

초기정렬에서 수직편향으로 인한 자세 추정 오차 분석

An Analysis of the Attitude Estimation Errors Caused by the Deflection of Vertical in the Initial Alignment

김현석¹ · 박찬식^{2*}

¹국방과학연구소

²충북대학교 지능로봇공학과, 컴퓨터 정보통신연구소

Hyun-seok Kim¹ · Chan-sik Park^{2*}

¹Agency for Defense Development, Daejeon 34186, Korea

²Dept. of Intelligent Systems and Robotics, Research Institute for Computer and Information Communication, Chungbuk National University, Chungbuk 28644, Korea

[요 약]

본 논문에서는 관성 항법 시스템 (INS)의 경우, 수직편향 (DOV)으로 인한 초기정렬에서의 자세 추정 오차를 분석한다. INS의 속도 및 자세 오차를 기반으로 DOV로 인한 자세 추정 오차를 이론적으로 분석하였다. 이론적 분석을 검증하기 위한 시뮬레이션을 수행했으며 결과는 이론적 분석과 잘 일치했다. 일례로 $\eta=20^\circ$ 일 경우 정렬오차는 $\phi_N=0.00287^\circ$, $\phi_V=0.00196^\circ$ 가 발생하며, $\xi=20^\circ$ 일 경우에는 $\phi_E=-0.00286^\circ$ 의 오차가 발생하였다. 이를 통해 INS 자세오차의 결합특성으로 DOV에 기인한 수직 자세오차가 발생함을 확인하였다. 기존의 INS 정렬에서는 고려하지 않았던 DOV로 인해 추가로 자세오차가 발생할 수 있음을 보여 주었으며 이는 고정밀 INS 적용시에 DOV에 대한 보정을 반드시 고려해야 함을 의미한다.

[Abstract]

In this paper, in the case of an inertial navigation system, the posture estimation error in the initial alignment due to vertical deflection is analyzed. Posture estimation error due to DOV was theoretically analyzed based on the speed and posture error of INS. Simulations were performed to verify the theoretical grinding, and the results were in good agreement. For example, in the case of $\eta=20^\circ$, an alignment error of $\phi_N=0.00287^\circ$, $\phi_V=0.00196^\circ$ occurred, and in the case of $\xi=20^\circ$, an error of $\phi_E=-0.00286^\circ$ occurred. Through this, it was confirmed that the vertical posture error caused by the DOV occurred as a coupling characteristic of the INS posture error. It has been shown that an additional posture error may occur due to the DOV, which was not considered in the existing INS alignment, which means that correction for the DOV must be considered when applying high-precision INS.

Key word : Inertial Navigation system, Initial Alignment, Deflection of Vertical, Attitude Error, Horizontal Gravity Disturbance.

<https://doi.org/10.12673/jant.2022.26.4.235>



This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

Received 16 June 2022; Revised 1 August 2022

Accepted (Publication) 18 August 2022 (30 August 2022)

*Corresponding Author; Chan-sik Park

Tel: +82-43-261-3259

E-mail: chansp@cbnu.ac.kr

1. 서론

관성 항법 시스템에서 가속도계는 비력(Specific force)을 감지할 수 있지만 중력장으로 인한 가속도는 감지하지 못한다. 따라서 플랫폼의 정확한 궤적을 얻기 위해서는 중력 정보를 실시간으로 보상해야 한다[1]. 일반적으로는 WGS84(world geodetic system 1984) 중력모델과 같은 간단한 타원체 모델이 정확도와 계산 효율성 사이의 딜레마의 균형을 맞추기 위해 관성항법 정보계산에 사용되어 왔다[2]. 그러나 실제 중력과 법선 중력의 차이로 정의할 수 있는 중력 교란(Gravity disturbance)은 관성항법장치(INS; inertial navigation system)의 오차 원인 중 하나로 작용하게 된다.

MEMS(micro electro mechanical systems) 시스템과 같은 저정밀 INS의 경우 관성 센서의 바이어스와 랜덤 노이즈가 주요 오차 원인이 되며, 중력 교란이나 Coriolis term이나 transport rate, size-effect 등에 의한 오차는 무시할 수 있는 수준이다. 하지만, 고정밀의 INS의 경우 시스템의 random noise는 저정밀 INS에 비해 개선된 관성센서의 성능으로 상대적으로 매우 작을 수 있다.

이 외에도 장각각 오차, 환산계수 오차, Size-effect 등과 같은 시스템적인 오차는 교정 및 정밀 정렬을 통해 사전에 보상할 수 있다. 이후 남아있는 오차요소 중에서 중력 교란이 지배적인 오차요소로 작용할 수 있다.

중력 교란은 실제 중력 벡터와 법선 중력 벡터 간의 크기 및 방향 차이로 나타낼 수 있다. 지역 지리 좌표계의 동북측 방향의 각도 편차를 수직편향(DOV; deflection of vertical)로 정의하고, 크기 편차는 중력 교란 벡터의 수직 성분에 가까운 중력 이상으로 정의한다[3].

중력 이상 현상의 경우 그 영향은 INS의 수직 채널에 국한되어 있는데, 기압 고도계나 위성항법장치(GNSS; global navigation satellite system) 등과 같은 외부 높이 정보에 의해 수직 속도 및 위치 오차는 쉽게 감쇠할 수 있다[4].

또한 플랫폼의 경사각은 정렬 중에는 상대적으로 작기 때문에 중력 이상으로 인한 오차가 수평 채널로 전달되지 않고 자세 계산에 영향을 미칠 수 없기 때문에 중력교란의 수평 채널과 수직 채널을 분리하여 검토할 수 있다[5].

따라서 INS에 대한 중력 교란의 영향을 연구할 때, 중력 이상에 의한 영향은 무시하고 상대적으로 더 큰 오차원인으로 작용하는 DOV에 집중하는 경향이 있다. 이를 고려하여 본 논문에서도 DOV가 INS의 정렬오차에 미치는 영향을 분석하였다.

장시간 관성 항법의 경우, 순수 관성 항법에 대한 DOV의 영향에 대한 조사는 수십 년 전으로 거슬러 올라간다. Levine과 Gelb의 작업에서 다양한 플랫폼 속도에 대해 속도, 위치, 방위각, 플랫폼 기울기 등과 같은 항법 오차를 평가했다[6].

또한 이론적으로 DOV의 영향을 조사하기 위해 공분산 전파 분석 방법을 제안하였다. Levine과 Gelb의 연구를 기반으로 1차 Gauss-Markov 프로세스가 DOV의 특성을 정확하게 반영하

지 못하기 때문에, 익숙한 일부의 확률 모델을 적용하여 DOV가 INS에 미치는 영향에 대한 분석이 수행되었다[7].

한편으로는 INS의 성능을 더욱 향상시키기 위해 DOV에 대한 다양한 보상 방법이 제안되었다.

기존의 연구 중에서 한 부류는 중력 경사계를 사용하여 궤적을 따라 DOV를 구하는 것이지만 이 방법은 높은 비용으로 인해 실제 적용이 제한되고, 중력 경사계를 설치할 수 있는 추가 공간을 필요로 한다는 단점이 있다[8].

또 다른 방법은 EGM08(earth gravitational model 2008) [9]과 같은 지구 중력 모델을 사용하여 DOV를 계산하는 것이다. 이동 궤적의 DOV 값은 오프라인 데이터베이스에서 보간법을 이용하여 구하거나 구형 조화 모델(SHM; spherical harmonic model)을 사용하여 직접 계산하여 얻을 수 있으며 이것을 보상하는 방식으로 구현할 수 있다[2],[10].

단시간 항법 사례는 Jekeli에 의해 연구되었으며 중력 교란으로 인한 3차원 항법 오차가 시뮬레이션 되었다. 100 초 정도의 짧은 시간동안 1m이내의 수평위치 정확도가 요구되는 경우 중력 교란을 고려해야한다는 결과를 제시하였다[11].

DOV로 인한 위치 및 속도 오차는 GNSS의 도움으로 쉽게 감쇠될 수 있지만, 통합 항법 시스템의 자세 추정 정확도는 여전히 영향을 받을 수 있으며 재밍이나 지형지물 등의 영향으로 GNSS 위성신호 수신에 간섭받는 경우가 발생할 수 있기 때문에 INS에서 DOV에 대한 보상은 반드시 필요하다[12].

Grejner-Brzezinska의 연구에서 DOV가 플랫폼의 수평자세 오차를 발생시킬 수 있다는 것을 이론적으로나 실험적으로 보여주었으며, 이는 높은 정확도의 자세 추정을 위해 보상되거나 모델링되어야 한다는 것을 보여준다[3],[13],[14].

INS/GNSS 시스템의 자세오차를 계산하기 위해 DOV의 영향을 받지 않는 INS의 자이로 원시 데이터를 통해 자세 기준 값을 계산하였다. 결과적으로 DOV 및 관성 센서의 정확한 모델링을 통해 DOV는 두 가지 자세 세트의 차이로 얻을 수 있다. 이러한 연구결과들은 INS/GNSS 통합 시스템의 자세 추정이 DOV의 영향을 받을 수 있음을 보여주며, 이는 다른 오차 항목과 분리할 수 있다. 이 연구들에서는 플랫폼의 수평자세 오차 영향만 분석된 반면 DOV로 인한 방위각 추정 오차에 대한 연구는 수행되지 않았다[15],[16].

그럼에도 불구하고 자세 오차의 상호 결합 특성으로 인해 초기 정렬과정에서 DOV의 영향으로 수평자세 오차가 방위각 추정에도 영향을 미칠 수 있다.

따라서 본 논문에서는 DOV가 초기 정렬 과정에서 자세 추정에 미치는 영향을 이론적으로 분석하고 시뮬레이션을 통해 확인하였다. 논문의 나머지 부분은 다음과 같이 구성된다. 2장에서는 좌표계 및 DOV를 정의하고 3장에서는 INS의 속도 및 자세 오차 전파 방정식을 기반으로 초기정렬과정에서 자세 추정 오차에 대한 DOV의 영향을 이론적으로 분석하였다. 4장에서는 3장에서 수행된 분석 결과와 일치여부를 확인하는 시뮬레이션을 수행하였고 마지막으로 5장에서 결론을 맺도록 한다.

II. 중력교란 및 DOV 정의

2-1 좌표계 및 중력교란

좌표계 정의는 관성항법의 기초이다. 다음에 소개되는 세 좌표계는 일반적인 좌표계이다[6].

Earth-Centered-Earth-Fixed Frame e : 이 좌표 프레임의 원점은 지구 중심에 있으며, z 축은 북극 방향을 가리키고 x 축은 그리니치 자오선을 가리키고 y 축은 오른손 직교 프레임을 완성한다. 이 프레임은 $w_{ie}^e = [0 \ 0 \ \Omega]^T$ 의 속도로 지구와 함께 회전합니다. 여기서 Ω 는 지구의 자전 각속도이다.

Body coordinate frame with Right-Forward-Up definition b : 이 프레임은 관성 센서의 입력 축을 기반으로 정의되고 플랫폼에 장착되고 각각 플랫폼의 우-전방-상을 가리킨다.

Navigation coordinate frame with East-North Up definition n : 이 프레임은 그림 1에 표시된 지역 측지 북쪽 지향의 지역 수준 좌표 프레임입니다. 이 프레임의 원점은 플랫폼의 위치에 있으며 축은 $\{x_n, y_n, z_n\}$ 로 표시되며 각각 동쪽, 북쪽 및 위쪽을 가리킨다. z_n 은 기준 타원체에 대한 법선과 동일 선상에 있다는 점에 유의해야 한다.

지오이드는 지구 실제 중력장의 정보를 반영하는 지구의 실제 모양을 설명하는 모델이다[9,10]. 지구 내부의 고르지 않은 질량 분포와 고르지 않은 표면으로 인해 지오이드는 수학적 모델로 설명하기가 극히 어렵다. 수학적 계산을 용이하게 하기 위해 지오이드에 가까운 기준 타원체 모델이 도입되었다[11]. 기준 타원체 모델의 중력장을 법선 중력장이라고 하며, 실제 중력 벡터와 법선 중력 벡터의 차이를 중력 교란 벡터라고 한다[12].

중력 교란은 그림 2와 같이 지오이드의 수직선과 기준 타원체의 법선 간의 차이, 즉 실제 중력 벡터와 법선 중력 벡터의 편차를 의미한다.

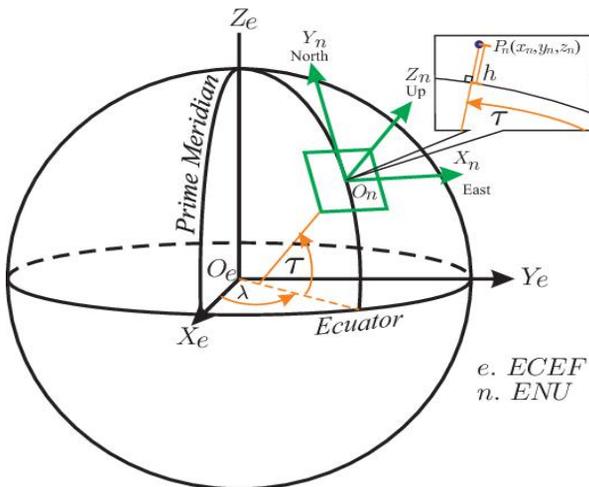


그림 1. 좌표계 정의
Fig. 1. The definition of the coordinates system

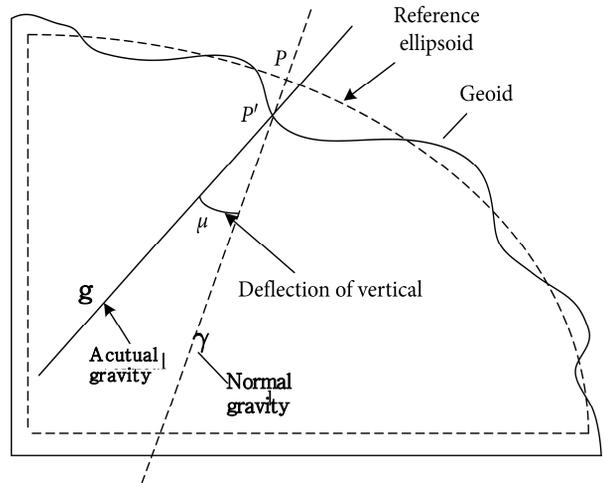


그림 2. 중력 교란 벡터 및 중력 교란 정의
Fig. 2. Description of gravity disturbance vector

2-2 수평중력교란 및 DOV 정의

중력 교란 δg 는 실제 중력 g 와 법선 중력 γ 의 차이로 정의되며 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\delta g^n = g^n - \gamma^n = [\Delta g_E \ \Delta g_N \ g_U] - [0 \ 0 \ \gamma] = [\Delta g_E \ \Delta g_N \ \Delta g_U] \quad (1)$$

$$\Delta g = g_U - \gamma \quad (2)$$

여기서 중력 교란의 동쪽 및 북쪽 구성 요소는 Δg_E 및 Δg_N 으로 표시되고 Δg 는 수직 중력 교란 또는 중력 이상이며 γ 는 법선 중력 벡터 γ 의 Norm이다. 위첨자 n은 이러한 벡터가 n 좌표 프레임에 투영됨을 의미한다.

DOV는 그림 3과 같이 북-남 및 동-서 각도 성분은 각각 ξ 와 η 로 표시되며, 수평 중력 교란과 DOV의 관계는 다음과 같다 [7].

$$\xi \approx \tan \xi = -\frac{\Delta g_N}{g_U}; \quad \eta \approx \tan \eta = -\frac{\Delta g_E}{g_U}; \quad (3)$$

여기서 g_U 는 수직 중력의 크기이며 EGM08 모델을 직접 사용하여 계산할 수 있다. 전 세계 대상으로 DOV 구성 요소의 크기는 최대 100 arcsec에 도달 할 수 있는데 이 값은 가속도계 바이어스로 환산하면 500mGal (1 mGal = 10⁻⁵ m/s²)에 해당한다. 또한 이 양은 2 arcsec DOV에 해당하는 고정밀 가속도계의 바이어스 값인 10mGal보다 훨씬 큰 값을 알 수 있다[6].

식 (2)를 식 (1)에 대입하면 중력 교란을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\delta g = [-\eta g \quad -\xi g \quad \Delta g] \quad (4)$$

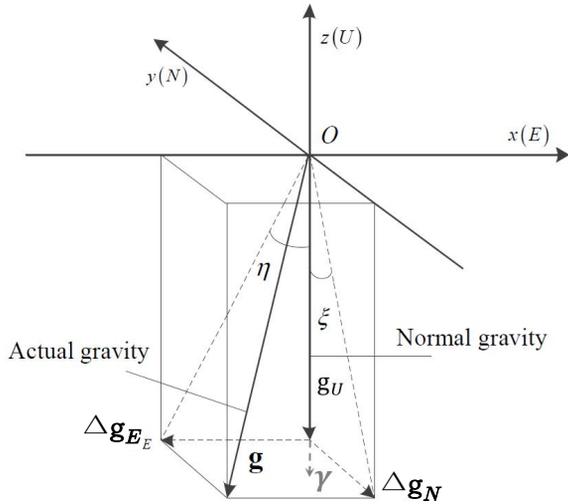


그림 3. 중력 교란 벡터 및 중력 교란 정의
Fig. 3. Description of gravity disturbance vector

수평 중력 교란은 다음과 같이 지구 중력장의 구면 조화 모델(SHM)을 통해 계산할 수 있다[3].

$$\Delta g_N = -\frac{GM}{r^2} \sum_{n=2}^{n_{max}} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r}\right)^n [\bar{C}_{nm}^* \cos m\lambda + \bar{S}_{nm}^* \sin m\lambda] \frac{d\bar{P}_{nm}(\cos\vartheta)}{d\vartheta} \quad (5)$$

$$\Delta g_E = \frac{GM}{\sin\vartheta \cdot r^2} \sum_{n=2}^{n_{max}} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r}\right)^n m [\bar{C}_{nm}^* (-\sin m\lambda) + \bar{S}_{nm}^* (\cos m\lambda)] \bar{P}_{nm}(\cos\vartheta) \quad (6)$$

여기서 G는 중력 상수, M은 지구의 질량, a는 기준 타원체의 주축 길이, r은 계산된 점에서 기준 타원체의 중심까지의 반경 거리, ϑ 는 지구 중심의 적도입니다. λ 는 계산된 점의 경도, n과 m은 SHM의 degree와 order, \bar{C}_{nm}^* 과 \bar{S}_{nm}^* 은 SHM의 계수, nmax는 SHM 계산에 사용되는 최고 차수이고 $\bar{P}_{nm}(\cos\vartheta)$ 는 degree n과 order m 차의 완전 정규화 된 르장드르 함수이다.

III. INS 초기정렬에 대한 DOV의 영향성 분석

3-1 Kalman filter를 이용한 초기정렬

일반적으로 초기 정렬은 정지된 상태에서 실행되므로 INS의 실제 속도는 거의 0과 같다. 그러면 INS의 0이 아닌 속도 출력은 INS의 속도 오차이며 칼만필터(KF; kalman filter)의 측정값으로 INS의 해당 오차를 추정하는 데 사용할 수 있다. 초기정렬의 KF는 INS의 오차 방정식을 기반으로 구축된다. 자세오차 방정식은 다음과 같이 주어진다[5].

$$\Phi = [\delta\phi_E \quad \delta\phi_N \quad \delta\phi_U]^T \quad (7)$$

$$\dot{\Phi} = \Phi \times (\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) + \delta\omega_{ie}^n + \delta\omega_{en}^n - \epsilon^n - \mathbf{w}^n \quad (8)$$

여기서 Φ 는 자세 오차 벡터, ϕ_E 는 자세 오차 벡터의 동쪽 성분, ϕ_N 은 자세 오차 벡터의 북쪽 성분, ϕ_U 는 자세 오차 벡터의 북쪽 성분이다. ω_{ie}^n 은 n-frame에 표현된 관성 frame (i-frame)에 대한 지구 회전 속도이다. ω_{en}^n 은 지구 중심 고정 frame (e-frame)에 대한 n-frame의 회전 속도를 나타낸다. ϵ^n 은 n-frame에서의 자이로의 등가 랜덤 바이어스이고, \mathbf{w}^n 은 n-frame에서의 자이로의 등가 랜덤 잡음이다. $\delta\omega_{ie}^n$ 및 $\delta\omega_{en}^n$ 은 ω_{ie}^n 및 ω_{en}^n 의 관련 오차이다. 속도 오차 방정식은 다음과 같다 [5].

$$\delta\dot{V}^n = \mathbf{f}^n \times \Phi^n - (2\delta\omega_{ie}^n + \delta\omega_{en}^n) \times V^n - (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times \delta V^n + C_b^n \nabla^b + \delta\mathbf{g}^n \quad (9)$$

여기서 V^n 과 \mathbf{f}^n 은 각각 INS의 속도와 비력을 의미한다. δV^n 은 속도 오차 벡터, ∇^b 는 가속도계의 측정 노이즈, C_b^n 은 b-frame에서 n-frame으로의 방향 코사인 행렬 (DCM)이며 $[f^n \times]$ 은 n-frame 비력의 왜대칭 행렬이며, 식 (10)과 같다.

$$[f^n \times] = \begin{bmatrix} 0 & -f_U & f_N \\ f_U & 0 & -f_E \\ -f_N & f_E & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

여기서 f_E 는 비력의 동쪽 구성 요소, f_N 은 비력의 북쪽 구성 요소, f_U 는 비력의 위쪽 구성 요소이다.

INS의 수직 채널의 불안정성 때문에 일반적으로 INS의 오차 전파를 설명하는 데 5 가지 상태 변수가 사용된다. 여기에는 2 개의 수평 속도 오차와 자세 오차가 포함된다. KF의 상태 방정식은 아래와 같다.

$$\dot{x} = Fx + w, \quad w \sim N(0, Q) \quad (11)$$

여기서 F는 시스템 행렬이고, Q는 가속도계의 측정 노이즈와 자이로스코프의 측정 잡음을 포함한 모델 잡음 벡터이다. 일련의 측정치 집합으로 상태 벡터 추정치를 업데이트하려면 측정치가 상태에 따라 어떻게 달라지는지 알아야 한다. 이것이 측정치 모델의 기능이다. INS의 속도 오차는 측정치로 선택되며 측정 방정식은 식 (12)와 같다.

$$z = \begin{bmatrix} \delta v_E \\ \delta v_N \end{bmatrix} = Hx + v, \quad v \sim N(0, R) \quad (12)$$

여기서, H는 측정 방정식이고, R은 속도오차의 측정 잡음 벡터이다. KF 재귀가 완료되면 INS의 초기 상태, 특히 초기 자

세를 얻는다. 항법좌표계 n 은 항법 계산이 실행되는 Frame이다. n -frame은 2.1 절에 정의된 바와 같이 이론적으로 결정되지만 초기 위치의 n -frame은 초기 정렬 전에 알 수 없고, 관성 센서의 출력이 b -frame에 있기 때문에 b -frame은 알 수 있다. 따라서 n -frame을 결정하기 위해서는 두 프레임 사이의 연결, 즉 C_b^n 이 초기 정렬에서 계산된 다음 n 프레임을 구축 할 수 있다.

3-2 DOV에 의한 INS 초기정렬 자세오차 분석

정지상태의 초기정렬 과정이므로 INS의 위치 및 속도 오차를 구할 수 있으며, 관련 $\delta \dot{V}^n$, δV^n , $\delta \omega_{ie}^n$ 및 $\delta \omega_{en}^n$ 도 계산하여 값을 알고 있는 매개변수 처리할 수 있다. 따라서 식 (9)를 재정렬 하면 아래와 같은 식을 구할 수 있다[5].

$$\alpha = f^n \times \Phi^n + \nabla^n + \delta g^n$$

$$= \delta V^n + (2\delta \omega_{ie}^n + \delta \omega_{en}^n) \times V^n + (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times \delta V^n \quad (13)$$

여기서, α 는 알려진 매개변수들의 선형조합이며 정적인 상태를 가정하기 때문에 0에 수렴하는 아주 작은 값을 갖는다. 식 (13)을 확장하면 동쪽 및 북쪽 구성요소는 다음과 같이 주어진다.

$$\alpha_E = -f_U \phi_N + f_N \phi_U + \nabla_E + \Delta g_E \approx 0 \quad (14)$$

$$\alpha_N = f_U \phi_E - f_E \phi_U + \nabla_N + \Delta g_N \approx 0 \quad (15)$$

여기서 α_E 및 α_N 은 각각 α 의 동쪽 및 북쪽 구성요소이다. ∇_E 및 ∇_N 은 각각 n -frame에서의 가속도계 바이어스의 동쪽 및 북쪽 구성요소이다.

수직 채널과 수평 채널이 분리되어 있기 때문에 본 논문에서는 동쪽과 북쪽 구성요소만 분석했다.

플랫폼이 경사각이 크지 않은 정적인 상태에 놓여 있다고 가정한다. 그러면 $f_E \approx 0$, $f_N \approx 0$ 및 $f_U \approx g_U$ 가 성립한다. 이를 식 (14)와 식 (15)에 대입하면 자세 오차의 동쪽 및 북쪽 성분은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\phi_E = \frac{\alpha_N - \nabla_N - \Delta g_N}{g_U} \approx \frac{-\nabla_N - \Delta g_N}{g_U} \quad (16)$$

$$\phi_N = \frac{-\alpha_E + \nabla_E + \Delta g_E}{g_U} \approx \frac{\nabla_E + \Delta g_E}{g_U} \quad (17)$$

식 (3)과 결합하여 식 (16) 및 (17)을 다음과 같이 다시 작성할 수 있다.

$$\phi_E = \hat{\phi}_E + \delta \phi_E = \frac{\alpha_N - \nabla_N}{g_U} + \xi \approx -\frac{\nabla_N}{g_U} + \xi \quad (18)$$

$$\phi_N = \hat{\phi}_N + \delta \phi_N = \frac{\nabla_E - \alpha_E}{g_U} - \eta \approx \frac{\nabla_E}{g_U} - \eta \quad (19)$$

여기서 ϕ_E 는 두 부분으로 나눌 수 있다. $\hat{\phi}_E$ 는 DOV와 무관하며 북쪽 가속도계의 랜덤 바이어스가 주요한 오차 요인으로 작용한다. 잔차 $\delta \phi_E$ 는 ξ 와 같은 DOV로 인한 자세 추정 오차의 동쪽 구성 요소를 의미한다.

ϕ_N 에 대해서도 동일하게 $\hat{\phi}_N$ 과 $\delta \phi_N$ 으로 나눌 수 있다. 마찬가지로 $\hat{\phi}_N$ 은 DOV와 무관하며 동쪽 가속도계의 랜덤 바이어스가 주요한 오차 요인이 되고, $\delta \phi_N$ 은 DOV로 인한 자세 추정 오차의 북쪽 구성 요소이며 η 와 음의 관계가 성립한다.

n -frame에서 INS의 자세 오차 천이 함수는 식 (8)과 같다. 식 (8)에서 $\delta \omega_{ie}^n$ 및 $\delta \omega_{en}^n$ 은 오차 항목에 비해 상대적으로 작기 때문에 다음 분석에서 그 효과를 무시하는 것이 합리적이다.

식 (8)을 확장하면 해당하는 동쪽, 북쪽 및 수직 구성 요소가 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{\phi}_E = (\Omega_U + w_U)\phi_N - (\Omega_N + w_N)\phi_U - \varepsilon_E - w_E \quad (20)$$

$$\dot{\phi}_N = -(\Omega_U + w_U)\phi_E + w_E \phi_U - \varepsilon_N - w_N \quad (21)$$

$$\dot{\phi}_U = (\Omega_N + w_N)\phi_E - w_E \phi_N - \varepsilon_U - w_U \quad (22)$$

여기서 ε_E , ε_N 및 ε_U 는 각각 \mathbf{e}^n 의 동쪽, 북쪽 및 수직 구성 요소를 의미한다. Ω_N 및 Ω_U 는 ω_{ie}^n ($\Omega_E = 0$)의 북쪽 및 수직 구성 요소, w_E , w_N 및 w_U 는 ω_{en}^n 의 동쪽, 북쪽 및 수직 성분을 나타낸다. w_E , w_N , w_U 는 각각 \mathbf{w}^n 의 동, 북 및 수직 성분을 의미한다.

식 (20)–(22)에서 ϕ_E , ϕ_N , ϕ_U 가 서로 결합되어 있음을 분명히 알 수 있다. 따라서 DOV가 플랫폼의 경사각 오차를 유발하면 방위각 추정에도 영향을 미칠 수 있음을 알 수 있다. 방정식 (20)과 (21)을 재정렬 하면 다음을 얻을 수 있다.

$$\phi_U = \beta_1 - \frac{w_E}{\Omega_N + w_N} \quad (23)$$

$$\phi_U = \beta_2 + \frac{w_N}{w_E} \quad (24)$$

여기서 $\beta_1 = \frac{(\Omega_N + w_N)\phi_N - \dot{\phi}_E - \varepsilon_E}{\Omega_N + w_N}$, $\beta_2 = \frac{\dot{\phi}_N + (\Omega_U + w_U)\phi_E + \varepsilon_E}{w_E}$ 이다.

방위각 오차는 방정식 (23)와 (24) 모두에서 계산할 수 있음을 알 수 있다. 초기 정렬시에는 플랫폼의 속도가 0에 가깝기 때문에 $w_E \approx w_N \approx w_U \approx 0$ 이라 가정할 수 있고 β_1 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\beta_1 = \phi_N - \frac{(\dot{\phi}_E + \varepsilon_E)}{\Omega_N} \quad (25)$$

따라서, 식 (23)은 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$\phi_U = \phi_N - \frac{(\dot{\phi}_E + \varepsilon_N + w_E)}{\Omega_N} \quad (26)$$

식 (18), (19) 및 (25)와 결합하면 식 (26)을 다음과 같이 다시 작성할 수 있다.

$$\begin{aligned} \phi_U &= \phi_N - \frac{(\dot{\phi}_E + \varepsilon_N + w_E)}{\Omega_N} \\ &\approx \left(\frac{\nabla_E}{g_U} - \eta \right) - \frac{1}{\Omega_N} \left(\frac{\dot{\nabla}_N}{g_U} + \dot{\xi} \right) \end{aligned} \quad (27)$$

식 (27)을 통해 ϕ_U 는 $\frac{1}{\Omega_N} \dot{\xi}$ 와 η 에 대해 음의 상관관계가 있음을 알 수 있다. 또한 ϕ_U 는 ξ 보다는 η 의 크기에 더 많은 영향을 받을 수 있음을 확인하였다.

IV. 시뮬레이션

이 장에서는 INS의 정렬에서 DOV가 자세 추정에 미치는 영향을 조사하기 위해 몇 가지 시뮬레이션을 수행하였다. 초기정렬은 0속도를 가정하여 KF를 이용하여 수행되었고 KF의 실행 주기는 1초, 초기정렬은 900초 간 수행하였다. 또한 논문의 목적에 충실하기 위하여 자이로 오차는 없다고 가정하였으며, 수평축 가속도계 랜덤 바이어스 오차와 DOV만이 시뮬레이션의 변인으로 설정하였다. 또한 가속도계 랜덤 바이어스 오차는 50mGal 및 100mGal의 2개 값에 대하여 시뮬레이션 하였고, DOV도 가속도계 바이어스에 대응되는 값으로 10arcsec 및 20arcsec으로 설정하였다.

4-1 DOV에 의한 정렬자세오차 시뮬레이션

첫 번째 시뮬레이션은 가속도계 랜덤바이어스를 0으로 설정하여 오직 DOV에 의한 정렬자세오차 영향성을 살펴보았다. 표 1과 같이 모두 6가지 경우에 대한 시뮬레이션을 수행하였으며, 정렬이 완료되는 900초 시점에서 자세오차를 구하였다. DOV 값은 상수로 주어졌기 때문에 몬테칼로 시뮬레이션은 수행하지 않았다.

시뮬레이션 결과는 표1과 그림4-9를 통해 확인할 수 있다. 수식 (18), (19) 및 (27)에서 유도한 바와 같이 ϕ_E 는 DOV의 남북 방향 성분인 ξ 의 크기에 비례하고, η 값의 크기에는 거의 영향을 받지 않음을 표 1과 그림 4 및 5를 통해 확인할 수 있다.

반대로 북쪽 자세오차 ϕ_N 은 η 의 크기에 비례하고, ξ 값의 크기에는 영향을 받지 않음을 표1과 그림 6 및 7을 통해 확인할 수 있다.

표 1. DOV값에 따른 정렬 자세오차

Table 1. The Alignment attitude error caused by DOV

	Error items		Attitude Error(deg)		
	η	ξ	ϕ_E	ϕ_N	ϕ_U
Case 1-1	10"	0"	5.7e-8	0.00287	0.00196
Case 1-2	20"	0"	1.7e-7	0.00573	0.00393
Case 1-3	0"	10"	-0.00286	1.5e-6	-6.9e-5
Case 1-4	0"	20"	-0.00573	3.0e-6	-0.00014
Case 1-5	10"	10"	-0.00286	0.00287	0.00190
Case 1-6	20"	20"	-0.00573	0.00573	0.00379

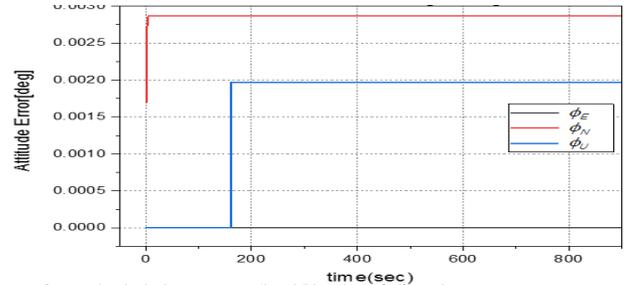


그림 4. 수직편향($\eta = 10''$)에 의한 정렬자세오차

Fig. 4. The alignment attitude errors caused by $\eta = 10''$

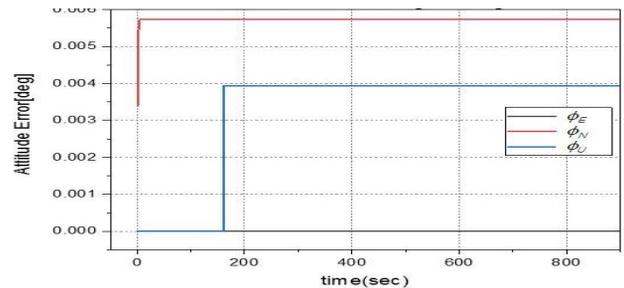


그림 5. 수직편향($\eta = 20''$)에 의한 정렬자세오차

Fig. 5. The alignment attitude errors caused by $\eta = 20''$

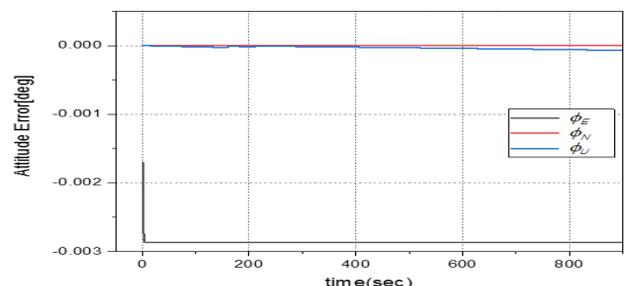


그림 6. 수평중력교란($\xi = 10''$)에 의한 정렬자세오차

Fig. 6. The alignment attitude errors caused by $\xi = 10''$

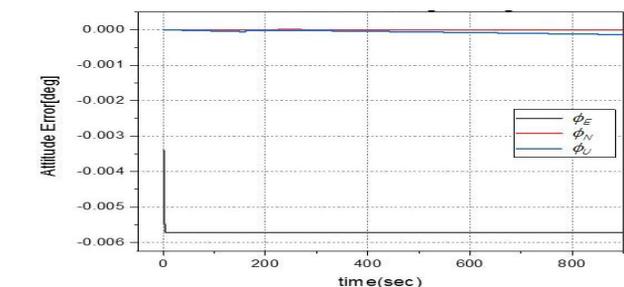


그림 7. 수직편향($\xi = 20''$)에 의한 정렬자세오차

Fig. 7. The alignment attitude errors caused by $\xi = 20''$

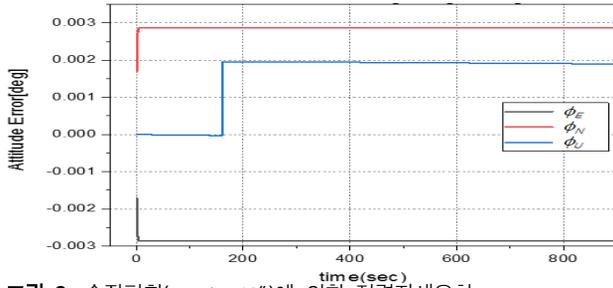


그림 8. 수직편향($\eta = \xi = 10^\circ$)에 의한 정렬자세오차
 Fig. 8. The alignment attitude errors caused by $\eta = \xi = 10^\circ$

마지막으로 수직축 자세오차 ϕ_U 는 3장에서 수식으로 증명한 바와 같이 η 와 ξ 의 영향을 모두 받지만, ξ 보다는 η 의 크기가 지배적인 오차요소로 작용함을 표 1과 그림 8 및 9를 통해 증명되었다. 또한 식 (16)~(19)에서 유도한 바와 같이 ϕ_E 는 Δg_N 및 ξ 과 음의 상관관계가 있고, ϕ_N 는 Δg_E 및 η 와 양의 상관관계가 있음을 그림 8과 9에서 확인되었다.

4-2 DOV 및 가속도계 랜덤바이어스에 의한 자세오차 분석

두 번째 시뮬레이션에서는 DOV와 가속도계 랜덤 바이어스 각각의 조합에 따른 정렬자세오차를 구하였다. DOV는 10'' 및 20''를 고정된 상수값으로 입력하고 가속도계 랜덤 바이어스는 50mGal 및 100mGal을 1 σ 값으로 하는 정규분포를 이루도록 몬테칼로 시뮬레이션을 100회 실행하고 평균제곱근오차 (RMSE; root mean square error)를 계산하여 정렬오차를 구하였다. 시뮬레이션 조건 및 정렬이 종료된 시점의 자세오차를 표 2에서 확인할 수 있다. 또한 정렬과정에서 자세오차가 변하는 양상을 그림 10~15를 통해 확인할 수 있다.

가속도계 랜덤바이어스가 추가되었지만, 전체적으로는 첫 번째 시뮬레이션과 유사한 경향을 가지는 것을 확인하였다.

ϕ_N 는 η 및 ∇_E 에 비례하여 자세오차가 증가하고, ϕ_N 는 ξ 및 ∇_N 에 대해서는 상관관계가 성립하지 않는 것을 확인할 수 있다. 반대로, ϕ_E 는 η 및 ∇_E 에 대해서는 상관관계가 없고, ϕ_E 는 ξ 및 ∇_N 에 대해서는 그 값에 비례하여 오차가 증가하는 것을 확인할 수 있다. 수직축 자세오차인 ϕ_U 결과에서 특이점을 발견할 수 있는데, 모든 ξ 및 ∇_N 조건에서 0.00288[deg] 정도의 오차가 발생하는 것이 관측되었다. 오차가 발생한 원인은 식(27)과 같이 ∇_N 추가되어 발생한 것으로 판단되며, ∇_N 에 비례하는 것이 아닌 고정된 값으로 오차가 발생함을 알 수 있다. ϕ_U 와 ∇_N 의 관계는 추가로 시뮬레이션 등을 통한 확인이 필요해 보인다.

case 1-1 및 case 2-1 결과를 비교해보면 $\nabla_E=50\text{mGal}$ 의 가속도계 바이어스는 $\eta=10''$ 에 의해 발생하는 자세오차와 유사한 크기의 ϕ_N 오차를 발생시키는 것을 알 수 있다. 또한 case1-2와 case 2-2의 결과를 통해 $\nabla_E=100\text{mGal}$ 와 $\eta=20''$ 이 유사한 크기의 ϕ_N 오차를 유발하는 것을 알 수 있다.

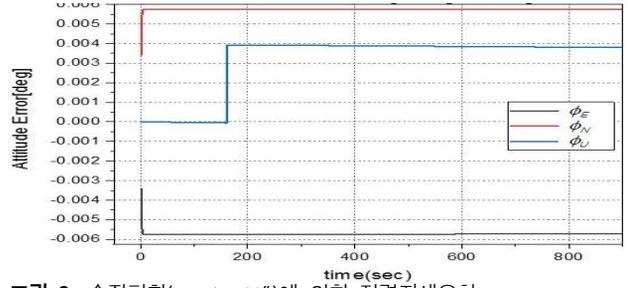


그림 9. 수직편향($\eta = \xi = 20^\circ$)에 의한 정렬자세오차
 Fig. 9. The alignment attitude errors caused by $\eta = \xi = 20^\circ$

표 2. 가속도계 랜덤 바이어스 및 DOV값에 따른 자세오차
 Table 2. The attitude error caused by DOV and random bias

	East Components		North Components		Attitude Error(deg)		
	η	∇_E (1 σ , mGal)	ξ	∇_N (1 σ , mGal)	ϕ_E	ϕ_N	ϕ_U
Case 2-1	0''	50	0''	0	8.3E-5	0.00281	0.00330
Case 2-2	0''	100	0''	0	8.4E-5	0.00562	0.00455
Case 2-3	10''	50	0''	0	8.3E-5	0.00416	0.00394
Case 2-4	10''	100	0''	0	8.3E-5	0.00649	0.00509
Case 2-5	20''	50	0''	0	8.3E-5	0.00657	0.00529
Case 2-6	20''	100	0''	0	8.3E-5	0.00832	0.00623
Case 2-7	0''	0	0''	50	0.00280	7.9E-5	0.00288
Case 2-8	0''	0	0''	100	0.00560	7.9E-5	0.00289
Case 2-9	0''	0	10''	50	0.00415	7.9E-5	0.00288
Case 2-10	0''	0	10''	100	0.00648	7.9E-5	0.00289
Case 2-11	0''	0	20''	50	0.00656	7.9E-5	0.00288
Case 2-12	0''	0	20''	100	0.00830	7.9E-5	0.00289
Case 2-13	0''	50	0''	50	0.00262	0.00294	0.00348
Case 2-14	0''	100	0''	100	0.00524	0.00587	0.00496
Case 2-15	10''	50	10''	50	0.00400	0.00413	0.00388
Case 2-16	10''	100	10''	100	0.00612	0.00656	0.00526
Case 2-17	20''	50	20''	50	0.00644	0.00647	0.00502
Case 2-18	20''	100	20''	100	0.00799	0.00825	0.00616

마찬가지로, case 1-3 및 case 2-7 결과를 비교해보면 $\nabla_N=50\text{mGal}$ 의 가속도계 바이어스는 $\xi=10''$ 에 의해 발생하는 자세오차와 매우 유사한 크기의 ϕ_E 오차를 발생시키는 것을 알 수 있으며, case1-4와 case 2-8의 결과를 통해 $\nabla_N=100\text{mGal}$ 와 $\xi=20''$ 이 동일한 크기의 ϕ_E 오차를 발생시키는 것을 확인할 수 있다. 이상의 시뮬레이션 결과들을 통해 DOV가 INS의 초기정렬 과정에서 자세오차 추정에 영향을 미칠 수 있음을 확인하였다.

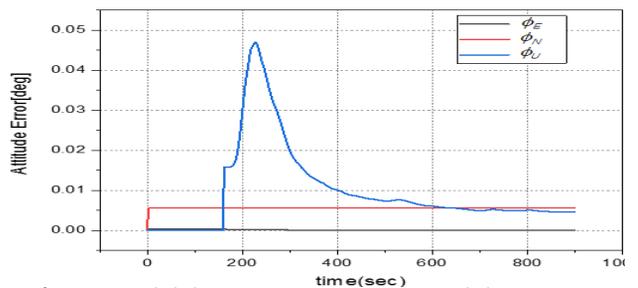


그림 10. 랜덤바이어스 ($\nabla_E = 100$)에 의한 정렬자세오차
 Fig. 10. The alignment attitude errors caused by $\nabla_E = 100$

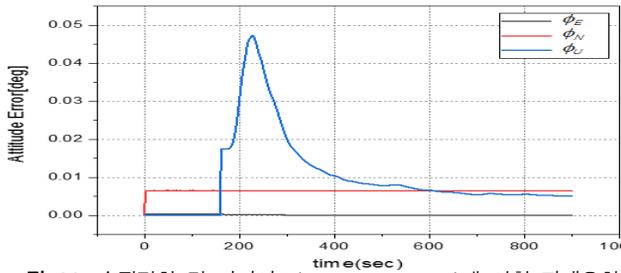


그림 11. 수직편향 및 바이어스($\eta = 10, \nabla_E = 100$)에 의한 자세오차
 Fig. 11. The attitude errors caused by $\eta = 10, \nabla_E = 100$

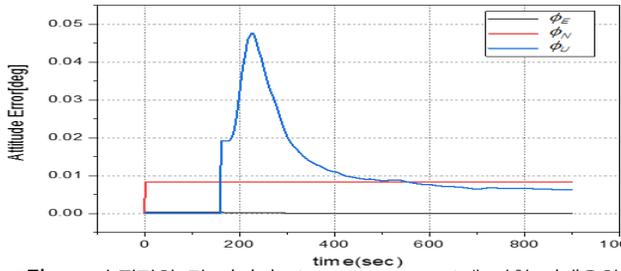


그림 12. 수직편향 및 바이어스($\eta = 20, \nabla_E = 100$)에 의한 자세오차
 Fig. 12. The attitude errors caused by $\eta = 20, \nabla_E = 100$

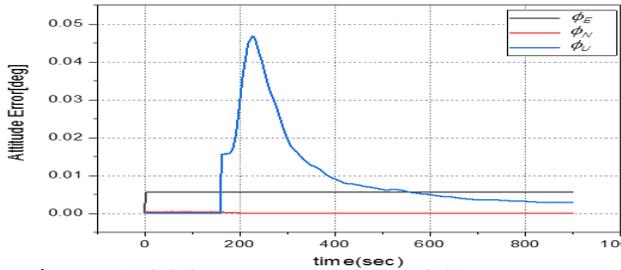


그림 13. 랜덤바이어스 ($\nabla_N = 100$)에 의한 자세오차
 Fig. 13. The attitude errors caused by $\nabla_N = 100$

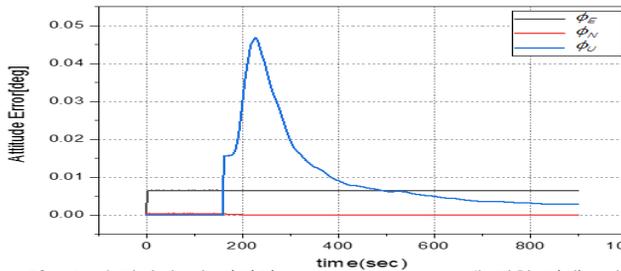


그림 14. 수직편향 및 바이어스($\eta = 10, \nabla_N = 100$)에 의한 자세오차
 Fig. 14. The attitude errors caused by $\eta = 10, \nabla_N = 100$

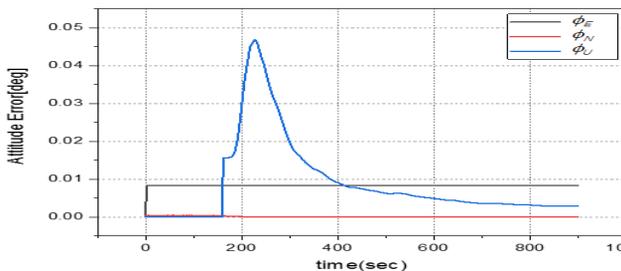


그림 15. 수직편향 및 바이어스($\eta = 20, \nabla_N = 100$)에 의한 자세오차
 Fig. 15. The attitude errors caused by $\eta = 20, \nabla_N = 100$

V. 결 론

본 논문은 정밀 INS의 초기정렬 과정에서 DOV로 인한 자세 추정 오차에 영향성을 분석하는 것에 중점을 두었다.

이를 위해 DOV와 수평 중력 교란을 정의하고 그 관계를 유도하였으며, DOV가 초기정렬 과정에서 자세오차를 발생시키는 메커니즘을 이론적으로 증명하였다.

정렬자세오차와 DOV의 관계식을 증명하기 위해 시뮬레이션을 수행하였으며 2가지로 구분하여 진행하였다. 첫 번째 시뮬레이션에서는 초기정렬과정에서 다른 모든 오차요인을 배제하고 정렬 자세오차에 대한 DOV의 영향성을 분석하였다. 이를 통해 앞서 유도한 관계식이 유효함이 증명되었다.

두 번째 시뮬레이션에서는 DOV와 가속도계 랜덤바이어스의 초기정렬에서 자세오차에 미치는 영향성을 몬테칼로 시뮬레이션을 통해 분석하였다. 첫 번째 시뮬레이션과 유사한 결과를 얻을 수 있었으며, 가속도계 랜덤바이어스가 수직축 자세오차를 유발하는 것이 확인되었다.

이상의 결과들을 종합해 볼 때 고정밀 자세 정보가 요구되는 INS에서 원하는 성능을 얻기 위해서는 초기정렬 과정에서부터 DOV의 효과를 고려해야 한다는 것을 확인할 수 있었다.

References

- [1] C. Jekeli, "Precision free-inertial navigation with gravity compensation by an onboard gradiometer," *The Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 29, No. 3, pp. 704-713, May. 2006.
- [2] R. Wu, Q. Wu, F. Han, T. Liu, P. Hu, H. Li, "Gravity compensation using egm2008 for high-precision long-term inertial navigation systems", *MDPI Sensors*, Vol. 16, No. 12 : 2177, Dec. 2016.
- [3] B. Hofmann-Wellenhof, H. Moritz, *Physical Geodesy*, 2nd ed. NewYork, NY: SpringerWienNewYork, 2006.
- [4] R. M. Rogers, *Applied Mathematics in Integrated Navigation Systems*, 3rd ed. Reston, VA: American institute of Aeronautics and Astronautics, 2007.
- [5] H. Xiong, D. Dai, Y. Zhao, X. Wang, J. Zheng, "An analysis of the effect of gravity anomaly to attitude estimation in high-precision gnss/ins integrated navigation systems under overturning cases", *In Proceedings of the 2018 DGON Inertial Sensors and Systems (ISS)*, Braunschweig, Germany, pp. 1-15, Sept. 2018.
- [6] J. Tie, J. Cao, M. Wu, J. Lian, S. Cai, L. Wang, "Compensation of horizontal gravity disturbances for high precision inertial navigation", *MDPI Sensors*, Vol. 18, No. 3 : 906, Mar. 2018.

- [7] D.W. Harriman, C. Van Dam, "Gravity-induced errors in airborne inertial navigation," *The Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 9, No. 4, pp. 419-426, May. 1986.
- [8] J.A. richeson, "Gravity Gradiometer Aided Inertial Navigation within Non-Gnss Environments, Ph.D. Thesis, University of Maryland, College Park, MD. USA, Jan. 2008.
- [9] N.K. Pavlis, S.A. Holmes, S.C. Kenyon, J.K. Factor, "An earth gravitational model to degree 2160: Egm2008", *EGU General Assembly*, Vienna, Austria, pp.13-18, 2008.
- [10] X. Zhou, G. Yang, G. J. Wang, Z. Wen, "A combined gravity compensation method for ins using the simplified gravity model and gravity database", *MDPI Sensors*, Vol. 18, No. 5 : 1552, May. 2018.
- [11] C. Jekeli, "Gravity on precise, short-term, 3-d free-inertial navigation", *Navigation: Journal of the Institute of Navigation*, Vol. 44, No. 3, pp. 347-358, 1997.
- [12] D. A. Grejner-Brzezinska, R. Da, R. C. Toth, "Gps error modeling and otf ambiguity resolution for high-accuracy gps/ins integrated system", *Journal of Geodesy*, Vol. 72, pp. 626-638, 1998.
- [13] D. Grejner-Brzezinska, C. Toth, Y. Yi, "On improving navigation accuracy of gps/ins systems", *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, No. 4, pp. 377-389, Apr. 2005.
- [14] D. Dai, X. Wang, D. Zhan, Z. Huang, "An improved method for dynamic measurement of deflections of the vertical based on the maintenance of attitude reference", *MDPI Sensors*, Vol. 14, No. 9 : 16322-16342, Sept. 2014.
- [15] Dai, D.; Wang, X.; Zhan, D.; Qin, S.; Huang, Z. "Dynamic measurement of high-frequency deflections of the vertical based on the observation of ins/gnss integration attitude error", *Journal of Applied Geophysics*, Vol. 119, pp. 89-98, May. 2015.
- [16] P.D. Groves, *Principles of Gnss, Inertial, and Multisensor Integrated Navigation Systems*, Norwood, MA, USA, Artech House, 2013.



김 현 석 (Hyun-Seok kim)

2003년 : 한양대 전기전자공학부(공학사)
 2005년 : 서울대학교 전기전자공학부(공학석사)
 2005년 2월 ~ 현재 : 국방과학연구소 책임연구원
 ※관심분야 : 관성항법시스템, 위성항법시스템, 추정 이론, INS/GPS 통합항법, 중력모델



박 찬 식 (Chansik Park)

1984년 2월 : 서울대학교 제어계측공학과(공학사)
 1986년 2월 : 서울대학교 제어계측공학과(공학석사)
 1997년 2월 : 서울대학교 제어계측공학과(공학박사)
 1997년 3월 ~ 현재 : 충북대학교 전자정보대학 교수
 ※관심분야 : GNSS, PNS, SDR, 미지정수결정, 오차해석