J. Korea Water Resour. Assoc. Vol. 55, No. 9 (2022), pp. 701-705
doi: 10.3741/JKWRA.2022.55.9.701

pISSN 2799-8746
eISSN 2799-8754

Technical Note

Theoretical analysis of quantification of drought frequency inflow series via K-water cumulative difference method

Kim, Jiheun[a]* · Lee, Jae Hwang[b] · Kim, Young-Oh[c]

[a]Postgraduate Researcher, International School of Urban Sciences, University of Seoul, Seoul, Korea
[b]Master Student, Department of Civil & Environmental Eng., Seoul National University, Seoul, Korea
[c]Professor, Department of Civil & Environmental Eng., Seoul National University, Seoul, Korea

Paper number: 22-054
Received: 24 August 2022; Accepted: 31 August 2022

Abstract

Reliable drought inflow scenarios are required to plan reservoirs in response to the present severe drought-like conditions. However, the previously developed method for generating drought inflows, the K-water cumulative difference method (KCM), is considered inadequate owing to its potential for negative inflow, reversal phenomena, and overestimation. Nevertheless, the occurrence of these aspects has not been theoretically analyzed. Hence, this study employed the quantile function and frequency factor for log-normal and Gumbel distributions to quantify the contributing factors of these limitations. Consequently, it was found that the negative inflows are generated when the difference in the location parameters, during the accumulation process, exceeds that of the scale parameters. In addition, as the standard deviation decrease during the accumulation process, the reversal phenomena, and inflated values prevailed.

Keywords: K-water cumulative difference method, Drought inflow, Drought frequency analysis, Quantile function, Frequency factor

누가차분법을 통한 가뭄 빈도유입량 산정에 관한 이론적 고찰

김지흔[a]* · 이재황[b] · 김영오[c]

[a]서울시립대학교 도시과학연구원 국제도시 및 인프라연구센터 석사후 연구원, [b]서울대학교 공과대학 건설환경공학부 석사과정,
[c]서울대학교 공과대학 건설환경공학부 교수

요 지

이상기후로 가뭄이 빈번해짐에 따라 수자원 시설의 가뭄대응력 산정에 대한 필요성이 커지고 있다. 이를 위해서는 신뢰할 수 있는 갈수빈도 유입량 추정 연구가 선행되어야 한다. 본 연구는 기존 K-water의 가뭄 빈도유입량 추정방법인 누가차분법의 세 가지 한계, 즉 음의 값과 역전현상, 그리고 평년 이상으로 과대 산정되는 문제의 발생조건에 대해 각각 2변수 log-normal 분포와 Gumbel 분포를 적용하여 이론적 고찰을 실시하였다. 그 결과, 음의 값은 누가 과정에서 scale parameter보다 location parameter의 변화가 커지는 경우 발생함을 확인하였고, 역전현상 및 평년보다 큰 가뭄유입량은 누가 과정에서 표준편차가 감소하는 경우 발생하는 것으로 분석되었다.

핵심용어: 누가차분법, 가뭄유입량, 갈수빈도분석, 분위수 함수, 빈도계수법

1. 서 론

2014년부터 2015년까지 지속된 극심한 가뭄으로 인해 국내 다목적댐 17개 중 9곳이 비상상황에 돌입하였으며(Kim *et al*., 2016), 2015년부터 2017년까지 이어진 충청남도의 다년 가뭄으로 인해 보령댐 인접 8개 시·군은 총 127일 동안의 제한 급수 시행으로 인한 피해를 경험하였다. 이에 선제적 가뭄대응 및 효율적인 수자원 시설 운영의 차원에서 K-water를 필두로 수자원 시설물의 가뭄대응력 재평가가 이루어지고 있으며, 가뭄 취약 지역에 대한 대책 수립이 시급한 상황이다. 이를

*Corresponding Author. Tel: +82-2-456-9837
E-mail: ozthc23@uos.ac.kr (Kim, Jiheun)

위해서는 신뢰할 수 있는 가뭄 빈도유입량 추정에 관한 연구가 필수적으로 선행되어야 한다.

K-water는 가뭄 빈도유입량 산정을 위해 누가차분법을 사용해왔다. 누가차분법은 연속된 수문량의 주기특성을 반영하여 빈도별 가뭄유입량을 산정하는 방법이다. 그러나 누가차분법은 부분적인 음의 값 산출, 비초과확률 증가에 따라 가뭄유입량 또한 증가하는 역전현상, 그리고 특정 월에서 평년수준의 유입량이 생성되는 세 가지 한계점을 갖는 것으로 지적되었다(Ryoo *et al*., 2009). Jung *et al*. (2012)은 화천댐과 춘천댐을 대상으로 누가차분법을 적용하였으며, 2변수 gamma 분포가 최적의 분포로 선정되었으나 음의 값과 역전현상 모두 발생함을 보였다. 또한, K-water (2016)는 소양강댐을 대상으로 역전현상(10월) 및 일부 월(10~12월)에서 평년보다 큰 빈도유입량이 발생함을 확인하였다. 현재는 이러한 한계점을 보완하기 위해 연 단위 유입량에 확률분포를 적용하여 빈도분석을 수행한 후, 이를 월 단위로 배분해주는 Disaggregation법을 고안하여 현업에 적용 중이다. 그러나 누가차분법의 이러한 한계에 대한 발생원인 및 조건에 대해 이론적으로 접근한 연구는 미흡했던 실정이다.

따라서 본 연구는 분위수 함수와 Chow (1951)의 빈도계수법을 적용하여 2변수 log-normal 및 Gumbel 분포 적용 시 누가차분법에 따른 음의 값, 역전현상 및 과대산정의 발생조건을 이론적으로 고찰하고자 하였다.

2. 이론적 배경

2.1 누가차분법

누가차분법은 연속된 수문량의 주기특성을 반영하여 가뭄빈도유입량을 산정하는 방법으로, 아래 Eq. (1)과 같이 서로 다른 기간에 대하여 월별 유입량 자료를 누가한 후, 각각의 T년 빈도의 가뭄유입량을 계산하여 차분해주는 과정을 거친다 (K-water, 2016).

$$q_m^T = Y_m^T - X_m^T \tag{1a}$$

$$Y_m = \sum_{t=m}^{m+l-1} Q_t\,,\; X_m = \sum_{t=m+1}^{m+l-1} Q_t \tag{1b}$$

여기서 m은 관심 월을 의미하며, l은 누가기간(12개월, 24개월 등), Q_t는 월별 유입량을 의미한다. 즉, Eq. (1a)의 Y_m은 m월로부터 l개월 동안 누가한 유입량, X_m은 $(m+1)$월로부터 $(l-1)$개월 동안 누가한 유입량을 뜻한다. Eq. (1b)의 q_m^T는 누가차분법을 통해 산정한 m월의 T년 빈도 가뭄유입량으로, Eq. (1a)에서 산정한 Y_m과 X_m에 대하여 갈수빈도해석을 진행하여 얻은 각각의 T년 빈도의 가뭄유입량(Y_m^T, X_m^T)간의 차분을 통해 구할 수 있다. 이때, 갈수빈도해석시 Y_m과 X_m 모두 동일한 확률분포를 적용한다(Jung *et al*., 2012).

2.2 기타 기초 이론

2.2.1 분위수 함수

분위수 함수(quantile function)는 누가분포함수(cumulative distribution function)의 역함수로, 분포함수 F가 주어질 때, 분위수 함수 QF는 다음 Eq. (2)와 같이 정의된다(Kenney, 1951).

$$QF(p) = F^{-1}(p) = inf\{x \in R : p \le F(x)\},\ 0 < p < 1 \tag{2}$$

2변수 log-normal 분포의 확률밀도함수(probability density function)와 누적 분포함수, 분위수 함수는 각각 아래 Eq. (3)와 같다.

$$f_X(x) = \frac{1}{x\,b\sqrt{2\pi}} exp[-\frac{(\ln(x)-a)^2}{2b^2}] \tag{3a}$$

$$F_X(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} erf(\frac{\ln(x)-a}{\sqrt{2}\,b}) \tag{3b}$$

$$F_X^{-1}(p) = \exp[a + \sqrt{2}\,b(erf^{-1}(2p-1))] \tag{3c}$$

여기서 랜덤 변수 X는 0보다 크며, a와 b는 각각 f_X의 location parameter와 scale parameter로, ln (X)의 평균과 표준편차이다. 또한, p는 확률변수가 특정 값보다 작거나 같을 확률을 의미한다.

2.2.2 빈도계수

빈도계수(frequency factor)는 Chow (1951)에 의해 제안되었으며, Eq. (4)와 같이 빈도계수와 자료의 평균 및 표준편차로 조합된 빈도식을 이용하여 빈도별 수문량을 구한다.

$$Q^T = \mu(1 + C_v K_T) = \mu + \sigma K_T \tag{4}$$

여기서 Q_T는 T년의 수문량을 나타내며, C_v는 변동계수(coefficient of variation)로 자료의 표준편차(σ)를 평균(μ)으로 나눈 것이다. K_T는 빈도계수로 확률분포에 따라 다른 값을 가지며, 가뭄상황에서의 Gumbel 분포의 빈도계수는 비초과확률(1/T)을 적용한 아래 Eqs.(5) and (6)에 따라 Eq. (7)과 같이 표현된다.

$$\Pr(Q \le Q^T) = \exp[-\exp(-\frac{Q^T - \mu}{\sigma})] = \frac{1}{T} \quad (5)$$

$$Q^T = \mu - \sigma \ln[-\ln(\frac{1}{T})] \quad (6)$$

$$\therefore K_T = -\ln[-\ln(\frac{1}{T})] \quad (7)$$

3. 누가차분법의 한계분석

3.1 음의 값 발생조건

누가차분법에 따른 음의 값은 Eq. (1b)의 q_m^T가 0보다 작은 경우 발생하며, 두 유입량 X_m과 Y_m에 대하여 동일한 확률분포가 적용되므로, 그 발생조건은 다음 Eq. (8)과 같이 나타낼 수 있다.

$$q_m^T = Y_m^T - X_m^T = F_Y^{-1}(p) - F_X^{-1}(p) < 0 \quad (8)$$

확률분포로 log-normal 분포를 가정한다면, Eq. (3c)에 따라 Eq. (8)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\exp[a_{Y_m} + \sqrt{2}\, b_{Y_m}(erf^{-1}(2p-1))] - \exp[a_{X_m} + \sqrt{2}\, b_{X_m}(erf^{-1}(2p-1))] < 0 \quad (9)$$

이때, 가뭄 빈도분석의 경우 p는 누가확률, 즉 비초과확률 (1/T)이며, 따라서 Eq. (9)를 다음 Eq. (10)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\exp[a_{Y_m} + \sqrt{2}\, b_{Y_m}(erf^{-1}(\frac{2}{T}-1))] < \exp[a_{X_m} + \sqrt{2}\, b_{X_m}(erf^{-1}(\frac{2}{T}-1))] \quad (10)$$

exp 함수는 증가함수이므로, Eq. (10)이 만족하기 위해서는 Eqs. (11) and (12)와 같이 exp 함수 내의 항에 대한 비교가 진행되어야 한다.

$$a_{Y_m} + \sqrt{2}\, b_{Y_m}(erf^{-1}(\frac{2}{T}-1)) < a_{X_m} + \sqrt{2}\, b_{X_m}(erf^{-1}(\frac{2}{T}-1)) \quad (11)$$

$$(b_{Y_m} - b_{X_m})\sqrt{2}(erf^{-1}(\frac{2}{T}-1)) < a_{X_m} - a_{Y_m} \quad (12)$$

여기서 자연계의 유입량은 항상 양수이므로, X_m에 대하여 m월의 유입량을 추가적으로 고려한 Y_m은 X_m보다 항상 크거나 같다. 따라서 ln (Y_m) ≥ ln (X_m)을 만족하며, 이들의 평균인 location parameter 역시 $a_{Y_m} \ge a_{X_m}$를 만족한다. 또한, $erf^{-1}(\frac{2}{T}-1)$은 Table 1에 따라 항상 음의 값을 가지며 가뭄빈도 T가 커질수록 작아짐을 알 수 있다. 최종적으로 누가차분법에 따른 음의 값 발생조건은 아래 Eq. (13)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{b_{Y_m} - b_{X_m}}{a_{X_m} - a_{Y_m}} < \frac{1}{\sqrt{2}(erf^{-1}(\frac{2}{T}-1))} \quad (13)$$

즉, Eq. (13)에 따라 누가차분법 사용시 음의 가뭄유입량은 X_m과 Y_m에 동일한 분포형을 적용하는 과정에서 scale parameter의 차이($b_{Y_m} - b_{X_m}$)가 작고, location parameter간 차이 ($a_{X_m} - a_{Y_m}$)가 클 경우 발생하는 것으로 확인되었다.

3.2 역전현상 발생조건

역전현상이란 가뭄빈도 T가 증가함에도 불구하고 가뭄유입량이 오히려 커지는 현상을 뜻하며, 그 발생조건은 아래 Eq. (14)와 같이 나타낼 수 있다.

$$q_m^T < q_m^{T+\alpha} \quad (14a)$$

$$Y_m^T - X_m^T < Y_m^{T+\alpha} - X_m^{T+\alpha} \quad (14b)$$

여기서 α는 양수로, T + α > T를 만족한다. Eq. (14)는 Eq. (4)의 빈도계수법을 적용시 다음 Eqs. (15)~(17)와 같이 나타낼 수 있다.

Table 1. Negative drought inflow generating condition by KCM under the log-normal distribution

T	$\frac{2}{T}-1$	$erf^{-1}(\frac{2}{T}-1)$	$\frac{1}{\sqrt{2}(erf^{-1}(\frac{2}{T}-1))}$
20year	-0.9	-1.164	-0.608
50year	-0.96	-1.452	-0.487
100year	-0.98	-1.645	-0.430
200year	-0.99	-1.821	-0.388

$$(\mu_{Y_m}+K_T\sigma_{Y_m})-(\mu_X+K_T\sigma_{X_m}) < (\mu_{Y_m}+K_{T+\alpha}\sigma_{Y_m})-(\mu_{X_m}+K_{T+\alpha}\sigma_{X_m}) \quad (15)$$

$$K_T\sigma_{Y_m}-K_T\sigma_{X_m} < K_{T+\alpha}\sigma_{Y_m}-K_{T+\alpha}\sigma_{X_m} \quad (16)$$

$$K_T(\sigma_{Y_m}-\sigma_{X_m}) < K_{T+\alpha}(\sigma_{Y_m}-\sigma_{X_m}) \quad (17)$$

Eq. (17)에서 각 빈도계수를 비교하기 위해, 확률분포로 Gumbel 분포를 가정하는 경우, 그 식은 Eq. (7)과 같다. Table 2에 따라 Gumbel 분포의 K_T는 일반적으로 음의 값을 가지며, 가뭄빈도가 커질수록 그 값이 감소하므로 $K_T > K_{T+\alpha}$가 성립한다. 결과적으로, 누가차분법에 따른 역전현상은 아래 Eq. (18)과 같이 Y_m의 표준편차(σ_{Y_m})가 X_m의 표준편차(σ_{X_m})보다 작은 경우에 발생하는 것으로 분석되었다.

$$\sigma_{Y_m} < \sigma_{X_m} \quad (18)$$

3.3 평년유입량 초과 가뭄유입량 발생조건

누가차분법에 따른 가뭄유입량은 Eqs. (1b) and (4)에 따라 다음 Eq. (19)와 같이 나타낼 수 있다.

$$q_m^T = \mu_{Y_m}+K_T\sigma_{Y_m}-\mu_{X_m}-K_T\sigma_{X_m} \quad (19)$$

이때, $\mu_{Y_m}-\mu_{X_m}=\mu_{Q_m}$이므로 Eq. (19)는 다음 Eq. (20)과 같이 표현 가능하다.

$$q_m^T = \mu_{Q_m}+K_T(\sigma_{Y_m}-\sigma_{X_m}) \quad (20)$$

Eq. (20)의 빈도계수는 음의 값을 가지며, 따라서 Eq. (18)과 동일하게 Y_m의 표준편차가 X_m의 표준편차보다 작은 경우, T년 빈도 가뭄유입량이 평년유입량보다 크게 산정되는 결과가 발생한다.

Table 2. Frequency factor (K_T) of Gumbel distribution according to drought return period (T)

T	$\frac{1}{T}$	$\ln(-\ln\frac{1}{T})$	K_T
20year	0.050	1.097	-1.097
50year	0.020	1.364	-1.364
100year	0.010	1.527	-1.527
200year	0.005	1.667	-1.667

4. 결론 및 고찰

극심한 가뭄 하에서 효율적으로 수자원 시설을 운영하기 위해서는 무엇보다도 신뢰가능한 가뭄 빈도유입량 산정방법에 관한 연구가 필요하다. K-water는 기존 선행연구에서 지적된 바와 같이, 누가차분법 적용 시 부분적으로 음의 값이 발생하고 역전현상 발생 및 특정 월에서 평년 이상의 유입량이 생성되는 단점을 보완하고자 Disaggregation 법을 현업에 적용하고 있다. 그러나 적용에 앞서 이러한 한계에 대한 이론적인 검토는 아직 부족한 실정이다.

본 연구는 따라서 누가차분법의 한계에 대한 발생조건을 정량화하고자, 분위수 함수와 빈도계수의 적용을 통해 각각 2변수 log-normal 분포와 Gumbel 분포에서의 음의 값과 역전현상 및 평년 이상의 가뭄유입량의 발생조건을 분석했다. 연구의 결론은 아래와 같이 요약할 수 있다.

1) 2변수 log-normal 분포를 사용할 시, 음의 값이 발생할 조건은 scale parameter가 $b_{Y_m} \geq b_{X_m}$을 만족하며, $\frac{b_{Y_m}-b_{X_m}}{a_{X_m}-a_{Y_m}} < \frac{1}{\sqrt{2(erf^{-1}(\frac{2}{T}-1))}}$를 만족하는 경우이다(이때, location parameter는 $a_{Y_m} \geq a_{X_m}$를 만족한다).
2) Gumbel 분포 적용 결과, 역전현상은 m월을 누가하는 과정에서 Y_m의 표준편차가 X_m의 표준편차보다 작아지는 경우 발생하였다.
3) 평년 이상의 유입량 역시 Y_m과 X_m의 평균과 관계없이 표준편차가 $\sigma_{Y_m} < \sigma_{X_m}$을 만족하는 경우 발생하는 것으로 나타났다.

감사의 글

이 연구는 K-water와 한국연구재단의 BK21 PLUS 사업의 지원으로 수행되었습니다.

(This work was supported by K-water under “Study in the assessment of drought response capability and improvement plan of coordinated dams-weirs operation for river systems” and the BK21 PLUS research program of the National Research Foundation of Korea.)

Conflicts of Interest

The authors declare no conflict of interest.

References

Chow, V.T. (1951). “A general formula for hydrologic frequency analysis.” *Eos, Transactions American Geophysical Union*, Vol. 32, No. 2, pp. 231-237.

Jung, Y., Nam, W., Shin, H., and Heo, J. (2012). “A study on low-flow frequency analysis using dam inflow.” *Journal of the Korean Society of Civil Engineering*, Vol. 32, No. 6B, pp. 363-371.

Kenney, J.F. (1951). *Mathmetics of statistics. Pt. 2, 2nd ed*. Princeton, Van Nostrand, NJ, U.S., p. 123.

Kim, H.S., Kim, H.S., Jeon, G.I., and Gang, S.U. (2016). “Assessment of the 2014-2015 drought in Korea.” *Water for Future*, Vol. 49, No. 7, pp. 61-75.

K-water (2016). *Improvement of the frequency estimation method on dam inflow for the optimal reservoir operation*. Publication No. KIWE-WRRC-16-01, Korea Water Resources Corporation, Deajeon, Republic of Korea, pp. 11-14.

Ryoo, K., Lee, H.-G., Park, J.-H., and Hur, Y-T. (2009). “Improvement of estimation method on the low flow frequency inflow for the optimal reservoir operation.” *Proceeding of 2009 Conference*, KWRA, pp. 1287-1291.