한국학교수학회논문집 제 25 권, 제 2 호
Journal of the Korean School Mathematics Society
Volume 25, Number 2, 125-148, June 2022
http://doi.org/10.30807/ksms.2022.25.2.002

우리나라 교과서와 International Baccalaureate Diploma Programme(IBDP) 교과서 비교·분석 -수학적 모델링의 관점에서 함수 영역을 중심으로-

박우홍[1]·고상숙[2]

본 연구의 목적은 International Baccalaureate Diploma Programme(이하 IBDP)의 수학 교과서와 우리나라 고등학교 수학 교과서의 함수 단원의 문제 중 모델링 문제의 수와 특징을 비교·분석하는데 있다. IBDP 교과서 3종과 우리나라 교과서 9종 선택한 후 이원분류법을 사용하여 교과서의 모든 문제를 실세계 문제와 그렇지 않은 문제로 분류한 후 실세계 문제는 수학적 모델 설정의 필요성에 따라 문장제와 모델링 문제로 분류한 다음 모델링 문제는 일반적 응용문제와 적절한 모델링 문제로 분류하였다. 12 종의 교과서 중 모델링 문제를 가장 많이 포함한 교과서는 IBDP의 '수학: 응용과 해석 HL' 교과서로 전체 문제대비 50.41%의 모델링 문제 비율을 나타내었다. 이 교과서는 2%에서 9% 사이의 모델링 문제 비율 분포를 보인 다른 교과서에 비해 학습자들에게 현저히 높은 모델링 기회를 제공하였다. 수학적 모델링의 6가지 하위 행동 요소 중 '수학적 분석' 요소와 '해석과 결과에 대한 분석' 요소는 모델링 문항 수와 매우 유사한 정도로 가장 많이 나타났으며 '수학화' 요소가 뒤를 이었다. 위의 연구 결과로 모델링 문제들에 대한 분석을 통해 각 교과서에서 등장하는 모델링 문제의 수와 비율에 대한 비교와 모델링 문제에서 어떠한 모델링 하위행동요소가 어느 정도로 나타나는지에 대한 이해에 도움을 줄 수 있을 것으로 기대한다.

주요용어 : IB 교과서, 수학 교과서, 수학적 모델링, 함수

Ⅰ. 서론

1. 연구의 필요성 및 목적

교육부(2015)는 문제 해결, 추론, 창의·융합, 의사소통, 정보처리, 수학적 태도 및 실천의 6가지를 학생들이 길러야 할 수학 교과역량으로 선정하였다. 이중 수학적 모델링 역량은 문제 해결 역량의 하위요소로 구성되어있다. 이미 미국이나 독일 등 많은 나라에서 모델링을 수학적 역량의 핵심요소로 규정하고 있으며 나귀수, 박미미, 김동원, 김연, 이수진(2018)의 연구에서 미래 수학의 목표 중 하나를 수학적 추론, 문제 해결, 의사소통, 모델링 역량을 바탕으로 한 창의적이고 융합적인 사고라고 하였다.

* MSC2010분류 : 97U20
1) 단국대학교 대학원생 (whpark5440@gmail.com), 제1저자
2) 단국대학교 교수 (miso2314@naver.com), 교신저자

고상숙, 한혜숙, 김현주, 이동근, 신동조, 이창연(2020)은 다양한 선행연구를 바탕으로 수학적 모델링은 학습자들로 하여금 세상에 대한 이해를 향상시키고 학습 동기 향상과 다양한 수학적 역량과 태도의 발달 및 다른 교과역량을 연결시키는 교수·학습 방법이라고 주장하였다. 그들의 연구는 선행연구 분석 및 전문가 자문 결과를 근거로 미래사회에 필요한 창의적 인재 개발을 위해서는 수학적 모델링을 통한 수학 학습이 요구된다고 결론지었다. 그리고 이를 바탕으로 수학적 모델링에 기반한 미래형 수학 교재를 개발하였다. 이러한 연구에서 수학적 모델링이 미래 수학교육에 핵심적인 역할을 할 것이라는 사실을 알 수 있다. 또한 최경아(2017)는 수학적 모델링은 학습자에게 주변의 실세계 문제 상황을 다루게 하기 때문에 학습자에게 동기 유발과 호기심을 유발시킬 수 있을 뿐만 아니라 실세계 문제 해결 활동을 통해서 학습자들이 경험하는 상황에 대한 비판적 검토를 가능하게 하여 의사결정을 할 수 있는 기회를 제공해 준다고 하였다. 즉, 수학적 모델링은 다양한 수학 교과역량과 밀접한 관계가 있기 때문에 수학 교과서에서 수학적 모델링 과제를 다루는 것에 대한 타당성을 강조하였다. 수학교육에서 핵심적인 역할을 담당하는 수학교과서에서 모델링 관련 문제의 비중과 하위 행동요소를 분석하는 것은 모델링 역량 향상을 위해 각 교과과정이 얼마나 그리고 어떠한 모델링 하위 행동요소에 대한 연습이 행해지는지 알아본다는 점에서 의미가 있다. 한편 최근 들어 세계화가 급속하게 진행됨에 따라 현재 전 세계 많은 국제학교와 일반 학교에서도 운영되고 있는 국제교육과정인 'International Baccalaureate(이하 IB)'를 국내에 도입하고자 하는 방안들이 꾸준히 제기되어 왔다. 그럼에도 불구하고 IB 인증학교 자격 취득에 대한 절차와 자격 취득 후 발생하는 비용 및 국내 대학 진학에 대한 IB 교육과정의 한계 등의 요인으로 인해 국내에서는 12개의 사립 외국인 학교 또는 국제학교와 경기외국어고등학교의 영어 국제반에서만 운영되고 있다(김천홍, 2018). 그러나 현재 제주도와 대구를 중심으로 IB 교육 한글화가 활발히 논의되는 중이며 이에 따라 현재 진행되고 있는 IB 공교육 도입 과정의 과도기적 시점에서 현재 진행 중인 역량 중심의 교육과정을 표방하는 2015 개정 교육과정의 관점에서도 국제적 마인드를 가진 인재상을 표방하는 IB 교육과정과의 비교는 매우 의미 있을 것이다.

따라서 본 연구는 IB 교육과정의 구조와 특징을 살펴보고 우리나라 교과서와 IB 교과서의 문제들을 모델링 관점에서 비교·분석하여 각 교과서가 모델링 문제를 얼마나 제공하는지와 수학적 모델링을 구성하는 6가지 행동요소 중 각 모델링 문제가 어떠한 행동요소에 대한 훈련을 어느 정도로 제공하고 있는지를 알아보는 것이다. 각 교과서의 모델링 문제 수 분석을 통해 학습자들에게 모델링 관련 문제를 얼마나 제공하는지와 각각의 모델링 문제를 구성하는 하위 행동요소 분석을 통해서 학습자들에게 모델링 역량을 구성하는 행동요소가 얼마나 구체적으로 반영되고 학습되는지를 알아보고자 한다. 교과서의 모든 내용을 분석하기에는 내용이 너무 방대하므로 우리나라 교과서와 IB 교과서에서 공통적으로 포함된 단원 중에서 가장 단원 구성이 유사한 함수 단원을 선택하였다.

2. 연구문제

본 연구는 2015 개정 교육과정의 수학 교과서와 IB 교육과정의 수학 교과서의 단원 구성과 각 교과서의 함수 단원에 포함된 문제를 모델링 관점에서 비교·분석하고자 한다. 이와 같은 연구 목적을 바탕으로 연구문제는 다음과 같다.

첫째, 2015 개정 교육과정의 수학 교과서와 IB 교육과정의 교과서의 단원은 어떻게 구성되어 있는가?

둘째, 2015 개정 교육과정의 수학 교과서와 IB 교육과정의 교과서의 함수 단원에 포함된 수학적 모델링 관련 문제의 수와 비율은 어떠한가?

셋째, 각 교과서의 수학적 모델링 관련 문제에서 수학적 모델링을 구성하는 6가지 하위 행동요소에

대한 훈련이 어떤 종류로 얼마나 빈번하게 등장하는가?

3. 연구의 제한점

본 연구의 제한점은 다음과 같다. 첫째, 본 연구는 2015 개정 교육과정의 수학 교과서 모두를 선택하였으나 IBDP 수학 교과서는 시장 점유율에서 상위를 차지하고 있는 Oxford의 수학: 분석과 접근 HL 교과서와 수학: 응용과 해석 HL 교과서 그리고 Haese Mathematics의 Core Topics HL교과서 3 종류를 선택하였기 때문에 전체 IBDP 수학 교과서에 대한 분석에 제한이 있다. 둘째, 각 교과서를 함수 단원에 국한하여 비교·분석하였으므로 각 교과서에 포함된 수학적 모델링 관련 문제와 그 하위 영역에 대한 분석은 다른 단원으로의 일반화에 한계가 있다. 셋째, 본 연구는 두 교육과정에서 사용되는 교과서의 함수 단원에서의 수학적 모델링 문제와 그 하위 행동요소에 대한 비교·분석에 목적을 두고 있으므로 두 교육과정 중 어떤 과정이 우수한지에 대한 가치 판단을 배제한다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. IB 교육과정

1) IB 교육과정의 배경

최초의 IB 프로그램인 Diploma Programme(이하 DP 또는 IBDP)는 1968년에 설립되었다. 이 프로그램은 세계적으로 인정되는 대학 입학 자격을 부여함으로써 지리적인 이동을 용이하게 하는 도전적이면서 동시에 균형 있는 교육을 제공하는 것에 초점을 맞추었고 더 나아가 다양한 문화의 이해와 존중을 증진시키기 위한 목적을 두고 있었다. 1994년에 중학교 프로그램인 Middle Years Programme(이하 MYP)와 1997년에는 초등학교 프로그램인 Primary Years Programme(이하 PYP)의 도입으로 3세에서 19세의 학생들을 위한 국제 교육의 연속체를 명시하였다. 이뿐만 아니라 2012년에는 직업 교육 프로그램인 Career-related Programme(이하 CP)의 도입으로 16세에서 19세 학생들에게 국제 교육 패스웨이(international education pathway)를 선택할 수 있도록 함으로써 이러한 국제 교육의 연속체를 더욱더 풍성하게 하였다(IBOa, 2019).

2) IBDP의 교육 이념 및 교육 철학

IB 교육과정은 현대 교육 연구에 기반을 둔 IB 교수법에 대한 6가지 '교수 접근방법(Approaches to teaching)'과 학습법에 대한 5가지 '학습 접근 방법(Approaches to learning)'을 바탕으로 IB 학교에 있는 학생들과 교육자들을 안내함으로써 IB의 교육 이념과 철학이 실제 교실에서 실천되도록 하고 있다. IB 교육과정 교수법의 기반이 되는 '교수 접근 방법(Approaches to teaching)'은 모든 수업은 탐구에 기초, 개념 이해에 중점, 지역과 세계적 맥락에서의 발전, 팀워크와 협력에 중점, 학습 방해 요소의 제거, 평가 정보 제공 등 총 6가지로 이루어져 있으며, 학습하는 방법을 배우는 것이 교육에서 핵심이 된다는 신념하에 학습자들이 익혀야 할 학습 기술들로 구성된 '학습 접근 방법(Approaches to learning)'은 사고 기술, 연구 기술, 의사소통 기술, 사회적 기술, 자기 관리 기능으로 이루어져 있다(IBOa, 2019).

3) IBDP의 구성과 특징

16세부터 19세의 학생을 위한 프로그램인 IBDP는 2년간의 프로그램으로 DP core와 6개의 과목 그룹으로 구성되어 있다. 6가지 과목 그룹은 제1그룹 언어와 문학 연구(Studies in language and literature), 제2그룹 언어 습득(Language acquisition), 제3그룹 개인과 사회(Individuals and societies), 제4그룹 과학(Sciences), 제5그룹 수학(Mathematics), 제6그룹 예술(The Arts)로 구성되어 있으며 각 과목 그룹에서 한 과목씩 총 6과목을 선택하여 이수하게 되며 각 과목은 심화 수준(Higher Level, 이하 HL)과 표준 수준(Standard Level, 이하 SL)으로 구분된다. 그리고 6개의 과목 중 3과목 이상은 HL을 반드시 선택해야 한다. 이 중 제6그룹인 예술에서는 과목을 선택하지 않아도 되며 예술에서 과목을 선택하지 않는 경우 다른 그룹에서 한 과목을 더 선택해야 한다. 이러한 교과목 이외에도 반드시 이수해야 하는 DP core로는 지식이론(Theory of Knowledge, 이하 TOK), 확장 에세이(Extended Essay, 이하 EE), 창의·활동·봉사(Creativity, Activity, Service, 이하 CAS)로 구성되어 있으며 학생들의 학습 경험을 넓히고 그 경험을 지식과 기술에 응용해보도록 하는 데에 목적이 있다. TOK는 지식의 본질과 우리가 안다고 주장하는 것을 어떻게 아는지를 성찰하는 기회를 제공하며 구두 발표와 1,600단의 분량의 에세이를 통해 평가된다. EE는 학생이 독립적으로 수행하는 연구로 학생이 선택한 6과목 중의 하나에서 관련된 관심 분야의 주제를 선정하여 탐구하는 기회를 제공하는 4,000 단어 분량의 에세이다. CAS는 교과 외 활동으로 창의 프로젝트, 활동 프로젝트, 봉사 프로젝트로 구성되며 2년간의 IBDP 과정 동안 꾸준한 활동이 권장된다.

4) IBDP 수학 교육과정

2019년 8월부터 개정된 IBDP 수학 교육과정은 수학의 난이도에 따라 4개의 과정으로 분류되었던 개정 전 교육과정과 달리 수학적 접근 방법에 따라 2개의 과정으로 분류되고 그 2개의 과정은 난이도에 따라 각각 2가지로 분류되어 총 4개의 과정으로 나뉘게 된다. 새로운 4개의 과정은 ‘수학: 분석과 접근(Mathematics: Analysis and approaches, 이하 AA)’과정에서 난이도에 따라 Standard Level(이하 SL)과 Higher Lever(이하 HL) 그리고 ‘수학: 응용과 해석(Mathematics: Applications and interpretation, 이하 AI)’과정에서 마찬가지로 SL과 HL로 구성된다. AA는 이론에 중점을 둔 과정이며 AI는 수학 개념의 실용적 활용에 초점을 둔 과정이다.

2. 수학적 모델링

1) 수학적 모델

강옥기(2010)는 모델을 실물의 특성을 이해하기 위해, 그 실물을 축소 혹은 확대해 만든 조성물인 구체적 모델(Concrete model)과 어떤 사물이나 현상의 특성을 추상적인 방법, 즉 기호, 문자, 식, 그래프, 도표 등을 사용해 나타낸 추상적 모델(Abstract model) 두 가지로 구분하였고 실세계 현상을 수학적 기호나 식, 그래프, 도형 등과 같은 수학적 방법으로 나타낸 추상적 모델을 수학적 모델이라고 정의하였다. Lesh와 Doerr(2003)는 모델을 외부 시스템을 사용하여 표현되는 개념 시스템이며 다른 시스템이 지능적으로 조작되거나 예측될 수 있도록 하는 것이고 따라서 수학적 모델은 관련된 시스템의 구조적 특징에 초점을 둔다고 설명하고 있다.

2) 수학적 모델링

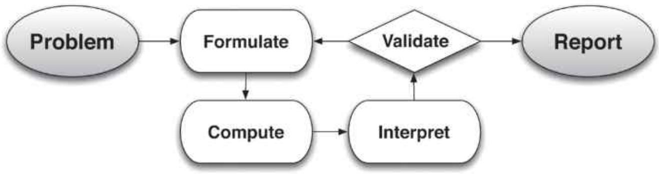
수학적 모델링의 의미는 학자들에 따라 다양하게 정의되어왔다. Common Core State Standards Initiative(이하 CCSSI, 2010)에 따르면 수학적 모델링은 실세계의 경험적 상황을 분석하고 이해하기 위해 적절한 수학적 지식이나 통계적 지식을 선택하고 사용하는 과정이라고 정의하였다. 그리고 수학적 모델링은 실세계 상황으로부터 수학적 모델로 이끌기 위한 전체적인 과정이다(Blum & Niss, 1991). 최근의 연구를 살펴보면 Asempapa(2015)는 수학적 모델링을 비판적 사고, 높은 인지 요구, 의사소통과 같은 수학적 연습과 과정을 수반하는 실생활에서의 작업이라고 정의하고 있다. International Baccalaureate Organization(이하 IBO, 2019)은 모델링을 실세계를 이해하기 위해 문제 풀이에서 사용되는 중요한 기술이며 상황변화를 검토하거나 의사결정을 위해 더 나은 상황이해를 돕기 위해 사용된다고 하였으며 학습자에게 있어서 수학 관련 분야뿐만이 아니라 다른 분야에서 성공적인 학습을 위해 가장 실용적인 수학 중 하나라고 주장하였다. 위에서 살펴본 바와 같이 연구에 따라서 수학적 모델링의 의미는 조금씩 차이를 보이나 수학적 모델링이란 실세계의 문제 상황을 다양한 수학적 방법을 통해 해결하는 과정이라고 요약할 수 있다.

3) 수학적 모델링 유형

CCSSI(2010)은 모델을 기술적 모델링과 분석적 모델링 두 가지로 분류하였다. 기술적 모델링에서는 모델은 단순히 현상을 설명하거나 현상을 간략한 형태로 요약하는 것이라고 보았으며 익숙한 기술적 모델링의 대표적인 예로는 관측치 그래프를 들었다. 그리고 분석적 모델링은 비록 경험적 기반의 매개변수를 다루나 더 심오한 이론적인 아이디어에 근거하여 데이터를 설명하고자 하는 것으로 박테리아 개체 수의 기하급수적 증가가 일정한 비율을 따른다는 것을 예로 들었으며 이러한 문제들을 분석하는데 함수는 중요한 역할을 한다고 주장하였다.

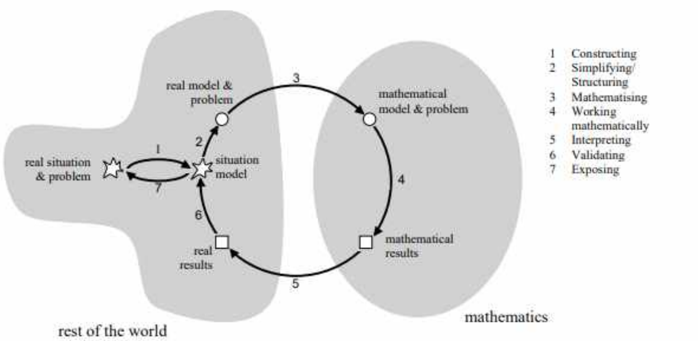
4) 수학적 모델링 과정과 하위 행동요소

Pollak(2011)은 모델링을 정의하기에 앞서 과정을 설명한 후 그 과정 전체를 모델링으로 정의하였는데 그 과정은 다음과 같다. 실세계 상황을 수학적 용어로 전환한 실세계 상황의 이상적인 형태 즉, 수학적 모델에 수학적 지식을 응용하여 도출된 결과를 실세계 상황으로 전환하고 그 결과가 타당하고 수용 가능할지에 따라서 과정을 마무리하거나 앞의 과정을 되풀이한다고 설명했다. CCSSI(2010)는 모델링의 과정을 다음과 같은 6가지 세부 요소 '문제 상황', '공식화', '연산', '해석', '입증', '기록'의 단계로 구분하고 [그림 Ⅱ-1]과 같이 도식화하였다.



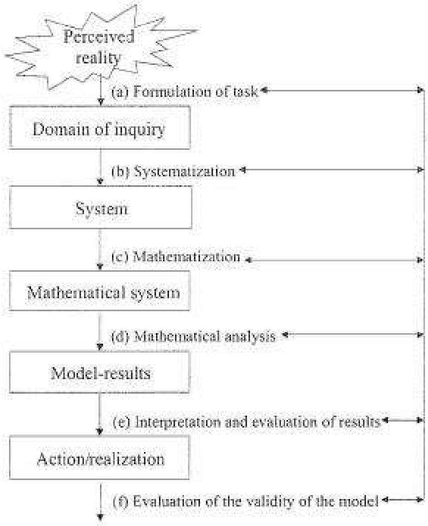
[그림 Ⅱ-1] CCSSI의 수학적 모델링 과정(CCSSI, 2010, p. 72)

CCSSI(2010)에서 제시한 모델링 과정은 우선 (1) 상황에서 변수들을 인식하고 핵심적 특징을 나타내는 변수들을 선택한 후 (2) 변수들 사이의 관계를 설명하는 기하, 그래프, 표, 대수, 통계의 표현을 만들고 선택하여 모델을 공식화한다. (3) 결론을 도출하기 위해서 이러한 관계를 분석하고 작업 수행한 후 (4) 수학적 결과를 원래의 상황으로 해석한다. (5) 결론과 상황을 비교하여 결론을 입증한 후 모델 개선하거나 모델이 수용 가능한 경우 (6) 결론과 그 이면에 있는 타당성을 제시한다. Blum과 Leiß(2008)도 모델링의 과정을 [그림 Ⅱ-2]와 같이 각 6단계의 단계로 분류하고 각 단계 사이에 요구되는 과정을 7가지로 구체화하였다.



[그림 Ⅱ-2] Blum과 Leiß의 수학적 모델링 과정(2008, p. 10)

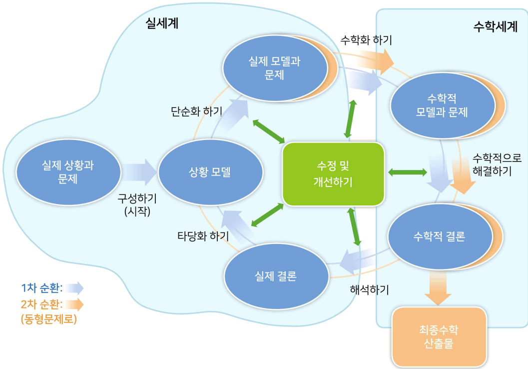
각 단계와 과정을 구체적으로 살펴보면 크게 실세계 영역과 수학 영역의 두 영역으로 구분된다. 우선 실제상황에서부터 실제상황에 대한 이해를 바탕으로 실제 모델을 구성한다. 그 후 수학화를 거쳐 실제 모델을 바탕으로 수학적 모델로 전환한다. 이때 실세계 영역에서 수학화를 통해 수학 영역으로의 이동이 일어난다. 수학화를 통해 얻은 수학적 모델은 수학적 작업을 통해 수학적 결과를 도출해낸다. 그리고 해석을 통해 수학적 결과를 실제 결과로 해석해낸다. 이때 해석을 통해 수학 영역에서 실세계 영역으로 이동한다. 그 후 입증을 거쳐 실제 결과는 다시 상황 모델로 변형되는데 이때 입증과정에서 마지막 과정인 표현하기를 거쳐 실제상황으로 나타내어 전체적인 모델링 과정이 끝날지 또는 다시 앞의 과정을 순환하게 될지가 결정된다. 이 결정은 어떤 요소를 고려할지에 따라 매우 다양하게 나타나게 된다. Blomhøj과 Jensen(2003)은 모델링 과정을 [그림 Ⅱ-3]과 같이 나타내었다.



[그림 Ⅱ-3] Blomhøj과 Jensen의 수학적 모델링 과정(2003, p. 125)

Blomhøj과 Jensen(2003)은 수학적 모델링 역량이란 특정 맥락에서 수학적 모델링 과정의 모든 측면을 자율적이고 통찰력 있게 수행할 수 있음을 의미한다고 정의하였다. lina Kröge(2019)는 모델링에서의 과정은 실제적으로 모델링 역량 다시 말해 모델링 하위 행동요소와 동일하다고 주장하였다. 한편 Blomhøj과 Jensen(2003)은 모델링 과정을 '현실인식', '탐구 영역', '체계', '수학적 체계', '수학적 모델 결론', '행동·자각'의 6개의 하위 단계와 각의 단계를 연결하는 '문제형성', '체계화', '수학화', '수학적 분석', '해석과 결과에 대한 분석', '모델의 타당성에 대한 평가'의 6가지 과정으로 설명하였다. 또한, 이 과정은 과정의 구조적인 면에 초점을 맞춘 이상적인 모델링 구조임을 강조하면서 모델링이란 이러한 과정 전체를 의미한다고 설명하였다. 그들은 수학적 모델링 이러한 6개의 과정을 학생들이 향상시켜야 할 하위 행동요소라고 주장하였다.

고상숙 외(2020b)는 모델링 과정에 대한 선행 연구를 바탕으로 고등학교 학생들의 필수 역량을 함양시킬 수 있는 미래형 교재를 개발함에 있어서 기본 틀이 되는 수학적 모델링 모형을 [그림 Ⅱ-4]와 같이 도출하였다. 이 모형은 학생들의 이해를 돕기 위해 2회의 순환 과정으로 이루어져 있으며 첫 번째는 학습자들이 교사의 도움 없이 스스로 문제를 모델링을 통해서 문제를 해결해 나가는 과정이며 두 번째는 초기 모델링 과정에서 앞의 과정에서의 결론의 타당성을 고려하여 더욱더 정교화된 모델을 적용하는 반복된 모델링 과정을 거친다.



[그림 Ⅱ-4] 고상숙 외(2020b)의 수학적 모델링 과정

이 모델의 구체적인 과정을 살펴보면 (1) '구성하기' 과정에서 학습자들이 실제상황에 대한 탐구를 진행하거나 상황모델을 구성한 후 (2) '단순화하기' 과정에서는 핵심요인을 바탕으로 실제모델을 만든다. (3) '수학화하기' 과정에서 실제모델을 수학화를 거쳐 수학적 모델로 표현한 후 (4) '수학적으로 해결하기' 과정에서 수학적 문제를 해결하고 결론을 도출한다. (5) '해석하기' 과정에서는 수학적 결론을 실제 상황에 맞춰서 해석하고 다른 학습자들과 공유하며 마지막으로 (6) '타당화하기' 단계에서 해결한 답이 실제 상황에서 최적인 방법인지를 고려하여 타당성을 고려하며 만약 타당성에 문제가 있다면 수학적 모델의 과정을 반복한다.

이와 같이 여러 가지 모델링 과정은 각각의 세부 요소를 표현할 때 사용된 용어의 차이와 각 단계가 속하는 영역의 구분에서 유무의 차이는 있으나 앞에서 살펴본 나머지 과정들을 요약하자면 실세계 문제 상황에서 출발하여 수학과 또는 공식화를 거쳐 수학적 작업을 통해 해석하고 검증하고 검증이 타당할 경우 결과를 받아들인다는 점에서 매우 유사하며 고상숙 외(2020b)는 동형문제를 학습자들이 스스로 해결하는 과정과 그 이후에 앞에서 내린 결론의 타당성의 문제점을 수정하고 보완하여 더욱더 정교한 수학적 모델을 적용하는 2회의 순환과정을 거치게 되는 특징을 보인다.

5) 수학적 모델링과 수학적 적용

수학적 모델링 문제를 구분해 내기 위해서는 우선 수학적 모델링과 수학적 적용의 차이를 알 필요가 있다. Galbraith와 Stillman(2001)은 수학적 모델링이란 실세계에서 수학으로 가는 방향과 그에 따라 발생되는 과정에 초점을 두는 것, 다시 말해서 수학적 모델링은 수학 영역 밖에서 실세계 문제를 어떻게 수학을 사용하여 해결할 것인지에 대한 과정을 나타내고 수학적 적용은 수학적 모델링과 반대의 방향인 수학에서 실세계로 가는 방향에서 수학적 모델이 존재하는 대상에 대한 적용을 강조한다고 주장하였다.

6) 수학적 모델링의 이점

Asempapa(2015)는 수학적 모델링의 이점으로 관련성(relevance), 과제의 인지적 요구(cognitive demand of task), 비판적 사고력(critical thinking), 교실 담론(classroom discourse)의 4가지 영역으로 구분하여 제시하였다. 우선 관련성 영역에서의 이점은 학습자들은 수학적 모델링을 통해 수학의 유용

성과 아름다움을 인식할 수 있는 기회를 제공한다(Sriraman & English 2010). 한편 과제의 인지적 요구 영역에서의 이점은 모델링 문제는 전통적인 문장제와 달리 높은 인지적 요구를 필요로 하기 때문에 학습자들에게 의미 있는 방식으로 상황을 이해하도록 하는 기회를 제공한다. 비판적 사고력 영역에서의 이점은 모델링 문제는 정답으로 이끄는 정해진 구조가 없기 때문에 학생들의 비판적 사고에 도움이 된다. 모델링 문제는 학습자들로 하여금 스스로의 생각을 표현하고 다양한 방식으로 생각하도록 하는 기회를 제공한다(English & Watters, 2004). 마지막으로 교실 담론 영역에서의 이점으로 수학적 활동은 협업을 장려하고 학습자들이 동료 학습자들에게 검증을 받을 수 있는 기회를 줌으로써 함께 만들어낸 결과물로 발전시켜 나갈 기회를 제공한다는 이점이 있다.

7) 실세계 문제 분류

Niss외(2007)는 문제가 실세계 기준에 부합하는 정도에 따라 문장제, 일반적 응용문제, 모델링 문제의 3가지로 분류하였다. 그들의 분류 기준을 살펴보면 분장제는 실세계의 한 부분을 지칭하는 단어로 순수한 수학적 문제를 꾸미는 것에 불과하다. 이 경우에 수학화는 단지 문제를 꾸며놓은 것을 없애는 것에 불과하며 문제 풀이 과정 또한 문제를 꾸며놓은 것을 없애는 것, 수학의 사용, 그리고 직접적인 해석으로 구성된다. 일반적 응용문제는 적절한 모델이 즉시 주어진다는 것이 특징이다. 이러한 문제들은 주어진 실세계 문맥에 대한 고려 없이도 푸는 것이 가능하기 때문에 문제를 푸는데 있어서의 번역 과정이 단순하며 모델링 과정의 제한된 부분만이 필요하다. 마지막으로 모델링 문제는 다음과 같은 모델링 과정을 모두 포함하고 있다. 우선 특정 문제를 먼저 명시하고, 수학적 모델을 만들고, 풀고, 해석해야 한다. 마지막으로 제안된 솔루션은 수학적으로나 맥락적에서 평가되어야 하며 모델링 노력의 관점에서 논의되는 권장 사항이 뒤따른다.

Galbraith와 Stillman(2001)은 일반적 응용문제와 모델링 문제를 분류하는 기준을 문제를 서술함에 있어서 어떤 정보가 주어져 있는지에 여부에 따라 제시하였다. 모델링 문제는 문제를 서술함에 있어서 어떤 종류의 수학도 포함하지 않으며 그렇기 때문에 모델링을 하는 사람 스스로가 수학적인 용어로 문제를 구성해야 하고 주어진 맥락에 따라 스스로 가정을 세워야하는 반면 일반적 응용문제의 경우 문제를 풀기위해 필요한 모든 정보가 포함되어있어야 한다.

3. 선행 연구 고찰

2015 개정 교육과정에서 교육부가 선정한 학생들이 길러야 할 수학 교과역량 6가지 중 문제 해결 역량의 하위요소로 수학적 모델링 역량이 분류됨에 따라서 국내에서도 수학적 모델링에 대한 다양한 연구가 이루어지고 있으며 수학적 모델링에 기반한 미래형 수학 교재 개발 연구도 병행되고 있다. 그리고 최근 들어 국내에서도 IB 교육과정 한국어판 공교육 도입이 가시화되면서 IB 교육과정에 대한 관심이 높아지며 IB 교육과정뿐만 아니라 IB 교육과정의 각 교과를 국내 교육과정의 교과와 비교하는 연구들이 활발히 진행되어왔다. 수학적 모델링 관점에서의 미래형 수학 교과서 개발 및 수학 교과서 분석 연구들도 다양한 수학적 영역과 국내외 교과서를 중심으로 이루어지고 있다. 고상숙 외(2020b)는 미래사회 인재가 갖추어야 할 수학 교과역량으로 창의 융합역량, 문제 해결 역량, 정보처리 역량, 의사소통 역량, 협업 및 팀워크 역량을 선정한 후 이를 바탕으로 학습자의 수학 교과역량을 향상시킬 수 있는 수학적 모델링에 기반하여 결과 중심이 아닌 과정 중심 평가가 이루어질 수 있도록 한 미래형 수학 교재를 개발하였다. 이후 현장에서의 수학적 모델링에 기반한 교재의 활용 방안과 기대효과

및 교재개발 과정에서의 어려움을 제시하여 수학적 모델링 교재 개발과 활용에 대한 시사점을 제시하였다. 정승요, 박만구(2016)는 초등학교 3, 4학년 수학 교과서의 수학적 모델링이 제시된 방법을 분석한 후 이를 바탕으로 수학적 모델링 관점에서의 교과서 개발의 방향을 제시하였다. 정혜윤, 정진호, 이경화(2020)는 한국과 미국의 수학 교과서의 기하 영역의 실생활 맥락 과제를 수학적 모델링 관점에서 분석하였다. 하화주, 홍후조, 박하식(2012)은 국내 최초로 IB 교육과정을 도입하여 실시하고 있는 외국어 고등학교의 IB 교육과정 관련 교육 자료들을 분석하여 IB 교육과정의 국내 도입 및 실현 가능성을 탐색하고 이를 위한 과정과 요건에 대한 연구를 진행한 후 IBDP 도입으로 우리 교육의 고양되기 위해서는 IBDP 도입을 위한 인증 절차 표준화, 필요한 예산 편성 운영, 국내 대학들의 입학전형시 IBDP 고려, 교과 교육전문가들의 IBDP 관련 연구 참여, 동아시아 국가 간 IBDP 협업체 구성 등을 제안하였다. 강미옥과 신경희(2020)는 IB 교육과정의 국내 도입에서 나타나는 상황을 분석하고, 다양한 담론 주체들이 상호작용하는지를 밝히고 그 과정에서 발생된 문제점과 해결 가능성에 대하여 연구하였다. IBDP 수학 교과 중심의 연구를 살펴보면 양현주, 좌준수, 최승현(2015)은 IBDP 교육과정과 2009 개정 수학 교육과정의 대수 영역을 중심으로 비교와 분석을 하였다. 최근의 연구를 살펴보면 김선희, 김수민, 이은정(2020)은 2019년에 개정된 IBDP 수학 교육과정을 분석하고 IBDP를 지도하는 교사와의 면담을 통하여 IBDP 수학 교육과정의 교수·학습의 특징을 살펴봄으로써 앞으로 고등학교 수학교육이 나아가야 할 방향성에 관한 연구를 통해 학생 진로에 따라 관련 수학 과정 선택할 기회를 확대하고 탐구 중심의 수업과 공학 도구 활용이 확대되어야 할 것 등을 제안하였다

Ⅲ. 연구 방법

1. 연구 대상

2015년 개정 수학과 교육과정의 고등학교 공통 과목인 ‘수학’ 교과서를 선택하였고 IB 교과서는 시장 점유율에서 상위를 기록하고 있는 Oxford에서 출판한 교과서 두 종과 Haese에서 출판한 교과서 한 종을 선택하였다. Oxford의 경우 HL 교과서를 Mathematics: analysis and approaches HL(이하 AA HL)과 Mathematics: applications and interpretation HL(이하 AI HL)의 두 종류의 교과서를 과정에 따라 구분하여 출판한 반면 Haese의 경우 처음에는 AA와 AI가 공통으로 배워야 할 주제를 따로 분류하여 Haese Mathematics의 Core Topics HL의 교과서로 시작하여 이후 AA HL과 AI HL로 세분화하였다. 본 연구에서 다루는 함수 영역은 Haese에서 공통으로 다루어야 할 주제로 분류되어 있었으므로 Haese Mathematics의 Core Topics HL 교과서를 선택하였다. 수학적 모델링은 교육부(2015) 처럼 문제해결역량과 같은 고등사고(high-order thinking)를 요구하므로 HL 교과서의 조사에서도 그리 많지 않은 양이 조사된 것에 따르면 HL 과정보다 난이도가 낮은 SL 과정의 교과서에서의 조사내용은 소수에 그칠 수 있음을 예측할 수 있다.

우리나라 교과서는 교학사, 금성출판사, 동아출판, 미래엔, 비상교육, 좋은책신사고, 지학사, 천재교과서, 천재교육에서 출판한 9종의 교과서 모두 선택하였으며 각 교과서의 함수 영역 해당하는 단원의 모든 문제를 수학적 모델링 포함 여부에 따라 비교·분석하였다.

2. 연구 방법

각 교과서가 수학적 모델링 문제를 얼마나 많이 포함하는지와 이러한 모델링 문제들이 학습자들에게 어떠한 하위 행동요소에 대한 훈련을 제공하는지에 대한 분석을 통해서 각 교과서에서 학습자들에게 모델링 학습기회를 얼마나 그리고 어떻게 제공하는지를 알아보고자 한다. lina Kröge(2019)는 우선 실세계 관련 문제를 수학 외적인 맥락과 함께 실제 자료 또는 실세계에서 제기될 만한 것이라고 정의한 후 Niss외(2007)과 Galbraith와 Sillman(2001)의 실세계 관련 문제에 대한 이론을 종합하여 모델을 설정할 필요가 없는 실세계 관련 문제는 문장제로 그렇지 않은 경우는 모델링 문제라고 분류하였다. 또한 모델링 문제는 명확하거나 함축적인 모델과 필요한 모든 정보가 주어진 경우에는 일반적 응용문제로 반면 필요한 모든 정보가 주어지지 않고 스스로 수학적 모델설정이 요구되는 경우는 적절한 모델링 문제라고 분류하였다.

본 연구에서는 lina Kröge(2019)의 실세계 문제의 정의를 바탕으로 교과서의 모든 문제를 실세계 문제와 그렇지 않은 문제로 구분하여 그렇지 않은 문제는 배제하는 방식의 이원분류법을 사용하였다. 여기서 이원분류법이란 전체 범주를 특성에 따라 예와 아니오로 분류한 다음 다시 예에 속한 대상을 같은 방식으로 계속 재분류해가는 것이다. 그리고 아래의 <표 Ⅲ-1>의 문제 분석 기준을 이용하여 실세계 문제를 문장제와 모델링 문제로 구분한 후 모델링 문제는 문제 해결 과정에서 필요한 정보의 포함 여부에 따라 일반적 응용문제와 적절한 모델링 문제로 다시 한 번 구분하였다.

<표 Ⅲ-1> lina Kröge(2019)의 문제 분석 기준

<table>
<tr><th colspan="4">모델링 문제 구분</th></tr>
<tr><th>주요 범주</th><th>문장제</th><th colspan="2">모델링 문제</th></tr>
<tr><td></td><td>문제 해결 과정에서 수학적 모델을 설정할 필요가 없는 실생활 관련 문제</td><td colspan="2">수학적 모델링 하위 행동요소를 향상 시킬 수 있는 기회를 제공하는 실세계 관련 문제, 즉 적용되는 명확한 수학적 모델을 포함하거나 수학적 모델을 설정하는 문제</td></tr>
<tr><td>하위 범주</td><td></td><td>일반적 응용문제</td><td>적절한 모델링 문제</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>문제 해결 과정에서 필요한 핵심적인 정보를 모두 포함하거나 학습자들을 수학적 모델링 과정으로 이끌어 주는 문제</td><td>문제 해결 과정에서 필요한 정보를 전부 포함하지 않으며 학습자들이 주어진 상황에서 적합한 가정을 세워 수학적 모델링 과정을 수행하는 문제</td></tr>
<tr><td>지표</td><td></td><td>문제 해결 과정에서 따라야 할 과정이 순차적으로 주어져 있거나 한 문제가 서로 연결되는 여러 가지 문제로 구성된 문제</td><td>문제 해결 과정에서 필요한 수학적 모델을 만드는 방법에 대한 정보가 주어지지 않은 문제</td></tr>
</table>

모델링 문제로 구분된 문제는 Blomhøj와 Jensen(2003)의 모델링 역량을 바탕으로 Frejd(2013)에 의해 개발된 체계를 이용한 Kröge(2019)의 분석 방법을 이용하여 어떠한 수학적 모델링 하위 행동요소를 포함하고 있는지 분석하였다. 수학적 모델링 하위 행동요소는 아래의 <표 Ⅲ-2>와 같이 '문제 형성', '체계화', '수학화', '수학적 분석', '해석과 결과에 대한 분석', '모델의 타당성에 대한평가'의 총 6가지로 구성된다. 해석과 결과에 대한 분석 역량은 도출된 수학적 결과가 별다른 과정 없이 실세계

상황으로 해석이 되는 경우일지라도 포함하기로 한다.

<표 Ⅲ-2> lina Kröge의 수학적 모델링 하위 행동요소 분석(2019)

수학적 모델링 하위 행동요소 구분		
주요 범주	설명	분석 질문
문제 형성 (Formation of task)	주어진 맥락에서 문제를 표현함으로써 관찰해야 할 대상을 구체화	더 정확한 질문을 이끌어 내기 위해서 문제를 다시 표현할 필요성이 있는가?
체계화 (Systematization)	실세계로부터 가장 관련이 깊은 대상과 관계를 선택함으로써 주어진 문제를 단순화하고 수학적 표현이 가능하도록 이상적인 상황 구성	처음부터 어떤 종류의 사실이 수학적 모델로 표현하기 위해 불분명한가? 문제에서 주어진 문장이나 그림에서 명확히 또는 암묵적으로 명시되어 있는가?
수학화 (Mathematization)	실세계 대상과 관계를 수학적으로 변환	주어진 문제를 설명하기 위해 수학적 모델을 이끌어낼 필요가 있는가?
수학적 분석 (Mathematical analysis)	수학적 결과 도출을 위해 수학적인 방법의 사용	학습자들이 계산 또는 수학적 결론을 내리기 위해서 수학적 모델을 사용할 필요가 있는가?
해석과 결과에 대한 분석 (Interpretation and evaluation of results)	수학적 결과의 해석과 문제의 맥락을 고려한 타당성에 대한 평가	문제의 맥락과 관련해서 결과가 해석되고 평가되는가?
모델의 타당성에 대한 평가 (Evaluation of the validity of the model)	주어진 데이터 또는 실세계에 대한 이론적 지식과의 비교를 통해 수학적 모델에 대한 특징과 한계 도출	학습자들이 수학적 모델을 평가할 필요가 있는가?

Ⅳ. 연구 결과

1. 단원 구성

IBO의 Mathematics: analysis and approaches(이하 AA)와 Mathematics: applications and interpretation(이하 AI)의 지도서는 모두 수와 대수(Number and algebra), 함수(Function), 기하와 삼각법(Geometry and trigonometry), 통계와 확률(Statistics and probability), 미적분(Calculus)의 총 5개의 주제로 구성되어있는 데 반해 AA HL 교과서는 12개의 단원 그리고 AI HL 교과서는 16개의 단원으로 구성되어 있었으며 Haese 교과서는 17개의 공통 주제를 포함하고 있었다. Haese 교과서의 경우 지도서에서 사용한 주제명인 Function을 단원명으로 사용한 반면 AA HL 교과서와 AI HL 교과서는 지도서에서 사용한 주제명 대신 각 본 연구의 이론적 배경에서 알아본 각 주제에서 필요로 하는 개념을 위주로 단원명을 사용하였다. 예를 들어, 주제 2에 해당하는 함수(Function)에 해당하는 단원을 AA HL 교과서는 ‘Representing relationships: functions’을 그리고 AI HL 교과서는 ’Modelling constant rates of change: linear function and regression’을 단원명으로 사용하였다.

IBDP 수학 교육과정이 국내 교육과정과 구분되는 것 중 가장 두드러지는 것 중 하나가 바로 연구 보고서이다. 이는 학생이 스스로 수학 관련 주제를 정한 후 연구 보고서를 작성해서 제출하도록 하고 있는데 AA 교과서와 AI 교과서 모두 마지막 단원에 이에 관련된 내용을 포함하고 있는 반면 Haese 교과서는 포함하지 않았다. 단원 구성에서도 AA 교과서와 AI 교과서는 대단원과 소단원 구성이 세분화되어있는 반면 Haese 교과서의 경우 대단원의 경우 Opening problem으로 대단원에서 배울 내용과 관련된 문제를 제시한 후 바로 소단원이 시작되었다. 우리나라 교과서의 경우 9종 모두 2015 개정 교육과정에서 제시한 교육과정과 동일하게 구성되어 있었기 때문에 교과서의 구성에 큰 차이가 없었다. 우리나라 교과서는 모두 대단원으로 함수와 그래프 그리고 함수, 유리함수와 무리함수의 두 중단원으로 구성되었다. 함수 단원은 함수의 개념과 그래프, 합성함수, 역함수의 세 개의 소단원으로 구성되었으며 유리함수와 무리함수 단원은 유리함수와 무리함수의 두 개의 소단원으로 구성되었다.

<표 Ⅳ-1> AA 교과서, AI 교과서, Haese 교과서 대단원 구성

AA 교과서, AI 교과서		Haese 교과서	
구성	특징	구성	특징
Chapter Title	대단원명을 소개한다.	대단원명과 소단원 내용	대단원명과 대단원에 속한 소단원명을 소개한다.
Introduction	주로 실생활과 관련된 문제를 제시하고 대단원에서 배울 내용과의 연관성을 간략히 설명한다.	Opening problems	대단원에서 다룰 내용과 관련된 문제를 제시한다.
Concepts	IBO에서 제시한 개념 중 대단원과 관련된 개념과 하위 개념을 제시한다.		
Developing inquiry skills	실생활 또는 다른 학문과 관련된 구체적인 문제 상황을 제시하고 그와 관련된 다양한 의문점을 제시하고 생각해보도록 한다.	Review Set	대단원에서 배운 내용과 관련된 연습문제를 제공한다.
Before you start	대단원을 시작하기 전 알아야 할 기본적인 수학 내용에 관한 기본문제를 제시한다.		
Subchapter title	대단원 안에 포함된 소단원명을 소개한다.		
Chapter summary	대단원에서 배운 내용을 요약·정리한 내용을 제공한다.		
Chapter review	대단원에서 배운 내용과 관련된 연습문제를 제공한다.		
Modelling and investigation activity	학생들이 연구보고서를 작성하는데 있어서 필요한 기술과 수학적 도구들을 발전시키고 다양한 맥락에서 수학을 사용하여 해결하는 개방형 문제를 제시한다.		

<표 Ⅳ-2> AA 교과서, AI 교과서, Haese 교과서 소단원 구성

AA 교과서, AI 교과서		Haese 교과서	
구성	특징	구성	특징
Subchapter title	소단원명을 소개한다.	소단원명	소단원명을 소개한다.

<table>
<tr><td>Investigation</td><td>각 소단원마다 탐구 활동과 학생들로 하여금 스스로의 언어로 각자의 개념에 대한 이해에 관해 의사소통이 가능하도록 하는 사실적이고 개념적인 문제를 제시한다.</td><td rowspan="2">Investigation</td><td rowspan="2">소단원에서 배우는 개념에 대한 구체적인 활동을 통하여 개념을 확고히 다지도록 한다.</td></tr>
<tr><td>Concepts</td><td>Investigation과 관련된 핵심 개념을 소개한다.</td></tr>
<tr><td>Example</td><td>풀이 과정을 포함한 예제를 제시한다.</td><td rowspan="2">Example</td><td rowspan="2">풀이 과정을 포함한 예제를 제시한다.</td></tr>
<tr><td>TOK</td><td>수학 지식을 다른 각도에서 바라보도록 하는 질문을 제시한다.</td></tr>
<tr><td>International mindedness</td><td>각 단원과 관련된 수학의 역사 또는 수학 용어의 유래 등을 제공한다.</td><td rowspan="3">Discussion</td><td rowspan="3">각 소단원과 관련된 개념과 관련된 문제제시를 한다.</td></tr>
<tr><td>Exam hint</td><td>학생들에게 실제 시험에서 도움이 될 만한 정보를 간략하게 제공한다.</td></tr>
<tr><td>Exercise</td><td>각 소단원에서 배운 내용과 관련된 연습문제를 제공한다.</td></tr>
</table>

<표 Ⅳ-3> AA 교과서, AI 교과서, Haese 교과서 함수 단원 내용 구성

<table>
<tr><th colspan="2">AA 교과서</th><th colspan="2">AI 교과서</th><th colspan="2">Haese 교과서</th></tr>
<tr><td rowspan="6">2. 관계 표현: 함수 (Representing relationships: functions)</td><td>2.1 함수적 관계 (Functional relationships)</td><td rowspan="6">4. 일정 변화율 모델링: 일차 함수와 회귀 (Modelling constant rates of change: linear functions and regression)</td><td>4.1 함수 (Functions)</td><td rowspan="6">15. 함수 (Functions)</td><td>A. 함수와 대응 (Relations and functions)</td></tr>
<tr><td>2.2 특수한 함수와 그래프 (Special functions and their graphs)</td><td>4.2 일차 모델 (Linear models)</td><td>B. 함수 기호 (Function notation)</td></tr>
<tr><td>2.3 함수 유형 (Classification of functions)</td><td>4.3 역함수 (Inverse functions)</td><td>C. 정의역과 치역 (Domain and range)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2.4 함수 연산 (Operations with functions)</td><td rowspan="2">4.4 등차수열 (Arithmetic sequences and series)</td><td>D. 유리함수 (Rational functions)</td></tr>
<tr><td>E. 합성함수 (Composite functions)</td></tr>
<tr><td>2.5 함수 변환 (Function transformation)</td><td>4.5 일차회귀 (Linear regression)</td><td>F. 역함수 (Inverse functions)</td></tr>
</table>

<표 Ⅳ-4> 고등학교 수학 교과서 함수 단원 내용 구성[1)]

대단원	중단원	소단원
Ⅴ. 함수와 그래프	1. 함수	01. 함수의 개념과 그래프
		02. 합성함수
		03. 역함수
	2. 유리함수와 무리함수	01. 유리함수
		02. 무리함수

2. 모델링 문제와 하위행동요소 분석

이 단원에서는 각 교과서의 함수 단원의 모든 문제들을 분석하여 실세계 관련 문제와 그렇지 않은 문제로 분류하였다. 그리고 실세계 관련 문제는 다시 문장제, 모델링 문제로 구분한 후 모델링 문제는 다시 일반적인 응용문제와 적절한 모델링 문제로 세분화 하였다. 이를 바탕으로 해당 문제의 개수와 총 문제 대비 비율을 알아본 후 모델링 문제로 분류된 일반적인 응용문제와 적절한 모델링 문제가 어떠한 모델링 하위 행동요소를 포함하는지 분석하여 전체 모델링 문제대비 각 모델링 하위 행동요소의 등장 회수와 비율을 알아보고자 한다.

1) 모델링 문제의 종류와 비율

두 교과서의 함수 단원 실세계 문제별 문항 수와 비율은 아래의 <표 Ⅳ-5>와 같다.

<표 Ⅳ-5> 함수 단원 실세계 문제별 문항 수

교과서	문장제	모델링 문제		총 문제수
		일반적 응용문제	적절한 모델링 문제	
AA HL	1(0.60%)	5(2.98%)	0(0%)	168(100%)
AI HL	2(1.63%)	62(50.41%)	0(0%)	123(100%)
Haese Core HL	4(2.96%)	6(4.44%)	0(0%)	135(100%)
교학사	0(0%)	5(5.21 %)	0(0%)	96(100%)
금성출판사	0(0%)	8(8.08%)	0(0%)	99(100%)
동아출판	1(1.16%)	7(8.14%)	0(0%)	86(100%)
미래엔	1(1.02%)	1(1.02%)	0(0%)	98(100%)
비상교육	1(1.28%)	1(1.28%)	0(0%)	78(100%)
좋은책신사고	0(0%)	4(4.71%)	0(0%)	85(100%)
지학사	1(1.37%)	1(1.37%)	0(0%)	73(100%)
천재교과서(류)	0(0%)	4(4.71%)	0(0%)	85(100%)
천재교육(이)	0(0%)	8(8.08%)	0(0%)	99(100%)

모든 교과서를 통틀어서 AI HL 교과서가 다른 교과서들에 비해 현저히 많은 수의 모델링 문제를 포함하고 있었다. 같은 출판사임에도 수학적 이론에 초점을 맞춘 AA HL 교과서에 비해 수학 개념의 실용적 활용에 초점을 맞춘 AI HL 교과서가 모델링 훨씬 더 많은 수의 모델링 문제를 포함하고 있었

1) 지학사에서 출간한 교과서로서 우리나라 교과서는 이와 유사함.

다. 전체적으로 문장제의 비율은 매우 낮았는데 본 연구에서 함수 단원을 분석했기 때문으로 분석된다. 함수 단원의 대부분의 문제는 함수 또는 함수의 그래프 등 수학적 모델이 기본적으로 필요하기 때문에 수학적 모델을 설정할 필요가 없는 실생활 관련 문제인 문장제의 비율이 낮은 것은 당연해 보인다. 그리고 12개의 교과서 모두 적절한 모델링 문제가 되기 위한 모든 조건을 만족하는 문제는 존재하지 않았다. AA HL 교과서와 AI HL 교과서의 경우 각 단원의 마지막에 Modelling and investigation activity(모델링과 연구 활동)이라는 그 단원과 관련된 모델링 활동 과제가 포함되어 있었으나 함수 단원과 관련된 모델링 활동 과제도 적절한 모델링 문제의 조건을 모두 충족하지는 못했다. 국내 교과서의 경우 전체 문제대비 모델링 문제가 교과서 9종 모두 10% 미만의 비율을 나타내었으며 IB 교과서와 마찬가지로 문장제의 비율은 미미하였고 적절한 모델링 문제는 없었다. 모델링의 전반적인 과정을 모두 포함하는 적절한 모델링 문제는 학습자에게 모델링의 전체적인 역량향상기회를 제공할 수 있는 큰 장점이 있기 때문에 본 연구의 분석에 포함시켰으나 어떤 교과서도 적절한 모델링 문제를 포함하지 않았는데 이는 교과서에서 다양한 결론이 도출될 수 있는 개방형 문제에 대한 해설 제작 등의 한계로 인해서 포함되지 않았을 것으로 보인다.

4 The managers of a new amusement park are discussing the schedule of ticket prices. Maurice suggests the table alongside. Explain why this relation between *age* and *cost* is not a function, and discuss the problems that this will cause.

Age	*Cost*
0 - 2 years (infants)	\$0
2 - 16 years (children)	\$20
16+ years (adults)	\$30

[그림 Ⅳ-1] 문장제 예시(Haese, et al., 2019, p. 396)

실세계 문제 중 [그림 Ⅳ-1]은 나이에 따른 입장료와 관련된 실세계에서 일어날 만한 상황을 다루고 있으므로 실세계 문제로 분류되었고 위의 표에서 주어진 나이와 입장료의 관계가 왜 함수가 될 수 없는지 함수의 정의를 바탕으로 설명하는 문제로 문제 해결 과정에서 수학적 모델을 설정할 필요가 없으므로 문장제로 분류되었다. [그림 Ⅳ-2]의 경우 물탱크에서 물이 빠져나가는 속도에 대한 실세계 상황을 다루고 있으며 물의 양과 시간에 대한 수학적 모델 설정이 필요하므로 모델링 문제로 분류되었고 문제 해결 과정에서 필요한 핵심적인 정보를 모두 포함하고 있으므로 일반적 응용문제로 분류되었다.

Example 5

A water tank drains at a constant rate. It contains 930 litres of water 3.5 minutes after it starts to drain. It takes 50 minutes for the tank to empty. Let W be the amount of water in the tank (in litres) t minutes after it started to drain.

a Find a gradient–intercept model for $W(t)$, the amount of water in the tank with respect to time.

b Write down the amount of water in the tank when it starts to drain.

c Write down the rate at which the water tank is emptying.

d Use your model to find the amount of water after 30 minutes.

[그림 Ⅳ-2] 일반적 응용문제 예시(Doering et al., 2019, p. 157)

2) 모델링 하위 행동요소 종류별 등장 횟수와 비율

두 나라의 교과서의 함수 단원 실세계 관련 문제에 포함된 모델링 하위 행동요소별 등장 횟수는 다음과 같다.

<표 Ⅳ-6> 함수 단원 문항에 포함된 수학적 모델링 하위 행동요소별 등장 횟수

교과서	문제 형성	체계화	수학화	수학적 분석	해석과 결과에 대한 분석	모델의 타당성에 대한 평가	총 모델링 문항수
AA HL	0(0%)	0(0%)	3(60%)	5(100%)	5(100%)	0(0%)	5(100%)
AI HL	0(0%)	0(0%)	45(72.58%)	60(96.77%)	60(96.77%)	2(3.23%)	62(100%)
Haese Core	0(0%)	0(0%)	2(33.33%)	6(100%)	6(100%)	0(0%)	6(100%)
교학사	0(0%)	0(0%)	4(80%)	2(40%)	1(20%)	0(0%)	5(100%)
금성출판사	0(0%)	0(0%)	5(62.5%)	5(62.5%)	3(37.5%)	0(0%)	8(100%)
동아출판	0(0%)	0(0%)	4(57.14%)	6(85.71%)	3(42.86%)	0(0%)	7(100%)
미래엔	0(0%)	0(0%)	1(100%)	0(0%)	0(0%)	0(0%)	1(100%)
비상교육	0(0%)	0(0%)	1(100%)	1(100%)	1(100%)	0(0%)	1(100%)
좋은책신사고	0(0%)	0(0%)	2(50%)	3(75%)	3(75%)	0(0%)	4(100%)
지학사 수학	0(0%)	0(0%)	1(100%)	1(100%)	1(100%)	0(0%)	1(100%)
천재교과서(류)	0(0%)	0(0%)	1(25%)	4(100%)	3(75%)	0(0%)	4(100%)
천재교육(이)	0(0%)	0(0%)	7(87.5%)	6(75%)	5(62.5%)	0(0%)	8(100%)

앞에서 언급한 바와 같이 적절한 모델링 문제가 되기 위해서는 문제 해결에 필요한 수학적 모델을 만드는 방법에 대한 정보가 주어지지 않아야 한다. 그렇기 때문에 적절한 모델링 문제의 경우 스스로 문제 형성과 체계화의 과정이 자연스럽게 요구된다. 그러나 <표 Ⅳ-4>의 결과와 같이 어떤 교과서에서도 적절한 모델링 문제는 없었기 때문에 총 모델링 문항 수는 총 일반적 응용문제 수와 동일하며 모델링 하위 행동요소 중 문제 형성 역량과 체계화 요소는 나타나지 않았다. IB 교과서의 경우 가장 빈번하게 등장한 하위 행동요소는 수학적 분석과 해석과 결과에 대한 분석이었으며 그 뒤로 수학화 그리고 모델의 타당성에 대한 평가가 뒤를 이었다. IB 교과서는 모두 수학적 분석과 해석과 결과에 대한 분석 요소가 정확히 같은 횟수로 등장하였는데 이는 실세계 관련 문제라는 특성에 따라 수학적 분석이 요구되는 모든 문제는 그에 따른 해석이 자연스럽게 가능했기 때문으로 분석된다. 국내 교과서의 경우 수학적 분석에 비해 그에 관한 결과와 해결에 대한 분석 요소가 다소 낮게 나타나는 경향을 보였다.

1 The travel time in minutes (x) and the price in euros (y) of ten different train journeys between various places in Spain are shown in the table.

x	128	150	102	140	140	98	75	130	80	132
y	25.95	40	24.85	31.8	30.2	28.95	21.85	34.5	23.25	26

a Plot the data points on a scatter diagram. Use your diagram to justify why a linear regression is appropriate.

b Write down the equation of the regression line of y on x.

c Predict the price of a train journey of 2 hours.

d Comment on whether the regression equation is more reliable in predicting the price for a journey of 10 minutes or 100 minutes. Justify your answer.

[그림 Ⅳ-3] 모델링 하위 행동요소 예시(Doering, 2019, p. 193)

[그림 Ⅳ-3]은 시간에 따른 가격에 대한 실세계 상황을 다루고 있으며 주어진 정보를 바탕으로 수학적 모델을 구성해야 하며 수학적 모델을 만들기 위한 모든 정보가 주어져 있으므로 모델링 문제 중 일반적 응용문제로 분류 되었다. 적절한 모델링 문제가 되기 위한 조건을 만족하지 못하였으므로 모델링 하위 행동요소 중 문제 형성과 체계화는 포함하지 않았다. 이 문제에서 나타난 모델링 하위 행동요소를 살펴보면 a에서는 주어진 정보를 이용하여 scatter diagram으로 표현하는 데서 수학화 요소가 요구되며 b에서는 주어진 정보를 바탕으로 두 변수의 관계식을 구하는 것으로 a와 마찬가지로 수학화 요소가 나타났다. c에서는 b에서 구한 수학적 모델을 활용하여 수학적 결과를 도출해내는 수학적 분석 요소가 요구되었고 가격이라는 실세계 상황에 대한 해석이 자연스럽게 따라왔다. 마지막으로 d에서는 두 가지 상황에서 어떤 상황에서 b에서 구한 수학적 모델이 어느 상황에서 더욱 적절한지에 대한 설명을 요구하는 문제로 모델의 타당성에 대한 평가 요소가 나타났다

3. 논의

본 연구의 목적은 국제적으로 공인된 IB 교육과정과 수학 교육과정에 대하여 알아보고 IB 수학 교육과정과 2015 개정 교육과정 교과서의 단원 구성과 각 교과서의 함수 단원에 포함된 문제 중 최근 들어서 더욱더 강조되는 수학적 모델링 문제수와 비율이 어떤지 그리고 각 모델링 문제에서 모델링을 구성하는 6가지 하위행동요소에 대한 훈련이 어떤 종류로 얼마나 빈번하게 등장하는지를 분석해봄으로써 교과서별로 수학적 모델링 훈련 기회를 제공하는 정도의 차이를 비교·분석하고자 하였다. IB 교과서의 경우 같은 IB 수학 교육과정임에도 불구하고 모델링 문제의 절대적인 개수에서 AI HL 교과서가 현저히 많은 개수의 모델링 문제를 포함하였고 우리나라 교과서는 출판사에 따라 모델링 문제의 비율이 다양하였으나 AI HL 교과서에 비해서는 비율이 상당히 낮았다. IB 수학 교육과정에서의 이러

한 큰 차이는 AA는 수학적 이론에 초점을 맞춘 과정인 반면 AI는 수학 개념의의 실용적인 활용에 초점을 맞춘 과정으로 실세계 관련한 문장제 및 모델링 문제가 수학 개념의 실용적인 활용과의 밀접한 관계를 생각해볼 때 자연스러운 결과로 보인다.

한편 우리나라 교과서는 함수 단원에서는 중점적으로 함수의 수학적 개념에 대한 내용을 다루고 있어서 교육부가 제시한 수학 교과역량 중 하나인 문제 해결 역량에 포함되기도 하는 모델링 역량과 관련된 내용을 제시하기가 어려웠을 것으로 분석된다. 본 연구가 각 교과서의 함수 단원에 국한되어있으므로 인해 우리나라에서 수학적인 이론과 개념형성이 주를 이루는 함수 단원이 아닌 다른 단원에서는 어떤 결과가 나올지도 매우 흥미로운 연구가 될 것이다. 또한, 본 연구는 각 교과서에 포함된 모델링 문제의 비율에 대한 연구이기 때문에 각 교과서의 모델링 문제에 대한 난이도 및 질적인 연구는 이루어지지 않았다. 교육부와 IB 모두 수학 교과에서 모델링 역량을 강조하고 있지만 각 교과서에서 모델링 문제의 효과에 대한 선행연구도 활발히 이루어지지 않은 상황에서 전체 문제대비 모델링 문제의 비율만을 바탕으로 각 모델링 문제에 대한 구체적 평가 없이 각 교과서가 학생들의 모델링 역량 향상을 위한 내용을 얼마나 잘 반영하는지에 대한 정확한 결론 도출은 어려워 보인다. 각 단원별 적절한 모델링 문제 비율에 대한 연구와 각 모델링 문제의 질에 관한 연구가 함께 수반된다면 훨씬 더 구체적인 교과서에 대한 가이드라인 형성이 가능할 것으로 예측된다.

IB의 교과서에서는 모델링 문장제와 모델링 문제의 개수에서는 많은 차이를 나타내었으나 모델링 문제에 포함된 하위 행동요소는 수학적 분석과, 해석과 결과에 대한 분석 요소가 가장 많이 나타났으며 그 뒤로 수학화가 뒤를 이었으며 나머지 모델의 타당성의 대한 평가, 문제형성, 체계화는 미미하거나 아예 나타나지 않았다는 공통점을 보였다. 이는 대부분의 모델링 문제가 Blum과 Leiß(2008)의 수학적 모델링 과정에서의 두 가지 영역인 실세계 영역과 수학적 영역 중 수학적 영역에서의 활동만을 요구하고 있었고 적절한 모델링 문제가 되기 위한 기준을 만족하는 문제는 12개의 교과서 모두 전혀 포함하지 않았다는 공통점이 있었다. 따라서 12개의 교과서 중 대부분의 교과서는 모델링 문제에서 수학적 모델링을 구성하는 6가지 하위행동요소 중 수학화, 수학적 분석, 해석과 결과에 대한 분석에 대한 훈련은 충분히 제공하고 있는 반면 나머지 행동요소인 문제형성, 체계화, 모델의 타당성에 대한 평가에 대한 훈련은 12개의 교과서에서 거의 또는 전혀 제공되고 있지 못하였다. 그렇기 때문에 모델링을 구성하는 전체적인 과정에 대한 연습 대신 수학적 영역과 관련된 일부 과정에만 치우침으로 인해 학생들이 완전한 모델링 역량을 향상시킬 기회를 제공받지 못하고 있었다. 이는 모델링이 수학 학습에서 주는 많은 이점에도 불구하고 현재 현장에서 학습자들이 수학적 모델링을 접할 기회가 상당히 제한되어 있다고 볼 수 있다. 그러나 공학계산기 사용이 필수인 IB 수학교육과정과 달리 계산기 사용이 불가능한 우리나라 교육과정의 경우 복잡한 계산이 수반되는 실생활 문제를 교과서 검정기준에 맞추어서 만들기가 쉽지 않았을 것으로 보인다. 지필로 계산이 가능한 인위적인 문제를 만들어야 하는 우리나라 교과서와 IB 교과서를 문제의 빈도 분석만으로 학습자들의 모델링 향상에 얼마나 많이 기여하는지의 여부를 판단하기에는 한계가 있다. 따라서 모델링 문제의 빈도 수 뿐만이 아니라 각 교육과정의 특징에 따라서 모델링 문제가 가진 차이점을 비교하는 연구에 대한 시사점을 제공한다.

Ⅳ. 결론

1. 결론 및 논의

본 연구는 국제적으로 공인된 교육과정인 IB 교육과정과 그 수학 교육과정에 대하여 알아보고 수학적 접근 방법에 따라 두 가지로 분류되어 출판된 Oxford의 AA HL 교과서와 AI HL 교과서 그리고 AA와 AI 두 과정에서 공통으로 다루는 주제를 따로 모아서 한 권으로 출판한 Haese의 Core HL 교과서 및 2015년 개정 수학과 교육과정의 9종 교과서를 선택하여 비교·분석하였다. 우선 AI HL 교과서의 경우 수학 개념의 실용적 활용이 중심이 되는 과정답게 함수 단원명 자체도 'Modellling constant rates of change: linear functions and regression'으로 모델링에 대한 중요도를 매우 높게 고려했다는 것을 알 수 있다. 특히 AA HL 교과서에는 포함되지 않는 linear regression이라는 단원을 포함하여 실세계 상황을 함수로 표현하는데 많은 부분을 할당했다. AI HL 교과서는 다른 교과서와 비교하여 현격한 차이로 가장 높은 모델링 문제의 비율을 나타내었으며 example과 exercise 문제뿐 아니라 investigation을 통해서도 모델링 활동을 적극 장려하고 있었다. 다만 연구 결과에서 보듯이 실세계 관련 문제 중 수학적 모델 설정이 필요 없는 문장제의 수는 미미하였고 모델링 문제는 모두 일반적 응용문제로 모델링의 전체과정을 연습할만한 적절한 모델링 문제는 없었다. 단원의 맨 마지막에 있는 Modelling and investigation activity에서는 실세계 현상을 반영하는 그래프를 주고 질문을 제시하였으나 적절한 모델링 문제로 구분되기 위한 조건을 만족하지 못하였다. AA HL 교과서와 Haese Core HL 교과서는 수학적 이론과 개념에 중점을 둔 교과서로 과정에 바탕을 둔 AI HL 교과서에 비해 훨씬 낮은 비율의 모델링 문제를 포함하였으며 AI HL 교과서와 마찬가지로 실세계 관련 문제 중 문장제의 수는 미미하였고 적절한 모델링 문제를 포함하지 않았다. AA HL 교과서의 경우 Modelling and investigation activity에서는 무한대에 대한 개념을 3가지 다른 게임 활동을 통해서 소개하며 결론을 내리고 이와 관련된 질문을 제시하였으나 이 또한 적절한 모델링 문제의 조건을 만족하지 못하였다.

우리나라 교과서의 경우 출판사에 따라 모델링 문제의 비율이 다양하게 나타났으나 AI HL 교과서에 비해서는 상당히 낮은 비율을 나타내었다. AI HL 교과서를 제외한 나머지 교과서의 대부분의 문제는 함수의 수학적 이론과 관련된 문제로 실세계와 관련이 없었다. 모델링 하위 행동요소를 살펴보면 IB 교과서의 경우 공통적으로 수학적 분석과, 해석과 결과에 대한 분석이 가장 많이 나타났으며 그 뒤로 수학화가 뒤를 이었다. IB 교과서에서 수학적 분석과 해석과 결과에 대한 분석의 수는 모델링 문제의 수와 거의 차이가 없었기 때문에 거의 모든 모델링 문제가 이 두 하위 행동요소를 동시에 제공했다는 특징을 찾아볼 수 있었다. 모델의 타당성에 대한 평가 수는 미미했으며 문제형성, 체계화 등은 아예 나타나지 않았다는 공통점을 보였다. 우리나라 교과서의 경우 교과서마다 수학화, 수학적 분석, 해석과 결과에 대한 분석에 대한 비율이 다양하게 분포되었으며 문제형성, 체계화, 모델의 타당성에 대한 평가는 전혀 나타나지 않았다. 12종의 교과서 모두 학습자들에게 수학적 모델링의 6가지 하위 행동요소 중 수학적 영역에만 상당히 치우침으로 인해서 모든 하위 행동요소에 대한 학습기회가 상당히 제한되어 있다고 분석된다. 적절한 모델링 문제는 결과적으로 개방형 문제로 제시될 수밖에 없으며 그에 대한 해결방법을 제시하는 데에 한계가 있기 때문에 본 연구에서 분석한 12종의 교과서 모두 적절한 모델링 문제를 제시하기에는 교과서가 지닌 한계를 나타낸다고 사료된다. 따라서 교사가 모델링 수업을 구현하고자 할 때, 고상숙 외(2020b) 연구의 수학적 모델링을 기반으로 제시한 교과서(또는 교재)와 같은 자료가 교사용지도서 또는 보조교재로 참고할 수 있도록 제공되어 학생의 수학적

모델링 역량을 함양할 수 있다. 즉 교과서는 수학 교수·학습에 대한 최저 기준을 제공한다는 관점에서 볼 때 교사 스스로 이에 대한 연구를 통해 수업을 구성하는 것이 무엇보다 중요하다 하겠다.

2. 제언

첫째, 본 연구는 IBDP 수학 교과서 3종과 그리고 우리나라 고등학교 수학 교과서 9종의 함수 영역을 바탕으로 모델링 관점에서 비교·분석을 하였다. IBDP 수학 교육과정은 AA HL과 AI HL 외에도 HL 과정보다 난이도가 낮은 AA SL과 AI SL 과정도 포함하고 있으므로 이를 포함해서 AA와 AI로 분류되는 과정별뿐만이 아닌 HL과 SL의 수준별 모델링 관점에서의 비교 연구도 의미가 있겠다. 둘째, 본 연구는 여러 종류의 IBDP 교과서 중 3종에 대한 연구만 이루어졌으므로 더 다양한 IBDP 교과서에 관한 연구가 필요하다. 셋째, 본 연구는 함수 단원에 국한하여 모델링 반영 여부를 각 교과서별로 비교·분석하였으므로 다른 영역에 대한 분석 연구가 필요하며 이는 같은 교과서 안에서도 모델링 반영 여부의 비교·분석을 통해서 영역별에 따라 유의미한 연구 결과를 도출해 낼 수 있을 것이다. 다섯째, 현장에서 수업에서 사용되는 교과서가 포함하는 모델링 문항 수에 따른 학습효과와의 상관관계를 조사하는 연구가 필요하다.

참고 문헌

강미옥, 신경희. (2020). IB 교육과정 한국어판 공교육 도입에 관한 생태학적 연구. **교육문화연구, 26**(1), 375-396.

강옥기. (2010). 수학적 모델링의 정교화 과정 연구. **대한수학교육학회지, 20**(1), 73-84.

고상숙, 한혜숙, 김현주, 이동근, 신동조, 이창연. (2020a). 수학적 모델링에 기반한 미래형 수학 교재 개발. **교육문화연구, 26**(5), 665-690.

고상숙, 한혜숙, 김현주, 이동근, 이창연, 박우홍. (2020b). **신규 고등학교 수학 교재개발.** Report - BD20020005. 한국과학창의재단.

고성은, 이진호, 이승우, 차순규, 김윤희, 오택근, 조성철. (2017). **고등학교 수학.** 좋은책 신사고.

교육부. (2015). **수학과 교육과정. 교육부 고시,** 제 2015-74호, [별책8].

권오남, 신준국, 전인태, 김미주, 김철호, 김태홍, 박재희, 박정숙. (2017). **고등학교 수학.** 교학사.

김선희, 김수민, 이은정. (2020). IB DP 수학 내용 및 교수·학습 특징에 근거한 고등학교 수학교육의 방향. **수학교육학연구, 30**(2), 329-351.

김원경, 조민식, 방금성, 윤종국, 신재훈, 임석훈, 김동화, 강순자, 김기탁, 박희정, 심주석, 오혜정, 이동근, 이성재, 정재훈. (2017). **고등학교 수학.** 비상교육.

김천홍. (2018). 인터내셔널 바칼로레아 디플로마 프로그램(International Baccalaureate Diploma Programme)의 국내 공교육 도입에 대한 비판적 고찰. **학습자중심교과교육연구, 18**(12), 637-665.

나귀수, 박미미, 김동원, 김연, 이수진. (2018). 미래 시대의 수학교육 방향에 대한 연구. **수학교육학연구, 28**(4), 437-478.

류희찬, 선우하식, 신보미, 조정묵, 이병만, 김용식, 임미선, 한명주, 남선주, 김명수, 정성윤. (2017). **고등학교 수학.** 천재교과서.

박교식, 이종희, 김진환, 남진영, 김남희, 임재훈, 유연주, 권석일, 김선희, 김종욱, 김경직, 윤형석, 고현

주, 윤형주, 김영실, 김해성, 이경진, 조유미, 이정연, 양정은. (2017). **고등학교 수학.** 동아출판.
배종숙, 여태경, 조보관, 김민경, 천화정, 조성현, 변도열. (2017). **고등학교 수학.** 금성출판사.
신현성, 이명화. (2011). 실세계 상황에서 수학적 모델링 과제설정 효과. **한국학교수학회눈문집, 14**(4), 423-442.
양현주, 좌준수, 최승현. (2015). 2009 개정 수학교육과정과 IBDP 수학과 교육과정에서의 교과서 비교 연구 -고등학교 대수 영역을 중심으로-, **수학교육논문집, 29**(3), 391-421.
이준열, 최부림, 김동재, 이정례, 전철, 장희숙, 송윤호, 송정, 김성철, 김미영. (2017). **고등학교 수학.** 천재교육.
정승요, 박만구. (2016). 수학과 교육과정의 변화에 따른 초등학교 3,4학년 교과서의 수학적 모델링 관련 제시방법 분석, **한국학교수학회논문집, 19**(1), 103-122.
정혜윤, 정진호, 이경화. (2020). 수학적 모델링 관점에 따른 한국과 미국의 중학교 1학년 교과서 기하 영역에 제시된 과제 분석. **한국학교수학회수학회논문집, 23**(2), 179-201.
최경아. (2017). 수학 교과 역량 관점에서의 수학적 모델링에 관한 선행 연구 탐색. **한국학교수학회논문집, 20**(2), 187-210.
하화주, 홍후조, 박하식. (2012). 우리나라 고등학교에서의 IBDP 교육과정 적용의 현황 및 과제. **교육과정연구, 30**(4), 51-79.
홍석복, 이중권, 신태교, 이채형, 이병하, 신용우, 전형숙, 김형균, 권백일, 최원숙, 강인우. (2017). **고등학교 수학.** 지학사.
황선욱, 강병개, 윤갑진, 이광연, 김수영, 이문호, 김원일, 박문환, 박상의. (2017). **고등학교 수학.** 미래엔.
Asempapa, R. S. (2015). Mathematical modeling: Essential for elementary and middle school students. *Journal of Mathematics Education, 8*(1), 16-29.
Blomhøj, M.., & Jensen, T. H. (2003). Developing mathematical modelling competence: Conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and its Applications, 22*(3), 123-139.
Blum, W., & Ferri, R. B. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught and Learnt?. *Journal of Mathematical Modelling and Application, 1*(1), 45-58.
Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H. W., & Niss, M. (Eds.). (2007). *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study.* Boston, MA: Springer US.
Blum, W., & Leiß, D. (2007). Investigating quality mathematics teaching: The DISUM project. *Developing and researching quality in mathematics teaching and learning, proceedings of MADIF, 5,* 3-16.
Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects—State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational studies in mathematics, 22*(1), 37-68.
CCSSI. (2010). Common Core State Standards Initiative. Retrieved from http://www.corestandards.org/Math
Doering, S., Halsey, T., Economopoulos, P., Ortman, M.., Gray, P., Singh, N. S., Harris, D., & Wathall, J. C. (2019). *Mathematics: Applications and Interpretation Higher Level.* Oxford University Press.

English, L., & Sriraman, B. (2010). Problem solving for the 21 st century. In *Theories of mathematics education* (pp. 263-290). Springer, Berlin, Heidelberg.

English, L. D., & Watters, J. J. (2004). Mathematical Modelling with Young Children. *International Group for the Psychology of Mathematics Education.*

Frejd, P. (2013). An analysis of mathematical modelling in Swedish textbooks in upper secondary school. *Nordic Studies in Mathematics Education, 18*(3), 59-95.

Galbraith, P., & Stillman, G. (2001). Assumptions and context: Pursuing their role in modelling activity. *Modelling and mathematics education, ICTMA, 9*, 300-310

Haese, M.., Humphries, M., Sangwin, C., & Vo, N. (2019). *Mathematics: Core Topics HL.* Marleston: Haese Mathematics.

International Baccalaureate Organization. (2019a). *Diploma Progarmme Mathematics: analysis and approaches guide.*

International Baccalaureate Organization. (2019b). *Diploma Progarmme Mathematics: analysis and approaches teacher support material.*

International Baccalaureate Organization. (2019c). *Diploma Progarmme Mathematics: applications and interpretation guide.*

International Baccalaureate Organization. (2019d). *Diploma Progarmme Mathematics: applications and interpretation teacher support material.*

Kröger, I. (2019). Practicing mathematical modeling in upper secondary school: An analysis of the opportunities offered by Swedish and German textbooks(professional degree). Karlstad University, Faculty of Health, Science and Technology, Department of Mathematics and Computer Science, Karlstads, Sweden.

Lesh, R.., & Doerr, H. M.. (2003). *Beyond constructivism: A models & modelling perspective on mathematics problem solving, learning, and teaching*. Routledge.

Pollak, H. O. (2011). What is mathematical modeling?. *Journal of Mathematics Education at Teachers College, 2*(1).

Wathall, J. C., Harcet, J., Harrison, R.., Heinrichs, L., & Torres-Skoumal, M.. (2019). *Mathematics: Analysis and Approaches Higher Level*. Oxford University Press.

A Comparative Study on International Baccalaureate Diploma Programme(IBDP) Textbooks and Korean Textbooks by the 2015 Revised Curriculum -Focus on function from a mathematical modeling perspective-

Park, Woo Hong[1]·Choi-Koh, Sang Sook[2]

Abstract

This study aimed to compare and analyze the number and characteristics of modeling problems in chapters related to function contents in International Baccalaureate Diploma Program (IBDP) mathematics textbooks and Korean high school mathematics textbooks. This study implies how the textbooks contributed to the improvement of students' modeling competency. In this study, three textbooks from IBDP and all nine textbooks from the Korean 2015 revised curriculum were selected. All the problems in textbooks were classified into real-world problems and non-real-world problems. Problems classified as real-world problems were once again divided into word problems and modeling problems according to the need to set up mathematical models. Modeling problems were further categorized into standard applications and good modeling problems depending on whether all the necessary information was included in the problem-solving process. Among the 12 textbooks, the textbook with the most modeling problems was the IBDP textbook, 'Math: Applications and Interpretation', which accounted for 50.41% of modeling problems to the total number of problems. This textbook provided learners with significantly higher modeling opportunities than other IBDP and Korean textbooks, which had 2% and 9% modeling problem ratios. In all 12 textbooks, all problems classified as modeling problems appeared as standard applications, and there were no proper modeling problems. Among the six sub-competencies of mathematical modeling, 'mathematical analysis' and 'interpretation and evaluation of results' sub-competencies appeared the most with very similar number of modeling problems, followed by the 'mathematization'. It is expected that the results of this study will help compare the number and ratio of modeling problems in each textbook and provide a better understanding of which modeling sub-competencies appear to what extent in the modeling problems.

Key Words : IB textbook, mathematics textbook, mathematical modeling, function

Received May 11, 2022
Revised June 21, 2022
Accepted June 23, 2022

---

* 2010 Mathematics Subject Classification : 97U20

1) Dankook University Graduate School (whpark5440@gmail.com)
2) Dankook University (miso2314@naver.com), Corresponding Author