

영국의 수학교육에 대한 고찰: 고등학교 수학교육을 중심으로

강현영¹⁾

본 연구는 2022 개정 수학과 교육과정을 앞두고 우리나라의 고등학교 수학과 교육과정과 영국의 고등학교 수학과 교육과정과 비교함으로써 시사점을 제시하고자 한다. 영국은 2017년 이후 16세 이후 수학을 강조하고 평가를 개정하였다. 이에 따라 영국의 고등학교 수학교육과정에 해당되는 Key stage 4, Core Maths, A-level의 내용을 살펴보고, 우리나라 고등학교 공동과목, 일반선택과목, <기하> 과목과 비교하였다. 영국에서는 고등학교 단계에서 수학교육을 강조하고 있는데 이에 따라 교육과정 총론에서 '수리력과 수학'을 강조하고 학생들의 수학 선택권을 확대하고 미래사회를 대비하기 위하여 새로운 수학 교과목 및 평가를 함께 개발하여 시행하고, 기존의 A-level 수학 평가를 개선하였다. 또한 주제 중심의 내용을 Key Stage 3부터 고등학교 단계에서도 발전적이고 지속적으로 다루고 다른 영역의 주제와 연결하여 다룸으로써 수학의 내적 외적 연결성이 용이하도록 구성하고 있었다.

주요용어 : 한국의 고등학교 수학과 교육과정, 영국의 고등학교 수학 교육과정, Key Stage 4 수학, 핵심 수학, A-level 수학

I. 서론

우리나라의 교육방향, 내용, 방법, 평가 등에 대해 보여주는 2022 개정 교육과정 총론의 주요사항이 발표되었다. 2022 개정 교육과정은 미래를 살아갈 학습자들을 위한 교육의 청사진이다. 2022 개정 교육과정의 중점 사항들은 시대적, 사회적 변화들을 반영하고 있다. 이에 따라 생태전환 교육, 민주시민 교육, 디지털·AI 소양 함양, 교육과정 유연화·분권화 등(교육부, 2021)도 미래 교육 혹은 미래 교육과정의 방향에 대한 기존의 논의들과 맥을 같이 한다. 디지털 전환에 따른 산업 및 사회변화와 환경 문제 등 다양한 위기 상황에 대응하고 극복하는 능력이 국가 경쟁력을 좌우하고 변동성, 불확실성이 특징인 미래사회에 대응 할 수 있는 기본 역량과 변화 대응력이 요구되며 이를 위한 교육 체제 구현이 필요하다. 무엇보다 저출생 현상의 심화로 인한 학력인구 감소와 디지털 친화적인 학습자의 성향 변화에 따라 맞춤형 교육으로의 변화 요구가 증가하였다(교육부, 2021).

특히 고등학교는 고교학점제의 전면 시행을 앞두고 있으며, 이에 따라 수학의 경우도 교육과정, 교과목과 그 내용 등에서 많은 변화가 예상된다. 2022 개정 교육과정에서는 다양한 융합 선택과목과 진로 선택과목이 개발되어 학생들의 선택권을 강화하고 있다. 이에 따라 고등학교 수학 교육과정도 교과목과 내용의 변화를 앞두고 있다.

교육과정 개정은 수학교육에 더 큰 영향을 주고 있으며 이에 따라 학생들이 미래사회를 대비하기

* MSC2010분류 : 97B70, 97D10

1) 목원대학교 교수 (sunraymath@naver.com)

위해 수학과 교육과정 설계에 대한 고민이 필요하다. 그동안 새로운 교육과정 개정을 준비하기 위하여 외국 교육과정을 살펴보고, 비교 분석함으로써 시사점을 제시하여 왔다(김부미 외, 2019; 김선희, 2014; 나귀수 외, 2003; 박경미, 2004; 신준식, 2011).

국가 교육과정을 운영하는 영국의 수학 교육과정과 우리나라의 수학 교육과정을 비교하는 연구를 하였다(박소연, 2007; 나귀수 외, 2004; 여미혜, 2010). 영국은 1988년 국가 교육과정 체제를 도입하고 1989년 처음으로 국가 교육과정을 고시하였고 이후 몇 번의 개정이 있었다. 2007년에 전체적인 개정이 있었고 가장 최근 2013년에 개정된 교육과정이 2014년부터 적용되었다.

이러한 교육과정 개정과 더불어 최근 영국의 수학교육의 가장 큰 변화 중 하나는 16세 이후 수학(post-16 Math)를 강조하고 평가를 개정하였다는 점이다. 특히 고등학교 과정에서 수학의 선택 기회를 강화하기 위하여 Core Maths라는 과정을 새로 개발하고 평가를 실시하였으며 기존의 A-level 평가를 개정하였다. 16-18세 학생들을 대상으로 한 수학교육 의무화에 대한 타당성 연구를 추진하여 2017년 '16세 이후 수학을 위한 스미스 보고서(Report of Professor Sir Adrian Smith's review of post-16 Mathematics)'를 발표한다(김부미 외, 2019). 미래사회를 대비하기 위하여 이공계뿐만 아니라 다른 계열의 대학에 진학하거나 직업을 선택하는 영국의 학생들이 18세까지 적절한 수학을 공부하고 참여하도록 새로운 교과목 개발하고 평가를 개선하고 있다는 점에서 영국의 고등학교 수학교육에 대해 고찰할 필요가 있다.

이러한 영국 고등학교 수학교육에 대한 변화와 관련하여 최근 개정된 영국의 고등학교 수학 교육과정과 관련된 비교 분석 연구는 많이 이루어지지 않았으며 이에 따라 새로운 교육과정 개정을 앞두고 있는 현재 우리나라 고등학교 수학과 교육과정의 내용과 비교할 필요가 있다. 영국에서는 국제학업 성취도 평가에서 학생들의 성취도 순위 하락에 따른 문제의식에서 개정이 이루어진 측면이 있다(소경희, 2015). 그렇지만 영국의 고등학교 수학교육과정은 고등학교의 수학 교육의 강조를 위해 변화를 추구하였다는 점에서 우리나라 고등학교 수학과 교육과정을 위한 시사점을 제시할 수 있을 것이다.

따라서 본 논문에서 국가 교육과정을 운영하는 나라 중 하나인 영국의 고등학교 수학과 교육과정을 고찰하고자 한다. 이러한 분석의 결과로 수학 교육과정의 국제적 동향을 파악하고 이를 토대로 하여 우리나라의 교육과정 개정에 있어서 시사점을 제공할 수 있을 것이다.

II. 영국의 고등학교 수학 교육과정

1. 영국 교육과정의 편제

영국의 수학교육에 대해 논의하기 전에 우리나라와 교육체제와 배경이 다르기 때문에 영국의 교육과정의 특징에 대해 간략히 살펴보고자 한다. 영국은 연합국가로서 국가시험과 Key stage 개념을 공유하면서 각 지역의 특성에 맞게 자율적인 교육 체제를 운영한다. 영국의 교육과정은 key stage라는 개념을 사용하여 몇 개 학년(또는 연령)을 단계별로 제시하고 있다. 학생들의 수준 차이에 따라 유연하게 내용을 구성하기 위해 동일한 학년이나 연령의 학생의 성취 수준이나 능력의 차이를 고려하여 교육내용도 각 key stage별로 제시하고 있으며 어느 학년에서 다룰 것인지는 단위 학교가 결정할 수 있다(나귀수 외, 2003).

영국의 학제는 초등교육 6년, 중등교육 5년(3+2), Tertiary 2년 이상, 그리고 3-4년제의 고등교육단 계로 편제된 6-5(3-2)-2-3(4)제이다. 영국의 학교 교육은 학령 전 교육(5세 이전 약 2년간), 5~11세의

초등교육(약 6년간), 11~16세의 중등교육으로 구분되며 이 기간은 의무교육이다. 영국의 중등교육은 16세까지 의무교육으로 정해진 교육과정을 중심으로 이루어지며, key stage 3, key stage 4에 해당하며 각각 7-9학년, 10-11학년이라고 할 수 있다. 의무교육이 끝나는 16세 이후 중등학교 단계의 마지막 2년의 계속 교육과정인 6th Form(인문교육의 경우), Upper Secondary, Tertiary, Further Education 등을 운영하고 있다. 특이한 점은 중등교육과 대학 교육의 전 단계 2년을 일컬어 몇 가지 용어로 부르고 있다는 것으로 이것이 우리나라와의 단순 비교가 어려운 점이다.

영국은 기본 학제가 존재하지만 개별 교육기관에 적용되는 학령 및 학교별 수용 학년이 다양하고 복잡하다. 학생들은 16세 의무교육과정을 마치면 General Certificate of Secondary Education(이하 GCSE) 자격시험을 교육과정에 포함된 과목 중심으로 치른다. 대학에 진학하기 위해서는 상급수준(Advanced Level)의 시험을 본다. 우리나라의 일반적인 인문계 고등학교 교육과정은 영국의 Key Stage 4와 Sixth Form에 해당되는데, 대학 진학 준비과정으로서 각각 2년제로 운영된다. 그리고 Sixth Form에 입학하기 위해서는 Key stage 4를 마치고 중등학교 졸업자격시험(GCSE)을 응시한다. 학생들이 대학에 진학하기 위해서는 Sixth Form 과정에서 A Level을 응시하여 대학에서 요구하는 성적을 획득해야 한다(Department of Education, 2014). 취업을 준비하는 학생들은 2년제로 운영되는 T-level 과정과 보통 1년제로 운영되는 견습 과정으로 구성된 기술교육 과정에서 기술과 관련된 분야에서 취업을 준비할 수 있다. 우리나라 교육과정과 운영체계를 직접 비교하는 것에 한계가 있지만, 다음 영국의 학제와 교육과정은 다음 <표 II-1>과 같다(김선희, 2020).

<표 II-1> 영국의 교육과정(김선희, 2020)

구분	의무교육											선택교육		
	초등교육						중등교육					대입준비 과정		
key stage	key stage 1 (KS1)		key stage 2 (KS2)				key stage 3 (KS3)			key stage 4 (KS4)		Six Form		
학년	준비반	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	lower sixth	upper sixth
연령	5세	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
한국		초등학교					중학교			고등학교 11학년(16세)에 GCSE 시험			대학 입시 시작	

2. 영국의 수학교육 목표와 수학적 역량

영국 교육과정에서는 교육 목표에 앞서 수학을 학습하는 목적을 다음과 같이 제시함으로써 수학을 학습해야 할 필요성을 명시적으로 강조하고 있다(Department for Education, 2014, p.3).

수학은 역사상 매우 흥미로운 문제에 대한 해답을 제공하면서 수 세기에 걸쳐 발달해온 창의적이고 고도로 내적으로 연결된 학문이다. 수학은 일상생활에서 필수적이며, 과학, 기술공학에 결정적이며, 금융 소양 및 대다수의 직업에서 필요로 한다. 따라서 질 높은 수학교육은 세상을 이해하기 위한 토대, 수학적으로 추론할 수 있는 능력, 수학의 아름다움과

힘에 대한 인식, 그 과목에 대한 즐거움과 호기심을 제공해 준다.

영국의 국가 교육과정에서 수학과 교육 목표는 다음과 같다. 이 내용은 Key stage 1~4단계에서 모두 동일하게 제시되어 있다(Department for Education, 2014, p.3).

수학과 국가 교육과정은 모든 학생들이 다음을 할 수 있도록 하는 것이 목표이다.

- 지식을 개념적으로 이해하고 빠르고 정확하게 상기하고 적용할 수 있는 능력을 발달시킴으로써 수학의 기초에 능통해진다.
- 관계를 추측하고 일반화하고 수학적 언어를 사용한 논쟁, 정당화, 증명을 발달시킴으로써 수학적으로 추론할 수 있다.
- 점점 더 복잡해지는 정형문제와 비정형문제 모두에 자신의 수학을 적용함으로써 문제를 해결할 수 있다.

영국의 교육과정 총론에는 특별히 역량이 제시되어 있지 않지만, 수학 교과와 각론에서 수학교과내용을 통해 습득해야 할 수학교과 고유의 역량인 ‘수학적 역량(Working Mathematically)’이 제시되어 있다. ‘수학적 역량’은 중등에만 제시되어 있는데, 수학 내용을 통해 학생들에게 유창성을 개발하고, 수학적으로 추론하고 문제를 해결하도록 한다. 다음은 영국 수학교육과정(Department for Education, 2014, p.5-6)에 제시된 수학적 역량에 대한 세부 내용이다.

유창성 개발하기

- Key stage 2에서 학습한 수치적 수학적 능력을 통합하고 소수, 유리수, 지수와 무리수를 포함하는 수 체계와 자리 값에 대한 이해로 확장하기
- 복잡해지는 문제를 해결하기 위한 적절한 계산 전략을 선택하고 사용하기
- 수학적 관계의 형식화와 산술의 구조를 일반화하기 위하여 대수 사용하기
- 수치적인 값을 식으로 대신하고 식을 바꾸거나 단순화하기, 방정식 풀기
- 여러 가지 수치적, 대수적, 그래프 그리고 다이어그램 표현[예를 들어, 동치분수들, 분수와 소수, 방정식과 그래프들 사이의 자유로운 변환
- 일차 함수와 단순한 이차 함수의 이해와 대수적이고 그래프적인 능숙함 개발하기
- 수, 대수식, 평면도형과 입체 도형, 확률과 통계를 분석하기 위하여 정확하게 언어와 원리를 사용하기

수학적으로 추론하기

- 수 체계에 대한 이해 확장; 수와 관계, 대수적이고 그래프 표현 사이의 연결성
- 측정과 기하 그리고 대수적으로 비례적인 관계의 형식화에서 비와 비례식에 대한 지식을 확장하고 형식화하기
- 대수적이고 그래프적인 변수들 사이의 관계를 표현하고 변수를 확인하기
- 패턴과 관계에 대한 가설을 만들고 검사하기; 증명이나 반례를 찾기
- 기하적인 구성물들을 사용하는 것을 포함하여 수와 대수, 기하에서 연역적으로 추론을 시작하기
- 수치적 문제의 구조가 덧셈, 곱셈 또는 비례적인 추론을 요구할 때 해석하기

- 통계적이고 확률적인 추론 가능성과 불가능성을 탐구(분석)하고, 자신의 주장을 형식적으로 표현하기 시작.

문제 해결하기

- 여러 단계의 문제를 포함하여, 문제를 해결하고 결과를 산출하는 과정에서 자신의 수학적 지식을 개발하기
- 금융 수학을 포함하여, 문제들을 해석하고 해결하기 위하여 형식적인 수학적 지식을 사용하도록 개발하기
- 수학적으로 상황을 모델링하고 다양한 형식적인 수학적 표현들을 사용하여 결과를 표현하기 시작하기
- 익숙하지 않고 비정형적인 문제에 적용하기 위하여 적절한 개념, 방법 그리고 기술을 선택하기

3. 영국의 고등학교 수학교육 과정의 내용과 평가

영국의 고등학교 수학교육은 의무교육과정인 Key stage 4(10~11학년)를 이수한 후 GCSE 응시 조건을 충족하고 Six Form College에 입학 자격을 취득한다. 대학입학시험인 A-level을 이수하기 위해서는 GCSE의 5개 과목에서 C등급 이상을 받아야 하지만 이 기준은 학교마다 다를 수 있다. 영국에서는 2016년 대학입시를 위한 A-level 시험을 개정하여 발표하였고, 2014년 A-level 시험을 준비하지 않는 학생들을 위해 Core maths 과목을 개발하고 2016년부터 Core Maths 자격시험을 시행하고 있다. 이에 따라 영국의 교육부에서는 Core Math와 A-level에 대한 가이드를 제시하고 있으며(Department for Education, 2016; 2018), 관련기관에서는 관련 자료나 평가와 관련된 예시 문항 등을 제시하고 있다. Core Math는 16세 때 GCSE 시험을 본 후에도 모든 학생이 수학을 지속적으로 학습하도록 이론적이거나 추상적인 내용이 아니라 직장, 학업, 일상적인 삶에서 적용될 수 있는 것을 다룬다. 이에 따라 본 절에서 의무 교육과정인 Key Stage 4의 성취기준을 알아보고, 이후 교육과정인 Core Maths의 배경과 내용, A-level의 내용은 영국 교육부에서 제시하는 가이드와 관련 기관의 자료 및 평가와 관련하여 그 내용에 대해 고찰하고자 한다.

1) Key Stage 4

영국의 수학교육 과정에서는 내용 영역별로 Key stage 단계에서 지도해야 할 내용을 명시하고 있다. Key stage 4의 경우, 추가로 지도할 수 있는 내용을 { }으로 제시하고 있다. 다음은 Key stage 4의 교과 내용이다(Department for Education, 2014). 우리나라 중학교 단계에 해당하는 Key stage 3과 영역은 동일하다.

수

- {수세기를 위한 곱의 사용을 포함하여} 체계적인 리스트 전략 적용하기
- {주어진 양수의 거듭제곱과 근을 추정하기}
- 정수(분수) 지수와 거듭제곱근 계산하기
- π 의 곱과 분수, {무리수}를 정확히 계산하기; {예를 들어 $\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ 과 같이 거듭제곱을 포함하는 무리수 식을 단순히 하기, 분모의 유리화}

- 표준형 $A \times 10^n$, $1 \leq A \leq 10$, 단 n 은 정수로 된 수 계산하기
- {분수를 순환소수로 바꾸기, 순환소수를 분수로 바꾸기}
- 비 문제에서 분수로 확인하거나 해결하기
- {상한과 하한을 포함하여} 반올림 또는 버림을 할 때 정확함의 한계를 적용하고 해석하기

대수

- 대수적인 식(무리수와 {대수적 분수(algebraic fraction)})이 있는 것을 포함하여)을 단순화하고 조작하기
- 두 제곱의 차를 포함하여 $x^2 + bx + c$ 형태의 이차식의 인수분해 ; $\{ax^2 + bx + c$ 형태의 이차식의 인수분해}
- 지수 법칙을 포함하여 합, 곱, 제곱을 포함하는 식을 단순하게 하기
- 방정식과 등식의 차이 알기; 대수적 표현이 동치라는 것을 보이기 위해 수학적으로 주장하고, 명제{그리고 증명}를 만들고 지지하기 위해 대수 사용하기
- 입력과 출력의 함수로서 단순한 표현을 적절하게 해석하기; {'역함수'를 반대 과정으로 해석하기; '합성함수'를 두 함수의 연쇄로 해석하기}
- 평행(수직)인 직선을 확인하기 위해 $y = mx + c$ 형태를 사용하기; 두 개의 주어진 점이나 한 개의 점과 주어진 기울기로 직선의 방정식 구하기
- 그래프로 이차함수의 근, 절편, 꼭짓점을 확인하고 해석하기; 대수적으로 근을 추론하기{그리고 이차식의 완전제곱에 의한 꼭짓점}
- 일차함수, 이차함수, 단순한 3차 함수, $x \neq 0$ 인 역함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 알고 좌표평면에 나타내고 해석하기. $\{k$ 가 양수인 지수함수 $y = k^x$, 임의의 각에 대한 삼각함수 $y = \sin x, y = \cos x, y = \tan x\}$
- {주어진 함수의 이동과 대칭}
- 거리, 속도, 가속도를 포함하는 운동에 대한 문제와 같이, 문제의 근사적인 해답을 찾기 위하여 (역함수{그리고 지수 함수}를 포함하여) 그리고 실제적인 맥락에서 비표준적인 함수의 그래프를 좌표평면에 나타내고 해석하기
- ({이차 함수의 그래프와 비선형 그래프를 포함하여) 그래프의 기울기와 그래프 아래의 넓이를 계산하거나 추정하기. 거리-시간 그래프, 속도-시간 그래프 그리고 금융 맥락에서 그래프의 결과를 해석하기}
- {원점이 중심인 원에 대한 방정식을 알고 사용하기; 주어진 점에서 원의 접선에 대한 방정식 찾기}
- 인수분해를 사용하여 이차 방정식 풀기, {제곱식으로 만들고 이차공식을 사용하여}; 그래프를 사용하여 근사적인 해 구하기
- 두 변수를 가진 연립 방정식 해결하기(일차/일차 {또는 일차/이차}); 그래프를 사용하여 근사적인 해 찾기
- {반복적인 방법(iteration)을 사용하여 방정식의 근사적인 해 찾기}
- 단순한 상황이나 절차를 대수적인 식과 공식으로 변환하기; 방정식(또는 연립방정식) 만들기; 방정식을 풀고 해를 해석하기
- 한 변수(또는 두 변수)의 일차 부등식 풀기, {한 개의 변수로 된 이차부등식}; 수직선에서 해

의 집합 표시하기, {그래프에 표시하고 집합 표기 사용}

- 삼각수 수열, 사각수 수열, 세제곱 수열, 단순한 산술적인 수열, 피보나치 수열, 등차수열, 등비수열(n 이 정수, r 이 양의 유리수(또는 무리수)인 r^n)(그리고 다른 수열)을 알고 사용하기
- 일차(그리고 이차) 수열의 n 번째 항을 계산하기 위해 식을 추론하기

비, 비례 그리고 변화율

- 배율(scale factors)²⁾과/또는 비 기호(표기법)를 사용하여 길이, 넓이, 부피 비교하기; (삼각비를 포함하여) 닮음과 연결하기
- 수치적이고 대수적인 맥락에서 관련된 합성 단위(unit)(속도, 지급률, 가격, 밀도, 압력) 사이에 변환
- X 가 Y 에 반비례한다는 것은 X 가 $\frac{1}{Y}$ 에 비례한다는 것과 동치라는 것을 이해하기; 정비례와 반비례를 표현하는 방정식을 {만들고} 해석하기
- 변화율로서 직선 그래프의 기울기를 해석하기; 정비례와 반비례를 나타내는 그래프를 해석하고 인식하기
- {순간변화율로서 곡선의 한 점에서 기울기를 해석하기; 수치적, 대수적, 그래프 맥락에서 순간 변화율과 평균변화율의 개념을 적용하기(접선과 현의 기울기)}
- 복리 {그리고 일반적인 반복적 과정을 가지고 하는}를 포함하여, 성장과 쇠퇴 문제를 시작하고 해결하고 답을 해석하기

기하와 측정

- 확대를 위한 분수 배율 {그리고 음수 배율}을 해석하고 사용하기
- {회전, 대칭, 이동의 결합에 의해 만들어진 변화와 불변성을 기술하기}
- 중심, 반지름, 현, 지름, 원주, 접선, 호, 부채꼴, 활꼴을 포함하여 원의 정의와 성질을 확인하고 적용하기
- {각, 반지름, 기울기와 현과 관련된 기본적인 원의 정리를 적용하고 증명하기, 그리고 관련된 결과들을 증명하기 위하여 사용하기}
- 입체 도형의 측면도와 평면을 구성하고 해석하기
- 방향을 해석하고 사용하기
- 호의 길이, 각 그리고 원의 부분 넓이 계산하기
- 구, 사면체, 원뿔, 합성 입체의 겉넓이와 부피 계산하기
- 닮은 도형들에서 길이 {넓이와 부피} 사이의 관계들을 포함하여, 합동과 닮음의 개념 적용하기
- 2차원{그리고 3차원} 도형에서 직각 삼각형{그리고 어디서든 가능한 일반적인 삼각형}에서 각과 길이를 찾기 위해 피타고라스 정리와 삼각비 적용하기
- $\theta = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ 인 경우, $\sin\theta$ 와 $\cos\theta$ 의 정확한 값을 알기; $\theta = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 인 경우, $\tan\theta$ 의 정확한 값을 알기

2) 어떤 범위의 문제 안에서 발생된 수에 일련의 수를 곱하기 위해 선택된 승수, 또는 나눗수로 쓰이는 수. 즉, 어떤 수치 자료를 일정한 범위에 넣기 위해 곱하는 수이다. 예를 들어, 423, 656, 759라는 값의 집합을 1과 -1 사이에 들어가도록 하려면 눈금 인수 1/1000을 사용하면 된다.

- {사인법칙 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ 를 알고 적용하기 그리고 미지의 길이와 각을 찾기 위하여 코사인 법칙 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$ 알고 적용하기}
- {임의의 삼각형의 넓이, 변, 각을 계산하기 위하여 $Area = \frac{1}{2}ab \sin C$ 를 알고 적용하기}
- 2차원 벡터로서 변환 기술하기
- 벡터의 덧셈과 뺄셈, 벡터의 스칼라곱 그리고 벡터의 다이어그램 표현과 열 표현 적용하기; {기하적 명제와 증명을 구성하기 위해 벡터 사용하기}.

확률

- 서로 배타적인 사건들의 합의 배반 집합에 대한 확률의 성질 적용하기
- 미래의 실험의 결과를 예견하기 위한 확률 모델 사용하기; 경험적인 불편 표본이 커지는 표본 크기에 대해 이론적인 확률 분포를 따른다는 것을 이해하기
- 수형도와 다른 표현들을 사용하여 독립과 종속인 복합 사건의 확률을 계산하기 그리고 근원적인 가정들을 알기
- {도수분포표, 이원도수분포표 수형도와 벤다이어그램을 사용하여 조건부 확률을 계산하고 해석하기}

통계

- 표집의 한계를 알면서, 표본으로부터 모집단 또는 분포의 속성을 추론하기
- 시계열 자료에 대한 표와 선 그래프를 해석하고 만들기
- {그룹화된 이산자료와 연속적인 자료에 대한 다이어그램을 만들고 해석하기 즉, 같은 구간이 나 다른 구간을 가진 히스토그램과 누적도수분포 그래프를 그리고 적절한 사용방법 알기}
- 변량이 하나인(일변량) 분포로부터 자료 집합의 분포를 해석하기, 분석하기, 비교하기:
 - 이산적이고 연속적인 그룹 자료{상자 그림을 포함하여}를 포함하여 적절한 그래프 표현을 통해
 - (모델 분류를 포함하여) 중심경향성의 적절한 측정과 퍼짐(사분위수와 사분위수 범위를 포함하여)
- 모집단을 표현하기 위하여 통계 적용하기
- 이변량 자료에 대한 산점도를 사용하고 해석하기; 상관관계를 알고 인과관계를 나타내는 것이 아니라는 것을 알기; 가장 적합한 추세선 그리기; 예측하기; 이에 대한 위험을 알면서 분명한 동향(추세)을 추정하거나 삽입하기.

영국의 Key stage 4의 교육과정에서 영역별로 성취기준이 제시되어 있으나 특정 개념이 하나의 영역에만 등장하지 않고 여러 영역에서 다층적으로 제시되어 있다. 예를 들어, 함수 개념의 경우 ‘대수’ 영역에서는 방정식의 풀이에 함수의 그래프와의 관련성이 많이 강조되고 있으며 그 외에도 ‘비, 비례와 변화율’ 영역, ‘통계’ 영역 등과 연계되어 제시되어 있다. 수 영역의 경우, 소수, 분수가 따로 다루어 지다가 점점 연계되어 복합적으로 다루고 소수를 10의 거듭제곱 표현과 연계하여 큰 수와 작은 수, 근삿값, 단위 등과 연계하여 제시하며, 이러한 내용은 기하와 측정 등의 영역과 관련된다.

내용적인 측면에서 우리나라에서는 선택교과에서 다루거나 다루지 않는 내용들이 있다. 대수 영역에서는 다양한 수열을 다루고 있고 비, 비례, 변화율 영역에서 정비례, 반비례, 기울기, 변화율, 복리

등의 개념을 다룬다. 기하의 영역의 경우도 이동, 대칭, 회전, 입체도형, 측면도, 간단한 벡터를 다루고 있다. 확률에서는 확률 모델, 이원도수분포표를 다루고 조건부 확률도 Key stage 4 단계에서 다루고 있다. 통계 영역에서는 우리나라에서는 고등학교 과정에서 다루지 않는 시계열 자료의 표현과 해석, 히스토그램, 누적도수분포표, 상자그림 등을 다루고 있다. 우리나라 중등학교 수학과 교육과정에서는 다루지 않는 비, 비례와 관련된 주제를 다룰 뿐만 아니라 Key stage 3부터 다루던 개념을 지속적으로 심화하면서 다루고 있다는 점은 우리나라에서도 고려해 볼 필요가 있다.

또한 규칙성 탐구, 자연현상과 금융 맥락 등을 통한 대수와 함수와의 연결, 기하와 측정 영역의 주제와 연결하여 다룸으로써 수학의 내적, 외적 연결성이 용이하도록 구성되어 있음을 알 수 있다(조상식 외, 2019, p.123).

2) Core Maths

영국은 매년 25만 명의 학생들이 GCSE 수학시험에서 C학점 이상을 받지만 AS/A-level의 수학을 선택하지 않기 때문에 미래 영국 사회 및 개인의 발전에 문제가 된다고 생각하였다. 이에 따라 A-level 수학과는 구별되고 다양한 수학적 접근법을 사용하는 현실적 문제해결, 즉 수학과 통계 사용 및 적용에 중점을 둔 Core Maths를 개발하고 자격시험을 시행하였다(Department for Education, 2018). Core Maths는 GCSE에서 최소한 4급 이상(공식적으로 3급)을 획득한 학생들을 위한 새로운 3급 자격이며, 직장, 학업, 일상생활에서 이를 적용할 수 있는 실무 능력을 개발하고자 하는 것이다. 수, 기하, 함수, 대수, 이산수학, 확률, 통계, 경제 수학 등 대부분의 Core Maths 과정은 경제학 맥락을 포함하며, 과학, 지리학, 경영학, 경제학, 심리학과 같은 다른 A-level의 과목을 학습하는 데 도움이 되도록 하고 있다.³⁾

영국 교육부의 Core Maths Qualifications(2018)에 따르면, Core Maths의 목표는 다음과 같고, 특히 2, 3을 강조하고 있다(Department for Education, 2018).

1. 수학 방법과 기법의 선택과 사용에서 역량의 심화
2. 실제 상황을 수학적으로 표현하고 분석하며, 수학을 적용하여 관련된 문제를 해결할 수 있는 자신감 개발
3. 수학적 사고, 추론 및 의사소통 능력 구축

다음은 관련 사이트에서 제시하고 있는 Core Maths의 내용과 학습 자료를 제시한 것이다. 수와 측정, 경제 수학, 이산수학, 대수와 그래프, 확률, 통계 영역에서 주로 학생들이 익숙하지 않은 상황에서 수학을 사용하고 적용할 수 있는 여러 가지 활동을 제시한다. 예를 들어, 확률 영역에서는 주사위를 사용하는 게임을 통한 확률 탐구, 다양한 추정과 예측, 구슬 실험에 대한 다양한 표현을 하고 확률의 연산을 학습을 한다. 통계 영역에서는 달걀 무게에 대한 정규분포 탐구, 설문지 만들기, 표집 활동 등을 실제적인 맥락과 관련하여 학습하도록 한다. 각 영역에서 다양한 관련 주제를 제시하고 교사용 지도서와 PPT, 학생용 활동지 등이 제공되고 있다.







3) <https://www.stem.org.uk/core-maths>

Core Maths resources

All the resources you need to bring Core Maths into your school or college.

The resources are problem-solving focused and reinforce GCSE higher level topics in meaningful contexts. They are independent of any single exam-board, while relevant for all Core Maths qualifications.

ALL

 <p>Numbers and measures</p> <p>Find resources to support the study of number and measures in Core Maths.</p> <p>Find out more</p>	 <p>Financial maths</p> <p>Enable students to use and apply mathematics in unfamiliar contexts.</p> <p>Find out more</p>	 <p>Discrete maths</p> <p>Resources to support the study of discrete mathematics in Core Maths.</p> <p>Find out more</p>
 <p>ALGEBRA AND GRAPHS</p> <p>This collection of resources contains a range of algebra and graph materials.</p> <p>Find out more</p>	 <p>probability</p> <p>Find all the materials to support the study of probability.</p> <p>Find out more</p>	 <p>STATISTICS</p> <p>Use and apply mathematics in a range of real-life statistical contexts.</p> <p>Find out more</p>

[그림 II-1] Core Maths의 주요 내용⁴⁾

다음 [그림 II-2]는 Core Maths의 내용들 중 대수와 그래프, 경제수학에서 제공되는 내용에 대한 예시이다. 경제 수학의 경우, 수입과 수출, 금융 프로젝트, 마케팅, 판매와 연간보고서 등에 대한 주제에 대한 자료를 제시하고 있다. 예를 들어 금융 프로젝트의 경우, 학생들은 최상의 가격으로 새 휴대전화를 홍보, 제조 및 제공하는 과제를 해결하게 된다. 학생들은 월별 수입 및 지출에 대한 보고서를 작성하고 이자율, 환율 및 예산 책정을 탐색하도록 한다. 대수와 그래프 영역에서는 학생들이 익숙하지 않은 상황에서 대수와 그래프를 사용하고 적용할 수 있도록 설계된 다양한 활동이 포함되어 있다. 예를 들어 ‘뱀파이어는 존재하는가?’에서는 거듭제곱 급수로 이어지는 인구 증가 문제를 고려하는데, 35주 동안 뱀파이어 인구의 기하급수적인 성장을 보여주는 인구 데이터를 학생들에게 제공하여 상황을 모델링하고 그래프를 그리도록 한다.

4) 출처: <https://www.stem.org.uk/core-maths/resources>

영국의 수학교육에 대한 고찰: 고등학교 수학교육을 중심으로

Algebra and Graphs

This collection of resources is produced by the Core Maths Support Programme to support the implementation of Core Maths. The collection contains a range of activities all designed to enable students to use and apply algebra and graphs in unfamiliar contexts.

Resources

Business assessments
QUALITY ASSURED SUBJECT: MATHEMATICS
 This resource contains two Core Maths assessments appropriate for students of business. The assessments that cover number, finance and graph topics are:

- Problem solving
- Break-even analysis
- Percentages
- Simple and...

Cormathzadrine
QUALITY ASSURED SUBJECT: MATHEMATICS
 In this resource students deal with the problem of administering doses of a prescribed drug so that the body does not have too little or an excess of the drug. An understanding of half life is required. Students do not need to use more complicated formulae for...

Dating ceramics using rehydroxylation
QUALITY ASSURED SUBJECT: MATHEMATICS
 This Core Maths resource looks at the recently developed technique of rehydroxylation for dating ceramic objects using an exponential growth model. The resource allows students the opportunity to apply their knowledge of growth and decay, along with logarithms, to a genuine scientific process.

...

Do Vampires Exist?
QUALITY ASSURED SUBJECT: MATHEMATICS
 In this activity students consider a population growth problem which leads to a power series. The presentation can be used to introduce the topic and use of spreadsheets would enable students to model and draw graphs of the situation.

...

◀ FIRST | PREVIOUS | 1 | **2** | 3 | 4 | 5 | 6 | NEXT | LAST ▶

Financial Maths

This collection of resources is produced by the Core Maths Support Programme to support the implementation of Core Maths. The collection contains a range of activities all designed to enable students to use and apply financial mathematics in unfamiliar contexts.

Resources

Import/Export
QUALITY ASSURED SUBJECT: MATHEMATICS
 This Core Maths activity explores exchange rates and international commerce. Students are asked to compare five different countries' manufacturing costs and decide which option would be the cheapest.

Import/Export: Lesson plan
 This lesson plan includes suggested scaffolding and...

Finance project
QUALITY ASSURED SUBJECT: MATHEMATICS
 This Core Maths resource package involves students completing a financially-themed project. Students are given the task of promoting, manufacturing and delivering a new mobile phone for the best possible price. Students complete annual reports on monthly income and expenditure, explore interest rates, exchange...

Marketing
QUALITY ASSURED SUBJECT: MATHEMATICS
 In this Core Maths activity students are drafted into a company's marketing department for a day. Students have to make assumptions in order to decide how to budget £100,000 across the three forms of advertising available to them (TV, radio and billboards).

Marketing: Teacher Guidance
 ...

Selling figures and annual report
QUALITY ASSURED SUBJECT: MATHEMATICS
 This Core Maths activity gives students selling figures and asks them to calculate VAT, gross and net outcomes, calculate monthly balances and graph their results.

Selling figures: Teacher Guide
 This teacher guidance includes suggested warm-ups, a description of each of the activities...

...

◀ FIRST | PREVIOUS | 1 | 2 | **3** | 4 | 5 | 6 | NEXT | LAST ▶

[그림 II-2] Core Maths 중 대수와 함수, 경제 수학에 대한 내용 예시5)

영국 수학교육에서는 문제해결 능력 개발을 위해 실제적인 맥락, 비수학적 문제상황, 비정형적 문제를 해결, 판단하고, 한계를 인식하고 설명하는 능력을 강조하고 있다. Core Maths는 의미 있는 맥락에서 GCSE의 내용을 단순히 반복하는 것이 아니며 상위 수준의 주제와 연계를 강화하고 Core Maths 자격시험을 대비할 수 있도록 안내하고 있다. Core Maths 자격시험의 내용은 백분율 변화, 그래프의 해석, 금융 수학, 표준 단위 사용, 정규분포, 추정, 상관관계, 상관관계는 인과관계가 아님을 아는 것, 모델링 또는 문제해결 시 가정을 만들고 평가하기 등이 포함된다.⁶⁾ 다음 [그림 II-3]은 Core Maths 자격시험의 사례로 자료의 이해와 해석, 추론이 강조되는 등의 통계를 적용하여 문제를 해결하는 능력을 강조하고 있음을 볼 수 있다.

5) <https://www.stem.org.uk/resources/collection/4288/financial-maths?page=2>

6) <https://amsp.org.uk/teachers/core-maths/curriculum>

1 The following information is displayed at a bank in England.

Travel Bank		
Currency	Sell at	Buy at
AUSTRALIAN DOLLAR	1.48	1.64
CANADIAN DOLLAR	1.54	1.76
EURO	1.14	1.31
TURKISH LIRA	2.55	3.08
US DOLLAR	1.52	1.73

(i) How much will 200 Euros cost a customer in pounds? [3]

1 (i)

Dave is in a shop in the USA. He sees a watch priced in US dollars at \$58.50. Dave wants to know roughly what the watch would cost in pounds. He remembers the exchange rates from Travel Bank.

(ii) Show how, **without using a calculator**, Dave can estimate the cost of the watch in pounds. [3]

1 (ii)

Section A (30 marks)

1 A biologist is concerned about the possible decline in numbers of a type of bird in a wood. The bird eats insects and the biologist thinks that the use of insecticides on nearby fields may be one of the causes of the possible decline.

The biologist observes 12 female birds during the breeding season and counts the number of fledglings (young that leave their nests). The results are shown on this chart.

Fledglings per female	Frequency
0	5
2	1
3	1
4	2
5	3

She applies the following modelling assumptions to this situation.

- Half of the fledglings are male and half are female.
- 75% of the fledglings will be taken by predators before they are old enough to breed.
- A female breeds three times in her lifetime.
- A female breeds once a year.

(i) Show that these observations and modelling assumptions lead to the conclusion that the birds will reduce in numbers. [4]

(ii) Is there good evidence for the biologist to ask the farmer to stop using insecticides on the fields near the wood? Give three comments. [3]

[그림 II-3] Core Maths 자격시험의 사례(OCRa, 2014; OCRb, 2014)

기존의 A-level 시험처럼 2016년에 시행하였으며 자격시험을 시행하면서 교사들에게 출제 문항 및 채점 기준 등에 대한 가이드라인을 제시하였다.

3) A-level 수학

학생들이 대학에 진학하기 위해서는 Sixth Form 과정에서 A-Level을 응시하여 대학에서 요구하는 성적을 획득해야 한다(England Department of Education, 2014). 영국의 대학입학 수학시험인 GCE A-level에 대해 2016년 정부(Office of Qualifications and Examinations Regulation; 이하 Ofqual)에서 개정된 평가목표를 제시하고 있다. 제시하고 있는 주제는 A. 증명, B. 복소수, C. 행렬, D. 심화 대수와 함수, E. 심화 미적분, F. 심화 벡터, G. 극좌표, H. 초월함수, I. 미분방정식이다.

영국의 대학 입학 수학시험인 A-level 시험은 Ofqual의 승인을 받은 5개 기관이 출제와 시행을 한다. A-level 시험 출제와 시행을 담당하는 기관에서는 정부의 방침에 따라 개발한 교육과정을 정부가 승인하는 체제이다. 따라서 Key Stage 4와 달리 다음과 같이 개략적인 주제만 제시하고 있다.

<표 II-2> 영국 A-level 중 심화 대수와 함수에 대한 내용 예시(Department for Education, 2016, p.8)

	내용
D1	다항식에서 이차함수까지 근과 계수의 관계를 이해하고 사용하기
D2	주어진 다항식의 근에 대하여 근이 일차변환인 다항식의 형식(최소한 3차)
D3	정수, 이차, 3차의 합에 대하여 식을 이해하고 사용하기 그리고 다른 수열의 합에 대한 이러한 것을 사용
D4	부분 분수의 사용을 포함한 급수의 합을 구하는 방법을 이해하고 활용하기
D5	일반항을 포함하는 함수의 Maclaurin 급수 구하기
D6	$e^x, \ln(1+x), \sin x, \cos x, (1+x)^n$ 에 대한 Maclaurin 급수를 알고 사용하기 그리고 유효한 x 값의 범위 알기(증명은 요구되지 않음)

기존의 시험이 실질적인 수학적 능력보다 속도와 정확도를 요구하고, 문제에 대한 탐구력 부족 등에 대한 문제점이 제기되면서 A-level 개정 방향이 제시되었다. 문제해결과 해석, 이해 및 의사소통 평가 강화와 덜 구조화된 문제를 사용하여 수학적 탐구 능력 및 해결력 향상을 목표로 한다. 기존의 순수수학 자격을 폐지하였고 수학, 심화수학, 통계학 등의 자격으로 단순화하였다. 순수수학과 응용수학이 조화를 이루고, 정부에서 제시하는 내용을 필수적으로 포함하도록 하였다(남진영, 2017). 특히 우리나라 수학교육과정에서 삭제된 행렬과 복소수(복소수의 극형식 등)를 반드시 포함할 것을 제안하고 있다. 또한 통계학의 경우 평범한 계산이나 그래프를 그리기보다 자료의 이해와 해석, 자료로부터의 추론을 강조하고 실제 상황에서의 빅데이터가 교수·학습 과정과 평가에 포함되도록 하였다(남진영, 2017).

다음 <표 II-3>은 A-level에서 제시하는 행렬에 대한 내용이다. 또한 행렬에서 학생들은 최소한 3×3 행렬까지 계산할 수 있도록 공학적 도구를 사용할 수 있는 능력을 입증해야 한다고 제시하고 있다(Department for Education, 2016, p.7). 우리나라에서는 현재 행렬이 고등학교 교육과정에서 삭제되어 다루고 있지 않지만 영국의 고등학교 교육과정에서 다루는 행렬의 내용을 보면 3×3 행렬까지 다루고 방정식과 연계하여 다루고 있음을 알 수 있다.

<표 II-3> A-level 수학 중 행렬에 대한 내용(Department for Education, 2016, p.7)

	내용
C1	conformable matrices의 덧셈, 뺄셈, 곱셈; 스칼라가 있는 행렬의 곱셈
C2	영행렬과 항등행렬을 이해하고 사용하기
C3	2차원에서 선형 변화를 표현하기 위한 행렬 사용하기; 연속변환; 3차원에서 단일 변환($x=0, y=0, z=0$ 중 하나에서 반사에 대해 한정된 변환 또는 좌표평면 축의 하나에 대한 회전)(3차원 벡터의 지식이 가정됨)
C4	일차변환을 위한 직선과 invariant point 찾기
C5	$[2 \times 2$ 행렬의 determinate 계산하기] 그리고 3×3 행렬의 determinate 계산하기, 방향에 대한 영향을 포함하여 비례 인자 해석하기
C6	singular and non-singular matrices 이해하고 사용하기; 역행렬의 성질 non-singular 2×2 matrices의 역행렬 이해하고 사용하기 그리고 3×3 의 역행렬 이해하고 사용하기
C7	역행렬을 사용하여 3개의 변수가 있는 3개의 일차 연립방정식 해결하기
C8	세 개의 연립일차방정식의 해와 해가 아닌 것에 대해 기하학적으로 해석하기

다음 <표 II-4>와 같이, 각 자격에서 필수로 치러야 하는 시험이 강화되었다. 기존에는 각 자격과 수준에서 학생들의 선택권이 강했지만(남진영, 2017) 16세 이후 수학이 강조되면서 필수로 치러야 하는 부분이 강화된다고 볼 수 있다.⁷⁾ 기존에는 A-level 시험을 치를 때, (심화) 순수수학 또는 통계학과 역학 중 한 가지만을 집중하여 공부하여 자격을 얻을 수 있었지만 개정된 A-level 시험에서는 순수수학과 통계학 역학을 모두 공부해야 한다. 선택권이 주어지는 경우는 심화수학 자격뿐이다.

<표 II-4 > 개정된 Edexcel A-level 시험 체제(남진영, 2017)

자격	시험	내용	
수학	AS-level	시험1	순수수학
		시험2	역학, 통계
	A-level	시험1	순수수학(AS와 같은 내용, 수준은 A-level 수준으로)
		시험2	순수수학(A-level 내용으로)
		시험3	역학, 통계
심화수학	AS-level	시험1	순수수학 1 (필수)
		시험2	순수수학 2, 통계, 역학, 의사결정 수학 중 택1
	A-level	시험1	순수수학 1 (필수)
		시험2	순수수학 2 (필수)
		시험3	순수수학 3, 4, 통계 1, 2, 역학 1, 2, 의사결정 수학 1,2 중 택 2
		시험4	
통계	AS-level	시험1	통계 일반
		시험2	통계 일반
	A-level	시험1	데이터와 확률
		시험2	통계적 추론
		시험3	실제에서의 통계

영국의 Key Stage 4에 제시된 내용은 우리나라와 비교하여 많은 것을 요구하지 않는다고 할 수 있지만, 대학입학 자격시험인 A-level에서는 우리나라보다 더 높은 수준의 내용을 다루도록 하고 있으며 통계가 강조되고 있음을 알 수 있다.

III. 우리나라와 영국의 수학 교육과정의 내용 비교

영국의 2014 개정 교육과정에서는 전 교과에 걸쳐서 학생들의 ‘수리력과 수학(Numeracy and Mathematics)’ 및 ‘언어와 문해력(language and mathematics)’의 발달을 강조하고 있다. 영국의 교육과정 중 총론에서 제시되어 있지 않은 역량이 수학교육과정에서는 3가지로 제시되어 있으며 각 역량에 대한 내용을 자세히 안내하고 있다. 영국의 중등 수학 교육과정인 Key stage 3, 4는 같은 영역(수, 대수, 비, 비례와 변화율, 기하와 측정, 확률, 통계)으로 구성되어 있다.

영국에서는 수학의 내용에서 비, 비례와 관련된 내용을 Key stage 3, 4에서 발전적으로 지속적으로 다루어오며 다른 영역간의 연결성이 원활히 이루어질 수 있도록 한다. 특히 수 개념의 경우, 우리나라 초등학교 수학교육과정에서 잘 다루어지지 않고 있는 복잡한 수의 연산(초등학교

7) 정부에서 원하는 내용의 포함 비율도 강화되었지만 학생들이 공부해야 하는 내용도 순수수학과 응용수학을 모두 포함하며 강화되었다고 할 수 있다(남진영, 2017).

고학년의 분수, 소수 등과 관련된 복잡한 수의 연산)이 key stage 4까지 다루어지면서 측정 등의 영역과 관련되어 다루어지고 있다. 또한 단위, 10의 거듭제곱 표현, 근삿값 등의 내용과 연결하면서 지속적으로 다루고 있다. 통계 영역에서도 원 그래프, 막대그래프 등 초등학교에서 다루는 그래프 표현들을 그대로 다루는데 자료를 분석하고 해석하는 활동을 강조하고 있으며, 산점도의 경우도 Key stage 3, 4에서 발전적으로 지속적으로 다루고 있다.

공학적 도구의 사용과 관련하여, ‘계산기는 암산과 쓰기를 위한 대체물로 사용되어서는 안 되며, 중등학교에서는 교사가 ICT 도구를 사용해야만 할 때에 관한 판단을 해야만 한다.’라고 명시하고 있다.

고등학교 교육내용을 우리나라의 공통과목, 일반 선택과목, 진로 선택과목별로 해당 영역을 구성하는 내용과 비교하되, Key stage 4(10~11학년)를 중심으로 한다. Key stage 4 이후 과정은 영국 교육부에서 제시한 A-level의 내용을 중심으로 비교한다. Key stage 3, 4로 구성된 영국의 중등 교육과정은 우리나라 중등 교육과정이 3-3인 것에 비해 3-2로 구성되고, 의무교육과정 이후 2년간 진학을 준비하는 기간을 고등학교 과정에 포함할 경우 4년에 해당된다. 이러한 점으로 인하여 영국의 고등학교 과정과 우리나라 고등학교 과정을 직접 비교하는 데 어려움과 제한점이 있다. 다음 <표 III-1>은 우리나라 공통과목과 비교한 것으로 표에서 비어 있는 것은 영국 교육과정에 없는 내용이다.

<표 III-1> 우리나라 고등학교 공통과목 <수학> 내용과 영국의 내용 비교(조상식 외, 2019, p.195)

내용 영역	우리나라	영국(학년)
문자와 식	다항식의 사칙연산	Key stage 4
	나머지 정리	A-level
	인수분해	Key stage 4
	복소수의 이차방정식	A-level
	이차방정식과 이차함수	Key stage 4
	여러 가지 방정식과 부등식	Key stage 4
기하	평면좌표	Key stage 4
	직선의 방정식	Key stage 4
	원의 방정식	Key stage 4
	도형의 이동	Key stage 4
수와 연산	집합	A-level
	명제	A-level
함수	함수의 합성	Key stage 4
	역함수	Key stage 4
	유리함수와 무리함수	Key stage 4
확률과 통계	경우의 수	Key stage 4
	순열과 조합	

우리나라의 공통과목 <수학>의 인수분해의 경우, 영국은 이차식의 인수분해 정도 다루고, 복소수의 이차방정식의 경우는 극좌표, Argand diagram, 기하 문제를 해결하기 위한 복소수의 근 사용 등에 대한 내용까지 다루고 있다. 영국에서는 순열과 조합은 다루고 있지 않았지만 이원도수분포표, 확률 모델 등을 다루고 있다.

<표 III-2> 우리나라 고등학교 일반선택과목 및 <기하>의 내용과 영국의 내용 비교(조상식 외, 2019, p.196)

과목명	우리나라		영국
	내용 영역	내용 요소	학년
수학 I	지수함수와 로그함수	지수와 로그	
		지수함수와 로그함수	Key stage 4
	삼각함수	삼각함수	Key stage 4
	수열	등차수열과 등비수열	Key stage 4
수열의 합		A-level	
수학 II	함수의 극한과 연속	수학적 귀납법	
		함수의 극한	A-level
	미분	함수의 연속	A-level
		미분계수	A-level
	적분	다항함수의 도함수	A-level
		도함수의 활용	A-level
		다항함수의 부정적분	A-level
		다항함수의 정적분	A-level
미적분	수열의 극한	정적분의 활용	A-level
		수열의 극한	A-level
	미분법	급수	A-level
		여러 가지 함수의 미분	A-level
		여러 가지 미분법	A-level
		도함수의 활용	A-level
	적분법	여러 가지 적분법	A-level
		정적분의 활용	A-level
확률과 통계	경우의 수	순열과 조합	
	확률	이항정리	
		확률의 뜻과 활용	Key stage 4
	통계	조건부확률	Key stage 4
		확률분포	A-level
기하	이차곡선	통계적 추정	A-level
		포물선, 타원, 쌍곡선	A-level
	평면벡터	벡터의 연산	Key stage 4
		평면벡터의 성분과 내적	A-level
	공간도형과 공간좌표	직선과 평면	Key stage 4
정사영			
	공간좌표	A-level	

우리나라 일반 선택과목인 <수학 I>의 수열에서는 등차수열과 등비수열만 다루는 반면, 영국에서는 Key stage 3에서 일반항에 대해 학습하고, Key Stage 4에서는 피보나치 수열 및 여러 가지 수열을 다루고 있다. <미적분>의 수열의 극한에서 우리나라는 초월함수의 수열의 극한과 급수를 다루지만, 영국에서는 A-level에서 매크로린(maclaurin) 급수까지 다룰 수 있다. 영국에서는 우리나라의 고등학교 수학 교육과정에서 다루는 내용은 거의 다루고 있었으나 순열과 조합, 수학적 귀납법, 정사영 등은 다루고 있지 않았다.

다음 <표 III-3>은 영국 수학교육과정에서는 다루고 있지만 우리나라에서는 다루지 않는 내용이다.

<표 III-3> 우리나라 고등학교 수학에서 다루지 않고 영국 고등학교 수학에서 다루는 내용(조상식 외, 2019, p.198)

내용 요소	과목	설명
입체 도형의 측면도와 전개도	Key stage 4	공간도형의 측면도와 평면의 구성과 해석
입체도형	Key stage 4	입체도형의 넓이와 부피 계산
도형의 닮음	Key stage 4	닮은 도형들 사이의 관계, 합동과 닮음 개념 작용
단위 사용 확장	Key stage 4	과학에서 운동량과 같은 맥락에 복합 단위 사용 확장
비, 비례, 변화율	Key stage 4	- 비의 표기, 축적을 사용하여 길이, 넓이, 부피 비교 및 닮음과 연결 - 금융 맥락 문제해결을 위한 재귀적 방법 사용
누적도수분포표	Key stage 4	히스토그램, 누적도수분포 그래프
상자수염 그림	Key stage 4	사분위수, 범위 등
산점도	Key stage 4	이변량 자료 관계 표현, 해석을 위한 산점도와 적합선

중학교에서 다루던 내용을 지속적으로 다른 영역과 연계하여 다루고 있으며, 특히 비, 비례, 변화율과 입체 도형의 측면도와 전개도 등은 우리나라 중등 교육과정에서는 다루지 않는 내용이지만 다른 영역과 연계하여 다루고 있다. 또한 통계에서 산점도는 우리나라의 경우 중학교에서 다루고 있지만 영국의 경우 적합선까지 함께 다루어 자료를 해석하는 능력을 강조한다고 볼 수 있다.

IV. 요약 및 결론

우리나라 일반계 고등학교와 영국의 고등학교 교육과정을 직접 비교하는 데에는 한계가 있다. 그러나 영국의 고등학교 수학 교육과정을 고찰한 결과 시사하는 점은 수학의 중요성을 매우 강조한다는 것이다. 영국의 2013 개정 교육과정에서는 전 교과에 걸쳐서 학생들의 수리력/수학 및 언어/문해력의 발달을 강조한다. ‘수리력과 수학(Numeracy and Mathematics)’이라는 항목을 독립적으로 부각시키고 모든 교과에 걸쳐 학생들의 수리력과 수학적 추론적, 그리고 구어, 읽기, 쓰기, 어휘 등을 발달시켜야 함을 제시하고 있다(김부미 외, 2019). 특히 고등학교 수학에서 학생의 수학 선택권 확대와 미래사회 대비를 위한 교과목 개발, 주제 중심의 지속적이고 발전적으로 내용을 학습하는 것 등이 특징이라고 할 수 있다.

영국 수학교육과정의 key stage 4에 제시된 고등학교 교육과정 내용은 많은 것을 요구하지는 않지만, A-level에서는 우리나라 고등학교 일반 학생들에게 요구되는 것보다 높은 수준의 내용을 포함하고 있다. 특히 2016년 개정된 A-level 시험에서는 수학적 정당화, 언어와 증명, 수학적 문제해결, 수학적 모델링과 관련된 수학적 지식과 기능을 요구하고 하며 비정형적이고 탐구적인 문제를 출제하도록 한다(Department for Education, 2016). 우리나라 교육과정에는 있지만 영국의 교육과정에 없는 내용은 집합과 명제, 공간 도형에서 위치 관계와 삼수선 정리 등이다. 반면에 영국의 교육과정에는 대수 영역의 행렬, 이산수학과 관련된 알고리즘, 그래프 알고리즘, 경로, 선형 프로그래밍, 해석 영역의 삼각 방정식, 극좌표, 일차 미분방정식, 이차 미분방정식, 극좌표, 테일러 급수, 매크로린 급수, 기하 영역의 공간 벡터, 확률과 통계 영역의 수치적 방법, 방정식의 수치적 해, 시계열 자료, 상관관계와 회귀 등이 포함되어있고, 그 외에 역학에 대한 내용도 포함되어 있다. 특히 개정된 A-level에서는 행렬과 복소수의 극형식을 반드시 포함하도록 한다. 미분방정식, 시계열 자료, 상관관계와 회귀는 우리나라의 고등학교 이후에 다루어지는 내용이다. 따라서 영국의 경우, 고등학교 Key Stage 4 과정에서는 많은 것을

다루지 않지만 대학 입학시험에서는 다양한 선택권이 주어지고 대학 진학을 원하는 학생들에게 선택하는 것에 따라 우리나라보다 높은 수준을 요구하는 경우도 볼 수 있다.

영국의 수학교육과정의 내용은 나선형 교육과정의 특성이 강하다고 할 수 있다. 중등학교 단계에서 요구하는 3가지 수학적 역량과 내용을 중학교 단계인 Key stage 3에서부터 고등학교 단계인 Key stage 4에서도 발전적으로 지속적으로 다루고 있기 때문이다. 특히 우리나라에서는 초등학교에서만 다루는 분수와 소수의 연산을 Key stage 3, 4에서 지속적으로 다루고 기하와 측정 영역과 연결하여 다루고 있다. 또한 우리나라 중등학교 수학과 교육과정에서는 다루지 않는 비, 비례와 관련된 주제를 지속적으로 다루며 규칙성 탐구, 자연현상과 금융 맥락 등을 통한 대수와 함수와의 연결, 기하와 측정 영역의 주제와 연결하여 다룸으로써 수학의 내적 외적 연결성이 용이하도록 구성되어 있다.

영국의 수학과 교육과정에서 통계의 경우 자료로부터 추론, 중심경향성과 퍼짐 등의 표현, 분석, 비교 등을 위한 상자수염 그림, 상관관계에서 적합선 그리고 해석하기 등은 우리나라 고등학교 교육과정에서 다루지 않는 내용이다. 또한 A-level 시험의 통계 과목에서는 주로 자료의 이해와 해석, 자료로부터의 추론을 강조하고 실제 상황에서 발생하는 빅데이터와 관련된 내용을 요구하고 있다.

최근 사회, 환경, 산업계의 변화와 급격한 인구 감소 등에 따라 미래사회를 대비하기 위해서 수학의 필요성이 대두되고 있다. 그러나 영국에서는 GCSE 자격시험 후 학생들의 수학 선택이 감소하였고 이에 대한 대책으로 16세 이후 학생들의 수학 선택권을 강화하기 위하여 2016년 A-level 수준의 자격시험을 위한 Core Maths 과목을 개발하여 자격시험을 시행하고 있다. 또한 직업계 고등학교 학생들을 위한 T-level 과목 및 그에 대한 자격시험도 개발하여 시행 중이다. 대학입시를 위한 A-level 시험 이외에 학생들이 자신의 진로를 위한 수학 교과에 대한 선택권을 강화한 것이다.

이러한 영국의 고등학교 수학교육에 대해 우리나라 고등학교 수학교육에 주는 시사점은 다음과 같다. 첫째, 우리나라 학생들도 미래사회를 대비할 수 있도록 고등학교 수학 학습 내용에 대한 고민이 필요하다. 우리나라는 학습량 경감을 위해 꾸준히 내용을 줄여 왔으나 최근 여러 변화와 요구에 따라 행렬, 공간벡터 등의 필요성이 대두되고 있다. 학생들의 학습 부담을 줄이기 위해 교육과정의 내용 요소를 감축하는 것이 마냥 좋은 것은 아닐 수 있다. 국제적 동향은 학습 내용의 감축 또는 난이도 하향과는 거리가 멀어 보인다(김소민, 2019). 그러나 고교학점제로 인한 기본이수학점 축소와 다양한 선택과목 개설 및 교육과정 편성의 유연성으로 인한 시수 감소에 따라 어떤 내용을 선택하고 학습해야 하는지에 대한 논의가 필요하다. 또한 다른 영역과의 연결성을 고려하면서 반복적으로 개념을 다루는 것에 대해 생각해볼 필요가 있다. 우리나라의 수학을 어려워하는 학생들을 위하여 중요한 학습 내용은 반복 심화될 수 있도록 교육과정을 설계하는 방안을 고려할 필요가 있다.

둘째, 영국에서는 16세 이후의 수학을 강조하면서 많은 학생들이 수학을 공부할 수 있도록 Core Maths, T-level 등을 개발함과 동시에 평가도 함께 개발하여 시행하였다. 우리나라도 2022 개정 교육과정에서는 고등학교 학생들의 선택권을 강화하고 진로와 적성에 맞도록 다양한 선택과목을 개발하고 있다. 무엇보다 영국은 새로운 과목 개발과 자격시험이 동시에 연구, 개발된다는 특징이 있다. 현재 우리나라도 고교학점제 실시로 인한 다양한 수학 교과목이 개발되고 있다. 교육과정의 취지가 잘 행되기 위해서는 영국과 같이 대학 입시와 관련된 평가와 연계되어 고려되어야만 한다. 특히 영국의 중등학교 학생들의 수학적 능력을 위한 수학 학습 선택권을 위한 다양한 지원과 고등학교 수학 교과목 개발 및 평가 개선은 우리나라 고등학교 학생들의 수학 학습 및 수학 선택권 강화와 지원에 시사점을 준다고 할 수 있다.

셋째, 우리나라 고등학교 통계교육에 대한 개선이 필요하다. 통계는 최근 빅데이터로 인해 강조되고 있으며 학생들이 실제 삶이나 직업 세계에서 유용하게 활용할 수 있는 영역이다. 영국의 경우, 실제적인 맥락에서 통계적 문제해결 과정을 학습하는 과정에서 관련 개념들을 학습하고 평가하고 있다.

2015 개정 수학과 교육과정에서 통계 교육의 개선을 개정 방향으로 하였지만 고등학교 통계와 관련된 성취기준은 내용 위주로 기술되어 통계교육에서 기대하는 바를 충분히 반영하고 있지 못하다. 통계적 문제해결 과정의 관점에서 <확률과 통계> 과목에서 문제 설정과 관련한 언급이 전혀 없었다(이지연 외, 2021). 통계교육의 변화를 위해 교육과정 문서가 교과서 개발의 주요한 토대가 된다는 것을 고려하여 내용뿐만 아니라 교육과정의 성취기준과 교수·학습 방법에서 개선을 할 필요가 있다.

참고 문헌

- 교육부. (2021a). 2022 개정 교육과정 총론 주요사항 발표. 보도자료(2021.11.24).
- 김부미, 강현영, 김선희, 남진영, 박미미, 서동엽, 이동환, 이환철, 조진우. (2019). **세계의 수학교육 둘러보기**, 서울: 경문사.
- 김선희. (2014). 고등학교 수학과 교육과정 개선을 위한 외국교육과정의 탐색; 일본, 대만, 홍콩, 핀란드, 중국을 중심으로, **수학교육학연구**, 24(4), 481-498.
- 김선희. (2020). 해외 주요 국가 교육과정 분석을 통한 수학 교과 선택과목 구성의 논리 탐색 방안, **교육의 이론과 실천**, 25(3), 1-2.
- 김소민. (2019). 중학교 통계영역의 교육과정 개선을 위한 외국 교육과정의 탐색: 한국, 미국, 싱가포르, 일본의 학습 요소 중심으로, **한국학교수학회논문집** 22(4), 501-520.
- 나귀수, 황혜정, 임재훈(2003). 수학과 교육과정에서의 내용 비교 연구. **수학교육학연구**, 13(3), 403-428.
- 남진영. (2017). 영국, 호주, 일본의 대학입학 수학시험 개정, **수학교육학연구** 27(4),
- 박경미. (2004). 중국 수학교육과정의 내용과 구성 방식의 특징, **학교수학**, 6(2), 119-134
- 박소연. (2007). **한국과 영국의 중학교 대수 영역의 교육과정 비교 분석**, 성균관대학교 석사학위논문
- 소경희. (2015). 영국의 '2013 개정 교육과정'에서 의도한 것과 구현한 것: 의의와 한계. **교육과정연구**, 33(3). 200-220.
- 신준식. (2011). 핀란드 수학과 교육과정 비교 분석. 한국수학교육학회지 시리즈 C: **초등수학교육**, 14(3), 225-236
- 여미혜. (2010). **우리나라와 영국의 수학과 교육과정 비교 분석: 중등함수 영역 중심으로**, 숙명여자대학교 교육대학원 석사학위 논문
- 이지연, 임해미. (2021). 통계적 문제해결과정 및 통계적 소양에 관한 <확률과 통계> 교과서 분석, **한국학교수학회논문집** 24(2), 191-216.
- 조상식, 박종배, 김선희, 김사훈, 안홍선, 김빛나. (2019). 총론 주요사항 및 교과교육과정 현황 국제비교연구, 교육부, 11-1342000-000615-01
- Department for Education(2016). Further mathematics AS and A level content, UK
- Department for Education(2014). The national curriculum in England Key stages 3 and 4 framework document UK
- Department for Education(2018). Core Maths qualifications: technical guidance. UK
- OCR(2014a). Level 3 Certificate Quantitative Problem Solving (MEI) H867/02 Statistical Problem Solving Sample Question Paper
- OCR(2014b). Level 3 Certificate Quantitative Problem Solving (MEI) H867/01 Introduction to Quantitative Reasoning Sample Question Paper

A Study on Mathematics Education in the UK Focusing on high school math education

Kang, Hyun-Young¹⁾

Abstract

This study intends to suggest implications by comparing the high school mathematics curricula between Korea and the UK ahead of the 2022 revision of the mathematics curriculum. The UK has revised assessments to emphasize mathematics after age 16 since 2017. Thus, in this study, the contents of Key Stage 4, Core Maths and A-level, which correspond to the UK high school mathematics curriculum, were examined and compared with Korean high school math subjects. In the UK, mathematics education is more emphasized at the high school level. The national curriculum emphasized 'numeracy and mathematics', and students' selection for mathematics courses were expanded. In order to prepare for the future society, new mathematics subjects and evaluations were developed and implemented, and the A-level mathematics was improved. In addition, the subject-centered content was developed and continuously handled from Key Stage 3 to the high school stage. It was structured to facilitate mathematics' internal and external connection by linking it with the subjects of other areas.

Key Words : Korean High School Mathematics Curriculum, UK High School Mathematics Curriculum, Key Stage 4 Mathematics, Core Maths, A-level Mathematics

Received June 1, 2022

Revised June 22, 2022

Accepted June 24, 2022

* 2010 Mathematics Subject Classification : 97B70, 97D10

1) Mokwon University (sunraymath@naver.com)