Journal of the Korea Industrial Information Systems Research Vol.27 No.4, Aug. 2022 :37-45
http://dx.doi.org/10.9723/jksiis.2022.27.4.037 ISSN:1229-3741

혼합 교차-엔트로피 알고리즘을 활용한 다수 에이전트-다수 작업 할당 문제

(Multi Agents-Multi Tasks Assignment Problem using Hybrid Cross-Entropy Algorithm)

김 광[1)*]
(Gwang Kim)

요 약 본 논문에서는 대표적인 조합 최적화(combinatorial optimization) 문제인 다수 에이전트-다수 작업 할당 문제를 제시한다. 할당 문제의 목적은 각 작업의 달성률(achievement rate)의 합을 최대로 하는 에이전트-작업 할당을 결정하는 것이다. 달성률은 각 작업의 할당된 에이전트의 수에 따라 아래 오목 증가(concave down increasing)형태로 다루어지며, 본 할당 문제는 비선형(non-linearity)의 목적함수를 갖는 NP-난해(NP-hard) 문제로 표현된다. 본 논문에서는 할당 문제를 해결하기 위한 효과적이면서 효율적인 문제 해결 방법론으로 혼합 교차-엔트로피 알고리즘(hybrid cross-entropy algorithm)을 제안한다. 일반적인 교차-엔트로피 알고리즘은 문제 상황에 따라 느린 매개변수 업데이트 속도와 조기수렴(premature convergence)이 발생할 수 있다. 본 연구에서 제안하는 문제 해결 방법론은 이러한 단점의 발생 확률을 낮추도록 설계되었으며, 실험적으로도 우수한 성능을 보이는 알고리즘임을 수치실험을 통해 제시한다.

핵심주제어: 에이전트-작업 할당 문제, 교차-엔트로피 알고리즘, 쿨백-라이블러 발산, 조합 최적화

Abstract In this paper, a multi agent-multi task assignment problem, which is a representative problem of combinatorial optimization, is presented. The objective of the problem is to determine the coordinated agent-task assignment that maximizes the sum of the achievement rates of each task. The achievement rate is represented as a concave down increasing function according to the number of agents assigned to the task. The problem is expressed as an NP-hard problem with a non-linear objective function. In this paper, to solve the assignment problem, we propose a hybrid cross-entropy algorithm as an effective and efficient solution methodology. In fact, the general cross-entropy algorithm might have drawbacks (e.g., slow update of parameters and premature convergence) according to problem situations. Compared to the general cross-entropy algorithm, the proposed method is designed to be less likely to have the two drawbacks. We show that the performances of the proposed methods are better than those of the general cross-entropy algorithm through numerical experiments.

Keywords: Agent-Task assignment problem, Cross-Entropy algorithm, Kullback-Leibler divergence, Combinatorial optimization

* Corresponding Author: gwangkim91@chosun.ac.kr
Manuscript received June 23, 2022 / revised July 18, 2022 / accepted July 21, 2022
1) 조선대학교 경영학부, 제1저자, 교신저자

1. 서 론

조합 최적화(combinatorial optimization)의 대표적인 문제인 할당 문제는 최적화 연구 측면에서 깊이 있게 다루어지고, 동시에 다양한 현실 문제에 적용되는 주요한 문제 중 하나이다 (Schrijver, 2005). 본 연구에서 진행하는 다수 에이전트-다수 작업 할당 문제(multi agent-multi task assignment problem)는 각 에이전트가 하나의 작업을 선택해 수행하는 문제로, 각 작업의 관점에서는 작업에 할당되는 에이전트의 집합을 결정하는 문제이다. 각 에이전트는 하나의 작업에 할당되는 국부적 결정(local decision)을 하지만, 같은 작업을 수행하는 에이전트는 상호작용이 발생해 시스템 관점에서는 최상의 조직화된(coordinated) 할당 결정을 수행해야 한다.

본 할당 문제의 목적인 최상의 에이전트-작업 할당 결정은 각 작업의 달성률(achievement rate)의 합을 최대화하는 것이다. 각 작업의 달성률은 작업에 할당된 에이전트의 수가 증가할수록 높아지지만, 그 증가율은 점점 감소하는 아래 오목 증가(concave down increasing) 형태로 표현된다. 구체적으로 달성률을 정의하는 함수는 신뢰성공학에서 병렬시스템(parallel system)의 신뢰도(reliability)를 계산하는 함수의 구조처럼 표현하여 아래 오목 증가함수 형태로 문제를 진행한다.

달성률을 고려한 할당 문제는 다양한 문제 상황에 적용되는데, Lee & Shin (2016)에서 다룬 명중률을 고려한 무장-표적의 할당 결정 혹은 Sun et al. (2017), Huang et al. (2018) 그리고 Qu et al. (2019)에서 제시한 불확실한 감지 상황에서 최상의 감지를 목표로 하는 센서의 위치 혹은 경로 결정과 같은 문제로 구체화할 수 있다. 작업을 수행하는 데 있어 달성하지 못해 발생하는 실패 확률에 민감하거나 피해 정도가 큰 경우, 본 할당 문제의 중요도는 높아진다.

달성률을 고려한 할당 문제의 목적함수는 비선형(non-linearity)을 보이고, 이를 반영한 조합최적화 문제는 NP-난해(NP-hard)임이 알려져 있다(Nemhauser et al., 1978; Fisher et al., 1978). NP-난해의 특성을 갖는 최적화 문제는 input의 규모가 커질수록 계산 복잡도(time complexity)가 기하급수적으로 증가한다. 이는 최적해를 구하기 위해 막대한 계산 시간이 요구되므로, 이를 대체할 휴리스틱 기반의 효율적인 문제 해결 방법론이 필요하다.

기존에는 유전알고리즘, ant colony 알고리즘 등의 메타휴리스틱 방법을 활용한 문제 해결 방법론이 제시되었다 (Li et al., 2015; Bai et al., 2018, Yun et al., 2019). Kim (2022)에서는 목적함수의 submodularity 특성을 활용한 탐욕(greedy) 기반의 알고리즘을 제안하였다. 제안된 탐욕 기반의 알고리즘은 이론적인 측면과 실험적인 측면 모두에서 확장성(scalability)과 강건성(robustness)의 두 가지 특성을 만족한다. 확장성은 변수의 개수 증가에 따른 기하급수적이지 않은 계산 시간의 증가를 의미하고, 강건성은 찾은 해의 목적함수 값의 최적 갭(optimality gap)을 보장하는 측면을 의미한다. 하지만, 이 방법론은 알고리즘으로 찾은 해의 최적 갭은 알 수 있지만, 알고리즘 반복을 통한 추가적인 해의 개선 단계가 존재하지 않는 점이 한계이다.

본 연구에서 제안한 방법론은 Kim (2022)에서 제안한 하위모듈성(submodularity) 기반 탐욕 알고리즘을 토대로 교차-엔트로피 알고리즘(cross-entropy algorithm)을 접목한 혼합 교차-엔트로피 알고리즘(hybrid cross-entropy algorithm)을 제안한다. 교차-엔트로피 알고리즘은 정보이론(information theory)에서 다루는 방법론으로 시작하였으나, 현재에는 다양한 조합 최적화 문제에서의 문제 해결 방법론으로 사용된다 (Le Thi et al., 2012; Cabo and Possani, 2015). 무작위 혹은 현재 해의 정보를 기반으로 가능해를 탐색하는 메타휴리스틱 방법론과 달리 '쿨백-라이블러 발산 (Kullback-Leibler divergence)'이라는 값을 최소화하는 방향으로 확률변수의 매개변수를 변경하는 방식의 수리적 이론개념이 반영된 방법론이라 할 수 있다. 다만, 주어진 문제에 따라 매개변수의 업데이트 속도가 느리거나 조기 수렴(premature convergence)의 단점이 존재해 이를 보완한 혼합 교차-엔트로피 알고리즘을 제안한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 본

연구에서 다루는 달성률을 고려한 다수 에이전트-다수 작업 할당 문제를 설명하고 수리적 모형을 제시한다. 3장에서는 본 할당 문제를 다루는 문제 해결 방법론인 혼합 교차-엔트로피 알고리즘을 설명한다. 4장에서는 다양한 수치 실험을 통해 본 연구에서 제안한 알고리즘의 우수성을 보인다. 마지막 5장에서는 본 연구의 결론에 대해 논한다.

2. 다수 에이전트-다수 작업 할당 문제의 수리적 모형

2장에서는 달성률을 고려한 다수 에이전트-다수 작업 할당 문제의 수리적 모형을 제시한다. 이해를 돕기 위해 이분 그래프(bipartite graph)를 활용해 본 할당 문제를 설명한다. 이분 그래프 $G=(N_1,N_2,E)$의 하나의 예를 Fig. 1에서 제시한다.

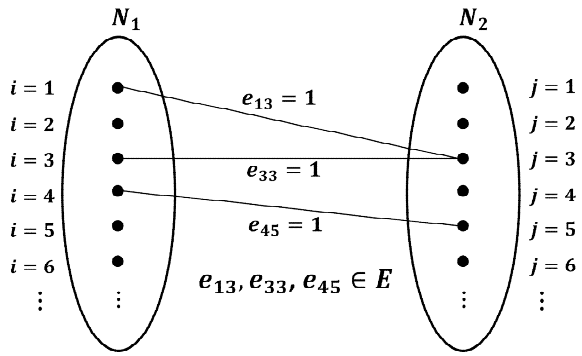

Fig. 1 Example of Bipartite Graph

왼쪽 집합인 N_1에서의 각각의 노드(node)는 에이전트를 의미하고, 오른쪽 집합인 N_2의 노드는 작업을 의미한다. N_1의 노드 한 개와 N_2의 노드 한 개를 서로 잇는 변(edge)의 집합은 E이다. 만약 $i\in N_1$와 $j\in N_2$를 잇는 변 e_{ij}가 발현되면, 즉 에이전트 i가 작업 j에 할당되면 $e_{ij}=1$을 대입하고 그렇지 않으면 $e_{ij}=0$을 대입하는 이진 변수(binary variable)로 e_{ij}를 나타낼 수 있다. 각 에이전트는 하나의 작업에만 할당이 될 수 있으므로 집합 A의 원소의 개수를 $|A|$라고 표현하면 식 (1)과 같은 제약조건을 만족해야 한다.

$$\sum_{j=1}^{|N_2|} e_{ij}=1,\ \forall i\in N_1 \qquad (1)$$

제약조건 (1)을 만족하는 변(edge)의 집합을 E라고 하자. 각 작업에는 최소 0개에서 최대 $|N_1|$개의 에이전트가 할당되는데, 할당된 에이전트에 따른 각 작업의 달성률을 구하는 식은 식 (2)와 같다.

$$AR_j(E) := 1-\prod_{i=1\ |\ e_{ij}=1}^{|N_1|}(1-r_{ij}),\ \forall j\in N_2 \qquad (2)$$

식 (2)는 병렬시스템의 신뢰도를 계산하는 함수와 같은 방식으로 표현되며, $AR_j(E)$는 작업 j의 달성률을 의미한다. r_{ij}값은 작업 j에 에이전트 i가 단독으로 할당되었을 때 작업 j를 수행할 확률을 의미한다. 그렇기 때문에, $AR_j(E)$ 값은 식 (2)에 따라 할당된 에이전트의 수가 많아질수록 아래 오목 증가(concave down increasing) 형태로 표현된다. 각 작업의 달성률을 모두 더한 $\sum_{j=1}^{|N_2|} AR_j(E)$ 값이 본 할당 문제의 목적함수 값이 된다. 즉, 본 할당 문제의 수리적 모형은 $\sum_{j=1}^{|N_2|} AR_j(E)$을 최대화(maximization)하는 변의 집합 E를 찾는 문제로 표현할 수 있다.

본 할당 문제의 수리적 모형은 비선형의 목적함수를 갖는 조합 최적화이고, NP-난해 문제이다. 이 경우, 본 문제의 해를 효과적이면서 효율적으로 찾을 수 있도록 알고리즘 기반의 문제 해결 방법론 개발이 필요하다. 본 논문에서는 확장성과 강건성을 보장하는 하위모듈성(submodularity) 기반 탐욕 알고리즘을 토대로 교차-엔트로피 알고리즘(cross-entropy algorithm)을 접목한 혼합 교차-엔트로피 알고리즘(hybrid cross-entropy algorithm)을 3장에서 제시한다.

3. 혼합 교차-엔트로피 알고리즘 (Hybrid cross-entropy algorithm)

3장에서는 본 할당 문제를 해결하기 위해 사용될 혼합 교차-엔트로피 알고리즘을 제시한다. 우선 일반적인 교차-엔트로피 알고리즘의 과정을 설명한다.

3.1 교차-엔트로피 알고리즘

교차-엔트로피 알고리즘은 조합 최적화 문제를 풀기 위해 제안된 최신 문제 해결 방법론 중 하나이다 (Rubinstein, 1997; Rubinsetein & Kroese, 2004). 처음에는 시뮬레이션 기법에서 가능성이 매우 낮은 사건의 발생 확률을 추정하기 위해 importance sampling 이론과 결합해 사용된 방법이다. 이 아이디어를 기반으로 최근에는 조합 최적화 문제에서 성능이 좋은 가능해를 생성하는 방법으로 활용된다 (Alon et al., 2005; Undurti and How, 2010; Cabo and Possani, 2015; Huang et al., 2018). 교차-엔트로피 알고리즘은 크게 2단계로 구성된다 (Le Thi et al., 2012).

단계 1. 지정된 분포의 매개변수에 따라 임의의 데이터 샘플을 생성한다.
단계 2. 데이터 샘플의 결과를 기반으로 더 나은 샘플을 생성할 수 있도록 분포의 매개변수를 업데이트한다.

위에 제시한 두 단계를 계속 반복하면서 더 나은 임의의 가능해를 생성한다. **단계 2**에서 더 나은 샘플을 생성하도록 매개변수의 업데이트가 이루어지는데, 이 때 '쿨백-라이블러 발산 (Kullback-Leibler divergence)'을 최소화하는 방향으로 진행된다. 매개변수의 업데이트로 분포의 변화가 발생하지만 쿨백-라이블러 발산값을 최소화하는 방향으로 진행하면 정보의 손실을 최소화하면서 더 나은 샘플을 생성해 최적해에 수렴하는 가능해를 얻을 가능성을 높인다. 구체적인 증명 및 수리적 내용은 Le Thi et al. (2012)과 Huang et al. (2018)을 참고하기 바란다.

본 할당 문제를 풀기 위한 교차-엔트로피 알고리즘(**Alg. 1**)의 절차는 다음과 같다. c_{ij}는 에이전트 i가 작업 j에 할당될 확률을 의미하고, θ는 교차-엔트로피 알고리즘에서 상위 $\theta\%$ 샘플을 뽑기 위한 0에서 1 사이 상수이다. Step 5.의 종료 조건은 일반적으로 최대 반복 횟수 혹은 목적함수 값의 일정 수준 수렴 유지로 결정된다. $card(A)$는 집합 A의 크기(원소의 개수)를 의미한다.

Alg. 1 교차-엔트로피 알고리즘
Step 1. (초기화)
$c_{ij} \leftarrow \frac{1}{|N_2|} \forall i \in V_1, j \in V_2$; 균일분포
$\theta \leftarrow (0,1)$;
Step 2. (sample 추출 후 목적함수 값 계산)
c_{ij}로 구성된 확률분포 기반 K개의 가능해 샘플($E^1, E^2, ..., E^K$)을 추출;
$\sum_{j=1}^{|N_2|} AR_j(E^k),\ k = 1,2,...,K$ 계산;
Step 3. (상위 $\theta\%$ sample 추출)
$\sum_{j=1}^{|N_2|} AR_j(E^k)$ 값에 따라 오름차순으로 샘플을 정렬;
$H \leftarrow \lfloor \theta K \rfloor$; H개의 best sample 추출 목적
$E^{\sigma(1)}, E^{\sigma(2)}, ..., E^{\sigma(H)}$라 하자 ($\sigma$: 순열);
Step 4. (확률분포 매개변수 update)
$c_{ij} \leftarrow \frac{card\{h \in \{1,2,...,H\} : E_i^{\sigma(h)} = j\}}{H}$;
Step 5. (반복 및 종료)
종료 조건을 만족할 때까지 Step 2.~Step 4.를 반복;

유전 알고리즘, simulated annealing 등의 지역 탐색을 기반으로 한 메타휴리스틱 방법론은 반복 시행마다 구한 해의 결과를 가지고 다음 반복 시행 시 개선이 이루어지지만, 교차-엔트로피 알고리즘은 엔트로피라는 수리적 이론을 기반으로 하여 반복 시행마다 과정(매개변수 업데이트)의 개선이 진행된다. 이러한 과정의 개

선은 지역 탐색이 아닌 전역 탐색으로 진행될 확률을 더 높이고, 이는 지역 최적해 (local optima)에 빠질 가능성을 낮춘다는 이점이 존재한다.

하지만 전역 탐색의 특성을 갖는 교차-엔트로피 알고리즘이 문제 상황에 따라 단점이 존재할 수도 있다. 느린 매개변수 업데이트 속도와 조기수렴(premature convergence)의 가능성이 발생할 수 있다(Altun and Pekcan, 2017). 본 연구에서는 하위모듈성(submodularity) 기반 탐욕 알고리즘과 교차-엔트로피 알고리즘을 접목해 기존 알고리즘의 한계를 줄이는 문제 해결 방법론을 제안한다.

3.2 혼합 교차-엔트로피 알고리즘

'쿨백-라이블러 발산'값을 최소화하는 방향으로 매개변수를 업데이트하는 방식의 이론적 기반을 갖는 교차-엔트로피 알고리즘이지만, 전역 탐색의 특성으로 인한 느린 매개변수 업데이트 속도와 조기수렴(premature convergence)의 단점이 문제 상황에 따라 발생할 수도 있다. 이러한 한계 상황의 발생 확률을 줄이고자 두 가지 아이디어를 접목한 혼합 교차-엔트로피 알고리즘(**Alg. 2**)을 본 장에서 제시한다. Kim (2022)에서 제안한 '순서 탐욕 알고리즘('**GR**'이라 하자)'활용과 유전알고리즘에서 제시하는 연산 과정 중 하나인 변이 연산의 변이 비율(δ, mutation rate)을 추가한다. ($0 < \delta < 1$)

Alg. 2 혼합 교차-엔트로피 알고리즘

Step 1. (초기화)

GR 알고리즘(Kim, 2022)을 M번 시행해 가능해 샘플($E^1, E^2, ..., E^M$)을 추출;

$c_{ij} \leftarrow \dfrac{card\{m \in \{1,2,...,M\}: E_i^m = j\}}{M}$;

$\theta \leftarrow (0,1)$;

Step 2. (sample 추출 후 목적함수 값 계산)

c_{ij}로 구성된 확률분포 기반 K개의 가능해 샘플($E^1, E^2, ..., E^K$)을 추출;

$\sum_{j=1}^{|N_2|} AR_j(E^k)$, $k = 1,2,...,K$ 계산;

Step 3. (상위 θ% sample 추출 및 변이 연산)

$\sum_{j=1}^{|N_2|} AR_j(E^k)$ 값에 따라 오름차순으로 샘플을 정렬;

$E^{\sigma(1)}, E^{\sigma(2)}, ..., E^{\sigma(K)}$라 하자 ($\sigma$: 순열);

$H \leftarrow \lfloor \theta K \rfloor$; H개의 best 샘플 추출 목적

$t = 1, ..., H$에서 $\delta \times (100)\%$ 확률로

$E^{\sigma(t)}$를 임의의 해 E로 변경; 변이 연산

Step 4. (확률분포 매개변수 update)

$c_{ij} \leftarrow \dfrac{card\{h \in 1,2,...,H: E_i^{\sigma(h)} = j\}}{H}$,

Step 5. (반복 및 종료)

종료 조건을 만족할 때까지 Step 2.~Step 4. 를 반복;

혼합 교차-엔트로피 알고리즘에서 추가된 두 가지 아이디어는 다음과 같다. 첫 번째는 균일분포로 진행된 c_{ij}의 초기값 대신 Kim (2022)에서 제안한 **GR**을 활용해 초기 매개변수를 계산한다. **GR**로부터 구한 해는 근사 비율(approximation ratio)을 가지고 있어 이론적인 측면에서 해의 우수성을 보임과 동시에 수치실험을 통해 해의 품질에 대한 효과/효율성을 보였다 (Kim, 2022). 교차-엔트로피 알고리즘에서 균일분포를 활용한 c_{ij}의 초기값 대신 **GR**로부터 구한 M개의 가능해의 정보를 활용해 c_{ij}를 구한다. 이는 전역 탐색의 특성으로 인한 느린 매개변수 업데이트 속도의 문제 발생 확률을 낮추는 데 도움이 된다. 두 번째는 Step 3에서 상위 θ% 샘플을 추출해 바로 매개변수 업데이트를 진행하는 것이 아닌, 변이 연산을 통해 가능해의 탐색 공간을 넓혀 조기수렴 발생 확률을 낮춘다.

GR 알고리즘과 변이 연산을 활용한 혼합 교차-엔트로피 알고리즘을 제시해 일반적인 교차-엔트로피 알고리즘이 갖는 한계점을 해결하고자 한다. 4장에서 다양한 수치 실험을 통해 두 알고리즘의 성능을 비교하여 혼합 교차-엔트로피 알고리즘의 우수성을 보인다.

4. 수치실험

4.1 실험 설정

달성률을 고려한 에이전트-작업 할당 문제를 풀기 위해 본 연구에서는 혼합 교차-엔트로피 알고리즘(**Alg. 2**)을 제안하였다. **Alg. 2**는 일반 교차-엔트로피(**Alg. 1**)에서 나타날 수 있는 단점인 느린 매개변수 업데이트 속도와 조기수렴의 발생 확률을 낮추도록 도입되었고, 이를 확인하기 위해 무작위로 생성된 dataset을 이용하여 **Alg. 1**과 **Alg. 2**의 성능을 비교한다. 더불어 Kim (2022)에서 제안한 알고리즘이자 **Alg. 2**의 과정에서 사용되는 **GR** 알고리즘과의 성능 비교도 제시한다.

크게 네 가지의 Case에서 진행하고, 각 Case에서 무작위로 생성된 열 개의 data를 사용해 결과를 분석한다. 작업 하나에 여러 에이전트가 할당되는 상황을 만들기 위해 $|N_1| > |N_2|$으로 진행한다. 이는 Table 1에서 제시한다. 또한, 교차-엔트로피 알고리즘의 종료 조건(TC) 및 상수 값 역시 Table 1에서 제시한다. 종료 조건은 10,000회의 반복 과정을 진행하거나, 중간에 해의 개선이 1,000회 이상 연속적으로 나타나지 않는 경우 수렴이라 판단해 알고리즘을 종료하는 것으로 설정하였다. U[a, b]는 폐구간 [a, b]에서 정의된 균일분포(uniform distribution)를 의미한다.

4.2 실험 결과분석

달성률을 고려한 에이전트-작업 할당 문제에 대한 수치 실험은 동일한 컴퓨터 환경(CPU: Intel(R) Core(TM) i5-10500, RAM: 16GB, OS: Windows 10)에서 진행되었다. 'Python 3' 프로그래밍 언어를 사용해 교차-엔트로피, 혼합 교차-엔트로피 그리고 **GR** 알고리즘을 구성하였다.

우선, 각 Case별 대표 data를 활용해 **Alg. 1**의 성능과 **Alg. 2**의 성능을 Fig. 2에서 비교한다. **Alg. 1**과 달리 **Alg. 2**에서 사용되는 **GR** 알고리즘을 통해 무작위로 진행되는 전역 탐색이 아닌 좋은 성능을 나타내는 해집합 위주로의 탐색 가능성을 높일 수 있다. 이로 인한 지속적인 해의 개선이 가능한지를 실험결과를 통해 확인하고자 한다. 더불어, 변이 연산을 활용해 조기수렴의 가능성을 줄일 수 있는지도 확인한다. 네 가지 결과 그림에서 x축은 알고리즘의 반복 횟수를 의미하고, y축은 해의 목적함수 값을 의미한다. 다시 말해, 알고리즘의 반복 횟수에 따른 해의 성능 향상 정도를 비교하기 위해 Fig. 2를 제시한다.

Case 1의 경우, 완전 탐색 알고리즘을 활용해 3,600초 이내에 최적해를 찾을 수 있었는데, **Alg. 2**에서 찾은 해와의 성능 차이가 0.01% 이내로 나타나 알고리즘 성능의 우수성을 보일 수 있다. 또한, 네 가지 Case에서 모두 **Alg. 1**에 비해 **Alg. 2**에서 더 나은 성능을 보였으며, 알고리즘의 반복 횟수에 따라 지속적인 해의 개선 양상을 확인할 수 있다. **Alg. 1**은 반복 횟수 50번 이내에서 해의 개선이 거의 완료되었다. 이는 **Alg. 1**이 가지고 있는 느린 매개변수 업데이트 속도와 조기수렴의 단점을 **Alg. 2**를 통한 문제 해결 방법론이 개선하였음을 파악할 수 있다.

Table 1 Parameter setting

Parameter	Setting Value
$(\|N_1\|, \|N_2\|)$	Case 1: (10, 5) Case 2: (30, 7) Case 3: (50, 10) Case 4: (100, 25)
r_{ij}	U[0.2, 0.8]
TC	# of iterations : 10000 or # of iterations not updated: 1000
M	50
θ	0.2
δ	0.2

상대적으로 작은 dataset인 Case 1과 Case 2에서는 알고리즘의 초반부부터 **Alg. 2**에서 구한 해의 성능이 더 나았다. 반면에, Case 3와

Case 4의 경우에서는 **Alg. 1**에서 초반 해의 성능이 좋았으나 중반부부터 **Alg. 2**에서 구한 해의 성능이 더 좋았음을 확인할 수 있다. 이는 데이터의 사이즈가 커지면서 가능해 집합의 크기가 기하급수적으로 증가하게 되고 **Alg. 2**에서 도입된 **GR** 알고리즘과 변이 연산으로 해의 탐색 영역을 넓혀 성능이 더 좋은 가능해를 찾을 수 있는 확률을 높였음을 확인할 수 있다. 또한, **Alg. 2** 종료 때의 총 반복 횟수가 데이터 사이즈가 커지면서 증가하는데, 이는 더 넓어진 해집합에서 지속적으로 더 성능이 좋은 가능해를 찾는 방향으로 진행하고 있음을 보여준다.

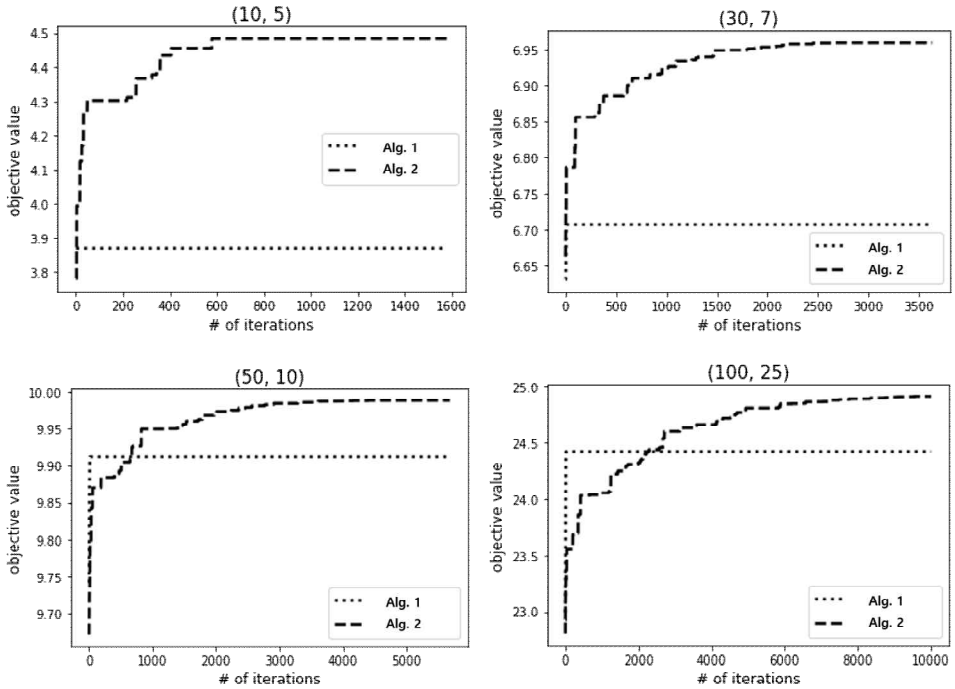

Fig. 2 Results of **Alg. 1** and **Alg. 2**

Table 2 Experiment Results

	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
GR Algorithm (obj. value)	4.16	6.88	9.95	24.7
Alg.1 (obj. value)	4.07	6.79	9.89	24.4
Alg.2 (obj. value)	4.48	6.96	9.99	24.9
Avg. comput. time in **Alg. 1** (sec.)	0.19	1.23	3.42	21.2
Avg. comput. time in **Alg. 2** (sec.)	0.32	3.98	18.4	223

각 Case에서 무작위로 생성된 열 개의 data를 사용해 **GR** 알고리즘, **Alg. 1** 그리고 **Alg. 2**의 성능 결과 비교는 Table 2에서 제시한다. Table 2에서 제시하는 목적함수 값의 경우, 종료조건이 있는 **Alg. 1**과 **Alg. 2**와 달리 **GR** 알고리즘은 한 번의 실행으로 얻게 된 결과값을 의미한다. Table 2에 제시된 결과값은 평균값을 의미한다. Table 2의 결과를 보면, **Alg. 1**, **GR** 알고리즘, **Alg. 2**순으로 더 성능이 좋은 가능해를 평균적으로 찾았음을 확인할 수 있다. 평균적

성능뿐만 아니라 모든 dataset에서의 성능 순서는 같았다.

Kim (2022)에서 제안한 **GR** 알고리즘은 할당 문제에서 확장성과 강건성이 좋은 알고리즘임을 앞서 증명하였고, 수치 실험을 통해서도 효과적인 가능해를 찾을 수 있음을 제시하였다. **GR** 알고리즘에서 구한 여러 가능해의 정보를 활용해 초기 매개변수를 설정한 **Alg. 2**의 성능은 일반 교차-엔트로피 알고리즘이 갖는 단점을 해결할 뿐만 아니라 **GR** 알고리즘에서 구한 효과적인 해보다 더 성능이 좋은 가능해를 찾을 수 있음을 확인하였다. 평균적인 계산 시간은 **Alg. 1**보다 **Alg. 2**에서 대략 2배에서 10배 정도 더 높게 나타나지만, 이는 초기 매개변수를 설정하기 위한 **GR** 알고리즘 실행 횟수(M)에 따른 계산 시간 증가와 알고리즘 반복으로 해의 개선이 지속적으로, 빈번하게 이루어지면서 알고리즘 종료 시점이 연장되어 다음과 같은 결과를 얻게 되었음을 확인할 수 있다.

5. 결 론

본 논문에서는 조합 최적화(combinatorial optimization)의 대표 문제 중 하나인 다수 에이전트-다수 작업 할당 문제를 제시하였다. 각 작업의 달성률(achievement rate)을 정의하고 이를 최대화하는 조직화(coordinated)된 할당 결정을 수행하도록 문제를 설정하였다. 목적함수의 비선형(non-linearity)과 NP-난해(NP-hard) 문제 특성상 효과적인 해를 효율적인 시간에 구하도록 하는 휴리스틱 기반의 문제 해결 방법론이 필요하다.

본 연구에서는 할당 문제를 해결하기 위해 혼합 교차-엔트로피 알고리즘(hybrid cross-entropy algorithm)을 제안하였다. 이는 Kim (2022)에서 제안한 '순서 탐욕 알고리즘'과 변이 연산을 일반적인 교차-엔트로피 알고리즘에 활용해 교차-엔트로피 알고리즘이 갖는 단점인 느린 매개변수 업데이트 속도와 조기수렴(premature convergence)의 발생 확률을 낮추도록 설계되었다. 또한, 다양한 수치 실험을 진행해 본 연구에서 제안한 방법론의 우수성을 확인하였다.

본 연구에서 제안한 알고리즘은 조합 최적화로 표현되는 다양한 타입의 할당 문제에서 적용할 수 있어 활용성이 높은 알고리즘이다. 하지만, 초기 매개변수 설정 및 매개변수 업데이트 방법에 따라 알고리즘 성능에 영향을 미칠 수 있으므로 문제 상황에 맞는 매개변수 설정 방법을 찾는 것이 중요하다. 또한, 조기수렴의 발생 확률을 낮추기 위해 현재 수렴 속도에 따라 매개변수 업데이트 방법을 변화하는 동적(dynamic) 방식의 업데이트 설정도 추후 연구로 진행할 수 있다.

References

Alon, G., Kroese, D. P., Raviv, T., & Rubinstein, R. Y. (2005). Application of the cross-entropy method to the buffer allocation problem in a simulation-based environment. *Annals of Operations Research*, 134(1), 137-151.

Altun, M., & Pekcan, O. (2017). A modified approach to cross entropy method: Elitist stepped distribution algorithm. *Applied Soft Computing*, 58, 756-769.

Bai, X., Yan, W., Ge, S. S., & Cao, M. (2018). An integrated multi-population genetic algorithm for multi-vehicle task assignment in a drift field. *Information Sciences*, 453, 227-238.

Cabo, M., & Possani, E. (2015). Considerations on applying cross entropy methods to the vehicle routing problem. *International Journal of Combinatorial Optimization Problems and Informatics*, 6(3), 22-33.

Fisher, M. L., Nemhauser, G. L., & Wolsey, L. A. (1978). An analysis of approximations for maximizing submodular set functions—II. Berlin, Heidelberg. *Polyhedral combinatorics,* pp. 73-87.

Huang, L., Qu, H., & Zuo, L. (2018). Multi-type UAVs cooperative task allocation under resource constraints. *IEEE Access*, 6, 17841-17850.

Kim, G. (2022). Approximation Algorithm for Multi Agents-Multi Tasks Assignment with Completion Probability. *Journal of the Korea Industrial Information Systems Research*, 27(2), 61-69.

Le Thi, H. A., Nguyen, D. M., & Dinh, T. P. (2012). Globally solving a nonlinear UAV task assignment problem by stochastic and deterministic optimization approaches. *Optimization Letters*, 6(2), 315-329.

Lee, J.H. & Shin M.I (2016), Stochastic Weapon Target Assignment Problem under Uncertainty in Targeting Accuracy, *The Korean Operations Research and Management Science Society*, 41(3), 23-36.

Li, J. J., Zhang, R. B., & Yang, Y. (2015). Meta-heuristic ant colony algorithm for multi-tasking assignment on collaborative AUVs. *International Journal of Grid and Distributed Computing*, 8(3), 135-144.

Nemhauser, G. L., Wolsey, L. A., & Fisher, M. L. (1978). An analysis of approximations for maximizing submodular set functions—I. *Mathematical programming*, 14(1), 265-294.

Qu, G., Brown, D., & Li, N. (2019). Distributed greedy algorithm for multi-agent task assignment problem with submodular utility functions. *Automatica*, 105, 206-215.

Rubinstein, R. Y. (1997). Optimization of computer simulation models with rare events. *European Journal of Operational Research*, 99(1), 89-112.

Rubinstein, R. Y., & Kroese, D. P. (2004). *The cross-entropy method: a unified approach to combinatorial optimization, Monte-Carlo simulation, and machine learning* (Vol. 133). New York: Springer.

Schrijver, A. (2005). On the history of combinatorial optimization (till 1960). *Handbooks in operations research and management science*, 12, 1-68.

Sun, X., Cassandras, C. G., & Meng, X. (2017, December). A submodularity-based approach for multi-agent optimal coverage problems. *2017 IEEE 56th Annual Conference on Decision and Control* (CDC), pp. 4082-4087.

Undurti, A., & How, J. (2010). A cross-entropy based approach for UAV task allocation with nonlinear reward. *In AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference* (p. 7731).

Yun, Y.S. & Chuluunsukh, A. (2019). Green Supply Chain Network Model: Genetic Algorithm Approach. *Journal of the Korea Industrial Information Systems Research*, 24(3), 31-38.

김 광 (Gwang Kim)

- 서울대학교 산업공학과 공학사
- 서울대학교 산업공학과 공학박사
- (현재) 조선대학교 경상대학 경영학부 조교수
- 관심분야: 생산운영관리, 최적화, 문제 해결 방법론 및 알고리즘 개발 등