한국학교수학회논문집 제 25 권, 제 2 호
Journal of the Korean School Mathematics Society
Volume 25, Number 2, 105-124, June 2022
http://doi.org/10.30807/ksms.2022.25.2.001

# 우리나라 초등 수학 교과서에 제시된 분수 나눗셈 내용과 해결 방법 분석

이대현[1)]

분수 나눗셈은 교육과정에 따른 교과서마다 문제 상황이나 해결 방법에서 변화가 있었고, 교과서 내용은 학생들의 학습에 직접 영향을 주기 때문에 중요하다. 본 연구에서는 우리나라의 최근 3개 교육과정과 그에 따른 교과서에 제시된 분수 나눗셈의 교육과정 성취기준, 수식 유형 및 문제 상황, 비표준 및 표준 알고리즘의 도입 과정을 분석하였다. 분석 결과, 교육과정 성취기준의 차이는 거의 없었으나, 교과서의 학년별 내용 제시에 변화가 있었다. 수식 유형에서는 교육과정별 교과서마다 차이가 있었고, 문제 상황은 다양해지는 변화가 나타났다. 해결 방법은 표준 알고리즘을 강조한 것에서 최근 교과서에서 비표준 알고리즘과 표준 알고리즘을 병행하는 방향으로 변화하였다. 제언으로 나눗셈 유형별로 내용을 세분화하기보다는 문제 상황별로 유목화할 수 있는 방안과 비표준 알고리즘과 표준 알고리즘의 연계 및 표준 알고리즘 도입 과정의 공통적 속성에 따라 일반화와 정당화를 추구하는 방안 마련이 필요함을 제시하였다.

주요용어 : 초등 수학 교과서, 분수 나눗셈, 수식 유형, 문제 상황, 표준 알고리즘, 비표준 알고리즘

## Ⅰ. 서론

교육과정과 교과서에 제시된 분수 나눗셈의 지도 계열, 문제 상황과 해결 방법 및 표준 알고리즘의 도입 과정, 지도의 어려움 등에 대해 지속적인 논의가 이루어져 왔다(강흥규, 2014; 박교식, 2014; 박교식, 송상헌, 임재훈, 2004; 서동엽, 2021; 임재훈, 2007; 2016; 2021). 특히 우리나라 초등 수학 교과서는 한정된 지면과 학습 시간 배정의 한계 속에서도 학생들의 이해를 높이기 위해 다양한 문제 상황과 내용 구성을 위해 노력해 왔지만, 여전히 학습 요소가 지나치게 상세화되었거나 특정 상황의 문제에 국한되어 있는 등의 문제를 가지고 있는 것도 사실이다(김정하, 2020). 또 2015 개정 수학과 교육과정에 따른 단일의 국정 교과서 체제에서 2022년부터는 3-4학년군을 시작으로 검정 교과서 체제의 시대를 열어 놓았다. 따라서 2023년부터 사용될 교과서의 분수 나눗셈 내용은 그 내용 요소의 다양성과 복잡성에 비추어 집필진의 관점에 따라 다양한 내용 구성이 이루어질 것으로 기대되고 있다.

분수는 도입 과정에서부터 의미의 다양성과 기존 자연수 체계와는 다른 특성으로 인해 학생들에게 어려움의 대상이었고(김태은, 오상철, 우연경, 권서경, 2018), 분수 나눗셈은 실세계 문제 상황의 다양성, 그에 따른 해결 방법 및 표준 알고리즘의 도입 과정과 정당화의 어려움 등으로 교사에게나 학생

* MSC2010분류 : 97U20
1) 광주교육대학교 교수 (leedh@gnue.ac.kr)

에게나 어려운 학습 내용에 속해 왔다. 또한 교육과정이 개정될 때마다 교과서의 분수 나눗셈 단원에 약간의 변화가 있어 왔지만, 2015 개정 교육과정에 따른 교과서에서 분수의 나눗셈은 (분수)÷(자연수)와 (분수)÷(분수)로 구분되어 6학년 과정에 지도해 오고 있다(교육부, 2019a; 2019b).

분수 나눗셈은 '제수의 역수 곱하기'라는 표준 알고리즘의 간결 명료함과 이후 중등 과정에서 유리수 학습의 기초임에도 불구하고, 의미론 측면에서 문제 상황의 다양성과 그에 따른 표준 알고리즘 도입 과정의 다변성 때문에 개념적으로 이해하기가 어렵고, 그렇기에 절차적 기능을 우선시하는 경향도 있어 왔다(김민경, 김서영, 2014). 또한 분수 나눗셈 학습의 궁극적 목적으로 제수의 역수를 곱하는 형식적 원리가 중시되어야 하는지? 분수 나눗셈의 여러 상황을 인지하고 이를 식으로 나타내어 각각의 상황에 맞게 표준 알고리즘을 도입하는 것이 맞는지? 표준 알고리즘보다는 비형식적 지식이나 문제 상황에 맞는 다양한 방법으로 답을 찾는 것이 바람직한 것인지? 등에 대한 논의가 계속 대두될 수밖에 없는 주제이다.

이러한 이유로 인해 그간 분수 나눗셈에 대한 연구가 진행되었고, 이들 연구를 몇 가지 유형으로 구별할 수 있다(김정하, 2020). 먼저 교사 지식에 관한 것으로는 Ma(1999)의 연구가 대표적이며, 현직 교사나 예비교사들의 분수 나눗셈에 대한 교수학적 내용 지식을 분석한 연구들이 주를 이루고 있다(강영란, 조정수, 김진환, 2012; 박교식, 송상헌, 임재훈, 2004). 둘째로는 초등학생을 대상으로 그들이 보이는 이해 정도나 오류에 대한 연구를 들 수 있다(김경미, 강완, 2008; 김민경, 2009). 셋째로는 교과서나 교육과정 분석 연구가 있으며, 이를 통해 교과서 내용과 기술 방식의 문제점을 찾아 시사점을 제시한 연구를 들 수 있다(김정하, 2020; 서동엽, 2021). 마지막으로는 분수 나눗셈 자체에 대한 분석 연구로, 알고리즘을 지도하는 방법이나 알고리즘을 유도하는 과정에 나타나는 문제점 및 시사점을 찾는 연구가 그것이다(박교식, 2014; 임재훈, 2016; 2021). 이러한 연구를 통해 분수 나눗셈에 대한 의미 있는 지도가 이루어지도록 제안했다는 것과 2015 개정 교육과정에 따른 교과서에서도 학생들의 비형식적 지식과 유사한 단위비율 결정 상황을 통해 분수 나눗셈의 표준 알고리즘을 도입하는 과정을 제시하는데 이르렀다는 것은 고무적인 결과로 보인다.

분수 나눗셈에 대한 선행연구에도 불구하고 분수 나눗셈에 대한 학생들의 이해 정도는 여전히 낮은 편이며, 새로 도입된 단위비율 결정 상황을 분수 나눗셈으로 인식하고 해결하는데 교사와 학생들 모두 어려움을 나타내고 있다(서동엽, 2021). 또한 전술한 바와 같이 교과서의 한정된 지면과 할당된 학습 시간의 문제 등은 교과서의 분수 나눗셈 내용 구성과 방식에 영향을 주는 원인이 되기도 하다. 특히 분수 나눗셈식을 구성하는 분수와 문제 상황의 다양성 및 문제 상황에 따른 비표준 알고리즘에 의한 해결 방법, 그리고 표준 알고리즘 도입 과정이 서로 다르기 때문에 더욱 그러하다.

본 연구에서는 분수 나눗셈 지도 방법의 개선을 위해 최근 3개 교육과정과 그에 따른 교과서에 제시된 분수 나눗셈 내용, 각 차시별 문제 유형 및 상황, 나눗셈 해결 방법과 표준 알고리즘의 도입 과정을 분석하고자 한다. 이러한 교과서 내용 분석은 교과서에 제시된 사실을 단순 확인하고 비교하는데 그치는 것이 아니라, 교과서 분석 결과 및 관련 주제에 대해 실시된 선행연구나 논점 등을 바탕으로 개선의 방향을 제시하는데 그 목적이 있다. 종전의 교과서 분석 연구가 분수 나눗셈 지도 시기와 도입 상황 및 알고리즘 개발 방법에 관한 전체적인 변천 과정이나(김정하, 2020), 알고리즘 도입의 정당화 과정의 변화 등을 분석한 것(서동엽, 2021)에 비추어, 본 연구에서는 분수 나눗셈의 교육과정 성취기준, 수식 유형 및 문제 상황, 비표준 및 표준 알고리즘의 연계와 표준 알고리즘의 도입 과정을 분석하여 시사점을 찾고자 한다. 이를 통해 분수 나눗셈 지도에 관한 논점을 추출하여 개선 방향을 모색해 보고자 한다.

# Ⅱ. 이론적 배경

## 1. 분수 나눗셈의 문제 상황

초등학교 수학에서 나눗셈은 자연수 범위에서 포함제와 등분제로 구분되어 제시되기 시작한다. 그렇지만 식을 구성하는 수가 분수나 소수로 확장되면서 나눗셈은 그 의미가 다양해지며, 이에 따라 문제를 해결하는 방법이나 표준 알고리즘을 도입하는 방법 또한 다르게 나타난다. 따라서 교과서에 제시된 분수 나눗셈의 문제 상황은 이에 대한 학습 과정에 더욱 중요한 요소가 된다.

<표 Ⅱ-1> 분수 나눗셈의 문제 상황[2)]

| 문제 상황 | 예시 |
|---|---|
| 포함제 | 물 $\frac{5}{7}$L를 $\frac{2}{7}$L의 컵에 나누어 담으려고 한다. 몇 개의 컵에 담을 수 있고, 남은 물은 컵의 얼마만큼을 차지하는지 구하시오. |
| 곱셈적 비교(배) | 보미는 하루에 3㎞를 걷고, 여름이는 하루에 $\frac{4}{3}$㎞를 걷는다. 보미가 걸은 거리는 여름이가 걸은 거리의 몇 배인지 구하시오. |
| 등분제 | 물 $\frac{3}{4}$L를 3명이 똑같이 나누어 마셨다. 한 명이 마신 물의 양을 구하시오. |
| 단위비율의 결정 | 조개 $\frac{1}{2}$kg을 캐는데 $\frac{2}{3}$시간이 걸렸다. 1시간 동안 캘 수 있는 조개의 무게를 구하시오. |
| 곱셈의 역 | 가을이는 $\frac{2}{3}$kg의 조개를 캤다. 이것은 겨울이가 캔 조개의 $\frac{3}{4}$배이다. 겨울이가 캔 조개의 무게를 구하시오. |
| 카테시안 곱의 역 | 넓이가 2㎡인 직사각형 모양의 책상의 세로가 $\frac{4}{5}$m일 때 가로를 구하시오. |

분수 나눗셈을 나타내는 문제 상황과 관련하여 박교식, 송상헌, 임재훈(2004)은 예비 초등 교사들이 제시한 분수 나눗셈 유형을 포함제, 등분제, 단위 비율의 결정, 곱셈의 역, 카테시안 곱의 역 상황으로 제시하였고, 이지영(2015)은 포함제, 곱셈적 비교, 등분제, 단위 비율의 결정, 곱셈의 역 상황으로 제시하였다. 또한 Ma(1999)는 측정 모델, 분할 모델, 곱과 인수 모델로 분류하였는바, 곱과 인수 모델은 곱셈의 역, 카테시안 곱의 역 상황에 해당된다. 조선미(2021)는 분수 나눗셈 문제 유형을 나누어지는 수와 나누는 수의 관계에 초점을 두고, 포함제, 곱셈적 비교, 등분제, 단위 비율의 결정, 곱셈의 역, 카테시안 곱의 역 상황으로 제시하였다.

한편, 분수 나눗셈의 알고리즘 도입과 관련지어 문제 상황을 제시하기도 하는데, 이것은 나눗셈 문제 상황이 알고리즘을 도입하는 과정에 영향을 끼치기 때문이다. 예를 들어 김정하(2020)는 포함제, 단위비율 결정, 곱셈의 역연산 상황으로 제시하고 있다. 임재훈(2007)도 측정(포함제), 분할, 단위비율 결정, 곱과 인수 맥락으로 제시하고 있다. 임재훈, 김수미, 박교식(2005)은 분수 나눗셈 알고리즘이 도입되는 다양한 방식과 역수의 의미 차이 관점에서 포함제, 단위비율 결정, 배 또는 측정 단위의 세분, 곱셈의 역연산 전략 및 분수의 곱셈으로부터의 유추로 구분하여 제시하고 있다. 이러한 구분 방법은

2) 문제 상황에서 (자연수)÷(자연수) 유형과 같이 피제수나 제수의 어느 한쪽에도 분수가 없는 경우는 제외하였다. 또 문제 상황을 표현하는 용어에는 상황, 맥락, 유형 등의 용어를 연구자들이 사용하고 있다. 본 글에서는 문제 상황으로 표현하며, 선행연구의 결과를 제시할 때에는 해당 연구에서 사용한 용어를 그대로 제시하였다.

알고리즘을 도입하는 문제해결 방법에 초점을 두고 있기 때문에 분수 나눗셈 문제 상황의 범주화와는 차이가 있지만, 유형을 색인하는 데에는 의미가 있다.

이상에서 살펴보았듯이 분수 나눗셈의 문제 상황은 연구자마다 연구 주안점이나 대상에 따라 차이를 보이고 있으며, 제수가 자연수인 경우와 분수인 경우로 문제 상황을 구분할 수도 있다. 본 연구의 이론적 배경에서는 제수가 자연수인 경우와 분수인 경우를 포괄하면서 조선미(2021)가 제시한 표준 알고리즘을 도입하는 과정의 공통점에 초점을 두어 분수 나눗셈 문제 상황을 <표 Ⅱ-1>과 같이 구분하였다. 즉, 분수 나눗셈 문제 상황을 피제수가 제수의 몇 배에 해당되는가를 찾는 포함제, 곱셈적 비교(배), 제수 1에 해당되는 피제수의 양을 찾는 등분제, 단위비율의 결정, 곱셈의 역, 그리고 카테시안 곱의 역 상황으로 구분하였다.

## 2. 분수 나눗셈의 해결 방법

분수 나눗셈 지도의 초점은 '분수 나눗셈식에 적절한 문제 상황 만들기, 문제 상황에서 분수 나눗셈 식을 세우기, 표준 알고리즘을 포함한 여러 가지 해결 방법을 사용하여 문제 해결하기'라고 할 수 있다. 이 절에서는 마지막 주제에 초점을 두고 분수 나눗셈을 해결하는 방법에 대해 살펴보고자 한다. 분수 나눗셈의 해결 방법에는 제수의 역수를 곱하는 '표준 알고리즘'과 그 외의 방법으로 해결하는 '비표준 알고리즘'으로 구분할 수 있다. 비표준 알고리즘은 문제 상황에 적절한 방법으로 답을 산출하는 과정과 결과를 보여주기도 하고, 표준 알고리즘의 도입 과정에 대한 정당화 과정을 보여줄 수도 있다.

분수 나눗셈을 해결하는 방법과 관련하여 임재훈, 김수미, 박교식(2005)은 분수 나눗셈 알고리즘이 도입되는 다양한 방식과 제수의 역수의 의미에서 포함제, 단위비율 결정, 비 또는 측정 단위의 세분, 곱셈의 역연산 맥락 및 분수의 곱셈으로부터의 유추로 나누어 분수 나눗셈을 해결하는 방법과 알고리즘의 의미를 분석하였다. 또 김정하(2020)는 분수 나눗셈이 적용되는 상황과 알고리즘 개발 방법 면에서 포함제(동수누감, 배, 비 또는 측정 단위의 세분), 단위비율 결정(번분수, 줄이고 늘이기), 곱셈의 역연산(수직선, 직사각형 넓이, 퍼즐, 유추) 상황으로 나누어 제시하고 있다. 그리고 조선미(2021)는 대수적 사고를 강조한 측면에서 분수 나눗셈의 알고리즘 유도 방법을 분모를 통분하여 분자끼리 나누는 방법과 제수의 분자로 나누고 분모를 곱하는 방법으로 나누어 제시하고 있다.

<표 Ⅱ-2> 분수 나눗셈의 비표준 알고리즘

| 해 결 방 법 | 설 명 |
|---|---|
| 동수누감 | · 피제수가 제수에 몇 번 들어가는가를 결정 |
| 측정 단위의 세분 | · 측정 단위(분모)를 같게 하여 분자끼리의 몫으로 결정 |
| 배 | · 동수누감에서 횟수 대신에 1에 제수가 들어갈 양으로 결정<br>예: $\frac{3}{4}\div\frac{2}{3}$는 1이 $\frac{2}{3}$의 $\frac{3}{2}$배이므로 $\frac{3}{4}\div\frac{2}{3}=(1\div\frac{2}{3})\times\frac{3}{4}=\frac{3}{2}\times\frac{3}{4}$ |
| 수직선 | · 수직선에서 피제수를 제수로 등분한 한 몫으로, 수직선에 피제수와 제수를 표시하고 피제수가 제수의 몇 배인지(포함제), 또는 제수 1 만큼에 해당하는 양(등분제)을 구하는 방법 |
| 줄이고 늘이기 | · 단위분수만큼 줄이고 단위량만큼 늘이는 방법 |
| 직사각형 넓이 | · 직사각형 넓이가 1일 때 가로(세로)를 구하는 방법 |
| 자연수 나눗셈 유추 | · 제수가 자연수일 때 자연수의 나눗셈에서 유추하여 피제수의 단위분수를 단위로 (피제수의 분자)÷(제수)로 해결하는 방법 |

| | |
|---|---|
| 피제수 분모에 제수 곱 | ・제수가 자연수일 때 피제수의 분모에 제수를 곱하는 방법 |
| 퍼즐 이용 | ・퍼즐을 해결하듯이 등식의 성질을 이용하여 식을 변형하면서 해결해 가는 방법 |

본 연구의 이론적 배경에서는 교육 현장에서 이용 가능성에 초점을 두고 제수의 역수 곱하기로 해결되는 표준 알고리즘 외에 비표준 알고리즘 범주에 속하는 방법을 <표 Ⅱ-2>와 같이 제시하였다. 표준 알고리즘의 핵심은 제수의 역수 곱하기로 귀결되지만, 그 의미를 파악하기가 쉽지 않다는 사실 때문에 교과서에서는 다양한 문제 상황을 도입하면서 비표준 알고리즘으로 해결하고 표준 알고리즘과의 연계를 모색하고 있다. 이에 비추어 다양한 문제 상황의 분수 나눗셈에서 이용할 수 있는 비표준 알고리즘을 구분하여 제시한 것이다.

문제 상황에 따라 비표준 알고리즘의 해결 방법을 절대적으로 구분 짓기는 어렵지만, 포함제에서는 동수누감, 측정 단위의 세분, 배, 수직선 등을 이용할 수 있다. 또 등분제나 단위비율 결정 상황에서는 이중수직선을 매개체로 줄이고 늘이기를 이용할 수 있으며, 카테시안 곱의 역 상황에서는 직사각형 넓이를 이용할 수 있다. 이 외에도 자연수 나눗셈 유추, 피제수의 분모에 제수를 곱하기, 퍼즐을 이용한 방법이 있으며, <표 Ⅱ-2>에 제시되지 않은 방법으로 분수의 곱셈 방법과 유사하게 분모끼리, 분자끼리 나누는 방법도 있다. 분수 나눗셈을 해결할 수 있는 여러 가지 비표준 알고리즘의 존재에 비추어 각각의 방법으로 답을 산출할 수 있지만, 표준 알고리즘을 도입하는 데에는 각각의 방법마다 장・단점이 있으며, 또한 교과서에서도 표준 알고리즘의 도입 시기나 방법에 따라 제시하는 문제 상황이나 해결 방법에 차이가 있다.

# Ⅲ. 연구 방법

## 1. 연구 방법 및 분석 대상

본 논문은 우리나라의 최근 3개 수학과 교육과정(교육과학기술부, 2011a; 교육부, 2015a; 교육인적자원부, 2007)과 그에 따른 교과서(교육과학기술부, 2011b; 2012; 교육부, 2015b; 2015c; 2019a; 2019b)에 제시된 분수 나눗셈 내용, 각 차시별 문제 유형 및 상황, 비표준 알고리즘에 의한 해결 방법과 표준 알고리즘의 도입 과정을 분석하는 것을 목적으로 하였다. 따라서 우리나라의 최근 3개 교육과정과 그에 따른 초등 수학 교과서에 제시된 내용을 대상으로 문헌 분석 방법을 사용하였다.

구체적인 분석 대상은 2022년 현재 학교 현장에서 사용하고 있는 2015 개정 교육과정에 따른 국정 교과서와 그 이전의 2009 개정 교육과정과 2007 개정 교육과정에 따른 교과서(이하 2015, 2009, 2007 개정 교과서) 및 교육과정이다. 특히 교과서 내용 분석에서는 각 차시에 문제 상황(또는 문장제)으로 제시된 문제나 상황을 분석 대상으로 삼았다.

## 2. 분석 방법

본 연구에 앞서 우리나라 수학 교과서에 제시된 분수 나눗셈 지도 방법의 변천 과정의 전반적 경향과 알고리즘 도입 과정에 대해서는 김정하(2020)의 연구에서 이루어졌다.[3] 본 연구에서는 수시 개정

3) 김정하(2020)에서는 1차 교육과정에서 2015 개정 교육과정까지 교과서에 제시된 분수 나눗셈이 적용되는 상황과 그 상황에서 알고리즘이 개발되는 방법에 대해 분석하였다.

체제에서 발행된 최근 3개 교육과정에 따른 교과서의 분수 나눗셈 내용을 문제 도입 상황과 해결 방법에 주안점을 두어 분석하였는바, 교육과정과 교과서에 제시된 내용, 각 차시별 문제(수식) 유형 및 상황, 해결 방법과 표준 알고리즘의 도입 과정을 분석하는 데 초점을 두었다. 그리고 제수가 자연수인 경우와 분수인 경우에 따라 교과서의 단원 구성과 문제 상황 및 이에 따른 문제해결 방법의 차이가 있으므로 이를 구분하여 분석하였다. 제수의 유형에 따른 구체적 분석 내용과 방법은 다음과 같다.

첫째, 교육과정과 교과서에 제시된 내용에서는 각 문서에 제시된 시기와 다루는 문제 유형의 차이를 분석하였다. 둘째, 교과서에 제시된 차시별 문제 유형과 상황은 나눗셈식을 구성하고 있는 수식 유형과 수식 및 <표 Ⅱ-1>에 제시된 6가지 문제 상황을 바탕으로 분석하였다. 마지막으로 분수 나눗셈의 표준 알고리즘과 <표 Ⅱ-2>에 제시된 비표준 알고리즘을 바탕으로 비표준 알고리즘의 이용 정도 및 각 차시별로 표준 알고리즘 도입 여부, 표준 알고리즘을 도입하는 방법에 대해 분석하였다.

# Ⅳ. 분석 결과

## 1. 교육과정과 교과서에 제시된 내용 분석 결과

이 절에서는 우리나라의 최근 3개 교육과정과 교과서에 제시된 분수 나눗셈 내용을 구성 체계 면에서 살펴보았다. 학년군제로 제시된 2015 개정 교육과정과 2009 개정 교육과정에서는 5-6학년군에 분수의 나눗셈의 계산 원리를 이해하고 그 계산을 할 수 있도록 제시하고 있다(교육부, 2015a; 교육과학기술부, 2011a). 반면에 학년제로 제시된 2007 개정 수학과 교육과정에서는 5학년에 (분수)÷(자연수)를, 6학년에 '나누는 수가 분수인 나눗셈'을 각각 제시하고 있다(교육인적자원부, 2007). 그렇지만 분수 나눗셈 내용은 차이가 없이 동일한 내용으로 제시되고 있다.

교과서에 제시된 학기별 내용 구성에서 2015 개정 교과서에서는 제수가 자연수인 경우와 분수인 경우가 이전 교과서에 비해 각각 한 학기씩 늦게(6-1, 6-2) 제시되고 있다. 또 제수가 분수인 경우에 2009 개정과 2007 개정 교과서에서는 (자연수)÷(단위분수)가 제시된 반면, 2015 개정 교과서에서는 (자연수)÷(단위분수)가 제시되지 않고 (자연수)÷(진분수) 상황만 제시되었다. 분수 나눗셈식에 이용된 유형의 구체적인 차이는 다음 절에서 다룰 것이다. 결론적으로 3개 교육과정에 제시된 분수 나눗셈 내용의 차이는 거의 없으며, 교과서에 제시된 내용에서는 (자연수)÷(단위분수)의 제시 여부 및 2015 개정 교과서에서 이전 교과서 학기 배정보다 한 학기 늦어진 것의 차이만 있을 뿐 큰 차이는 없었다.

## 2. 제수가 자연수인 분수 나눗셈의 내용 분석 결과

제수가 자연수인 분수 나눗셈은 표준 알고리즘 적용 면에서는 (분수)÷(분수)로 통합되지만, 문제 상황에서 수식 유형 및 해결 방법 등에서 제수가 분수인 나눗셈과는 차이가 있다. 먼저, 각 교육과정에 따른 교과서에 제시된 차시별 수식 유형과 수식 및 문제 상황을 분석한 결과는 <표 Ⅳ-1>과 같다. 제수가 자연수인 수식 유형은 (진분수)÷(자연수), (가분수)÷(자연수), (대분수)÷(자연수)로 구분할 수 있는바, 2015 개정 교과서에서는 (가분수)÷(자연수)를 별도 차시로 제시하지 않고 (분수)÷(자연수)를 곱셈으로 나타내는(표준 알고리즘) 과정에서 하나의 활동으로만 제시하고 있다. 이에 따라 2015 개정 교과서의 (대분수)÷(자연수)에서는 문제해결 과정을 나타낸 식에서 대분수를 가분수로 변형한 후 (진분수)÷(자연수)와 (분수)÷(자연수)를 곱셈으로 나타내는 과정에서 제시한 자연수 나눗셈 유추 방법과

제수의 역수를 곱하는 방법을 병행하여 해결하도록 하고 있다. 반면에 2009 개정과 2007 개정 교과서에서 (대분수)÷(자연수)를 해결하기 위하여 대분수를 가분수로 변형하도록 명시하고 (가분수)÷(자연수)의 계산 원리를 그대로 적용하도록 하였기 때문에 (가분수)÷(자연수)를 별도 차시로 제시하고 있는 것이다[4].

<표 Ⅳ-1> 제수가 자연수인 분수 나눗셈 내용

| 시 기 | 수식 유형과 수식 | 문제 상황 |
|---|---|---|
| 2015<br>6-1 | ① (진분수)÷(자연수) ⇒ $\frac{6}{8}\div 3,\ \frac{2}{3}\div 4,\ \frac{7}{5}\div 3$<br>②-1 (대분수)÷(자연수) ⇒ $4\frac{1}{3}\div 2$<br>②-2 (대분수)÷(자연수) ⇒ $2\frac{2}{3}\div 4$ | ① 등분제, 등분제<br>②-1 곱셈적 비교<br>②-2 카테시안 곱의 역 |
| 2009<br>5-2 | ① (진분수)÷(자연수) ⇒ $\frac{1}{4}\div 2$<br>② (가분수)÷(자연수) ⇒ $\frac{9}{4}\div 2$<br>③ (대분수)÷(자연수) ⇒ $1\frac{1}{2}\div 4$ | ① 수식<br>② 수식<br>③ 수식 |
| 2007<br>5-2 | ① (진분수)÷(자연수) ⇒ $\frac{2}{3}\div 3$<br>② (가분수)÷(자연수) ⇒ $\frac{6}{5}\div 3$<br>③ (대분수)÷(자연수) ⇒ $1\frac{1}{2}\div 6$ | ① 수식<br>② 수식<br>③ 등분제 |

나눗셈식을 이루는 분수에서는 2009 개정과 2007 개정 교과서와 달리 2015 개정 교과서에서 (진분수)÷(자연수)의 경우에 피제수의 분자가 제수의 배수인 경우와 아닌 경우로 구분하여 제시하고 있다. 이것은 (진분수)÷(자연수)의 계산 방법이 이전 교과서의 해결 방법과의 차이에 기인하며, 이에 대해서는 해결 방법의 분석에서 다룰 것이다. 마지막으로 이용된 문제 상황에서는 2009 개정과 2007 개정 교과서에서는 대부분 수식을 이용하여 문제 상황을 도입한 반면, 2015 개정 교과서에서는 등분제, 곱셈적 비교, 카테시안 곱의 역 상황과 같은 실세계 문제 상황을 제시한 특징이 있다.

다음으로는 각 교과서의 분수 나눗셈의 해결 방법과 표준 알고리즘 도입 과정을 분석하고 차이를 비교하고자 한다. 먼저, 2015 개정 교과서에서는 <표 Ⅳ-2>와 같이 두 가지 문제 유형에서 비표준 알고리즘과 표준 알고리즘으로 문제를 해결하고 있다.

4) (가분수)÷(자연수)의 경우에 <표 Ⅳ-3>과 <표 Ⅳ-4>에서 알 수 있듯이, 2009 개정 교과서에서는 표준 알고리즘으로, 2007 개정 교과서에서는 제수를 피제수의 분모에 곱하는 방법으로 계산 원리를 제시하는 차이가 있음.

<표 Ⅳ-2> 2015 개정 교과서의 해결 방법과 표준 알고리즘 도입 여부

| 문제 유형 | 해결 방법[5] | 표준 |
|---|---|---|
| ① (진분수)÷(자연수) | ･(등분제) 자연수 나눗셈 유추 방법 (예) $\frac{6}{8} \div 3 = \frac{\square \div \square}{8} = \square$ | × |
| | ･(등분제) 직사각형 모델을 이용→표준 알고리즘 도입 (예) $\frac{2}{3} \div 4 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{\square} = \frac{\square}{\square}$ | ○ |
| ②-1, 2 (대분수)÷(자연수) | ･(곱셈적 비교) 자연수 나눗셈 유추 방법 적용 | × |
| | 표준 알고리즘 적용 | ○ |
| | ･(카테시안 곱의 역) 없음 | × |

비표준 알고리즘에서는 분수의 의미와 자연수 나눗셈의 유추를 통해 피제수의 분자를 제수로 나누는 방법을 이용하고 있다. 또 표준 알고리즘을 도입하고 정당화하는 과정에서는 직사각형 모델을 이용하고 있고, 이를 (대분수)÷(자연수) 상황에 적용하고 있다. 결론적으로 2015 개정 교과서에서는 문제 유형별로 비표준 알고리즘과 표준 알고리즘을 모두 이용하고 있었다.

2009 개정 교과서에서는 <표 Ⅳ-3>과 같이 세 가지 문제 유형에서 표준 알고리즘을 모두 도입하고, 이를 이용하여 문제를 해결하고 있다. 세 가지 문제 유형 모두에서 표준 알고리즘을 도입하고 정당화하는 과정에서는 직사각형 모델을 이용하여 몫을 곱으로 변형하는 과정으로 제시하고 있다. 이에 비해 비표준 알고리즘 방법은 제시하지 않고 있다. 결론적으로 2009 개정 교과서에서는 문제 유형별로 직사각형 모델을 이용하여 표준 알고리즘 도입하고 이를 활용하는데 집중되어 있었다.

<표 Ⅳ-3> 2009 개정 교과서의 해결 방법과 표준 알고리즘 도입 여부

| 문제 유형 | 해결 방법 | 표준 |
|---|---|---|
| ① (진분수)÷(자연수) | ･(수식) 직사각형 모델을 이용→표준 알고리즘 도입 (예) $\frac{1}{4} \div 2 = \frac{1}{4} \times \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$ | ○ |
| ② (가분수)÷(자연수) | ･(수식) 직사각형 모델을 이용→표준 알고리즘 도입 (예) $\frac{9}{4} \div 2 = \frac{9}{4} \times \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$ | ○ |
| ③ (대분수)÷(자연수) | ･(수식) 직사각형 모델을 이용→표준 알고리즘 도입 (예) $1\frac{1}{2} \div 4 = \frac{\square}{\square} \times \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$ | ○ |

2007 개정 교과서에서는 <표 Ⅳ-4>와 같이 세 가지 문제 유형 중에서 (진분수)÷(자연수)에서만 표준 알고리즘을 도입하고 있다. 나머지 유형에서는 제수를 피제수의 분모에 곱하는 방법으로 비표준 알고리즘을 이용하고 있다. 결론적으로 2007 개정 교과서에서는 직사각형 모델을 이용하여 표준 알고리즘을 도입한 후에도 제수를 피제수의 분모에 곱하는 방법으로 비표준 알고리즘의 적용하는데 초점을 두고 있다.

5) 해결 방법의 분석에서는 문제 이해나 어림 및 계산을 위한 수단으로 제시된 보조 도구(예: 분수 띠 모델, 이중 수직선)는 분석 대상에서 제외하였고, 표준 또는 비표준 알고리즘 도입을 위한 계산 방법의 탐구 과정에서 제시된 해결 방법을 분석 대상으로 삼았음.

<표 Ⅳ-4> 2007 개정 교과서의 해결 방법과 표준 알고리즘 도입 여부

| 문제 유형 | 해결 방법 | 표준 |
|---|---|---|
| ①<br>(진분수)÷(자연수) | ・(수식) 직사각형 모델을 이용→표준 알고리즘을 도입, 계산에서는 제수를 피제수의 분모에 곱하는 방법<br>(예) $\frac{2}{3} \div 3 = \frac{2}{3} \times \frac{\square}{\square}$, $\frac{2}{3} \div 3 = \frac{2}{3 \times \square} = \frac{\square}{\square}$ | ○ |
| ②<br>(가분수)÷(자연수) | ・(수식) 수직선 이용→등분한 한 몫을 구하기 위해 제수를 피제수의 분모에 곱하는 방법 | × |
| ③<br>(대분수)÷(자연수) | ・(등분제) 제수를 피제수의 분모에 곱하는 방법 | × |

제수가 자연수인 분수 나눗셈의 표준 알고리즘 도입과 관련하여 3번의 교육과정의 공통점으로는 표준 알고리즘 도입 과정에서 직사각형 모델을 이용하여 몫이 차지하는 양을 곱으로 변환하는 과정을 통해 이루어지고 있다는 점이고, 차이점으로는 2009 개정 교과서에서는 모든 문제 유형별로 표준 알고리즘을 도입하여 문제를 해결한 것에 비해, 2015 개정과 2007 개정 교과서에서는 (진분수)÷(자연수)에서만 표준 알고리즘을 도입하고 있다는 점이다. 비표준 알고리즘을 이용한 해결 방법에서는 2015 개정 교과서에서는 자연수 나눗셈 유추 방법으로 피제수의 분자를 제수로 나누는 방법을 이용하고 있고, 2007에서는 수직선을 이용하여 제수를 피제수의 분모에 곱하는 방법에서 차이가 있다.

## 3. 제수가 분수인 분수 나눗셈의 내용 분석 결과

제수가 분수인 분수 나눗셈의 각 교육과정에 따른 교과서에 제시된 차시별 수식 유형과 수식 및 문제 상황을 분석한 결과는 <표 Ⅳ-5>와 같다. 제수가 분수인 경우의 수식 유형은 동분모와 이분모 상황의 (진분수)÷(진분수), (자연수)÷(단위분수), (자연수)÷(진분수), (대분수)÷(진분수)로 구분할 수 있으며, 각 유형별로 교과서에서 다루는 유형은 2009 개정과 2007개정 교과서는 제수가 단위분수인 경우를 포함하여 다루고 있는 문제 유형이 유사하며, 2015 개정 교과서에서는 제수가 단위분수인 경우를 별도의 차시로 다루지 않는 차이가 있다.

분수 나눗셈에서 (자연수)÷(단위분수)의 역할은 제수가 자연수인 경우와 달리 나눗셈 결과가 피제수보다 커질 수 있다는 것과 계산 결과가 자연수와 단위분수의 분모의 곱이 된다는 것을 설명하는 것이다. 그렇지만 계산 원리 면에서는 (자연수)÷(단위분수)의 계산 원리에서 동분모 (진분수)÷(단위분수)의 계산 과정을 유추해 보는 과정에서만 필요할 뿐이다[6]. 또한 (대분수)÷(진분수)의 차시 배정에서 2015 개정 교과서에서는 별도의 차시로 배정하지 않고 있지만, 2009 개정과 2007 개정 교과서에서는 한 차시를 배정한 차이가 있다.

다음으로 나눗셈식을 이루는 분수 유형에서는 분모가 같은 (진분수)÷(진분수)에서 피제수와 제수의 분자가 배수 관계인 경우에 국한되어 그 결과가 자연수가 되는 상황만을 다룬 2009 개정과 2007 개정 교과서에 비해, 2015 개정 교과서에서는 배수 관계가 아닌 경우도 다루어 그 결과가 분수로 나타나는 경우도 다루고 있다. 또한 2015 개정 교과서에서는 제수가 진분수인 것만 다루는 것에 비해, 2009 개

6) 2009 개정 교과서에서는 분모가 같은 (진분수)÷(진분수)에서 분모가 같은 (진분수)÷(단위분수)와 (진분수)÷(진분수)를 각각 한 차시씩 배정하여 제시하고 있다. 그렇지만 2007 개정 교과서에서는 분모가 같은 (진분수)÷(진분수)에 제수가 단위분수인 경우를 함께 제시하고 있다.

정과 2007 개정 교과서에서는 제수가 가분수인 경우와 대분수인 경우를 다루는 차이가 있다.

마지막으로 이용된 문제 상황에서는 2007 개정 교과서에서는 단원 도입을 위한 생각 열기와 활용 차시에 포함제를 제시하였고, 그 외에는 수식을 통해 문제 상황을 제시하고 있으며, 2009 개정 교과서에서는 모든 문제 상황에 포함제를 제시하고 있다. 반면에 2015 개정 교과서에서는 포함제, 곱셈적 비교, 단위비율의 결정, 카테시안 곱의 역과 같이 다양한 문제 상황을 이용하여 문제를 제시하고 있다.

다음으로는 각 교과서의 분수 나눗셈의 해결 방법과 표준 알고리즘 도입 과정을 교육과정 별로 분석하고 차이를 비교하고자 한다. 제수가 분수인 분수 나눗셈은 동분모와 이분모의 (진분수)÷(진분수), (자연수)÷(진분수)가 3개 교육과정 교과서에 걸친 공통의 학습 내용이었고, (자연수)÷(단위분수)나 (대분수)÷(분수)와 같은 유형이 교육과정별 교과서에 따라 차이가 있다. 또한 교과서에 제시된 문제해결 방법은 수식 유형의 제시와 배열에 따라 차이가 있다.

<표 Ⅳ-5> 제수가 분수인 분수 나눗셈 내용

| 시 기 | 수식 유형과 수식 | 문제 상황 |
|---|---|---|
| 2015 6-2 | ① 동분모 (진분수)÷(진분수) ⇒ $\frac{3}{4}\div\frac{1}{4}$, $\frac{6}{7}\div\frac{2}{7}$, $\frac{5}{7}\div\frac{2}{7}$ | ① 포함제 |
| | ② 이분모 (진분수)÷(진분수) ⇒ $\frac{3}{4}\div\frac{3}{8}$ | ② 곱셈적 비교 |
| | ③ (자연수)÷(진분수) ⇒ $6\div\frac{3}{4}$ | ③ 단위비율의 결정 |
| | ④ 이분모 (진분수)÷(진분수)=(분수)×(분수) ⇒ $\frac{4}{5}\div\frac{2}{3}$ | ④ 단위비율의 결정 |
| | ⑤ (자연수, 가분수, 대분수)÷(진분수) ⇒ $2\div\frac{5}{7}$ | ⑤ 카테시안 곱의 역 |
| 2009 6-1 | ① (자연수)÷(단위분수) ⇒ $1\div\frac{1}{4}$ | ① 포함제 |
| | ② 동분모 (진분수)÷(단위분수) ⇒ $\frac{7}{9}\div\frac{1}{9}$ | ② 포함제 |
| | ③ 동분모 (진분수)÷(진분수) ⇒ $\frac{12}{13}\div\frac{3}{13}$ | ③ 포함제 |
| | ④ 이분모 (진분수)÷(진분수) ⇒ $\frac{2}{3}\div\frac{5}{7}$ | ④ 포함제 |
| | ⑤ (자연수)÷(분수) ⇒ $4\div\frac{2}{3}$, $4\div\frac{7}{5}$ | ⑤ 포함제 |
| | ⑥ (대분수)÷(분수) ⇒ $3\frac{1}{8}\div\frac{3}{4}$, $3\frac{1}{2}\div1\frac{1}{4}$ | ⑥ 포함제 |
| 2007 6-1 | ① (자연수)÷(단위분수) ⇒ $3\div\frac{1}{2}$ | ① 포함제 |
| | ② 동분모 (진분수)÷(진분수) ⇒ $\frac{5}{6}\div\frac{1}{6}$, $\frac{14}{15}\div\frac{2}{15}$ | ② 수식 |
| | ③ 이분모 (진분수)÷(진분수) ⇒ $\frac{3}{4}\div\frac{2}{5}$ | ③ 수식 |
| | ④ (자연수)÷(진분수) ⇒ $4\div\frac{3}{5}$ | ④ 수식 |
| | | ⑤ 수식 |

| | | |
|---|---|---|
| | ⑤ (대분수)÷(분수) ⇒ $2\frac{1}{4}\div\frac{3}{5}$, $4\frac{1}{3}\div1\frac{1}{6}$<br>⑥ 나눗셈 활용⇒ $\frac{5}{8}\div\frac{1}{4}$, $3\frac{1}{5}\div\frac{2}{15}$ | ⑥ 포함제, 포함제 |

먼저, 2015 개정 교과서에서는 동분모와 이분모의 (진분수)÷(진분수), (자연수)÷(진분수)의 순으로 제시되어 동수누감, 측정 단위의 세분, 줄이고 늘이기와 같은 비표준 알고리즘을 활용하여 문제를 해결하고 있다. 그리고 후반부에 '(진분수)÷(진분수)⟹(진분수)×(분수)'차시에서 줄이고 늘이기 방법을 활용하여 표준 알고리즘을 도입하고 있다. 마지막 차시에는 (자연수, 가분수, 대분수)÷(진분수)를 제시하면서 측정 단위의 세분 방법과 표준 알고리즘을 각각 적용해 보도록 하고 있다. 따라서 2015 개정 교과서에서는 표준 알고리즘을 나눗셈 유형별로 도입하지 않고, 각 문제 상황에 적절한 비표준 알고리즘을 적용하여 해결하고 있으며, 표준 알고리즘을 도입한 이후에도 비표준 알고리즘과 표준 알고리즘을 선택하여 해결하도록 제시하고 있음으로써 표준 알고리즘을 크게 강조하지 않음을 알 수 있다.

<표 Ⅳ-6> 2015 개정 교과서의 해결 방법과 표준 알고리즘 도입 여부

| 문제 유형 | 해결 방법 | 표준 |
|---|---|---|
| ①<br>동분모<br>(진분수)÷(진분수) | ·(포함제) 동수누감, 측정 단위의 세분<br>(예) $\frac{6}{7}\div\frac{2}{7}=6\div2$, $\frac{5}{7}\div\frac{2}{7}=5\div2$ | × |
| ②<br>이분모<br>(진분수)÷(진분수) | ·(곱셈적 비교) 측정 단위의 세분<br>(예) $\frac{3}{4}\div\frac{3}{8}=\frac{\square}{8}\div\frac{3}{8}=\square\div3=\square$ | × |
| ③<br>(자연수)÷(진분수) | ·(단위비율의 결정) 줄이고 늘이기<br>(예) $6\div\frac{3}{4}=(6\div\square)\times\square=\square$ | × |
| ④ 이분모<br>(진분수)÷(진분수)=(진분수)×(분수) | ·(단위비율의 결정) 줄이고 늘이기→표준 알고리즘 도입<br>(예) $\frac{4}{5}\div\frac{2}{3}=\frac{4}{5}\times\frac{1}{\square}\times\square$ → $\frac{4}{5}\div\frac{2}{3}=\frac{4}{5}\times\frac{3}{2}$ | ○ |
| ⑤<br>(자연수, 가분수,<br>대분수)÷(진분수) | ·(카테시안 곱의 역) 해결 방법을 제시하지 않음<br>(가분수)÷(진분수) 측정 단위의 세분, 표준 알고리즘 적용<br>(대분수)÷(진분수) 측정 단위의 세분, 표준 알고리즘 적용 | ×<br>○<br>○ |

<표 Ⅳ-7> 2009 개정 교과서의 해결 방법과 표준 알고리즘 도입 여부

| 문제 유형 | 해결 방법 | 표준 |
|---|---|---|
| ①<br>(자연수)÷(단위분수) | ·(포함제) 동수누감, 배→표준 알고리즘 도입<br>(예) $2\div\frac{1}{3}=\square\times(1\div\frac{1}{3})=\square\times\square$ | ○ |
| ② 동분모<br>(진분수)÷(단위분수) | ·(포함제) 측정 단위의 세분, 측정 단위의 세분→표준 알고리즘 도입(2가지로 해결) (예 1) $\frac{7}{9}\div\frac{1}{9}=\square\div\square=\square$<br>(예 2) $\frac{7}{9}\div\frac{1}{9}=7\div1=\frac{\square}{1}=\frac{\square\times9}{1\times9}=\frac{\square\times9}{9\times1}=\frac{\square}{9}\times\frac{9}{1}=\frac{\square}{9}\times9$ | ○ |

| | | |
|---|---|---|
| ③ 동분모<br>(진분수)÷(진분수) | ・(포함제) 측정 단위의 세분, 측정 단위의 세분→표준 알고리즘 도입(2가지로 해결) (예) $\frac{12}{13}\div\frac{3}{13}=\frac{12}{\square}=\frac{12\times13}{\square\times13}=\frac{12\times13}{13\times\square}=\frac{12}{13}\times\frac{13}{\square}$ | ○ |
| ④ 이분모<br>(진분수)÷(진분수) | ・(포함제) 측정 단위의 세분, 측정 단위의 세분→표준 알고리즘 도입(2가지 해결) (예) $\frac{2}{3}\div\frac{5}{7}=\frac{2\times7}{3\times7}\div\frac{5\times3}{7\times3}=(2\times7)\div(5\times3)=\frac{2\times7}{5\times3}=\frac{2}{3}\times\frac{7}{5}$ | ○ |
| ⑤<br>(자연수)÷(분수) | ・(포함제) 측정 단위의 세분, 측정 단위의 세분→표준 알고리즘 도입(2가지로 해결) (예) $4\div\frac{2}{3}=\frac{\square}{3}\div\frac{2}{3}=\frac{\square}{3}\times\frac{3}{2}=\square\times\frac{3}{2}$ | ○ |
| ⑥<br>(대분수)÷(분수) | ・(포함제) 측정 단위의 세분, 표준 알고리즘 적용 | ○ |

다음으로 2009 개정 교과서에서는 제수가 분수인 나눗셈의 첫 차시에 (자연수)÷(단위분수)를 제시하면서 동수누감과 배 개념을 적용하여 표준 알고리즘을 도입하고 있다. 이후에는 모든 유형의 나눗셈에서 측정 단위의 세분 방법과 측정 단위의 세분에서 표준 알고리즘을 도입하는 공통점이 있다. 따라서 2009 개정 교과서에서는 모든 나눗셈 유형에서 표준 알고리즘을 도입하여 적용하도록 하고 있으며, 더불어 측정 단위의 세분 방법인 비표준 알고리즘도 함께 제시하고 있음을 알 수 있다.

마지막으로 2007 개정 교과서에서는 제수가 분수인 나눗셈의 첫 차시에 (자연수)÷(단위분수)를 제시하고 동수누감에 의한 해결과 동수누감을 통해 얻은 결과를 바탕으로 표준 알고리즘을 도입하고 있다. 동분모 (진분수)÷(진분수)에서는 측정 단위의 세분 방법만을 이용하여 해결하고 있다. 다음으로 이분모 (진분수)÷(진분수)와 (자연수)÷(진분수)에서 측정 단위의 세분 방법과 더불어 측정 단위 세분 방법을 통해 표준 알고리즘을 도입하고 활용하는 방법을 제시하고, 이 두 가지 방법을 적용하도록 하고 있다. 이를 활용하여 (대분수)÷(분수)에서도 측정 단위의 세분 방법과 표준 알고리즘을 적용하도록 하고 있다.

<표 Ⅳ-8> 2007 개정 교과서의 해결 방법과 표준 알고리즘 도입 여부

| 문제 유형 | 해결 방법 | 표준 |
|---|---|---|
| ①(자연수)÷(단위분수) | ・(포함제) 동수누감, 표준 알고리즘 도입 (예) $3\div\frac{1}{2}=3\times2$ | ○ |
| ② 동분모<br>(진분수)÷(진분수) | ・(수식) 측정 단위의 세분 | × |
| ③ 이분모<br>(진분수)÷(진분수) | ・(수식) 측정 단위의 세분, 측정 단위의 세분→표준 알고리즘 도입(2가지로 해결)<br>(예) $\frac{3}{4}\div\frac{2}{5}=\frac{3\times5}{4\times5}\div\frac{2\times4}{5\times4}=(3\times5)\div(2\times4)=\frac{3\times5}{2\times4}=\frac{3}{4}\times\frac{2}{5}$ | ○ |
| ④ (자연수)÷(진분수) | ・(수식) 측정 단위의 세분, 측정 단위의 세분→표준 알고리즘 도입(2가지로 해결)<br>(예) $4\div\frac{3}{5}=\frac{4\times5}{5}\div\frac{3}{5}=(4\times5)\div3=\frac{4\times5}{3}=4\times\frac{\square}{\square}$ | ○ |
| ⑤ (대분수)÷(분수) | ・(수식) 측정 단위의 세분, 표준 알고리즘 적용 | ○ |
| ⑥ 나눗셈 활용 | ・(포함제) 없음 | × |

# Ⅴ. 분수 나눗셈 지도에 관한 논점

초등학교 수학에서 분수 나눗셈은 각 차시 도입을 위한 문제 상황, 문제를 구성하는 분수와 수식 유형, 표준 및 비표준 알고리즘의 이용에 따른 접근 방식의 다양성 및 학습 내용의 세분화 정도 등으로 인해 교과서마다 내용의 차이를 보여 왔다. 이에 본 논문에서는 분수 나눗셈 지도에서 고려해야 할 내용과 이에 대한 개선 방안을 제기하기 위한 기초연구로 최근 3개 교육과정과 그에 따른 교과서에 제시된 분수 나눗셈 내용을 분석하였다. 이를 기초로 하여 이 장에서는 분수 나눗셈 지도에서 고려할 내용에 대한 논점을 제시하고자 한다.

## 1. 나눗셈 유형별 학습 내용의 세분화 정도

우리나라 교과서의 주요 특징 중 하나는 학습 내용의 세분화와 이에 따라 차시별 내용이 엄격하게 구분되어 제시된다는 것이다. 분수 나눗셈에서도 분수와 수식 유형별로 세분되어 제시되는 경향이 강하다. 이와 관련하여 첫째, 분수 나눗셈식을 구성하는 분수에는 진분수, 가분수, 대분수로 구분할 수 있는바, 이에 따라 피제수가 가분수인 경우와 대분수인 경우의 학습 내용을 이원화하느냐, 동일 차시에서 다룰 것인가를 재고할 필요가 있다. 본 연구의 분석에 따르면 2009 개정과 2007 개정 교과서에서는 (가분수)÷(자연수)와 (대분수)÷(자연수)를 별도 차시로 제시하고 있으나, 2015 개정 교과서에서는 (대분수)÷(자연수)만을 제시하고 (가분수)÷(자연수)는 이를 해결하는 과정의 하나로 제시되어 있다. 분석에 나타난 이러한 변화에 대하여 본 연구자는 2015 개정 교과서와 같이 (가분수)÷(자연수)와 (대분수)÷(자연수)를 통합하여 다루는 것이 바람직하다고 판단된다.

이러한 이유로는 첫째, 3~4 학년군에서 가분수와 대분수는 그 개념 지도에서 상호 변환을 통해 대체할 수 있으며, (가분수)÷(자연수)의 해결 방법은 (대분수)÷(자연수)를 해결하기 위한 필수 학습 요소가 아니기 때문이다. 둘째, 교육과정 개정 때마다 제기되는 학습량 경감 문제와 관련하여 필수 학습 요소를 바탕으로 학습 내용을 선정할 필요가 있기 때문이며, (가분수)÷(자연수)는 (진분수)÷(진분수)의 계산 방법을 적용하여 계산할 수 있는 것이다(최근배, 2015). 셋째, 우리나라 교과서에 비해 차시 내용을 세분화하지 않는 미국 교과서의 경우에 학습 내용의 세분화보다 분수 모델을 이용한 계산이나 역수 개념을 활용한 계산 원리에 집중하는 경향이 있으며, 이에 따라 교과서에 (가분수)÷(자연수)를 명시하지 않고 (대분수)÷(자연수)에서 대분수를 가분수로 변형하여 계산하도록 제시하고 있다(Dixon, Burger, & Leinwand, 2015). 이러한 외국 교과서의 사례도 학습 내용 구성에 참고할 필요가 있으며, 대분수와 가분수의 차시 구성 방안은 제수가 분수인 경우에도 적용할 필요가 있다. 그렇지만 (대분수)÷(자연수) 위주의 차시 구성에서는 대분수와 가분수의 상호 관계 및 대분수를 가분수로 변형해야 할 필요성에 대한 이해가 필요하기에 이에 대한 교수학적 노력이 요구된다.

학습 내용의 세분화와 관련된 두 번째 논점은 제수가 단위분수인 경우에 2015 개정 교과서에서는 동분모 (진분수)÷(진분수) 차시에서 (진분수)÷(단위분수)를 한 가지 활동으로만 제시한 것과는 달리, 2009 개정 교과서에서는 (자연수)÷(단위분수)와 동분모 (진분수)÷(단위분수)를, 2007 개정 교과서에서는 (자연수)÷(단위분수)를 동분모 (진분수)÷(진분수)를 다루기 전에 별도의 차시로 도입하고 있다. 분수에서 단위분수 개념은 중요하며(이대현, 2021; Empson & Levi, 2011.), 분수의 연산에서도 기본 단위로서 중요한 기능을 한다. 즉, 분수 나눗셈에서 제수가 단위분수인 나눗셈은 연산 과정에서 단위분수의 기능과 차시 학습 내용에 필요한 선수학습의 역할로 고려될 필요가 있다. 1÷(단위분수)에서는 기준 단위량을 단위분수의 분모로 등분할함으로써 기준 단위량에 단위분수가 차지하는 양을 찾도록 하

는 것이고, 동분모 (진분수)÷(단위분수)에서는 단위분수를 기준으로 진분수가 차지하는 양을 찾도록 하는 것이다. 이러한 내용은 차시 구성에서 (1이 아닌 자연수)÷(단위분수)와 동분모 (진분수)÷(진분수)의 선수학습의 역할을 할 수 있다. 2007 개정과 2009 개정 교과서에 제시된 제수가 단위분수인 나눗셈은 이러한 의도로 제시된 것으로 판단되며, 나선형 구조에 따른 학습 내용의 구성면에서 유용할 것이다.

그렇지만 차시 학습을 위한 내용과 문제해결 방법 면을 고려할 때 필수 학습 내용으로의 위상과 학습량 증가에 대해서는 재고할 필요가 있다. 또 2015 개정 교과서와 같이 (진분수)÷(단위분수)를 (진분수)÷(진분수)의 한 사례로 제시하면서 단위분수를 기준으로 피제수와 제수를 비교하는 과정으로 계산 원리를 탐구하는 것도 바람직한 내용 구성이라고 판단된다. 결론적으로 제수가 단위분수인 분수 나눗셈 내용 구성은 학습 내용의 세분화 문제, 학습량의 증가 문제, 적용 가능한 문제해결 방법의 일반화를 추구하는 방향으로의 변화 등을 고려하여 재고할 필요가 있다.

## 2. 나눗셈식을 구성하는 수의 선택 문제

연산 지도에서 이용되는 수는 신중하게 선택될 필요가 있다. 일례로 몫으로서 분수 개념을 나타내는 (자연수)÷(자연수)는 $a \div b = \frac{a}{b}$로 형식화되지만, 학생들은 다양한 비형식적 방법을 이용하여 문제를 해결할 수 있다(Lamon, 1996). 그렇지만 비형식적 방법에 의한 해결에서 3÷2와 5÷3의 결과는 많은 차이를 나타낸다(이대현, 2018). 이것은 제수에 제시된 수인 2와 3이 균등 분배하는 과정의 난이도를 결정하는 주요 변수이기 때문이며, 그러기에 균등 분배에 대한 학생들의 이해 정도를 파악하기 위해서는 그들이 적용하는 해결 전략의 일반화 정도를 확인할 수 있도록 수를 선택하여 제시하여야 한다.

마찬가지로 분수 나눗셈에서도 식을 구성하는 수의 선택은 중요한데, 이것은 표준 알고리즘 외의 비표준 알고리즘으로 해결하는 방법에 영향을 끼치기 때문이다. 예를 들어, 2015 개정 교과서에서는 자연수 나눗셈 유추 방법을 적용하여 해결하기 때문에 피제수의 분자가 제수의 배수인 경우와 그렇지 않은 경우를 각각 제시함으로써 피제수의 분자가 제수의 배수가 아닌 경우에도 배수가 되도록 식을 변형하여 해결하도록 제시하고 있다. 그렇지만 2009 개정과 2007 개정 교과서에서는 표준 알고리즘을 적용하거나 제수를 피제수의 분모에 곱하는 방법을 적용하기 때문에 그럴 필요가 없게 되며, 단지 계산 과정에서 약분의 개념이 제기될 뿐이다. 이러한 점을 고려하여 분수 나눗셈식에 제시될 자연수와 분수의 선택에서는 피제수의 분자와 제수의 관계(예: 배수 관계, 서로 소인 경우와 아닌 관계 등)를 고려하여 다양한 분수로 문제를 제시하고 여러 가지 방법으로 해결하도록 함으로써 학생들의 수학적 사고력과 문제해결력의 향상을 꾀해야 할 것이다.

한편으로 제수가 분수인 나눗셈의 경우에 2015 개정 교과서에서는 제수가 진분수인 경우만을 다루고 있고, 2009 개정과 2007 개정 교과서에서는 일부 유형에서 제수가 가분수이거나 대분수인 경우도 다루고 있다. 이러한 차이는 각 나눗셈 문제 유형별로 제시되는 해결 방법에 대한 학생들의 이해를 돕기 위한 노력으로 보인다. 예를 들어 2015 개정 교과서에서 제시하는 줄이고 늘이기 방법의 경우에 제수의 분자만큼 나누는 과정에서 가분수보다는 진분수 상황이 분모보다 작은 수에서 단위분수량을 찾기 때문에 이해에 더 직관적인 것이다. 그렇지만 제수가 1보다 큰 상황의 문제에 대한 경험도 제공할 필요가 있는바, 이것은 다양한 수식에서 문제해결 방법의 일반화를 추구하기 위해서 그렇다. 비표준 알고리즘에 의한 해결을 넘어서 표준 알고리즘에 의한 해결과 유리수 나눗셈으로의 발전을 위해 나눗셈식의 제수에 여러 유형의 분수를 제시하여 해결해 보는 방안을 고려할 필요가 있다.

## 3. 다양한 문제 상황의 필요성

우리나라 교과서에서 매 차시 도입을 위한 문제 상황은 실세계 상황이거나 수식이거나 이를 혼합한 경우이다. 분수 나눗셈의 경우에 <표 Ⅱ-1>에 제시한 바와 같이 다양한 문제 상황이 존재하며, 이것은 비표준 알고리즘에 의한 해결 방법과 표준 알고리즘의 도입에도 영향을 끼치게 된다. 본 연구에서 분석한 최근 3개 교육과정에 따른 교과서에서는 2007 개정 교과서의 수식 위주의 문제 상황에서 2009 개정 교과서의 포함제 위주의 문제 상황을 거쳐 2015 개정 교과서에서는 <표 Ⅳ-5>와 같이 다양한 문제 상황을 제시하고 있다. 분수 나눗셈식에서 다양한 문제 상황을 제시하는 것은 수식 위주의 형식적 수학을 배우는 것이 아니라, 우리 주변의 실생활 문제를 수학이라는 도구를 이용하여 해석하고 해결하는 과정을 경험하기에 중요하다. 이런 측면에서 수학적 모델링을 강조하고 있는 것이고, 교과서 개편 과정에서 실세계 문제 상황을 교과서에 제시하는 것은 바람직하다고 볼 수 있다.

실세계 문제 상황을 통해 분수 나눗셈을 도입하는 교과서 전개 방식에 대해 고려할 점은 먼저 학생들이 실세계 문제 상황에서 이에 적절한 식을 찾는 것이 쉽지 않다는 것이다. 예를 들어 2015 개정 교과서에서 새롭게 등장한 단위비율 결정 상황의 경우에 학생들은 이를 분수 나눗셈으로 변환하는 과정에 어려움을 가지고 있다(서동엽, 2021). 단위비율 결정 상황에서 분수 나눗셈식을 찾는 것을 돕기 위해 제수가 자연수인 상황에서 점진적으로 분수로 이행하는 귀납적 외삽법을 사용하고 있지만, 그 과정을 통해 산출한 나눗셈식이 분수 나눗셈 상황을 나타낸다고 확신하기에는 어려움이 있다는 문제는 여전하다(임재훈, 2021).

그렇지만 문제 도입 과정에서 다양한 문제 상황을 활용하는 것이 수학의 가치 인식과 실용성 측면에서 유익하기 때문에 다양한 문제 상황에서 나눗셈식을 찾아내는 모델링 과정에 대한 노력은 계속될 필요가 있다. 이런 면에서 2015 개정 교과서에서는 이전과는 달리 좀 더 다양한 문제 상황을 제시한 것이 고무적이다. 이에 더 나아가 <표 Ⅱ-1>의 여러 가지 문제 상황과 각각의 상황에서 피제수와 제수 관계의 공통점에 주목하면서 비표준 알고리즘과 표준 알고리즘에 의한 문제해결 방법의 연계를 추구하고, 이를 통해 표준 알고리즘을 도입할 수 있는 문제 상황의 유목화 방안이 요구된다. 즉, 다양한 문제 상황을 경험하는 것의 가치에도 불구하고, 각 상황마다 비표준 알고리즘으로 해결하는 방법의 차이가 있으며 비표준 알고리즘에 의한 해결 방법의 차이는 표준 알고리즘의 도입 과정에 영향을 주기 때문에, 같은 원리를 가진 문제 상황별로 유목화하여 제시하는 방안 모색이 필요하다. 예를 들어 포함제와 곱셈적 비교 상황은 피제수가 제수의 몇 배인지를 구하는 나눗셈이고, 단위비율 결정 상황과 곱셈의 역 상황은 제수 1에 대응하는 피제수를 구하는 나눗셈이라는 면에서 유목화될 수 있다(조선미, 2021). 이것과 관련된 논점은 다음 절에서 구체적으로 논의할 것이다.

## 4. 비표준 알고리즘 이용의 다양성

분수 나눗셈을 해결하는 방법은 제수의 역수를 곱하는 표준 알고리즘과 <표 Ⅱ-2>에 제시된 비표준 알고리즘으로 구분할 수 있다. 각 교육과정에 따른 교과서에 제시된 분수 나눗셈의 해결 방법에서는 표준 알고리즘을 도입하기 전에 문제 상황에 따라 그에 적절한 비표준 알고리즘을 이용하여 해결 과정을 제시하고 있다. 예를 들어 포함제에서는 동수누감이나 측정 단위의 세분 방법을 이용하여 답을 찾도록 하고 있다. 교과서에서 제시하고 있는 비표준 알고리즘 이용과 관련하여 두 가지 사실이 확인된다.

먼저, 같은 문제 유형에서도 교과서마다 다른 해결 방법을 제시하고 있다는 것이다. 예를 들어 (진

분수)÷(자연수)의 경우에 2015 개정 교과서에서는 자연수 나눗셈 유추 방법을 적용하여 피제수의 분자를 제수로 나누는 방법을 이용하고 있다. 반면에 2007 개정 교과서에서는 직사각형 모델을 이용하여 표준 알고리즘을 도입하고, 계산에서는 제수를 피제수의 분모에 곱하는 비표준 알고리즘을 적용하고 있다. 각각의 방법은 문제해결에 필요한 선행 지식에 차이가 있는데, 피제수의 분자를 제수로 나누는 방법에서는 진분수가 단위분수의 몇 개분인가에 대한 이해와 초등 수준에서 피제수의 분자가 제수의 배수가 되어야 해결할 수 있다는 이해가 필요하다. 즉, $\frac{a}{b} \div n = \frac{1}{b} \times a \div n = \frac{a \div n}{b}$ 을 위하여 $\frac{a}{b} = \frac{1}{b} \times a$ 와 번분수식이 되지 않도록 $a$가 $n$의 배수가 되도록 변형할 수 있어야 한다. 반면에 제수를 피제수의 분모에 곱하는 방법에서는 표준 알고리즘의 단축된 과정이면서 몫의 결과가 피제수의 분자를 나눈 결과로 해석하여 제수를 피제수의 분모에 곱하는 것과 같다는 것을 이해해야 한다.

다음으로 문제 유형과 상황에 따라 해결 방법이 달라진다는 것이다. 예를 들어 (자연수)÷(진분수)의 경우에 2015 개정 교과서에서는 단위비율의 결정 상황을 제시하고 줄이고 늘이기 방법으로 해결하고 있다. 반면에 2009 개정 교과서에서는 포함제 상황을, 2007 개정 교과서에서는 수식으로 문제 상황을 제시하고 있지만, 둘 다 측정 단위의 세분 방법과 이를 이용하여 표준 알고리즘을 도입하고 있다. 즉, 하나의 수식에 여러 가지 문제 상황이 가능할 뿐만 아니라, 각 문제 상황에 다양한 해결 방법이 가능하다는 것이다. 이러한 특징은 한 문제를 다양한 방법으로 해결해 볼 수 있는 개방적인 문제해결 경험의 기회를 제공하지만, 해결 방법에 대한 정당화 과정과 비표준 알고리즘이 표준 알고리즘 도입 과정에 미치는 영향도 고려할 필요가 있게 된다.

또한 2007 개정 교과서에서는 수식 위주로, 2009 개정 교과서에서는 포함제 위주로 문제 상황을 제시하고 해결 방법으로는 측정 단위의 세분 방법과 이를 통해 표준 알고리즘 도입에 치중한 반면에, 2015 개정 교과서에서는 다양한 문제 상황과 이에 따라 측정 단위의 세분 방법과 줄이고 늘이기 방법을 제시하면서 후자를 이용하여 표준 알고리즘을 도입하고 있다. 문제 상황에 따라 비표준 알고리즘에 의한 해결 방법이 달라진다는 것과 표준 알고리즘 도입 과정이 달라진다는 점, 그리고 새로운 검정 체제 교과서에 따라 동일 유형의 문제가 해결 방법에서 차이가 발생할 경우 학교 수업 상황에서 교사들의 혼란은 예측 가능하다는 면에서 이에 대한 준비가 요구된다. 문제 상황에 따른 비표준 알고리즘에 의한 해결 문제는 해결 방법에 우선을 둘 것인지, 계산 결과를 중시할 것인지에 관계된다. 따라서 문제 상황별로 유목화된 범주하에서 문제 상황에 적합한 비표준 알고리즘에 의해 문제를 해결하는 과정과 계산 결과를 중시하면서도 이를 표준 알고리즘으로 이끌어내는 과정과 연계되도록 제시할 필요가 있다. 비표준 알고리즘에 의한 해결 방법은 문제 상황을 해결하고 결과를 얻는 것에 그치지 않고 표준 알고리즘의 도입 과정에 영향을 끼치기 때문에 다음 절에서 함께 논의하고자 한다.

## 5. 표준 알고리즘의 도입 과정과 정도의 차이

분수 나눗셈 학습의 궁극적인 종착지는 표준 알고리즘을 도입하여 문제를 해결하는 것이라고 할 수 있다. 앞 절에서 살펴본 바와 같이 비표준 알고리즘에 의한 분수 나눗셈 해결 방법은 그 자체로 문제를 해결하는 수단이 되기도 하지만, 표준 알고리즘 도입을 위한 정당화 과정의 일환으로서 기능도 가지고 있다. 표준 알고리즘의 도입과 관련하여 분석 대상 교과서마다 문제 유형별로 표준 알고리즘의 도입 과정에서 차이가 나타났다. 예를 들어 제수가 자연수인 경우에 2007 개정 교과서에서는 (진분수)÷(자연수)에서만 표준 알고리즘을 도입하고 있고, 2009 개정 교과서에서는 모든 유형에 직사각형 모델을 이용하여 표준 알고리즘을 도입하고 있다. 또한 2015 개정 교과서에서는 (진분수)÷(자연수)에서만 직사각형 모델을 이용하여 표준 알고리즘 도입하고 있다. 다음으로 제수가 분수인 경우에 2007

개정 교과서에서는 동분모 (진분수)÷(진분수)를 제외하고는 측정 단위의 세분 방법을 이용하여 표준 알고리즘을 도입하고 있으며, 2009 개정 교과서에서는 모든 유형에 측정 단위의 세분 방법을 이용하여 표준 알고리즘을 도입하고 있다. 반면에 2015 개정 교과서에서는 문제 유형별로 비표준 알고리즘을 이용하여 해결한 후에 한 차시에서만 단위비율의 결정 상황에서 줄이고 늘이기 방법을 이용하여 표준 알고리즘을 도입하고 있다.

최근의 3개 교육과정에 따른 교과서에 제시된 표준 알고리즘의 도입 과정과 관련하여, 먼저 표준 알고리즘 도입을 모든 문제 유형에서 도입할 것인지, 일부 유형에서만 도입하고 비표준 알고리즘과 병행하여 문제를 해결할 것인지에 대한 논의가 필요하다. 각 교과서에 제시한 방법의 장점과 단점을 살펴보면 모든 문제 유형에서 표준 알고리즘 도입한 2009 개정 교과서에서는 수식 유형에 무관하게 같은 문제 상황을 이용하여 표준 알고리즘을 도입하고 있는바, 알고리즘 도입 과정의 일관성 유지나 혼란 야기를 줄이는 면에서 유용하지만 다양한 문제 상황을 경험하기 어렵다는 단점이 있다. 반면에 일부 유형에서만 표준 알고리즘 도입한 2015 개정 교과서에서는 다양한 문제 상황을 제시하고 있지만, 단위비율의 결정 상황과 같은 특정의 문제 상황에서만 표준 알고리즘을 도입하고 있어서 이 결과를 다른 상황에 적용하는 일반화에 어려움이 있을 수 있다.

분수 나눗셈에서 표준 알고리즘의 도입에 대해서는 연구자나 교과서마다 각기 다른 견해를 가질 수 있지만, 추후 중학교 과정에서 유리수의 계산과 연계성을 확보하는 측면에서는 문제 상황별로 해결 방법의 공통적인 특징을 기반으로 일반화를 추구해 가도록 이끌어주는 방안을 모색할 필요가 있다(조선미, 2021). 즉 <표 Ⅱ-1>에 제시된 분수 나눗셈의 여러 문제 상황은 피제수가 제수의 몇 배인가를 구하는 상황과 제수 1에 해당되는 피제수의 양으로 구하는 상황으로 구분할 수 있다. 이 경우에 전자는 분모를 통분하여 분자끼리 나누는 방법을 통해 표준 알고리즘을 도입할 수 있고, 후자는 줄이고 늘이기 방법을 이용하여 표준 알고리즘을 도입할 수 있다. 두 가지 표준 알고리즘의 도입 방법을 통해 상황에 맞는 표준 알고리즘의 도입 과정을 정당화할 수 있으며, 두 가지 방법을 통해 분수 나눗셈의 표준 알고리즘의 일반화를 추구할 수 있는 것이다.

## Ⅵ. 결론

초등학교 수학에서 분수 나눗셈은 학생뿐만 아니라, 교사에게도 어려운 학습 주제가 되어왔다(서동엽, 2021). 포함제와 등분제로 명료하게 구분되는 자연수의 나눗셈과는 달리 분수 나눗셈은 다양한 문제 상황이 존재하며 그에 따라 여러 가지 비표준 알고리즘에 의한 해결이 가능하며 표준 알고리즘 도입 과정에서도 차이가 나타난다. 이런 이유로 교육과정에 따른 새로운 교과서가 개발될 때마다 분수 나눗셈의 내용 구성에 차이가 나타났으며, 이에 따라 학교 현장에서 지도의 어려움이 있는 것도 사실이다. 본 연구에서는 최근 3개 교육과정과 그에 따른 교과서에 제시된 분수 나눗셈의 학습 내용을 분석하였다. 구체적으로 2015 개정 교과서와 그 이전의 2009 개정 및 2007 개정 교과서를 분석 대상으로 하여 교육과정과 교과서에 제시된 분수 나눗셈의 내용, 각 차시별 문제(수식) 유형 및 상황, 나눗셈 해결 방법과 표준 알고리즘의 도입 과정을 분석하였다.

분수 나눗셈 내용의 분석에 따른 결론은 다음과 같다. 첫째, 우리나라 최근 3개 교육과정의 성취기준의 차이는 거의 없지만, 교과서의 학기 배정과 수식 유형에서 차이가 있었다. 구체적으로 (가분수)÷(자연수)와 (자연수)÷(단위분수)와 같은 유형은 교과서마다 제시 여부에 차이가 있었다는 점에서 분수 나눗셈에서는 추후 개정될 교육과정의 성취기준보다는, 검정 체제하의 교과서의 학기 배정과 교과서에 제시될 수식 유형에 대한 교육적 논의와 협의가 요구된다.

둘째, 문제 상황에서는 수식이나 포함제에 편중된 상황에서 다양한 문제 상황을 이용하여 문제를 제시하는 방향으로 교과서 내용이 변화되었다. 수학교육의 목적이 실세계 상황의 문제를 수학화 과정을 통해 해결해 가는 과정을 강조하는 흐름에 비추어 추후 집필될 교과서에서도 다양한 문제 상황이 제시되어야 할 것이다. 그렇지만 문제를 해결하는 비표준 알고리즘의 적용과 표준 알고리즘의 도입 과정이 달라진다는 면에서 같은 원리를 가진 유형끼리 문제 상황을 유목화하여 제시해야 할 것이다.

셋째, 분수 나눗셈 해결 방법과 표준 알고리즘 도입 과정에 대하여 문제 유형별로 비표준 알고리즘과 표준 알고리즘을 도입하고 적용하는 방법이 교과서마다 차이가 있었다. 이러한 차이는 학생들의 비형식적 지식에 기반한 문제해결 과정을 중시할 것인지, 형식화된 표준 알고리즘을 강조할 것인지 등에 따라 달라질 수 있을 것이다. 그렇지만 다양한 문제 상황에서도 문제해결 방법의 공통적인 특징을 기반으로 일반화를 추구해 갈 수 있는 내용 구성을 통해 비표준 알고리즘과 표준 알고리즘을 연계시키는 방향으로 교과서 내용 구성이 이루어질 필요가 있다.

분수 나눗셈의 학습 내용 구성에서 나눗셈의 유형별 세분화를 통한 내용 제시보다는 유사한 유형의 내용을 통합하여 학습량 감축과 해결 방법의 일반화를 추구하는 방향으로의 변화와 다양한 문제 상황에서 모델링 과정을 통해 수학에 대한 가치 인식과 실용성을 강조할 필요가 있다. 또한 다양한 비표준 알고리즘의 도입이 필요하지만 이를 표준 알고리즘 도입 과정과 의미 있게 연계시키는 방안에 대한 노력도 필요하다. 이를 위해 추후 중등 과정에서 학습하게 될 유리수 계산과의 연계 및 문제 상황에 공통적 특성에 따라 표준 알고리즘 도입의 일반화와 정당화를 추구하는 방안을 모색해야 한다.

본 연구를 바탕으로 교과서 집필에서 분수 나눗셈의 다양한 상황에 따른 비표준 알고리즘과 표준 알고리즘의 도입 및 연계성 확보 방안, 학생들의 이해를 촉진할 수 있는 표준 알고리즘의 도입과 정당화 과정에 대한 방안 마련이 요구된다. 또한 여러 상황에서 표준 알고리즘 도입 과정의 차이와 유형별 공통성을 바탕으로 이들을 일반화할 수 있는 교수 방안에 대한 탐구도 요구된다.

## 참고 문헌

강영란, 조정수, 김진환. (2012). 분수 나눗셈의 문장제에 대한 초등 교사들의 전문화된 내용 지식 분석. **수학교육, 26**(3), 301-316.

강홍규. (2014). 초등수학에서 분수 나눗셈의 포함제와 등분제의 정의에 관한 교육적 고찰. **한국초등수학교육학회, 18**(2), 319-339.

교육과학기술부(2011a). **수학과 교육과정**. 교육과학기술부 고시 제2011-361호[별책 8].

교육과학기술부(2011b). **수학 6-1**. 서울: 두산동아㈜.

교육과학기술부(2012). **수학 5-2**. 서울: 두산동아㈜.

교육부(2015a). **수학과 교육과정**. 교육부 고시 제2015-74호[별책 8].

교육부(2015b). **수학 5-2**. 서울: ㈜천재교육.

교육부(2015c). **수학 6-1**. 서울: ㈜천재교육.

교육부(2019a). **수학 6-1**. 서울: ㈜천재교육.

교육부(2019b). **수학 6-2**. 서울: ㈜천재교육.

교육인적자원부(2007). **수학과 교육과정**. 교육인적자원부 고시 제2007-79호[별책 8].

김경미, 강완(2008). 초등학생들이 분수의 나눗셈에서 보이는 반복적 오류 분석. **초등수학교육, 11**(1), 1-19.

김민경. (2009). 초등학생의 분수 이해 분석- 학년의 분수 개념 및 분수 나눗셈을 중심으로. **한국학교수학회 논문집, 12**(2), 151-170.

김민경, 김서영. (2014). 서술형 평가 문항에서 나타나는 초등학생의 분수 연산 능력과 오류 유형과의 관계. **한국학교수학회 논문집, 17**(3), 409-435.

김정하. (2020). 분수 나눗셈 지도 방법의 변천과정. **수학교육학연구, 30**(1), 67-88.

김태은, 오상철, 우연경, 권서경. (2018). **초・중학교 학습부진학생의 성장 과정에 대한 연구(Ⅱ)**. 한국교육과정평가원 연구보고 RRI 2018-4.

박교식. (2014). 우리나라 초등학교 수학 교과서에서의 분수 나눗셈 알고리즘 정당화 과정 분석. **한국초등수학교육학회, 18**(1), 105-122.

박교식, 송상헌, 임재훈. (2004). 우리나라 예비 초등 교사들의 분수 나눗셈의 의미 이해에 관한 연구. **학교수학, 6**(3), 235-249.

서동엽. (2021). 분수의 나눗셈 지도 방법에 대한 고찰. **한국초등수학교육학회, 25**(1), 81-102.

이대현. (2018). 균등 분배 문제와 분수의 크기 비교에 대한 초등학생들의 문제해결 분석. **한국학교수학회논문집, 21**(4), 303-326.

이대현. (2021). 단위분수의 지도 내용과 방법에 대한 재고. **한국수학사학회지, 34**(4), 117-136.

이지영. (2015). **초등학교 학생들의 단위 추론을 기반으로 한 분수 나눗셈의 학습 경로 개발**. 한국교원대학교 박사학위논문.

임재훈. (2007). 카테시안 곱의 역 맥락에서 분수 나눗셈. **학교수학, 9**(1), 13-28.

임재훈. (2016). 분수 포함제와 제수의 역수 곱하기 알고리즘의 연결성. **한국초등수학교육학회, 20**(4), 521-539.

임재훈. (2021). 제수가 분수인 나눗셈에서 단위비율 결정 맥락의 도입에 대한 논란과 과제. **한국초등수학교육학회, 25**(4), 395-416.

임재훈, 김수미, 박교식. (2005). 분수 나눗셈 알고리즘 도입 방법 연구: 남북한, 중국, 일본의 초등학교 수학 교과서의 내용 비교를 중심으로. **학교수학, 7**(2), 103-121.

조선미. (2021). **대수적 사고를 강조한 분수 나눗셈 수업 및 학생들의 이해 분석**. 한국교원대학교 박사학위논문.

최근배. (2015). 한국과 미국(Harcourt Math)의 초등 수학 교과서 비교 분석: 분수와 소수의 도입과 연산을 중심으로. **한국초등수학교육학회지, 19**(1), 17-37.

Dixon, J. K., Burger, E. B., & Leinwand S. J. (2015). *California Go Math!-6 Common Core*. Orlando: Houghton Mifflin Harcourt Publishing Company.

Empson, S. B., & Levi, L. (2011). *Extending Children's Mathematics-Fraction and Decimal-*. NH: Heinemann.

Lamon, S. J. (1996). The development of unitizing: Its role in children's partitioning strategies. *Journal of Research in Mathematics Education, 27*(2), 170-193.

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. New York: Routledge.

# Analysis on Contents and Problem solving methods of Fraction Division in Korean Elementary Mathematics Textbooks

Lee, Daehyun[1)]

## Abstract

The contents of fraction division in textbooks are important because there were changes in situations and problem solving methods in textbooks according to the revision of the curriculum and the contents of textbooks affect students' learning directly. So, this study analyzed the achievement standards of the curriculum and formula types and situations, and the introduction process of non-standard and standard algorithms presented in Korean mathematics textbooks.

The results are follows: there was little difference in the achievement standards of the curriculum, but there was a difference in the arrangement of contents by grades in textbooks. There was a difference in the types of formula according to textbooks. And the situation became more diverse; recent textbooks have changed to the direction of using the non-standard and the standard algorithm in parallel.

In conclusion, I proposed categorizing rather than splitting the types of fraction division, the connection of non-standard and standard algorithm, and the need to prepare methods to pursue generalization and justification according to the common characteristics in the process of introducing standard algorithm.

Key Words : Elementary mathematics textbook, Fraction division, Formula type, Problem situation, Non-standard algorithm, Standard algorithm

Received April 18, 2022
Revised May 30, 2022
Accepted June 1, 2022

---

* 2010 Mathematics Subject Classification : 97U20
1) Gwangju National University of Education (leedh@gnue.ac.kr)