육내용은 변하지 않는 고정된 것으로 여기며 교과전문가를 교육과정을 구성하는 주요 자원으로 인식하고 있다. 이러한 판단의 근거는 Aristoteles에 사상적 근원을 둔 현대의 항존주의(perennialism) 교육철학에서 찾을 수 있다. 항존주의는 과거에 합의된 보편적 지식과 사회의 지배적 가치에 의존한다. 그래서 Kneller(1971)는 항존주의 관점에서의 교육이란 영원한 진리를 다루는 것이며 지식이 곧 진리를 의미한다고 하였다. 따라서 학생들은 세상에 영원히 남게 될 기본교과를 배워야 한다는 것이다. 이런 점에서 객관주의는 지적 훈련을 강조하는 것이 교육이요, 교육이 곧 교수(teaching)라는 관점을 지닌다. 특히, 인간의 본성은 각자 처한 환경이 다름에도 불구하고 어디에서나 동일하기에 교육도 누구에게나 동일해야 한다는 자세를 취한다. 그러나 이런 방식의 교육은 학습자의 흥미나 요구, 재능을 간과하는 문제와 개개인의 다양한 가치와 신념을 무시하는 부작용을 낳을 수 있다.

이러한 객관주의적 접근은 20세기 초 반응의 강화를 주장한 행동주의 심리학과 1960년대 싹트기 시작하며 지식의 획득을 강조한 인지주의 심리학과 연결되어 있다. 행동주의는 행동을 조건화하는 것과 학습자의 반응을 유도하기 위한 환경변화에 초점을 맞춘다. 그러면서 교육을 관찰 가능한 행동의 변화라고 주장한다. 따라서 교수목표는 그 달성 여부가 관찰 가능한 실행적인 용어로 상세하게 진술되어야 하며, 가르침을 받은 학생은 그 이전에는 할 수 없었던 무엇인가를 할 수 있어야 한다. 이와 같은 입장을 가진 학자들로는 Thorndike, Pavlov, Skinner 등이 대표적이다. Thorndike는 자극과 반응에 관한 최초의 실험자로, 그는 학습을 습관형성으로 정의하고 수업을 바람직한 연합을 가져오도록 학습 상황을 정비하는 것으로 보았다. 그는 효과의 법칙, 연습의 법칙, 준비의 법칙의 세 가지 학습법칙을 제시하였다. 이 가운데 효과의 법칙은 오늘날 교수기계(teaching machine)로 대변되는 프로그램 학습(programmed instruction)에도 적용되고 있다. Pavlov는 개를 대상으로 실험한 결과가 유명하며 학습을 특정한 반응과 관련이 없는 자극이 반응을 유도하는 것으로 보는 고전적 조건화 이론을 주장하였다. 반면, Skinner는 쥐를 실험으로 하는 조작적 조건화의 개념을 도입하였다. 그것은 Pavlov와 Skinner의 두 실험이 조건형성이라는 점에서는 유사하나 개는 수동적, 쥐는 다분히 수의적 행동으로 지렛대를 조작하였기 때문에 Skinner의 조건형성을 조작이라고 보는 것에서 차이를 보인다.

1970년대 후반, 스키너식 행동주의(Skinnerian behaviorism)는 새로운 심리학 뒤로 밀려나게 되었다. 그것은 인간 수행의 행동들을 인지심리의 맥락에서 접근하는 인지심리학(cognitive psychology)과 정보처리심리학(information-processing psychology)의 등장 때문이었다(Saettler, 1998). 인지란 어떤 정보를 받아들이고 그것을 저장하고 인출하는 정신적인 과정으로, 인지심리학에서는 이미 알고 있는 것과 새롭게 배우는 것과의 관계에서 학습자가 문제해결전략을 세워 기존의 인지구조에 새로운 개념과 아이디어를 어떻게 학습하는가를 탐구한다. 대표적 인지심리학자인 Piaget는 동화(assimilation), 조절

(accommodation), 평형(equilibrium)이란 세 가지 인지과정으로 이를 규명하려 하였다. 정보처리심리학(정보처리이론이라고도 함)은 학습자가 정보를 어떻게 획득하고 조직화하며 어떻게 축적하고 그것을 인출해 내는가에 관한 개념을 설명한다. 행동주의가 비교적 지속적인 행동의 변화를 학습으로 보았다면 인지심리학과 정보처리심리학은 인지구조의 변화를 학습의 의미로 해석한다. 그러나 이와 같은 객관주의적 접근 방식은 여전히 교과와 전통 속에 뿌리박고 있으며, 학습자의 내재적 동기와 의지를 고려하지 못한다는 비판에서 자유롭지 못하였다. 이러한 지적에 따라 지식이 외부로부터 교육적 전달에 의해 학습자에게 전달될 수 있다는 전통적 관념을 단호히 거부하고 학습자에 의한 지식의 자주적 구성을 강조하는 구성주의로의 교육 패러다임의 변화를 맞이하게 되었다.

구성주의는 앎의 본질, 곧 배우는 것의 본질과 가르치는 것의 본질에 관한 생각에서 출발한다. ‘학습이란 무엇인가?, 학습과정이란 무엇인가?, 학습과정에서 교사의 역할은 무엇인가?, 그 역할을 수행하기 위해 교사는 무엇을 할 수 있는가?’ 라는 교수·학습에 관한 네 가지 질문 속에 그 의미가 함축되어 있다(Tam, 2000). 일반적으로 구성주의는 객관주의 인식론과 줄곧 비교되는데 객관주의가 존재론적 실재에 기반을 두고 지식과 진리는 개인의 마음 밖에 존재하기에 객관적이라고 주장하였다면, 구성주의는 지식과 진리는 인간의 마음 밖에 존재하지 않으며 사람에 의해 구성된다고 믿는다(Runes, 1962). 또 구성주의는 실재란 개인의 마음속에 존재하고 개인은 자신의 경험에 바탕을 두고 실재를 구성하므로 실재의 모습이나 의미가 사람마다 각기 다르다는 입장이다(Duffy & Jonassen, 1991, 1992).

이처럼 구성주의는 사람은 단순히 그들이 듣고 읽은 것을 거울삼아 비추는 것이 아니라 학습자로서 의미를 찾고 완전하고 온전한 정보가 없어도 세상사에서 규칙성과 질서를 찾으려고 한다는 것(von Glasersfeld, 1984)을 알 수 있다. 이 점이 구성주의에서 바라보는 학습으로 학습은 곧 의미 형성을 의미한다. 반면에 객관주의에서의 교육은 학생이 실세계에 대해 배우도록 돕는 것이며, 이를 통해 그 내용과 구조를 자신의 생각 속에서 재현하도록 기대한다. 그래서 객관주의 관점에서는 학습자에게 전달되어야 하는 특정한 지식체계가 있으며 학습은 제한된 기술과 사실의 획득과 축적으로 간주된다.

인식의 형식은 본래부터 갖고 있지만 인식의 내용은 경험으로 얻을 수밖에 없다는 Kant의 사상처럼 구성주의는 학습에 관한 분명한 신념이 있다. 그것은 정보나 재료는 부여받을 수 있지만 이해는 그렇지 못하며 따라서 스스로 지식을 구성한다는 것이다. 이때, 학습자는 학습과정에서 세계에 대한 자신의 독특한 경험과 그것에 대한 믿음에 기초하여 외부의 실재와 다르게 생각할 수 있다(Jonassen, 1991). 그래서 교육은 무엇이 진행되는가의 문제가 중요한 것이 아니라 von Glasersfeld(1996)의 주장처럼 학습자가 자신이 처한 상황에 잘 적응하고 필요에 따라 환경을 자신의 의도대로 변화시킬 수 있도록 하는 것이 중요하다는 것, 그래서 학습자가 학습과정의 중심이 되어야 한다.

대부분의 구성주의자들은 학습자의 인지적 발달에 동의한다. 그리고 그 과정에서의 교육적 개입에 대해서도 의견을 일치한다. 그것은 학생이 학습에 능동적인 참여자가 되도록 돕고 사전지식, 새로운 지식, 그리고 그 과정 사이에 의미 있는 연계를 만드는 데 교사가 주된 역할 감당을 하도록 요구한다(Copley, 1992). 다시 말해, 학습에 있어 학습권과 주도권을 학생이 갖도록 장려하고 학생이 교수·학습 과정에서 또래나 교사와의 대화에 적극 참여하도록 권장 받으며, 지식을 구성할 수 있는 문제해결 환경에서 교사는 안내자, 후견인, 조력자가 되기를 원한다. 심지어 Rogoff(1990)의 경우에는 교사가 전문가 보다는 가이드로 학생과 함께 문제해결에 참여해야 하고 수업에 대한 책임도 공유하는 견습생의 역할을 주문하였다. 이렇듯 객관주의와 구성주의는 다른 철학적 배경과 심리적 기초에 의해 교육목표, 교사의 역할 등에서 의견을 달리한다. <표 III-1>은 이를 비교하여 정리한 것이다.



<표 III-1> 객관주의와 구성주의 비교

구분	객관주의	구성주의
철학적 배경	실재론	실용주의
심리적 기초	행동주의, 인지주의	인지심리학
탐구 대상	영원한 진리	앎의 본질
교육 목표	지식의 획득	지식의 구성
교육 재료	교과서와 학습지	데이터 및 조작적 재료
교사의 역할	교수자, 전달자	안내자, 조력자

#### IV. 학습이론 관점에서의 수학학습심리학과 구성주의

이번 IV장에서는 수학교육의 패러다임 변화에 영향을 끼친 학습 이론의 관점에서 수학학습심리학과 구성주의를 살펴보고자 한다.

먼저, 대표적 교수이론의 개발자인 Bruner에 대해 알아보자. 그의 아이디어는 행동주의 학습이론에서 찾을 수 있으나 개념의 상당 부분은 인지주의 학습 원리에 의존하고 있다(Richey, 1986). 그는 교수이론과 학습이론을 서로 구분하였는데, 교수이론은 처방적(prescriptive)이며 규범적(normative)이어야 하고, 학습이론은 기술적(descriptive)이어야 한다고 보았다. 그에 따르면 교수이론이 지식이나 기능 달성의 가장 효과적인 방법에 관한 규칙을 제시한다는 점, 교수·학습의 특정 방식을 비판하거나 평가하기 위한 척도를 제공한다는 면에서 처방적이며, 높은 수준의 일반성을 기준으로 설정하고 이를 충족시키기 위한 조건을 명시한다는 면에서 규범적이다. 반면에 학습이론은 사실 이후에 무슨 일이 일어났는지를 알려준다는 측면에서 서술적이다. 예를 들어, 6세의 아동은 아직 가역성의 개념을 갖지 않고 있지만 아동을 가역성 개념으로 이끄는 가장 좋은 방법을 교수이론으로 제시할 수 있다. 즉, 교수이론은 학습을 설명하기보다는 개선하면서 가르치고자 하는 것이 어떻게 가장 잘 학습될 수 있는지에 관한 것이라 할 수 있다. 그는 이러한 교수이론에서 학습에 대한 성향, 지식체계(body of knowledge)가 학습자에 의해 가장 쉽게 파악할 수 있도록 구성될 수 있는 방법, 자료를 제시할 수 있는 가장 효과적인 순서, 그리고 상벌의 성격과 속도 등 네 가지 측면을 강조하였다(Bruner, 1966). 이 특성을 간단히 성향, 구조, 계열, 강화(Richey, Klein & Tracey, 2011)로 표현할 수 있다. 그는 또, 표상(representation)이란 무엇을 의미하는가, 실제세계의 모델로 번역한다는 것은 무엇을 뜻하는가에 대해 자문(自問)하며 이를 이해하고 받아들이는 세 가지 방법으로 활동적(enactive) 표상, 영상적(iconic) 표상, 상징적(symbolic) 표상이 있으며, 이 순서대로 표상하는 능력을 성취한다고 보았다(Bruner, 1966).

또한 Bruner는 수학 교수·학습을 위한 최적의 방법을 찾기 위해 Gagné처럼 수학을 소재로 선택하며, Kenney와 함께 학생이 수학적 아이디어를 어떻게 파악하는지 그 과정에 관한 관찰 연구를 진행하였다. 여기서 구성(construction)의 역할, 표기(notation)의 사용, 대조와 변화(contrast and variation), 통찰력(insight) 등 수학학습의 특성을 도출하였다(Bruner & Kenney, 1965). 여기서의 구성이란 학생이 아이디어를 형성하는 방법으로 아이디어를 대신하는 구체적인 표현 활용을 뜻하고(강완, 김상미, 박만구, 백석윤, 오영열, 장혜원, 2014), 표기법은 학생 자신이 활동을 통해 구성한 이미지를 자신의 수준에 맞는 적절한 표현 방식으로 변환하는 시스템을 말한다. 예를 들어, 1개의 'x-정사각형', '그리고' 2개의 'x-조각(strip)', '그리고' 1개의 '1-정사각형'이 있다면, 'x-정사각형'은 'x'로, 'x-조각(strip)'은 '1x' 또는 간단히 'x', '1-정사각형'은 '하나씩' 또는 '1', '그리고'의 표현은 '+'로 줄여서 간단히  $x^2 + 2x + 1$ 로 표기할 수 있다는 것이다(Bruner & Kenney, 1965). 또한 학생은 아동은 대조와 변화

의 과정을 통해서 구체적 표현 단계부터 추상적이고 일반적인 표현 단계로 옮겨갈 수 있으며(강완 외, 2014), 통찰력은 전체 문제 사태를 포괄적으로 지각하여 문제의 본질이나 해결책을 즉각적으로 이해하고 전개하는 것으로, 학생이 능동적으로 학습하여 지식을 획득하고 자료와 증거를 재정리하여 새로운 통찰력을 갖는 행위의 발견을 말한다(Bruner & Kenney, 1965).

두 번째로 수학학습 지도를 보다 체계적으로 발전시키기 위해 연구한 Dienes가 있다. Dienes의 이론은 본인이 밝혔듯이 Piaget와 Bruner의 인식론 영향을 받았으며 그의 학습이론에는 네 가지 주요 원리를 포함한다. 역동적 원리(Dynamic Principle), 지각적 다양성의 원리(Perceptual Variability Principle), 수학적 다양성의 원리(Mathematical Variability Principle), 구성의 원리(Constructivity Principle)이다(Dienes, 1960). 역동적 원리는 개념 형성을 위한 세 가지 기본 단계-각 단계별로 서로 다른 종류의 학습을 필요로 한다.-를 개괄하고 있다. 첫 번째 단계는 자유롭고 비구조화된 자유놀이단계(free play stage)로 당면한 과제에 대해서는 개방적이고 비공식적인 실험을 허용하는 목적 활동도 포함된다. 두 번째 단계는 아동이 학습할 개념과 구조적으로 유사한 다양한 경험에 노출되는 개념 실현 단계(concept realization stage)이다. 세 번째 단계는 수학 개념이 형성되면서 이를 다양한 상황에 적용하는 단계이다. 이러한 단계들을 Dienes는 수학적 명제(predicate) 또는 개념이 완전히 작동하기 전에 필요한 성장 단계라 불렀다(Dienes, 1960). 지각적 다양성의 원리는 동일한 개념에서 여러 가지 다양한 물리적 표현에 노출시킴으로써 개념 학습이 향상된다는 원리로, 다양한 경험으로부터 유사성을 추상화할 수 있게 된다는 가정에서 출발한다. 수학적 다양성의 원리는 해당 수학적 개념은 그대로 유지하면서 가능한 모든 변수(variables)를 다양하게 만들면 하위 개념 요소로 분절된 개념을 일반화할 수 있다는 원리이다. 예를 들어, 평행사변형의 정의를 지도할 때 변의 길이, 각의 크기, 위치 등 평행사변형의 정의와 관련 없는 변수들을 다양하게 제시하면 학생은 평행사변형이 단순히 ‘마주보는 두 쌍의 변이 평행한 사각형’에서 보다 일반화된 평행사변형의 수학적 개념을 이해할 수 있게 된다는 것이다. 마지막으로 개념구성에 관한 사고방식을 설명하는 구성의 원리가 있다. 구성의 원리는 새로운 개념은 먼저 구성(이미 알고 있는 개념으로부터 개인적인 차원에서)되도록 해야 하며, 그 논리적 관계는 구성 후에 분석되어야 한다는 원리이다. Dienes(1960)에 의하면 아동은 논리적으로 사고할 수 있기 오래 전부터 구성적으로 사고할 수 있다. 따라서 분석적 사고보다 구성적 이해에 이를 수 있도록 학습 상황을 조직하는 것이 더 바람직하다.

다음은 교수·학습이론의 근간을 이루고 있는 Gagné(1970)의 연구가 있다. Gagné(1985)는 ‘어떤 요인이 실제로 교수(instruction)에 차이를 유발시키는가?’ 라는 물음으로 학습에 미치는 조건을 논의하고자 하였다. 그러면서 학습이 일어나는 조건보다 학습된 내용에 초점을 맞춘 학습결과의 다양성과 교수사태(events of instruction)에서 그 해답을 찾고자 하였다. 그는 연구를 통해 학습은 연합(association)과 연쇄(chain)에 의해 달성될 수 있다고 보았으며, 이때 학습과정은 정보처리모형으로 설명하였다. 학습된 결과로는 지적기능(학습된 능력으로 방법적 지식과 절차적 지식), 인지전략(학습, 기억, 사고를 관리하는 기능), 언어정보(일련의 사실이나 사태를 구두, 문장, 그림 등으로 진술하거나 말하는 것), 운동기술(동작수행) 및 태도(자신의 행동선택에 영향을 주는 경향성) 등 다섯 가지 주요 유형으로 그 예시로 들었다. 또 학습된 학습내용은 일련의 조직된 지적기능으로 이러한 지적기능의 심리학적 조직이 학습위계로 표현되는데 동원되었다. 학습위계는 어떤 상위 수준의 과제를 수행하기 전에 학습자가 미리 갖추고 있어야 하는 부분적 능력 등을 포함하고 있는 구조를 의미하며, 수업의 목표가 되는 지적기능의 학습은 이미 학습된 선수학습요소의 기능들과 상호 결합시키는 것을 뜻한다. 또한 Gagné(1970)는 위계를 갖는 8가지 학습유형을 제시하였다. 8가지 학습유형에는 신호학습(signal learning), 자극-반응학습(stimulus-response learning), 연쇄(chaining), 언어연합(verbal association), 식별학습(discrimination learning), 개념학습(concept learning), 규칙학습(rule learning), 문제해결(problem solving)이 있다. 8가지 학습유형은 상호 연결되어 있으며, 하나의 학습 유형은 다른 학습유형의 초기

상태, 즉 전제조건이 된다. 예를 들면, 신호학습은 자극-반응학습의 전제조건이 된다. 한편, 교수사태의 경우는 학습의 내적 과정을 지원하기 위한 외적 사태, 즉 학습이 발생되도록 설계된 외적 사태를 말하는 것으로 Gagné(1985)는 주의집중 유도하기, 학습목표 제시, 선수학습 회상, 자극제시, 학습안내 제공, 수행 유도, 피드백 제공, 수행을 평가하기, 파지와 전이 증진 등을 교수사태로 제시하였다. 이와 같은 Gagné의 연구가 수학교육에서 주목받는 이유는 학습을 위한 필요조건을 분석하며 학습위계에 관한 자신의 이론을 검증하고 적용하는데 수학교과를 인용하였기 때문이다. 이에 대한 Gagné(1970)의 생각은 수학은 지적 능력의 학습위계 구조를 설명하는데 적합한 교과로 지적 기술로 구성되어 있지만 언어적 정보는 많지 않다는 이유에서였다. 이 부분에서 Gagné는 특히 수학의 학습구조에 대해 주목하였다.

반세기 동안 인간 학습에 대한 이해의 한 축이었던 행동 심리학은 1970년 후반부터 무너지기 시작(Novak, 2011)하면서 이를 대신할 인지적 모델을 찾기 시작하였고, 그 선상에 Ausubel이 있었다. 유의미 학습(Meaningful Learning)으로 대변되는 그의 이론은 세 가지 내용으로 요약할 수 있다. 첫 번째는 새로운 지식에 관한 학습은 이미 알려진 것에서 출발해야 한다는 것이다. 이는 학습에 영향을 미치는 가장 중요한 단일 요소는 학습자가 이미 알고 있는 것이며, 이를 확인하고 그에 따라 가르쳐야 한다는 Ausubel(1968)의 주장에서 살펴볼 수 있듯이 지식 구성은 우리가 이미 가지고 있는 개념을 통해 사건과 사물을 관찰하고 인식하는 것에서 시작되어 개념의 네트워크를 구성하고 추가함으로써 학습이 이루어진다. 두 번째는 유의미 학습이다. 유의미 학습은 개인적이고 특이하며 개념 간의 연결을 인식하는 것이라 할 수 있다. 다시 말해, 의미 있게 배우려면 개인은 새로운 지식을 이미 알고 있는 학습자의 지식 구조와 상호 작용하도록 관련 개념과 연결시켜야 한다는 것을 의미한다. 세 번째는 개념의 깊이가 다르다는 것이다. 즉, 개념은 매우 일반적인 것부터 매우 구체적인 것까지 다양하다. 따라서 개념은 특이성 수준에 따라 차별화 될 수 있으며, 의미 있는 학습을 위해 새로운 개념에 대한 수준을 파악한 후 학습자의 지식 구조에 포괄적인 수준에서 먼저 제시하고 점진적으로 특수화되고 세분화된 개념을 배치해야 한다는 것으로 해석할 수 있다. 이러한 Ausubel의 학습이론이 수학교육에 던지는 시사점은 Adhikari(2020)가 다음과 같이 정리하였다. 새로운 수학적 개념을 가르치기 위해 교사는 학생에게 동기를 부여하고 새로운 개념을 기존 지식과 연관시켜야 하며, 필요할 경우 사전조직자를 제시해야 한다는 것, 유의미한 수학학습을 위해서는 수업의 성격에 따라 충분한 양의 교재가 사용되어야 한다는 것, 그리고 학생의 토론, 추론, 상상력, 문제해결과 추론 능력을 향상시키기 위해 수학적 기능과 언어 능력이 뛰어난 학생에게는 언어 노출 방식으로 가르쳐야 한다는 것이다.

발달심리학의 새로운 시각을 제공하고 있는 사회-문화심리학자인 Vygotsky(1986)는 근접발달영역(Zone of Proximal Development, ZPD)이라는 용어를 도입하였다. 근접발달영역은 독립적인 문제해결에 의해 결정되는 실제 발달수준(actual developmental level)과 성인이나 또는 유능한 동료의 협력을 통해 문제해결에 도달할 수 있는 영역인 잠재적 발달수준(potential developmental level)간의 간격을 뜻한다. 이러한 Vygotsky의 인식은 개인의 학습에 사회 또는 경험이 많은 사회 구성원이 함께 참여한다는 것으로, 근접발달영역은 학습이 이루어지는 사회적 맥락을 의미한다. 그는 사회적 맥락이 학습할 수 있는 잠재력의 범위를 확대 생성하고 학습이 진행됨에 따라 학습자 자신의 언어가 점차 지적 적응의 주요 도구 역할을 하게 된다고 보았다. 이것은 Vygotsky가 개인의 인식은 사회문화적으로 이루어진다는 사회인지 학습방식을 채택했다는 뜻이기도 하다. 이러한 사회인지 학습을 설명하는데 그는 언어(language)를 선택했다. 그것은 문화에 존재하는 풍부한 지식체계(body of knowledge)를 성인이 아동에게 전달하는 상호작용의 형식으로써 언어를 바라봤기 때문이다. 그는 또 학습 과정을 지식체계와 사고 도구(tools of thought)의 내면화로 간주하였다(Vygotsky, 1986).

이제 현실주의 수학교육(Realistic Mathematics Education, RME)에 대해 살펴보자. RME는 1968년 '초등학교 수학(mathematics in primary school)'이라는 Wijdeveld, Goffree와 Treffers가 참여한

Wiskobas(mathematics in primary school) Project에서 시작되었다. 그것은 이들이 RME의 기초를 다지던 중 1971년 Freudenthal이 Utrecht 대학에 수학교육개발연구소(IOWO)를 설립하고 초대 소장으로 부임하면서 Wiskobas 프로젝트를 인계받았기 때문이다. 그리고 1973년에는 중등수학교육 개선을 위한 프로젝트인 Wiskivon project까지 연구 범위를 확장(Van den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2014)하게 되면서 Freudenthal은 RME 방식으로서의 네덜란드 수학교육 개혁을 이끄는 주역이 되었다. 그는 구조화된 커리큘럼과 반교수학적 전도(anti-didactic inversion)의 기성 수학(ready-made mathematics)으로 직면하고 있는 수학교육의 문제점을 지적하며 당시의 New Math 운동의 범람을 특징지었다. 그러면서 그는 학생은 기성 수학의 수신자가 아니라 수학적 도구와 통찰력을 개발하는 학습활동의 능동적 참여자가 되어야 한다고 주장하며(Freudenthal, 1973), 수학을 인간의 활동으로 간주하였다. 그는 또 Treffer(1987)의 수평적 수산화(horizontal mathematisation)와 수직적 수산화(Vertical mathematisation)의 개념을 차용하며, 수학은 닫힌 체계로서 배우는 것이 아니라 현실(reality)을 수산화하는 활동, 심지어 수학을 수산화하는 활동까지를 강조하였다. 수평적 수산화는 실제 상황에 위치한 문제를 정리하고 해결하기 위해 수학적 도구를 사용하는 것으로 삶의 세계에서 기호(symbols)의 세계로 가는 것을 포함하며, 수직적 수산화는 개념과 전략 간의 연결을 이용하여 수학적 대상을 수학적 체계 내에서 재구성하는 과정을 의미한다(Freudenthal, 1991).

RME는 학습과정에 현실적 상황이 풍부하게 주어지는 것을 주문한다. 그것은 이러한 상황들이 수학적 개념, 도구, 절차 개발의 근원이 되어 향후 수학을 적용하는 맥락으로서의 역할을 할 수 있게 되며, 형식화, 일반화, 탈문맥화 할 수 있는 토대 마련의 기회로 보았기 때문이다. RME의 ‘현실적(realistic)’은 실세계에서의 상황의 의미도 중요하지만 이보다 더 넓은 의미를 지닌다. 그것은 학생에게 상상할 수 있는 문제 상황을 제공한다는 것으로, ‘현실적’이란 의미를 ‘상상하는 것’이라는 네덜란드 표현인 “zich REALISEren”에 바탕을 두어야 올바른 해석이 가능하다. 즉, RME는 마음 속 무언가를 현실로 만드는 것을 강조한 이름이다. 따라서 RME에서 학생에게 부여하는 문제(problems)는 실세계에 관한 것이기도 하지만 문제가 학생의 마음속에 경험적으로 실재한다면 동화의 환상 세계 뿐만 아니라 형식적인 수학 세계의 문제도 제시할 수 있다(van den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2014).

이러한 RME는 수학을 가르치기 위한 핵심 교수 원리 여섯 가지를 포함하고 있는데 이 원리의 대부분은 Treffers(1987)에 의해 설명되었다(van den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2014). 첫 번째는 활동의 원리(activity principle)로 학생이 학습 과정에 능동적인 참여자로 취급된다는 것을 의미한다. 이것은 인간 활동으로서의 수학적 해석과 수학을 행함(doing mathematics)으로써 수학을 가장 잘 배운다는 원리이다. 두 번째는 현실의 원리(reality principle)이다. 수학 교육목표에 삶의 문제를 해결하는데 수학을 적용하는 능력이 포함되어야 한다는 것으로, 학생은 문제를 해결하면서 발달하기에 문제 상황(수학적 구조에 의미를 부여하는 기회를 얻을 수 있는 의미 있는)에서 수학교육이 시작되어야 한다는 원리이다. 세 번째는 수준의 원리(level principle)로 수학 학습에서 다양한 수준의 이해로 나아가야 함을 의미한다. 비형식적인 문제 상황에서 다양하고 간단한 문제해결 방안을 도출하고 이를 도식화하여 개념과 전략이 어떻게 연결되어 있는지 통찰력을 획득해 나아가야 한다는 원리이다. 네 번째는 연계의 원리(intertwinement principle)이다. 수, 기하, 측정, 자료 분석과 같은 수학 내용 영역은 커리큘럼 하나의 분절된 내용 요소가 아니라 고도로 통합된 내용 요소라는 의미를 강조한 것이다. 다섯 번째는 상호작용의 원리(interactivity principle)로 수학을 배우는 것은 개인적 활동일 뿐만 아니라 사회적 활동이라는 것을 의미한다. 따라서 학생이 자신의 전략과 발명을 공유할 수 있는 전체 토론 수업이나 그룹 활동 기회를 이들에게 제공해야 한다는 것이다. 여섯 번째는 지도의 원리(guidance principle)이다. 이것은 Freudenthal의 안내된 재발명(guided reinvention)을 가리키는 것으로 교사는 학습에 관한 사전 준비를 해야 하며 교육 프로그램에는 학생의 수학적 지식의 교대 상승 작용이 일어날 수 있는 시나리오가 포함되어야 한다는 원리이다(van den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2014).

## V. 수학교육에 남긴 시사점

수학교육은 수학을 가르치는 활동이나 관행에 관한 가장 간단하고 구체적인 의미로서 이해된다는 Ernest(2021)의 언급처럼, 인간이 수학적 사고를 통해 사물에 담긴 속성을 파악하고 사물의 관계를 규명하여 얻은 결과물, 이른바 수학 내용을 교육하는 일련의 행위와 관련된 지식체계라 할 수 있다. 이러한 지식체계의 교육적 배경이 되는 행동주의(behaviorism), 인지주의(cognitivism) 중심의 수학학습심리학과 구성주의(constructivism) 학습이론에 대해 지금까지 살펴본 바에 따라 수학교육에 남긴 시사점을 논의해 보고자 한다.

먼저, 수학교육에서 어느 이론에 우선순위를 두어야 하는가의 문제 인식이다.

수학교육에서 주의를 기울여야 하는 이론은 행동주의, 인지주의, 구성주의 가운데 무엇이며, 이 중 어느 이론을 선택해야 하는 것이 옳은 것인지 아니면 이론의 아이디어를 끌어내어 적용해야 맞는 것 인지를 판단하는 것은 교수 상황에 따라 많은 해석을 낼 수 있어 신중을 기해야 한다. 예를 들어, 행동주의는 학습과정을 설명하는 출발점이 되었지만 이에 기초한 교재와 교수 모형은 목적-수단의 방향 설정으로 기계적이고 선형적으로 단순화되어 융통성의 결여는 물론 인간학습의 목표보다는 오히려 그 교육설계시스템(instructional systems design)을 더 합법적으로 사용하려 한다는 Richey(1993)의 우려처럼 창의와 융합, 이해와 사고교육, 문제해결교육을 지향하는 학교수학의 본질적인 부분을 소홀하기 쉬운 측면이 있다. 반면에 공식 암기와 같은 기존 지식 습득이나 반복적 연산 연습과 같은 기능 개발에는 효과적일 수 있기 때문이다. 또한 학습 후 기대되는 학습자 행동을 진술하는 방식의 수업목표 설정과 결과로서 학습내용을 점검하는 평가 방식의 경우에도 행동주의 이론에 바탕을 두고 있다고 볼 수 있다. 따라서 이 문제에 대해 옳고 그름의 이분법적 판단보다는 학생의 수학능력 향상과 삶의 개선, 그리고 사회 발전에 잠재적으로 기여할 수 있는 방향으로 결정하는 것이 바람직하다고 볼 수 있다.

둘째, 학습이론의 수학교육 적용에 관한 성찰이다.

1920년대 이후 지금까지 전개된 훈련과 연습, 유의미 수학, 새 수학, 기본으로 돌아가자, 문제해결, 표준과 책무 과정의 배경으로 행동주의, 인지주의, 구성주의 이론이 그 시대의 주류로 학교수학을 이끌어 왔다. 우리나라 교육과정도 여러 시기를 거치며 이 이론들의 영향을 받아왔다. 1997년 고시된 7차 개정 수학과 교육과정 이후로는 구성주의 학습이론을 배경으로 수학학습의 목표가 제시되고 있다. 최근 연구되고 있는 2022 개정 수학과 교육과정에서의 학습자 중심의 교수·학습을 강조하고자 하는 것도 같은 맥락에서 비롯된 것으로 볼 수 있다. 이러한 구성주의 환경 아래 1990년 이후 실행되었던 우리나라 수학과 교수·학습 모델을 살펴보면 다음과 같다. 교육은 어디에서나 가능하다는 교육철학을 바탕으로 1990년대 후반 실시된 비위계공간 개념의 열린 교실(Open Education), 2010년대 초에 실시된 융합인재교육을 추구한 STEAM(Science, Technology, Engineering, Arts, and Mathematics) 교육, 학습자 세대의 특성을 반영하며 수학적 의사소통 교육으로의 스토리텔링(Storytelling), 2010년대 후반에는 주입식 교육의 문제점을 해결할 수 있다는 기치로 전개되고 있는 거꾸로 교실(Flipped Learning) 등이 대표적이다. 이러한 다양한 시도는 교육에 대한 경험적 표현의 차이에서 나타나는 것이지만 근본적으로 수학과 교수·학습의 과정을 활성화하고 지원하기 위한 것이라는 그 기저는 모두 동일하다고 할 수 있다. 다만, 어느 이론이나 학설을 수용하고자 할 때에는 각계의 논의와 숙의 과정을 거쳐 오류를 최소한으로 하는 교육정책을 시행할 필요가 있다. 이는 Kline이 제기한 새 수학 운동 비판을 타산 지식으로 이러한 실수가 다시는 없어야 한다는 선경험을 하였고, 우리나라에서도 세계화의 조류에 휩쓸려 여러 수학교육 정책이 충분한 검증 없이 현장에 투입되었다는 전문가의 자성과 비판이 있었다는 점은 이러한 문제제기를 겹쳐하게 되돌아보는 성찰이 필요함을 간접적으로 반증하는 것이라 할 수 있다.

셋째, 수학과 교육과정의 학문적 기초와 학교수학에 대한 교육철학의 이해이다.

교육과정(curriculum)은 현대 커리큘럼 이론의 창립자로 불리는 Bobitt의 저서 「The Curriculum: a summary of the concerning the theory of the curriculum, 1918」을 통해 널리 알려졌으며(권낙원, 김민환, 한승록, 추광재, 2011), 강의요목(syllabus), 교수요목(course of study)으로도 불린다. 교육과정은 학교가 학생에게 제공하는 모든 프로그램으로(Eisner, 1979), 교육과정의 핵심문제는 어떠한 지식을 가르칠 것인가의 문제와 깊은 관련을 맺고 있다(권낙원 외, 2011). 이 핵심문제, 즉 실재(reality)의 본질을 바라보는 두 가지 견해가 있다. 하나는 인식의 주체와 관계없이 객관적으로 존재하는 진리와 지식을 탐구하는 실재론(realism) 관점의 객관주의적 접근과 다른 하나는 지식의 상대성과 변화 가능성을 인정하며 인간의 관념적 사고보다 경험과 행동을 중시하는 실용주의(pragmatism) 관점의 구성주의적 접근이다. 이는 학교수학에서 교육목표, 교육방향 등에 큰 영향을 미친다. 예를 들어, 행동주의와 인지주의의 영향을 모두 받았던 Bruner는 교과와 내용과 구조를 강조하였다. 그는 지식 전달의 최선의 방법으로 일반적 교수 원리와 교과 구조의 지도를 제시하고 이에 대한 논의를 통해 미국 교육과정 개혁의 기초 근거를 제공하였으며(강완 외, 2014), 학습자의 발달과 배경을 고려하여 교과 내용을 제공해야 한다는 EIS 이론을 제시함으로써 학습이 발달을 주도한다는 조기교육의 근거를 제공하기도 하였다. 반면, 인지심리학자인 Piaget의 이론에 바탕을 둔 구성주의는 실재란 각 개인의 마음속에 존재하고 실재의 구성은 본인의 경험에 바탕을 두기에 실재의 모습이나 의미가 사람마다 모두 다르다는 입장이다(Duffy & Jonassen, 1991, 1992). 즉, 구성주의의 교육목표는 실천을 통한 개인의 지식 구성으로 지식의 획득을 목표로 내세운 객관주의와는 근본적인 차이를 보인다. 또 Piaget의 이론은 학생의 발달 단계를 고려한 점진적 도식화(schematization) 과정으로 교육과정 내용을 조직해야 한다는 것인데 이는 발달(연령에 따른 사고 수준)이 학습을 주도한다는 입장으로 EIS 이론과는 다른 견해를 드러낸 것으로도 볼 수 있다.

넷째, 수학교실에서 전개되는 교수·학습의 절차와 방법 등에 대한 이론적 근거를 찾을 수 있다.

수학교실에서 전개되는 교수설계, 수업목표의 제시와 적절한 학습내용 제공, 동기유발, 수학적 연결성, 수학적 공학도구의 활용 등 수업에 직접적 영향을 끼치는 요소들을 교수·학습 활동 과정에서 다각적으로 적용할 수 있다. 이때 행동주의, 인지주의, 구성주의 학습이론은 해당 교수·학습의 절차와 방법에 대한 정당화의 근거가 될 수 있다. 예를 들어, 문제해결학습을 교수전략의 일환으로 계획하고 있다면 통찰과 생산적 사고를 문제해결의 중요한 요소로 여기는 Gestalt 심리학을 배경으로, 교사가 학생에게 문제를 해결하는 방법을 가르치는 것뿐만 아니라 학생이 협력해서 해결하고 그 추론과정을 설명하는 참여 활동으로서의 문제해결 단계로 발전(Lambdin & Walcott, 2007)시켜야 한다는 Vygotsky(1978)의 이론을 근거로 비구조화된 문제 상황을 해결하는 단계까지 확장해 나아가며 문제해결전략에 대한 논의를 학생에게 시킬 수 있다. 또 다른 예를 들어보면, 최근 2022 개정 수학과 교육과정에서 테크놀로지 기반 학습인 거꾸로 학습(Flipped Learning), 블렌디드 러닝(Blended learning), 시뮬레이션 학습(Simulation Learning) 등 새로운 미래 수학교실로의 강조는 교수·학습 환경을 재구성하고 전통적 교수법의 혁신을 주문한 것이지만 단지 컴퓨터라는 구체물을 통한 대체 교육에 치중한다면 반성적 사고의 교수·학습 과정이 무시된 경험적 추상화에 머무르는 수업이라는 Dienes 이론의 비판 지점을 피할 수 없게 된다.

이처럼 수학교습심리학과 구성주의는 수학적 개념이나 원리를 학생이 어떻게 이해하는가, 학생에게 수학을 어떻게 가르칠 것인가의 두 범주에 대한, 즉 배워야 할 수학적 내용 지식과 가르쳐야 할 수학적 교수 지식에 관한 수학 교수·학습의 원리와 방법을 찾는 과정에 관한 것으로, 추후 이와 관련된 심화 연구가 본 연구를 계기로 지속되기를 기대해 본다.

## 참고 문헌

- 강완, 김상미, 박만구, 백석윤, 오영열, 장혜원 (2014). *초등수학교육론*. 서울: 경문사.
- 권낙원, 김민환, 한승록, 추광재 (2011). *교사를 위한 교육과정론*. 서울: 공동체.
- 김경희 (2000). *게슈탈트 심리학*. 서울: 학지사.
- Adhikari, K. (2020). Ausubel's learning theory: Implications on Mathematics Teaching. Retrieved from <https://www.researchgate.net/profile/Khagendra-Adhikari>
- Ausubel, D. P. (1968). *Educational psychology: A cognitive view*. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Beth, E. W., & Piaget, J. (1966). *Mathematical epistemology and psychology*. Netherlands: D. Reidel Publishing Company.
- Birdwell, J. K., & Clason, R. G. (1970). Comment In J. K. Birdwell & R. G. Clason (Eds.), *Reading in the History of Mathematics Education* (pp. 361-362). Washington, D. C.: National Council of Teachers of Mathematics.
- Brownell, W. A. (1935). Psychological considerations in the learning and the teaching of arithmetic. In W. D. Reeve (Ed.), *The teaching of arithmetic, tenth yearbook* (pp. 1-31). Reston, VA: National Council of Teachers of mathematics.
- Brownell, W. A. (1945). When is arithmetic meaningful? *Journal of Educational Research*, 38, 481-498.
- Bruner, J. S. (1960). *The Process of Education*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Bruner, J. S., & Kenney, H. J. (1965). Representation and mathematics learning. *Society for Research in Child Development*, 30(1), 50-59.
- Bruner, J. S. (1966). *Toward a theory of instruction*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Cobb, P. (1988). The tension between theories of learning and instruction in mathematics education. *Educational Psychologist*, 23(2), 87-103.
- Copley, J. (1992). The integration of teacher education and technology: a constructivist model. In D. Carey, R. Carey, D. Willis, and J. Willis (Eds.), *Technology and Teacher Education*, 681. Charlottesville, VA: AACE.
- Dienes, Z. P. (1960). *Building up mathematics*. London: Hutchinson.
- Duffy, T. M. and Jonassen, D. H. (1991). New implications for instructional technology?. *Educational Technology*, 31(3), 7-12.
- Duffy, T. M. and Jonassen, D. H. (1992). *Constructivism and the technology of instruction: A conversation*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Eisner, E. W. (1979). *The educational imagination*. New York, NY: Macmillan Publishing Co., Inc.
- English, L. D., & Halford, G. S. (1995). *Mathematics education: Models and processes*. Mahawah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Ernest, P. (1991). *The philosophy of mathematics education*. London: The Falmer Press.
- Ernest, P. (1998). *Social constructivism as a philosophy of mathematics*. New York, NY: State University of New York Press.
- Ernest, P. (2018). *수학학습심리학* (박성선 역). 서울: 경문사. (원저 2011년 출판).

- Ernest, P. (2021). What is the philosophy of mathematics education?. Retrieved from [https://socialsciences.exeter.ac.uk/education/research/centres/stem/publications/pmej/pome18/Photo\\_M\\_%20for\\_ICME\\_04.htm](https://socialsciences.exeter.ac.uk/education/research/centres/stem/publications/pmej/pome18/Photo_M_%20for_ICME_04.htm).
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: Reidel Publishing Company.
- Freudenthal, H. (1991) *Revisiting mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Gagné, R. M. (1970). *The conditions of learning (2nd Ed.)*. New York: Holt, Rinehart and Winston, Inc.
- Gagné, R. M. (1985). *The conditions of learning and theory of instruction (4rd ed.)*. New York: Holt, Rinehart and Winston, Inc.
- Ginsberg, H., & Opper, S. (2006). **피아제의 인지발달이론** (김정민 역). 서울: 학지사. (원저 1969년 출판).
- Glaserfeld, E. von (1984). Radical constructivism. In P. Watzlawick (Ed.), *The invented reality*, 17-40. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Glaserfeld E. von (1989). Constructivism in education. In T. Husen & N. Postlethwaite (Eds.), *International Encyclopedia of Education* (pp. 162-163). Oxford: Pergamon.
- Glaserfeld, E. von (1995). *Radical constructivism: A way of Knowing and Learning*. London: The Falmer Press.
- Glaserfeld, E. von (1996). Aspects of radical constructivism and its educational recommendations. In L. P. Steffe, P. Nesher, P. Cobb, G. A. Goldin & B. Greer (Eds.), *Theories of mathematical learning* (pp. 307-314). New Jersey: Lawrence Erlbaum.
- Graven, M., & Hedy-Metzuyanin, E. (2019). Mathematics identity research: the state of the art and future directions. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education* 51(3), 361-377.
- Jonassen, D. H. (1991). Objectivism versus constructivism: do we need a new philosophical paradigm?. *Journal of Educational Research*, 39(3), 5-14.
- Kilpatrick, J. (2020). History of research in mathematics education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 267-272). New York, NY: Springer.
- Kline, M. (1973). *Why Johnny can't add: The failure of the New Math*. New York, NY: St. Martin's Press.
- Kneller, G. F. (1971). *Introduction to the philosophy of education*(2nd ed.). New York: John Wiley & Sons.
- Konold, C. & Johnson, D. K. (1991). Philosophical and psychological aspects of constructivism. In L. P. Steffe (Ed.), *Epistemological foundations of mathematical experience* (pp. 1-13). New York, NY: Springer-Verlag.
- Lambdin, D. V., & Walcott, C. (2007). Changes through the years. In W. G. Martin, & M. E. Strutchens, & P. C. Elliott (Eds.), *The learning of mathematics, sixty-ninth yearbook* (pp. 3-26). Reston, VA: National Council of Teachers of mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principle and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.



- Novak, J. D. (2011). A theory of education: meaningful learning underlies the constructive integration of thinking, feeling, and acting leading to empowerment for commitment and responsibility. *Aprendizagem Significativa em Revista/Meaningful Learning Review* 1(2), 1-14.
- Omstein, A. C., & Hunkins, F. P. (2004). *Curriculum: Foundations, principle, and issues*(4th ed.). Boston: Allyn and Bacon.
- Richey, R. C. (1986). *The theoretical and conceptual bases of instructional design*. London: Kogan Page, Ltd.
- Richey, R. C. (1993). Instructional design theory and a changing field. *Educational Technology*, 33(2), 16-21.
- Richey, R. C., Klein, J. D. & Tracey, M. W. (2011). *The instructional design knowledge base*. New York, NY: Routledge.
- Rogoff, B. (1990). *Apprenticeship in thinking: cognitive development in social context*. New York: Oxford University Press.
- Runes, D. D. (1962). *Dictionary of philosophy* (15th ed.), Paterson, NJ: Littlefield, Adams & Co.
- Saettler, P. (1998). Antecedents, Origins, and theoretical evolution of AECT. *Techtrends*, 43(1), 51-57.
- Schoenfeld, A. H. (2004). The math wars. *Educational Policy*, 18(1), 253-286.
- Tam, M. (2000). Constructivism, instructional design, and technology: Implications for transforming distance learning. *Educational Technology & Society*, 3(2), 50-60.
- Thorndike, E. L. (1922). *The psychology of arithmetic*. New York, NY: MacMillan.
- Treffers, A. (1987) *Three dimensions. A model of goal and theory description in mathematics instruction - The Wiskobas project*. D. Dordrecht: Reidel Publishing Company. (Original work published in 1978).
- Van den Heuvel-Panhuizen, M., Drijvers, P. (2014). Encyclopedia of mathematics education. In S. Lerman (Ed.), *Realistic mathematics education* (pp. 521-525). Dordrecht: Springer.
- Van Engen, H. (1949). Analysis of meaning in arithmetic, *The Elementary School Journal*. 49(7), 395-400.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Vygotsky, L. S. (1986). *Thought and Language*. Massachusetts: MIT Press. (Original work published in 1934).
- Wertheimer, M. (1922). Untersuchungen zur Lehre von der Gestalt, I: Prinzipielle Bemerkungen. *Psychologische Forschung* 1, 47-58.
- Wertheimer, M. (1945). *Productive thinking*. New York: Harper.
- Wheeler, R. H. (1935). The new psychology of learning. In W. D. Reeve (Ed.), *The teaching of arithmetic, tenth yearbook* (pp. 233-250). Reston, VA: National Council of Teachers of mathematics.

# A study on psychology in mathematics education and constructivism

Kim Changil<sup>2)</sup> · Jeon, Youngju<sup>3)</sup>

## Abstract

This article examines the educational background of the knowledge system in mathematics education from three perspectives—behaviorism, cognitivism, and constructivism—centered on psychology in mathematics education. First, the relationship between mathematical education and learning psychology is reviewed according to the flow of time. Second, we examine the viewpoints of objectivism and constructivism for school mathematics. Third, we look at the psychology in mathematics education and constructivism from the perspective of learning theory. Lastly, we discuss the implications of mathematics education.

Key words : Psychology in mathematics education, Behaviorism, Cognitivism, Constructivism

Received July 15, 2022

Revised August 05, 2022

Accepted August 10, 2022

---

\* 2010 Mathematics Subject Classification : 97A30, 97C30

2) Dankook University (kci206@dankook.ac.kr)

3) Jeonbuk National University (jyj@jbnu.ac.kr), Corresponding Author