



Research Article

Analysis of mathematics test structures and tasks in Abitur

Kim, Seong-kyeong¹ · Lee, Miyoung^{2*}

¹Associate research fellow, Korea Institute for Curriculum and Evaluation

²Associate research fellow, Korea Institute for Curriculum and Evaluation

*Corresponding Author: Lee, Miyoung (mylee@kice.re.kr)

ABSTRACT

The purpose of this study is to draw implications for the improvement in the CSAT by analyzing structures and tasks in the Abitur. To this end, it analyzes the mathematics test system with a focus on the basic and advanced level examination systems, the operator, the using technology, and mathematical formulas. And the characteristics of tasks in the 2021 Abitur were analyzed. As a result of the analysis, first, Germany evaluates whether students have the competency emphasized in the curriculum at Abitur. Second, Germany, which emphasizes the proper use of technology, utilizes both tasks that use technology and those that do not in the Abitur. Third, the Abitur consists of most of the tasks using promised operators and uses various types of operators to present various types of questions to evaluate competence. Fourth, the Abitur includes not only simple structured items consisting of 2-3 subtasks but also tasks dealing in depth with a single situation centered on a big idea. Finally, mathematical justification and proof play an important role in the Abitur. Based on this, some specific measures for improving the CSAT were suggested.

Key words: mathematics, Germany, Abitur, Operator, constructed-response items, college scholastic ability test

독일 아비투어(Abitur)의 수학시험 체제 및 문항 분석

김성경¹ · 이미영^{2*}

¹한국교육과정평가원 부연구위원, ² 한국교육과정평가원 부연구위원

*교신저자: 이미영 (mylee@kice.re.kr)

초록

본 연구의 목적은 독일의 아비투어 수학시험의 체제와 문항을 분석함으로써 수능 체제 개선을 위한 시사점을 도출하는 것이다. 이를 위해 아비투어의 체제를 개관하고 수학과 표준 교육과정과 아비투어의 관계를 고찰하였다. 또한 기본수준과 심화수준 시험의 체제, 수행지시동사, 공학적 도구 및 공식집의 사용을 중심으로 수학시험 체제를 분석하고, 2021년 수학시험 문항의 특징을 분석하였다. 분석 결과 첫째, 역량 교육을 표방한 독일은 교육과정에서 강조한 역량을 학생들이 갖추었는지를 아비투어에서 평가하고 있다. 둘째, 공학적 도구의 적절한 사용을 강조하는 독일은 아비투어 수학시험에서 공학적 도구를 사용하는 문항과 그렇지 않은 문항을 모두 활용한다. 셋째, 아비투어 수학시험은 정해진 수행지시동사를 이용하여 대부분의 문항을 구성하고, 여러 종류의 지시어를 활용하여 역량을 평가하는 다양한 유형의 문항을 출제하고 있다. 넷째, 아비투어 수학시험은 2~3개의 하위문항으로 이루어진 간단한 구조의 문항뿐만 아니라 빅아이디어를 중심으로 하나의 상황을 심도 있게 다루는 문항을 포함한다. 마지막으로, 수학적 정당화와 증명이 아비투어에서 중요한 비중을 차지하고 있다. 이를 토대로 수능 체제 개선을 위한 구체적인 방안을 몇 가지 제시하였다.

주요어: 수학, 독일, 아비투어, 수행지시동사, 서·논술형 문항, 대학수학능력시험

Received February 16, 2022

Revised March 15, 2022

Accepted March 29, 2022

2000 Mathematics Subject Classification : 97C99

Copyright © 2022 The Korean Society of Mathematical Education.

This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

서론

우리 사회에서 대학입학제도는 고등학교 교육뿐 아니라 학교 교육 전반에 미치는 영향이 크고, 특히 대학수학능력시험(College Scholastic Ability Test, 이하 수능 또는 CSAT)의 변화에 대한 사회적 관심이 높다. 1994학년도에 처음 도입된 수능은 다양한 사회적 요구를 반영하며 지금까지 여러 차례 변화를 꾀하였다. 그럼에도 불구하고 현재의 수능은 미래사회를 대비할 수 있는 역량을 평가하지 못한다는 비판을 받고 있다(Park et al., 2020). 이에 국가교육회의는 대입의 중장기적 변화 방향으로 서술형과 논술형 문항을 도입하는 미래형 수능을 제안하였다(MOE, 2018a). Kim 외 (2021)는 고교학점제 전면 도입에 따라 수능 과목의 구조를 개편할 필요성을 제기하며, 수능의 이원화 방안, 절대평가를 도입하되 상위권의 변별력을 확보할 수 있는 방안 등을 제안한 바 있다. 최근 교육부는 미래형 대입에 대한 본격적인 논의를 시작하였다(MOE, 2021). 이는 2022 개정 교육과정, 고교학점제 등 고등학교 교육의 변화를 대입에 반영하고자 함이고 나아가 미래 인재 양성이라는 보다 거시적인 목적을 이루기 위함일 것이다. 고교학점제의 전면 도입을 앞두고 수능의 역할과 체제의 변화에 대한 요청이 더욱 커지고 있다.

교육과정 개정이 이루어진 이후 해당 교육과정을 적용 받게 될 학생들의 대입 관련 정책이 결정되는 것에 따라, 2015년에 2015 개정 교육과정이 고시되었고 관련 수능 개편 방안은 2018년에 발표되었다. 교육과정 고시 이후 수능 개편을 위한 논의가 추진되었으나 합의에 이르지 못하여 당초 계획보다 한해 늦게 발표되었다(MOE, 2018b). 이에 2015 개정 교육과정을 적용한 2021학년도 수능과 2022학년도 수능²이 상이한 체제로 치러졌다. 이러한 혼란은 학생, 교사, 학부모뿐만 아니라 대학 및 사회 전반적으로 부담이 될 수밖에 없다. 그러므로 차기 교육과정 개정, 미래 수학교육에 대한 논의(Kim et al., 2021; Kim & Lee, 2020; Kwon et al., 2022; Lee et al., 2021)가 이루어지는 시기에 대입이나 수능의 개선 방안도 함께 숙고할 필요가 있다.

그간 수능 개편을 염두에 두고 다른 국가의 대학입학시험을 분석한 연구들이 진행된 바 있다. 이는 세계 각국의 대입제도와 시험을 분석함으로써 우리나라 대입제도의 개편에 대한 시사점을 얻기 위함이다. 수학에 초점을 둔 연구들은 두 가지로 범주화 할 수 있는데, 하나는 여러 국가의 시험 체제를 서로 비교한 것이고(Jo et al., 2009; Lee et al., 2004; Nam & Tak, 2016), 다른 하나는 특정 국가의 시험을 집중적으로 분석한 것이다(Choi & Lee, 2017; Jeon, 2011; Kim & Kim, 2020; Nam & Jung, 2011; Suh & Nam, 2010). 이 연구들은 우리나라와 지리적, 문화적으로 가까운 중국, 일본, 싱가포르, 대만을 대상 국가로 하거나, 영미권 국가인 미국, 영국, 호주에 대해 주로 분석하였다. 아시아 지역이나 영미권 국가에 대한 연구는 활발히 진행된 반면, 영국을 제외한 유럽 국가에 대한 연구는 미비한 실정이다. 독일의 경우, 앞서 소개한 두 가지 범주 중 전자에 해당하는 연구에서 비교 대상국의 하나로 분석된 바 있다. 예컨대 Lee 외 (2004)는 독일을 포함한 6개국의 대학입학시험 수학문제를 수능과 비교하였고, Park (2019)은 독일을 비롯한 10개국의 행렬과 벡터 문제를 분석하였다. 이 연구들은 국내에 많이 소개되지 않은 독일의 수학시험을 분석했다는 데 의의가 있으나, 여러 국가 간 비교에 목적을 두었으므로 독일의 대입과 관련된 아비투어(Abitur) 시험의 전반적인 시험 체제나 수학 문항에 대한 심도 있는 분석을 하지 못했다는 한계가 있다.

독일은 역량 중심의 교육을 도입하였고 국가 수준의 표준 교육과정을 마련하였으며, 아비투어 시험을 위한 공통 문항 풀을 구축하여 전 연방에서 이 문항을 사용하는 등 국가 수준의 과감한 교육 개혁을 지속하고 있음에 주목할 필요가 있다. 역량 중심 교육이 도입되기 전에 독일의 학생들은 의문사로 질문하는 과제를 해결해야 했다. 그러나 이제 독일에서 교수학습을 이끌어 가는 것은 ‘어떻게(wie)’ 또는 ‘어떤(welch)’ 등의 의문사로 이루어진 질문이 아니라 명령형으로 된 수행지시동사(Operator)³이다. 수행지시동사는 역량 중심 교육의 표지와 같은 역할을 하며 독일 학교 교육에서 매우 중요한 기능을 하고 있다(Lee, 2020). 이러한 수행지시동사는 서·논술형 문항으로 구성된 아비투어 시험에서도 중요한 역할을 하고 있다.

1 대통령 직속 자문기구로서 중장기 교육정책의 방향을 제안하고 교육현안에 대한 대안 등을 제시하기 위한 기구이다(MOE, 2017).
 2 2022학년도 수능 수학 영역에는 ‘공통+선택 과목’이라는 새로운 체제가 도입되었다(KICE, 2021b).
 3 ‘설명하시오’, ‘증명하시오’ 등과 같이 문두에서 행위를 유발시키는 동사를 말한다. Lee (2020)는 독일어 원어 ‘Operator’를 ‘수행지시동사’라 하였고 본 연구에서는 이 번역을 따랐다.

미래인재 양성을 위해 보다 거시적인 관점에서 미래형 수능, 서·논술형 수능, 수능 이원화 등 새로운 입시 개혁을 논하는 시점에 독일의 아비투어는 우리나라의 수능 체제 개선에 시사점을 줄 수 있다. 이에 본 연구에서는 독일의 아비투어 수학시험의 체제와 2021년 문항⁴을 분석함으로써 수능의 체제 변화를 위한 시사점을 얻고자 한다. 이를 위해 ‘독일 중등교육과 아비투어’에서는 아비투어의 체제를 개관하고 수학과 표준 교육과정과 아비투어의 관계를 분석하였다. 다음으로 ‘아비투어 수학시험의 체제’에서는 수학시험에 초점을 맞추어 수행지시동사, 공학적 도구 및 공식집의 사용 등을 포함한 시험 체제의 특징을 분석하고, 마지막으로 ‘아비투어 수학시험의 문항 특성’에서는 2021년 수학시험의 문항 풀 구성, 수행지시동사의 활용 양상, 문항 및 채점기준 사례 등을 분석하였다.

독일 중등교육과 아비투어

아비투어의 개관

독일은 인문계 중등학교인 김나지움 상급단계⁵의 마지막 2년의 내신 성적과 졸업시험인 아비투어의 성적을 종합하여 일반대학 입학자격(Allgemeine Hochschulreife)을 부여한다(KMK, 2021). 즉, 아비투어는 고등학교의 졸업시험과 대학입학시험의 두 가지 성격을 모두 지니고 있다. 아비투어는 제도의 출발부터 선발보다 대학 수학(修學) 능력을 측정하는 데 목적을 두었고, 6등급 중 5등급 이상의 성적이면 능력을 갖춘 것으로 인정된다(Koh, 2018). 대학의 서열이 존재하지 않는 독일은 대입을 둘러싼 여건이 우리나라와 다르다.⁶ 그러나 각 연방 주 중심이었던 교육의 방향을 선회하여 국가 수준에서 과감한 교육 개혁을 지속하고 있음에 주목할 필요가 있다. 표준화된 교육과정을 구현하기 위해 국가 수준의 성취기준을 도입하였고(BMBF, 2007), 현재 초등 및 중등교육에 수학과 표준 교육과정(Bildungsstandards im Fach Mathematik)을 적용하고 있다.⁷ 아비투어도 이러한 교육 개혁의 흐름에 맞추어 변화하고 있다. 교육개발연구소(Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen, 이하 IQB)는 연방 교육부장관협의회(Kultusministerkonferenz, 이하 KMK)의 의결에 따라 2013년부터 전 연방 차원의 공통 문항 풀(Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder)을 구축하고 있다(Lee, 2020). 2017년부터 전 연방은 독일어, 수학, 외국어(영어, 프랑스어) 과목에 대해 공통 문항 풀을 사용하며, 2021년부터 예외적인 경우⁸를 제외하고 풀에 있는 문항을 변형하거나 수정하지 않고 그대로 사용한다.⁹ 해마다 구축되는 문항 풀은 당해 시험에서 활용된다. 즉, 연방 주 교육부에서는 2021년 아비투어 시험을 위해 2021년 공통 문항 풀에 제시된 문항을 사용한다.

아비투어의 시험 과목은 네 과목 또는 다섯 과목이며, 필기시험으로 적어도 세 과목, 구술시험으로 최소 한 과목을 선택해야 한다. 아비투어 시험 구성 원칙에 따르면, 두 과목은 독일어, 외국어, 수학 중에서 포함되어야 하며, 각 기본 이수 영역에서 최소 한 과목은 포함되어야 한다. 필기시험에서 최소 두 과목은 심화수준이어야 하는데, 한 과목은 독일어, 외국어, 수학, 자연과학 중에 해당되어야 한다(KMK, 2021). 기본 이수 영역은 첫째 언어-문화-예술 영역으로 독일어, 외국어, 음악과 예술 분야, 둘째, 사회과학 영역으로 역사, 정치, 사회, 지리, 법, 경제 그리고 주에 따라서는 철학, 윤리 또는 종교 과목, 셋째, 수학-자연과학-기술 영역으로는 수학, 생물학, 화학, 물리, 전산 정보, 주에 따라서는 기술 과목이 포함된다(KMK, 2021). 구술시험은 보통 개별시험으로 시행되고 20분 가량 소요되며 시험 진행 상황은 기록된다. 필기시험 과목과 중복되어서는 안되며, 학생은 서면으로 제시되는 시험 문제를 감독 하에 20분 동안 메모하며 준비할 수 있다. 개별적인 구술시험에 대한 판단은 과목위원회(Fachausschuss)에서 담당 전공 교사와 시험 기록을 근거로 결정한다(KMK, 2021).

4 2021년 아비투어를 위한 공통 문항 풀에 제시된 문항을 분석 대상으로 하였다. 이는 가장 최근의 문항 풀일 뿐 아니라 2021년부터 일부 예외적인 경우를 제외하고는 이 문항들이 변형 없이 그대로 사용되므로 현재 아비투어 시험의 특징을 분석하기에 적합하다고 판단하였다.

5 우리나라 고등학교에 해당하며, 1년의 입문단계와 2년의 자격획득단계로 이루어진다(KMK, 2021).

6 의학, 치의학, 약학 등 연방 차원에서 정원을 제한하는 일부 경우를 제외한 대부분의 학과는 정원 제한이 없으므로 일반대학입학자격을 받으면 입학할 수 있다(Kim, 2016).

7 수학과 표준 교육과정은 초등교육(초등 4학년), 하위트슬레 졸업자격(9학년), 중등졸업자격(10학년), 일반대학입학자격 단계의 네 가지로 구분되고, 교육과정 문서는 KMK 홈페이지(<https://www.kmk.org/de/themen/qualitaetssicherung-in-schulen/bildungsstandards.html#c5034>)에서 다운 받을 수 있다.

8 공통 문항 풀에 있는 문항 변형이 인정되는 경우의 예를 들면, 수학시험에서 사용되는 공학적 도구(디지털 보조도구)가 적절하지 않은 경우이다. 중등교육과정 I단계의 초반 몇 년간 도입되는 공학적 도구가 있음에도 아비투어 시험에서 새로운 보조도구를 사용하려면 전환 기간이 필요하기 때문이다.

9 <https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/> (검색일: 2022. 4. 15.)

수학과 표준 교육과정과 아비투어의 관계

김나지움 상급단계의 마지막 2년¹⁰에 적용되는 교육과정은 『일반대학입학자격을 위한 수학과 표준 교육과정(Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife)』(KMK, 2012)이다. 교육과정의 명칭에서부터 대학입학시험과 교육과정이 긴밀하다는 것이 드러난다. 표준 교육과정 개발 이전에는 『아비투어시험의 통합 지침(Einheitliche Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung, 이하 EPA)』이라는 문서에 시험 관련 지침을 담았으나,¹¹ 지금은 수학과 표준 교육과정에 이러한 규정을 포함시키고 있다(KMK, 2012). 이에 교육과정 문서인 KMK (2012)에는 아비투어 시험 시행을 위한 일반 지침, 수학 문항을 위한 지침 및 이러한 지침을 보다 실제적으로 설명하기 위한 예시 문항 등이 수록되어 있다. 다시 말해 우리나라와 달리 독일은 수학과 교육과정을 고시할 때 아비투어에 대한 전반적인 안내를 예시 문항과 함께 제공한다는 의미이다.

수학과 표준 교육과정은 ‘내용 영역’, ‘수학 일반 역량’, ‘요구영역’을 중심축으로 하는 3차원 모델에 기반한다.¹² ‘내용 영역’과 ‘수학 일반 역량’은 우리나라 수학과 교육과정의 ‘영역’과 ‘수학 교과 역량’에 각각 대응된다고 볼 수 있다. 한편 ‘요구영역’이라는 개념을 적용하여 역량을 수준으로 구분하는 것은 우리나라와 다른 점이다. 이 세 가지 중심축이 아비투어 출제에서도 핵심이 된다. 아비투어에서 수학과 표준 교육과정을 반영하는 원리를 다음 세 가지로 정리할 수 있다.

첫째, 표준 교육과정에서 다루는 내용으로 해결할 수 있는 문항을 출제한다(IQB & KMK, 2019a). 즉, 교육과정에 제시된 내용의 범위와 수준에 적합하도록 문항을 구성한다는 의미이다. 바꾸어 말하면 문항을 해결하는 데 일반적인 상식을 넘어서는 다른 과목이나 분야의 지식이 요구되지 않는다는 말이다. 표준 교육과정(KMK, 2012)에서 성취기준은 ‘기본’과 ‘심화’로 수준이 나누어져 있고, 이에 따라 학교 수업과 아비투어 시험 모두 두 수준으로 구분된다. 아비투어의 기본수준과 심화수준 시험은 각각 교육과정의 기본과 심화수준 성취기준을 토대로 출제된다. 이는 아비투어의 체제가 교육과정의 내용 체계와 일관성을 유지한다는 의미이다.

교육과정의 심화수준 성취기준은 기본수준의 내용에 심화 내용이 추가되는 방식이다. 이에 학습량이 많은 심화수준은 수업 시간(주당 4시간 이상)이 기본수준(주당 3시간 이상)보다 많다(KMK, 2021). 아비투어에서도 심화수준 시험이 기본수준 시험보다 문항이 많고 전반적으로 난도가 높으며 시험시간도 길다. 두 시험에 대한 분석은 ‘아비투어 수학시험의 체제’에서 구체적으로 다룰 것이다. 한편 교육과정에서 성취기준은 핵심 아이디어(L1-L5)로 구분하여 제시되지만,¹³ 학교에서 개설되는 수학 과목명은 ‘해석학(Analysis)’, ‘확률론(Stochastik)’, ‘선형대수(Lineare Algebra)’, ‘해석기하(Analytische Geometrie)’이고 이 과목들이 아비투어의 출제 범위에 해당된다.¹⁴ 수학시험에는 이러한 여러 하위 과목이 동시에 포함된다.¹⁵

둘째, 문항 전반에서 가능한 광범위한 수학 일반 역량을 고려한다. 교육과정에 제시된 역량은 ‘수학적 논증’(K1), ‘문제해결’(K2), ‘수학적 모델링’(K3), ‘수학적 표현’(K4), ‘수학의 상징적, 형식적, 기술적 요소 사용’(K5), ‘의사소통’(K6)으로 여섯 가지이다(KMK, 2012). 교육과정에서 강조한 역량을 아비투어에도 반영하고 있다. 특히, 필기시험에서는 다양한 역량을 복합적인 방식으로 다룬다(KMK, 2012). 한 문항에 하나의 역량만 중점적으로 반영되는 것이 아니라 가능한 다양한 역량을 요구하도록 출제한다는 의미이다. 한 문항이 대체로 복수의 하위문항으로 구성되는데, 각 하위문항은 2~4개 정도의 역량을 반영한다.

마지막으로 요구영역의 수준을 고려하여 문항을 구성한다. 요구영역은 문항을 해결하는 데 필요한 인지적 수준으로 세 단계로 구분된다. 구체적으로 요구영역 I 은 수학적 사실과 지식을 기억하고 익숙한 절차를 적용하는 ‘재생산’ 수준, 요구영역 II는 알려진 사실을 익숙한 맥락에서 다루거나 새로운 상황에서 배운 것을 적용하는 ‘연결’ 수준, 요구영역 III은 복잡한 문제를 스스로 해결하고 문제해결 과정을 반성하는 ‘일반화 및 반성’의 수준이다(Kim & Lee, 2021). 요구영역 I 에서 III으로 갈수록 인지적 수준이 높아지는 것을 알 수 있다. 또한 교육과정에는 요구영역의 수준에 따라 수학 일반 역량을 수준으로 구분하고 있다. 여섯 가지 역량이 각각 세 가지 수준으로 제시된다는 말이다. 예컨대 문제해결(K2)의 경우 간단한 수학 문제의 해결 방법을 찾는 수준(I)에서 여러 단계를 거

10 우리나라의 인문계 고등학교 2~3학년 과정과 유사하다.

11 현재도 표준 교육과정이 없는 과목에 대해서는 EPA 문서가 있다(KMK, 2021).

12 독일의 수학과 표준 교육과정에 대한 상세한 내용은 Kim과 Lee (2021)를 참고할 수 있으므로, 본 논문에서는 아비투어와의 관계에 초점을 맞추어 교육과정을 조망하고자 한다.

13 ‘알고리즘과 수’(L1), ‘측정’(L2), ‘공간과 도형’(L3), ‘함수’(L4), ‘자료와 가능성’(L5)의 다섯 영역으로 구성되어 있다.

14 교육과정에는 각 영역이 어떤 수학 과목과 관련되는지 명시되어 있다. 예컨대 L1은 해석학, 선형대수와 관련된다.

15 앞서 ‘아비투어 개관’에서 말한 과목은 수학, 독일어 등을 지칭하고, 여기서는 해석학, 확률론 등 수학의 하위 과목을 말한다.

치는 전략을 찾는 수준(II), 결론을 일반화하거나 새로운 해결 방법을 개발하는 수준(III)으로 인지적 수준을 구분한다. 아비투어 문항은 이 세분화된 수준을 고려하여 출제된다. 기본수준과 심화수준 시험 모두 높은 수준의 사고를 요하는 요구영역III에 해당하는 문항을 포함해야 한다.

이상에서 살펴본 바와 같이 수학과 표준 교육과정의 중심축 세 가지는 아비투어의 중요한 출제 원리로 기능한다. 아비투어의 출제 원리가 실제 문항에서 어떤 방식으로 구현되는지는 다음 장에서 다룬다.

아비투어 수학시험의 체제

표준 교육과정이 도입된 이후 전 연방 정부는 공통의 문항 풀을 구축하고, 이 문항을 활용하여 아비투어 수학시험을 구성한다. 이때 『수학과 표준 교육과정』(KMK, 2012)과 『김나지움 상급단계와 아비투어 시험 구성을 위한 합의(Vereinbarung zur Gestaltung der gymnasialen Oberstufe und der Abiturprüfung)』(KMK, 2021)¹⁶가 출제의 근간이 된다. 또한 연방 공통의 문항 풀을 구축하기 위해 몇 가지 세부적인 사항에 대한 합의가 문서화 되어있는데,¹⁷ 이 문서들은 수학 문항에 대한 전반적인 지침, 수행지시동사, 수학시험의 구조, 공학적 도구 사용, 수학 공식집에 대한 안내 등을 포함하고 있다. 본 장에서는 이상의 일련의 문서들을 토대로 수학시험의 체제를 분석하였다. 구체적으로 기본수준과 심화수준 시험의 체제, 수행지시동사, 공학적 도구 및 공식집의 사용을 중심으로 수학시험의 특징을 살펴본다.

기본수준과 심화수준의 수학시험 체제

아비투어 수학시험은 ‘기본수준’과 ‘심화수준’의 두 수준의 시험이 있고, 학생들이 수학을 필기시험 과목으로 선택할 경우 기본수준과 심화수준 중 하나를 선택하여 응시하게 된다. 두 시험의 출제 범위에는 ‘해석학’, ‘확률론’, ‘해석기하/선형대수’가 포함된다. 주 정부는 선형대수(Alternative 1)와 해석기하(Alternative 2) 중 하나를 선택하여 교육과정을 구성할 수 있고(KMK, 2012), 이는 아비투어의 출제 범위에도 반영된다. 예컨대 베를린 주에서는 해석학, 확률론, 해석기하를 시험 범위로 채택하고 있다.¹⁸ 수학시험에서는 해석학이 전체의 1/3 이상이어야 하고, 다른 두 과목도 모두 출제되어야 한다(KMK, 2012). 다시 말해 수학시험은 해석학, 확률론, 해석기하로 구성되거나 해석학, 확률론, 선형대수로 구성되며, 두 가지 수준(기본, 심화)으로 구분된다. 기본수준의 수학시험 체제를 요약하면 Table 1과 같다.¹⁹ 시험은 기본A와 기본B의 두 부분으로 구성된다.

Table 1. Features of the basic level mathematics examination in the Abitur.

Category	Basic level A	Basic level B
Subject	Analysis, Stochastics, Analytic Geometry / Linear Algebra	Analysis, Stochastics, Analytic Geometry / Linear Algebra
Number of tasks	5 (Group 1: 4, Group 2: 1)	3
Assessment units	25 (5 per task)	75 (Ana: 35, Sto: 20, AG/LA: 20)
Test time	60 minutes	165 minutes
Aids	Not permitted	Permitted

16 이 합의문은 1972년에 KMK에서 의결되었고 지속적으로 개정되며, 아비투어의 모든 과목에 공통적으로 적용되는 규정이 포함되어 있다.

17 이 문서들은 IQB 홈페이지(<https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/dokumente/mathematik/>)에서 다운받을 수 있다. 전반적인 지침(IQB & KMK, 2019a), 수행지시동사(IQB & KMK, 2019b), 수학시험의 구조(IQB & KMK, 2019c), 공학적 도구 사용(IQB & KMK, 2021a), 수학 공식집(IQB & KMK, 2021b)에 대한 내용이다.

18 출처: https://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/fileadmin/bbb/unterricht/fachbriefe_berlin/mathematik/Fachbrief_Mathematik_23.pdf (검색일: 2022. 4. 15.)

19 Table 1, Table 2를 포함한 기본수준과 심화수준의 체제에 대한 분석은 시험의 구조를 설명한 문서(IQB & KMK, 2019c)의 내용을 정리한 것이다.

기본A부터 살펴보면, 해석학에서 최소 2개 문항, 나머지 과목에서 1개 문항 이상씩 포함되도록 하여 전체는 5개의 문항으로 이루어진다. 각 문항은 대체로 2~3개의 하위문항으로 구성되지만, 하위문항이 서로 긴밀할 필요는 없다. 요구영역 I 또는 II에 해당하는 문항 4개, 요구영역III을 포함하는 문항이 1개이다.²⁰ 이는 대부분의 문항이 요구영역 I 또는 II에 해당된다는 의미이다. 배점은 각 문항이 5점으로 총 25점이고, 시험시간은 60분이며 문제를 해결할 때 공학적 도구를 사용할 수 없다.

다음으로 기본B를 살펴보면, 각 과목에서 한 문항씩 총 3개 문항으로 구성된다. 배점을 보면 해석학이 35점, 나머지 과목이 20점으로 해석학의 비중이 상대적으로 크다는 것을 알 수 있다. 기본B에 속하는 문항은 기본A 문항보다 대체로 많은 하위문항으로 구성되고 구조도 복잡하다. 이에 시험시간도 165분으로 기본A보다 105분 길고, 전체 배점(75점)도 3배 정도 크다. 모든 문항은 적어도 하나의 하위문항이 요구영역III인 일반화 및 반성 수준에 해당되어야 한다. 즉, 요구영역 I 과 II를 강조하지만, 요구영역III의 비율을 일정 수준 이상으로 확보하기 위한 장치가 마련되어 있다. 문제해결 과정에서 공학적 도구를 사용할 수 있으나, 도구가 필요한 문항으로만 구성하지는 않는다.

심화수준 수학시험의 체제는 Table 2와 같고, 앞서 살펴본 기본수준 시험과 전반적으로 유사하다. 심화A의 문항은 6개이고, 이 중에서 요구영역III을 포함하는 문항이 2개이다. 배점의 경우 심화A, 심화B가 각각 30점, 90점으로 총 120점이며, 이는 기본수준의 총 점 100점보다 20점이 많다. 시험시간은 심화A가 70분, 심화B가 200분으로 총 270분이고, 이는 기본수준의 시간 225분보다 45분 길다.

Table 2. Features of the advanced level mathematics examination in the Abitur.

Category	Advanced level A	Advanced level B
Subject	Analysis, Stochastics, Analytic Geometry / Linear Algebra	Analysis, Stochastics, Analytic Geometry / Linear Algebra
Number of tasks	6 (Group 1: 4, Group 2: 2)	3
Assessment units	30 (5 per task)	90 (Ana: 40, Sto: 25, AG/LA: 25)
Test time	70 minutes	200 minutes
Aids	Not permitted	Permitted

한편 기본과 심화수준의 시험 모두 B부분의 문항에 대해 두 문항 중 한 개를 선택할 수 있는 기회를 학생들에게 제공할 수 있고, 이 경우 문항을 살펴보고 선택할 수 있는 시간(30분)을 추가로 제공할 수 있다(KMK, 2021). 예컨대 학생이 30분 동안 해석학 문항 2개가 모두 제시된 시험지를 살펴보고 그 중에서 자신이 해결할 문항 한 개를 선택하는 것이다. 이러한 문항 선택시간까지 포함하면 수학시험 응시 시간이 기본수준 255분, 심화수준 300분으로 대략 4~5시간 정도에 이른다.²¹

수행지시동사(Operator)의 역할과 수학시험의 수행지시동사

수행지시동사는 평가문항의 문두에서 나타나는 동사로 학생들이 수행해야 하는 것이 무엇인지 지시하는 말이고 명령어 형태로 나타난다. 학교와 수업이라는 맥락 속에서 지식을 배우고 과제를 수행할 때, 행위를 시작하고 방향을 정하며 구조화하는 동사이다 (Thürmann, 2019; Reichstädter, 2017; Lee, 2020에서 재인용). 앞에서 수학과 『표준 교육과정』 과 아비투어와의 관계에서 이미 설명되었듯이, 수학과 『표준 교육과정』에서는 교과 역량을 인지적 수준으로 세분화한 세 가지의 ‘요구영역’에 따라 구체화하였고,²² 평가문항은 요구영역에서 교과 역량을 평가할 수 있도록 구성되어야 한다. 따라서 평가 문항의 문두에 오는 수행지시동사는 『표준 교육과정』에서 제시하는 교수학습 목표를 확정하며 역량을 평가하는 기능을 한다고 할 수 있다. 또한 『표준 교육과정』의 성취 정도를 알아보는 진단검사 등에서 시험 문항의 중심축으로서 역할을 한다(Kim & Lee, 2021; KMK 2012).

20 요구영역 I 또는 II에 해당하는 경우 1그룹, 적어도 하나의 하위문항이 요구영역III에 해당하는 경우 2그룹이라 한다.
 21 2022년의 아비투어 일정을 헤센(Hessen)주의 경우를 예로 들면, 2022년 4월 27일부터 5월 11일까지 필기시험이 실시된다. 과목별 구체적인 일정은, 4월 27일 독일어(기본수준, 심화수준), 4월 28일 물리(기본수준, 심화수준), 4월 29일 영어(기본수준, 심화수준), 5월 2일 외국어, 역사, 정치, 경제(기본수준), 5월 3일 수학(기본수준, 심화수준) 등 5월 11일까지의 일정이 공지되었다. 아비투어 시험 일정은 주마다 조금씩 다르다. (출처: <https://kultusministerium.hessen.de/Schulsystem/Schulformen-und-Bildungsgaenge/Gymnasium/Landesabitur/Termine-Landesabitur>, 검색일: 2022. 4. 15.)
 22 역량과 요구영역의 관계는 Kim과 Lee (2021, pp. 155-157)를 참고할 수 있다.

수학시험에서 일반적으로 사용되는 수행지시동사는 12종류이고, IQB와 KMK (2019b)에서는 동사에 대해 Table 3과 같은 설명을 제공한다.²³ 문항 출제 시 이 동사를 보다 구체적으로 표현하여 사용할 수 있고 새로운 동사를 만드는 것도 허용된다. 동사에 대한 설명은 해당 동사가 무엇을 요구하는지 담고 있지만, 동사에 대한 엄밀한 정의라고 보기는 어렵다. 예컨대 ‘②결정하시오’와 ‘③판단하시오’의 경우, ‘결정’이나 ‘판단’이 의미하는 바가 명확히 제시되지 않는다. 다만 이 동사를 사용한 문항에서 정당화가 필요한지를 안내할 뿐이다. 또한 일부 동사에 대한 설명(예: ⑨구하시오/찾으시오, ⑩조사하시오)은 내용이 동일하다. 다시 말해 문서에 제시된 설명만으로는 동사의 의미와 성격을 이해하는 데 한계가 있다. 그러므로 실제 문항을 분석하여 동사가 어떻게 사용되는지 살펴볼 필요가 있고, 관련 내용은 다음 장에서 다룰 것이다.

Table 3. Operator types used in mathematics examination in the Abitur (IQB & KMK, 2019b).

No	Operator	Explanation
①	Give (angeben) Name (nennen)	• No justification is required for the giving or naming.
②	Decide (entscheiden)	• No justification is required for the decision.
③	Judge (beurteilen)	• The judgment to be made must be justified.
④	Describe (beschreiben)	• In the case of a description, a linguistically appropriate formulation and, if necessary, correct use of the technical language are of particular importance. • A justification for the description is not necessary.
⑤	Explain (erläutern)	• The explanation provides information with the help of which, for example, the creation of a graphic representation or a mathematical procedure can be understood.
⑥	Interpret (deuten) Interpret (interpretieren)	• The interpretation creates a connection, for example, between a graphic representation, a term or the result of a calculation and a given factual connection.
⑦	Justify (begründen) Prove (nachweisen) Show (zeigen)	• Statements or facts are to be confirmed by logical conclusions. • Unless otherwise specified in an addendum, the type of procedure can be chosen freely (e.g. using mathematical or graphical methods). • The procedure is to be shown.
⑧	Calculate (berechnen)	• The calculation is to be shown based on an approach.
⑨	Determine (bestimmen) Find (ermitteln)	• Unless otherwise specified in an addendum, the type of procedure can be chosen freely (e.g. using mathematical or graphical methods). • The procedure is to be shown.
⑩	Investigate (untersuchen)	• Unless otherwise specified in an addendum, the type of procedure can be chosen freely (e.g. using mathematical or graphical methods). • The procedure is to be shown.
⑪	Represent graphically (grafisch darstellen) Draw (zeichnen)	• The graphic representation or drawing must be prepared as precisely as possible.
⑫	Sketch (skizzieren)	• The sketch must be prepared in such a way that it graphically describes the essentials in the context under consideration.

23 제시된 수행지시동사를 한글로 표현하면 다음과 같다. 수학 문항을 표현하는 데 적절한 표현으로 번역하였다. ①제시하시오/이름을 붙이시오, ②결정하시오, ③판단하시오, ④기술하시오, ⑤설명하시오, ⑥해석하시오, ⑦정당화하시오/증명하시오/보이시오, ⑧계산하시오, ⑨구하시오/찾으시오, ⑩조사하시오, ⑪그래픽으로 나타내시오/그리시오, ⑫개형을 그리시오

IQB 홈페이지에서 다른 과목의 수행지시동사에 대한 안내를 살펴보면, 과목에 따라 수행지시동사를 설명하는 방식에 다소 차이가 있음을 알 수 있다.²⁴ 독일어와 외국어 과목의 경우 동사가 사용되는 예시 문항이 주어진 반면, 수학은 수행지시동사에 대한 설명만 제시된다. 즉, 수학시험에서 사용되는 수행지시동사에 대한 설명이 다른 과목에 비해 빈약한 편이다.

공학적 도구와 수학 공식집

학생들은 기본B와 심화B의 문제를 해결할 때 공학적 도구를 사용할 수 있다. 이러한 평가 환경은 독일의 수학과 표준 교육과정에서 강조하는 사항이다. 공학적 도구의 적절한 사용은 학생들의 수학 역량 발달을 촉진시킬 수 있으므로, 수업에서 학생들이 도구 사용을 경험하도록 해야 하고 이는 평가 상황에도 적용되어야 한다고 권고한다(KMK, 2012).

아비투어에서 사용되는 공학적 도구는 두 가지 종류이다. 간단한 공학 계산기인 WTR (wissenschaftlicher Taschenrechner)과 모듈식 수학 시스템인 MMS (modulares Mathematiksystem)이다. 다만 시험에서 공학적 도구를 사용할 때 네트워크에는 접속할 수 없다. 문항 개발 시 처음부터 어떤 공학적 도구를 사용할지 염두에 두고 문항이 설계되며, 문항 정보에 공학적 도구를 명시하고 있다.

공학적 도구 사용에 대한 문서(IQB & KMK, 2021a)를 살펴보면 각 도구에서 사용할 수 있는 기능이 일부 제시되어 있다. 예컨대 WTR의 경우 방정식 및 연립방정식 풀이, 미분 및 적분, 도함수 및 적분값 계산, 그래프 그리기, 좌표계에서의 계산(예: 세 점을 지나는 평면의 방정식), 벡터를 사용한 계산(예: 두 벡터 사이의 각의 크기), 기하적 대상의 표현, 행렬 계산, 정규분포 값의 계산 등이다. 2029년부터는 현재 적용되고 있는 공학적 도구에 대한 기준이 변경된다고 예고되어 있고, 관련 내용이 IQB 홈페이지에 공지되어 있다. 이는 학생들이 학교 수업에서 새로운 도구 환경을 충분히 경험할 수 있도록 하기 위함일 것이다. 수학 수업에서 공학적 도구를 활용하여 문제를 해결하고 아비투어 시험에서도 그 기능을 사용하는 것이다.

한편 아비투어에서는 수학 공식집을 제공하고 있다. 이 공식집(IQB & KMK, 2021b)에는 삼각형의 닮음 조건, 이차식의 인수분해 공식, 평면도형의 넓이 공식, 입체도형의 부피 공식, 지수법칙, 로그의 성질, 이차방정식의 근의 공식, 피타고라스 정리, 탈레스 정리, 삼각법, 라디안 등이 기본 공식으로 제시된다. 또한 해석학, 확률론, 해석기하/선형대수와 관련된 공식들도 정리되어 있다. B부분의 문항을 해결하는 데 필요한 일부 공식으로 학생들은 문항을 해결할 때 특정 공식이 기억이 나지 않을 경우 공식집을 활용할 수 있다. 공식을 단순히 기억하고 있는지 확인하기보다 이러한 공식을 문제 상황에 적용할 수 있는지를 평가하는 데 방점이 있다고 볼 수 있다.

아비투어 수학시험의 문항 특성

본 장에서는 최근 시행된 아비투어 수학시험의 문항 특성을 분석하였다. 2021년 공통 문항 풀을 토대로 수학시험의 문항 풀 구성, 수행지시동사의 활용 양상, 문항과 채점기준의 사례를 살펴본다.

2021년 수학시험의 문항 풀 구성

아비투어 시험의 공통 문항 풀은 시험이 실시된 이후 IQB 홈페이지에 공개된다.²⁵ 이 공개 자료에는 문항, 하위문항 배점, 하위문항에 반영된 수학 일반 역량(K1~K6), 요구영역(I~III), 모범답안 등의 다양한 정보가 포함되어 있다. 2021년 아비투어의 수학 문항 풀을 정리 하면 Table 4와 같다.²⁶ 문항 수는 기본A와 기본B의 경우 각각 12개, 심화A와 심화B의 경우 19개, 10개로 전체 문항 수는 53개이다. 기본 및 심화수준 모두 A의 문항은 대략 2개의 하위문항으로 구성되고, B의 문항은 빅아이디어를 중심으로 관련된 5~10개 정도의 하위문항으로 구성된다. 기본B와 심화B의 하위문항은 각각 84개, 83개에 이를 정도로 많고, 2021년 문항 풀의 하위문항 수는 총 229개이다.

24 독일어 과목 시험에서는 수행지시동사가 사용되는 요구영역이 명시되어 있고 문항 예시도 주어져, 외국어(영어, 프랑스어)에서는 요구영역은 제시되지 않고 문항 예시만 주어진다. 수학과 과학은 수행지시동사에 대한 설명만 제시되어 있다.

25 IQB 홈페이지(<https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/>)에 문항별로 하나의 파일로 업로드 되어있다.

26 기본A의 해석기하와 선형대수 문항 하나가 동일하여 이 문항은 해석기하에만 포함시켜 문항 수를 산정하였다. 또한 하위문항이 다시 하위문항으로 구성된 경우, 가장 낮은 수준의 하위문항을 기준으로 하위문항 개수를 구하였다.

Table 4. The structure of the mathematics tasks pool in the 2021 Abitur.

Level	The number of mathematics tasks pool (The number of subtasks)				Total
	Analysis	Stochastics	Analytic Geometry	Linear Algebra	
Basic level A	4 (8)	3 (6)	3 (7)	2 (4)	12 (25)
Basic level B	2 (21)	5 (35)	4 (22)	1 (6)	12 (84)
Advanced level A	5 (11)	5 (10)	4 (8)	5 (8)	19 (37)
Advanced level B	3 (30)	3 (22)	2 (15)	2 (16)	10 (83)

앞서 수학과 표준교육과정과 아비투어의 관계에서 살펴본 아비투어의 출제 방향 세 가지가 2021년 문항에 어떻게 구현되었는지 살펴보자. 첫째는 표준 교육과정에서 다루는 내용과의 관련성이다. 공개된 문항 정보에서 교육과정의 내용과 문항의 명시적인 관계를 파악하기는 어려웠다. 표준 교육과정에는 알고리즘과 수(L1), 측정(L2) 등의 내용 영역에 따라 성취기준이 기술되어 있으므로 각 하위문항이 어떤 내용 영역 또는 성취기준과 관련되는지 제시할 수 있다. 그러나 이러한 정보는 없었고 문항이 어느 과목에 해당하는지만 명시되어 있었다.

둘째는 수학 일반 역량을 문항에 반영하는 방식이다. 문항 정보에는 하위문항과 관련된 역량이 제시된다. 하나의 역량만 반영한 하위문항부터 여섯 가지의 모든 역량을 반영한 경우까지 다양하였고, 대부분의 하위문항(83%)은 2~4개의 역량과 관련되었다. 한 문항이 여러 하위문항으로 구성된다라는 점을 고려하면 한 문항에서 다양한 역량을 평가하고 있음을 알 수 있다.

마지막으로 문제해결에 필요한 인지적 수준인 요구영역의 고려이다. 세 가지 요구영역에 대한 하위문항 수를 시험수준별, 역량별로 각각 정리하면 Table 5, Table 6과 같다. 전술한 바와 같이 요구영역 I 에서 III으로 갈수록 높은 수준을 의미한다. 우선 Table 5에서 기본A에서부터 심화B까지의 문항에 해당하는 요구영역을 살펴보면, 요구영역 II의 비율이 가장 높았고, 일반화와 반성의 수준인 요구영역 III의 비율은 기본A, 기본B, 심화A, 심화B의 순으로 커졌다. 심화수준의 시험에서는 요구영역 II에 해당하는 문항을 대략 50% 정도 출제하고 기본수준보다 요구영역 III을 강조하고 있다. 심화B의 경우 재생산 수준(I)이 25%, 연결 수준(II)이 50%, 일반화 및 반성 수준(III)이 25% 정도였다.

Table 5. The number of subtasks by examination level in the three requirement areas.

Requirement area	The number of subtasks by examination level (%)			
	Basic level A	Basic level B	Advanced level A	Advanced level B
Requirement area I	5 (20.0)	31 (36.9)	10 (27.0)	20 (24.1)
Requirement area II	17 (68.0)	39 (46.4)	20 (54.1)	41 (49.4)
Requirement area III	3 (12.0)	14 (16.7)	7 (18.9)	22 (26.5)
Total	25 (100.0)	84 (100.0)	37 (100.0)	83 (100.0)

Table 6의 역량별 하위문항 수를 살펴보면, 여섯 가지 역량에 대해 각 요구영역에 해당하는 문항이 모두 개발되었음을 알 수 있다. 교육과정에는 역량별로 세 가지 요구영역에서 기대되는 수준을 구체적으로 제시하고 있고, 아비투어 문항도 이를 반영하여 출제되고 있다.

Table 6. The number of subtasks by the competency in the three requirement areas.

Requirement area	The number of subtasks by the competency (%)					
	K1	K2	K3	K4	K5	K6
Requirement area I	26 (24.3)	16 (16.3)	50 (46.7)	70 (58.3)	103 (60.9)	58 (52.7)
Requirement area II	62 (57.9)	50 (51.0)	54 (50.5)	41 (34.2)	61 (36.1)	49 (44.5)
Requirement area III	19 (17.8)	32 (32.7)	3 (2.8)	9 (7.5)	5 (3.0)	3 (2.7)
Total	107 (100.0)	98 (100.0)	107 (100.0)	120 (100.0)	169 (100.0)	110 (100.0)

* K1: Arguing, K2: Problem-solving, K3: Modeling, K4: Representing, K5: Dealing with symbolic, formal and technical elements, K6: Communicating

역량별로 구체적으로 살펴보면, 문항에서 주로 요구되는 수준에는 차이가 있음을 알 수 있다. ‘수학적 표현’(K4)과 ‘수학의 상징적, 형식적, 기술적 요소 사용’(K5)은 주로 I, II 수준이 요구되었고, 이중에서도 요구영역 I 의 비율이 가장 높았다. 즉, K4의 경우 수학적 대상과 상황을 표준화된 표현으로 만들고 사용하는 수준(I), K5의 경우 공식이나 기호를 적용하고 공학적 도구를 사용하는 수준(I)이 문항에서 주로 요구된다. ‘수학적 모델링’(K3)과 ‘의사소통’(K6)은 I, II 수준의 비율 차이가 적은 편이었다. K3의 경우 명확하게 공식화된 여러 단계의 모델링을 수행하고 결과를 해석하는 수준(II), K6의 경우 여러 단계의 문제해결 과정을 설명하고 텍스트에서 수학 정보를 찾는 수준(II)까지 요구되는 경우가 많다는 의미이다. 요구영역III은 주로 수학적 논증(K1)과 문제해결(K2)에서 확인되었다. 이는 아비투어 문제를 해결하기 위해 수학적으로 정교한 추론을 하거나 복잡한 문제를 해결하기 위한 전략을 구사하는 능력이 필요함을 보여준다.

수학 문항에서 수행지시동사의 활용 양상

Table 3에서 살펴본 수행지시동사를 안내하는 문서(IQB & KMK, 2019b)에서는 예시 문항 등의 구체적인 정보가 부족하여 동사의 성격과 의미를 파악하기 어려웠다. 2021년 문항을 통해 수행지시동사가 실제 어떻게 사용되었는지 분석하고자 하였다. 2021년 전체 문항 풀에서 수행지시동사의 사용 빈도는 276번이었다. 229개의 하위문항 중 185개(80.8%)의 문항은 하나의 수행지시동사를 사용하였고, 41개(17.9%)의 문항은 2개의 동사, 3개(1.3%)의 하위문항은 동사를 3개까지 포함하고 있었다. 예컨대 ‘계산하십시오. 그리고 그래프를 그리시오.’는 ‘계산하십시오’와 ‘그리시오’라는 두 개의 동사를 포함하는 문항이다.

2021년 아비투어 문항에서 사용된 수행지시동사를 빈도 순으로 제시하면 Table 7과 같다. 수행지시동사 목록(Table 3)에 포함된 12 종류를 정리한 것이다. 목록에서 제시되었던 동사가 사용된 경우는 267번으로 약 97%에 이르렀다. 이 외의 동사가 7개²⁷ 사용되었고, 각 동사의 사용 빈도는 1~2번으로 낮았다.

Table 7에 제시된 바와 같이 2021년 문항 풀에서 가장 많이 사용된 동사의 종류는 ‘㉑구하십시오/찾으시오’로 92번(33.3%) 나타났다. 예를 들면 ‘그림 2만 이용하여 $\int_1^5 f(x)dx$ 의 값을 구하십시오.’, ‘g에 평행하고 G_f 에 접하는 직선의 개수를 찾으시오.’이다. 전체 문항의 약 30%는 이처럼 특정한 값을 구하는 문제이다. 이러한 발문은 우리나라 수능의 단답형 문항에서도 찾아볼 수 있으나, 수능의 경우 답이 세 자리 이하의 자연수로 제한적이다. 이와 대조적으로 아비투어의 문항은 자연수뿐만 아니라 보다 다양한 형식의 답을 요구할 수 있다. 또한 아비투어 문항은 문제해결에 이르는 과정, 즉 절차를 제시해야 한다는 점에서 수능 문항과 차이가 있다.

두 번째로 많이 나타난 동사의 종류는 ‘㉗정당화하십시오/증명하십시오/보이시오’로 53번(19.2%)이었다. 세 동사는 논리적 추론을 통해 명제나 수학적 사실을 확인할 것을 요청하는 지시어이다. ‘g의 방정식은 $y = -\frac{27}{16}x + \frac{27}{8}$ 임을 증명하십시오.’와 같이 전체 하위문항의 20% 정도는 수학적 증명이나 정당화와 관련된다. 이 문항들은 수학적으로 논증하는 능력(K1)이 요구된다. 간단한 산술적 근거를 제시하거나 논리적 결론을 도출하는 수준(요구영역 I)뿐 아니라 엄밀하고 정교한 수준의 추론을 요구하는(요구영역III) 문항까지 출제된다.

세 번째로 많이 사용된 동사의 종류는 ‘㉑제시하십시오/이름을 붙이시오’로 34번(12.3%) 나타났다. 이 동사는 특정한 값을 찾아야 하는 문제 상황에서 주로 활용된다는 점에서 앞서 살펴본 ‘㉑구하십시오/찾으시오’와 의미가 비슷하지만, 과정을 요구하지 않고 결과만 요청한다는 점에서 차이가 있다. 예컨대 ‘ G_f 와 좌표축의 교점의 좌표를 제시하십시오.’라는 문항은 계산 과정이나 설명 없이 축과의 교점만 답으로 제시하면 된다. 이러한 유형이 답만 제시한다는 측면에서 수능의 단답형 문항과 가장 유사하다.

네 번째로 ‘㉘계산하십시오’가 28번(10.1%) 사용되었다. ‘f의 그래프와 x축으로 둘러싸인 영역의 넓이를 계산하십시오.’와 같이 넓이나 확률 등을 계산하는 상황에서 주로 사용되었다. 이 동사의 경우 문제해결에 도달한 절차도 함께 제시해야 한다. 이 동사의 경우 앞서 제시한 ‘구하십시오’라는 동사와 유사하다고 볼 수 있다. 수행지시동사에 대한 설명(Table 3)이 모호한 면이 있어서 실제 문항을 통해 동사의 의미와 성격을 확인하고자 하였으나, 문항을 살펴보았을 때도 일부 동사들은 서로 분명히 구분되지 않는 한계를 보였다.

27 완성하십시오(Vervollständigen), 확인하십시오(Prüfen), 채우시오(Ergänzen), 수치로 나타내시오(skaliieren), 기하적으로 설명하십시오(veranschaulichen), 공식으로 만드시오(Formulieren), 유도하십시오(Leiten)

Table 7. Examples and frequencies of operators in mathematics examinations in the 2021 Abitur

No*	Operator	Example	Frequency(% **)
⑨	Determine	Determine the value of the term $\int_1^5 f(x) dx$ using only Figure 2.	92(33.3)
	Find	Find the number of straight lines parallel to g and tangent to G_f .	
	Justify	Justify that the value of the term $\vec{b} \cdot \vec{OP}$ only depends on the side length of the base.	
⑦	Prove	Prove that g is represented by the equation $y = -\frac{27}{16}x + \frac{27}{8}$.	53(19.2)
	Show	Show that the slope of one of the two tangents passing through the origin is 1.	
	Give	Give the coordinates of the intersection points of G_f with the coordinate axes.	
①	Name	Based on the approach $ \overline{AE} \cdot \overline{DE} + \frac{1}{2}(\overline{AB} - \overline{DE})(\overline{AE} - \overline{CD})$ a variable can be calculated that plays a role in the context under consideration. Name this quantity.	34(12.3)
⑧	Calculate	Calculate the area enclosed by the graph of f and the x -axis.	28(10.1)
		Calculate the probability of this person not having hay fever but testing positive.	
⑪	Represent graphically	Represent the factual connection in a labeled tree diagram.	18(6.5)
	Draw	Draw F and the straight lines.	
④	Describe	Describe the event $\overline{A} \cap B$ in the factual context.	17(6.2)
		Describe how the contest could be conducted using a container and red, green and blue balls.	
⑩	Investigate	Investigate whether there is a point P on the edge \overline{DS} for which the triangle BMP is right-angled.	7(2.5)
		Investigate whether events A and B are stochastically independent.	
③	Judge	Judge each of the following two statements.	6(2.2)
⑤	Explain	Explain this procedure.	5(1.8)
		Explain your procedure.	
⑥	Interpret	Interpret the term $\frac{0.15 \times 0.9}{0.15 \times 0.9 + 0.85 \times 0.02}$ in the factual context.	5(1.8)
	Interpret	Interpret the coordinates of this point in the factual context.	
②	Decide	Decide which of the following matrices P and Q describes the changed switching behavior of customers.	1(0.4)
⑫	Sketch	Using only the graph of f , sketch the graph of F in the figure.	1(0.4)
Total			267(96.7)

* This is the number used in Table 3.

** It is a percentage of the total frequency (276) in which the operators are used.

이상에서 살펴본 네 가지 종류가 2021년 문항에서 사용된 수행지시동사의 약 75%를 차지하였다. 나머지 수행지시동사들은 10% 미만으로 빈도가 낮았으나, 이 동사를 사용한 문항에서 다양한 유형을 확인할 수 있다. 하나는 문제에서 주어진 실제 맥락에서 식의 의미를 해석하도록 요구하는 문항이다. 예컨대 ‘주어진 맥락에서 사건 $\overline{A} \cap B$ 의 의미를 기술하시오’, ‘주어진 실제 맥락에서 식 $\frac{0.15 \times 0.9}{0.15 \times 0.9 + 0.85 \times 0.02}$ 의 의미를 해석하시오.’이다. 이러한 문항에서는 의사소통(K6) 특히, 수학적 기호와 식의 의미를 이해하는 능력을 평가할 수 있다. 다음으로 표, 다이어그램, 수형도, 그래프 등으로 표현하는 유형의 문항이다. ‘주어진 맥락을 수형도로 나타내시오.’, ‘ f 의 그래프만 사용하여 주어진 그림에 F 의 그래프의 개형을 그리시오.’와 같은 문항이다. 이 문항들은 수학적으로 표현하는 능력(K4)이 요구된다. 즉, 상황에 적합한 수학적 표현을 선택하고 개발하며 주어진 표현을 다룰 수 있는 능력을 평가할 수 있다.

아비투어의 대부분 문항은 이미 약속된 수행지시동사를 활용하여 출제되고 있었다. 문제해결의 과정을 요구하지 않는 지시어도 있었지만 ①, ② 이는 전체의 12.7% 정도였다. 다시 말해 단답형 문항보다 서·논술형 문항의 비중이 높았고, 특히 증명과 정당화를 중요하게 다루고 있었다. 또한 여러 수행지시동사를 사용함으로써 다양한 역량을 평가할 수 있는 문항이 출제되고 있었다.

수학 문항과 채점기준 사례

이제 구체적인 수학 문항과 채점기준 사례를 살펴보고자 한다. 아비투어 수학시험이 기본수준과 심화수준 시험으로 구분되고, 각 시험은 다시 A와 B부분으로 구성된다는 점을 고려하여 기본A와 심화B의 문항을 하나씩 소개하고자 한다. 우선 Figure 1²⁸은 기본 A의 해석기하/선형대수 문항으로 하나의 문제 상황과 세 개의 하위문항(①~③)으로 구성된다. 이 문항을 해결할 때 공학적 도구를 사용할 수 없고 제공되는 공식집도 없다.

그림은 직육면체와 꼭짓점 A, B, D의 위치벡터를 나타낸다. 직육면체의 밑면 OABC는 정사각형이다.

① 위치벡터 $\frac{1}{2}(\vec{b} - \vec{a})$ 의 중점의 위치를 기술하시오. (1점)

점 P의 위치벡터가 $\frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{a})$ 이다.

② 그림에 점 P를 그리시오. (1점)

③ $\vec{b} \cdot \vec{OP}$ 는 직육면체 밑면의 한 변의 길이에만 의존함을 정당화하시오. (3점)

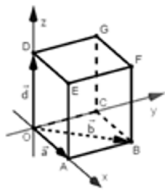


Figure 1. An example of the basic level examination in the task pool for the 2021 Abitur.

이 문항에 반영된 ‘내용 영역’, ‘수학 일반 역량’, ‘요구영역’을 살펴보면 다음과 같다. 우선 두 개의 하위문항 ①, ②는 위치벡터, 마지막 하위문항 ③은 벡터의 내적에 관한 문항이므로 이 문항은 수학과 표준 교육과정의 공간과 좌표(L3)와 관련된다. 이 내용 영역의 기본수준 성취기준에 벡터의 기본 연산, 내적 등이 포함되기 때문이다. 하위문항은 순서대로 요구영역 II, I, III에 해당된다. ①은 위치벡터 $\frac{1}{2}(\vec{b} - \vec{a})$ 의 중점의 위치를 설명하는 문항으로 수학적 표현(K4), 의사소통(K6) 역량을 요구한다. ②는 위치벡터 $\frac{1}{2}\vec{b} + \vec{a}$ 의 중점을 그림에 표현하는 문항으로 수학적 표현(K4)과 관련된다. 마지막으로 ③은 내적이 밑면의 한 변의 길이로 표현됨을 정당화하는 문항으로, 수학적 논증(K1), 문제해결(K2), 수학의 상징적, 형식적, 기술적 요소 사용(K5)의 역량을 요구한다. 특히 K1과 K2에서는 일반화 및 반성(요구영역III)의 수준이 필요하다.

문항에 대한 공개 자료에는 채점기준에 해당되는 예시답안이 포함되어 있다. 이 문항의 경우 ①의 답안은 ‘점은 \vec{OC} 의 중점에 위치한다.’이고, 정당화가 필요한 ③의 답안은 ‘ $\vec{b} \cdot \vec{OP} = \vec{b} \cdot (\frac{1}{2}\vec{b} + \vec{a}) = \frac{1}{2}(\vec{b} \cdot \vec{b}) + \vec{b} \cdot \vec{a} = \frac{1}{2}|\vec{b}|^2$, 벡터 \vec{b} 의 길이는 밑면의 한 변의 길이에만 의존한다.’이다. 답안의 길이가 길지 않음을 알 수 있고, 다른 문항들도 대체로 이와 유사하다. 그리고 가능한 모든 풀이를 제시할 수 없으므로 ‘올바른 풀이’는 정답으로 인정할 수 있음을 밝히고 있다. 특정 답안을 올바른 풀이로 인정하려면 채점자의 주관에 개입될 수밖에 없다. 채점은 교내평가위원회(Prüfungskommission) 주관으로 보통 2차에 걸쳐 이루어진다. 모든 답안은 우선 학생의 해당 과목 담당 교사가 1차로 채점하고, 또 다른 해당 과목 교사가 2차 채점을 한다. 이 때 2차 채점자는 1차 채점에 동의하거나 자신의 판단에 의해 다른 채점 결과를 제시할 수 있다. 그럴 경우 교내평가위원회위원장이나 학교감독관청(Schulaufsichtsbehörde)은 제3의 해당 과목 교사에게 채점을 다시 의뢰할 수 있다(KMK 2021). 채점자의 전문성을 인정하고 자율성을 부여하되, 객관성을 확보할 수 있는 절차를 마련하고 있는 것이다.²⁹

28 문항의 출처: <https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/pools2021/mathematik/grundlegend/> (검색일: 2022. 4. 15.)

29 아비투어는 중등 교육과정의 졸업 시험이면서 대학 입학 자격에 필요한 시험이다. 대학 입학 자격을 얻기 위해서는 김나지움의 마지막 4학기 내신 성적 총 600점 만점에 200점 이상, 아비투어 300점 만점에 100점 이상을 획득해야 한다. 아비투어와 교내 지필 평가의 채점 기준과 방식이 다르지 않으며, 0점-15점까지의 원점수로 기록이 되고 원점수는 6개의 수준으로 구분된다. 1수준(매우 우수), 6수준(낙제)으로 평가하며 평가지침은 ‘우수(11점)’와 ‘충분(5점)’에 대해서만 제시가 된다(KMK 2021, pp. 17-18). 이 2개 등급의 평가요소에 대해서 구체적인 준거를 제시하고 나머지 등급과 등급 내에서의 점수 차이에 대해서는 평가자에게 재량권을 주고 총체적 채점 방식을 적용하고 있다.

다음은 심화B의 해석학 문항으로 이 문항은 하나의 문제 상황과 세 개의 하위문항(1~3번)으로 구성되어 있다. 이 문항을 해결할 때 공학적 도구 중 WTR을 사용할 수 있으며, 수학 공식집도 활용할 수 있다.³⁰ 1~3번 하위문항은 각각 8개, 1개, 2개의 하위문항으로 이루어져 있고, 2번과 3번 문항에는 새로운 상황이 추가되는 복잡한 구조이다. 지면을 고려하여 Figure 2³¹와 같이 문제 상황과 1번 문항만 소개하고자 한다. 문제 상황을 살펴보면, 세 부분으로 이루어진 장난감 다리의 단면과 다리의 상단 경계선을 설명할 수 있는 사차함수식이 주어진다. 1번 문항은 8개의 하위문항(①~⑧)으로 구성되는데, 문제 상황을 점진적으로 파악할 수 있도록 쉬운 문항에서 시작하여 어려운 내용으로 발전하는 방식이다. 주어진 함수가 축 대칭임을 보이는 문제(①)에서 출발하여 함수의 그래프를 차츰 탐구함으로써 다리의 최대 경사각을 구하는 문제(⑤)까지 나아간다. 다음으로 하단 경계선을 나타내는 이차함수식을 제공하고 조건을 추가하여 다리의 무게를 구하는 데까지 이른다.

그림은 세 부분으로 이루어진 장난감 기차용 목조 다리의 단면을 모델링하여 나타낸 것이다. 기차는 다리 위를 지나며 다리 아래를 통과할 수도 있다.

다리 단면의 상단 경계선(obere Randlinie)은 실수에서 정의된 함수 $f : x \rightarrow \frac{1}{20}x^4 - \frac{2}{5}x^2 + 1$ 의 그래프를 이용하여 설명할 수 있다. 이 경계선의 양 끝점은 f 의 두 개의 극소점에 해당된다. 사용된 좌표계에서 축은 수평을 나타낸다. 길이의 단위는 실제로 데시미터(dm)이다.

1. ① 상단 경계선이 축 대칭임을 산술적으로 보이시오. (2점)
- ② 다리의 높이(Höhe)와 길이(Länge)를 구하시오. (단, 함수 f 의 한 극소점의 x 좌표는 2이다.) (5점)
- ③ 중간 부분(mittleren Bauteil)에서 오른쪽 부분(rechten Bauteil)으로 바뀌는 위치의 상단 경계선 위의 점을 고려하시오. 이 점이 상단 경계선의 가장 높은 점과 오른쪽 끝점의 중간인지 확인하시오. (3점)
- ④ 사실적 맥락에서 식 $\frac{f(2) - f(1)}{2 - 1}$ 이 무엇을 의미하는지 제시하고, 그 값을 계산하시오. (2점)
- ⑤ 다리 위를 지날 때 넘어야 하는 최대 경사각의 크기를 계산하시오. (5점)

다리 단면의 하단 경계선의 포물선 부분은 실수에서 정의된 함수 $q : x \rightarrow 0.8 - ax^2 (a \in \mathbb{R}^+)$ 의 그래프를 이용하여 설명할 수 있다.

- ⑥ 그림에서 중간 부분의 두 바닥 표면 중 하나의 길이를 s 라 하자. 이 길이가 최소 0.1 dm가 되게 하는 모든 a 의 값을 구하시오. (4점)
- ⑦ 하단 경계선에 대한 설명에서 임의의 큰 a 의 값은 제외됨을 사실적 맥락에서 정당화하시오. (2점)
- ⑧ $a = 1.25$ 라 하자. 다리의 세 부분은 단단한 나무로 만들어졌다. 나무의 1 dm^3 의 질량은 800 g이고 다리의 폭은 0.4 dm이다. 중간 부분의 질량을 찾으시오. (7점)

Figure 2. An example of the advanced level examination in the task pool for the 2021 Abitur.

30 공학적 도구나 수학 공식집 활용에 대한 문항별 구체적인 정보는 IQB 홈페이지에 공개된 문항 정보에는 나타나지 않았다.

31 출처: <https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/pools2021/mathematik/erhoeht/> (검색일: 2022. 4. 15.)

이 문항에서 다루는 내용은 표준 교육과정의 함수(L4)에서 다루는 미분, 함수의 그래프의 개형, 함수의 최대 및 최소, 적분 등과 관련된다. 처음 3개의 하위문항(①~③)은 비교적 인지적 수준이 낮은 요구영역 I 에 해당하고, ⑥은 요구영역Ⅲ, 다른 문항은 요구영역Ⅱ에 해당한다. 각 하위문항이 여러 역량과 관련되지만 특히 수학적 모델링(K3)은 모든 하위문항에서 요구되는 역량이다. 빅아이디어를 중심으로 유기적으로 연관된 여러 개의 하위문항으로 구성하되, 낮은 수준에서 차츰 높은 수준으로 난도가 올라가고 처음에 제시되지 않았던 조건이나 상황이 중간에 추가하기도 하는 방식이다.

결론 및 논의

본 연구는 독일 아비투어 수학시험의 체제와 문항의 특징을 분석하기 위해 우선 아비투어를 개관하고 수학과 표준 교육과정과 아비투어의 관계를 고찰하였다. 다음으로 기본수준과 심화수준 시험의 체제, 수행지시동사, 공학적 도구 및 공식집의 사용을 중심으로 수학시험의 특징을 살펴보고, 2021년 수학시험의 문항 풀 구성, 수행지시동사의 활용 양상, 문항 및 채점기준 사례 등을 통해 문항의 특성을 분석하였다. 독일 아비투어에 대한 분석을 토대로 수능 체제의 개선을 위한 시사점을 다음과 같이 도출하였다. 처음 두 가지 시사점은 전반적인 체제와 관련되고 나머지 세 가지는 서·논술형 문항 도입에 관한 것이다.

첫째, 역량 교육을 표방한 독일은 교육과정에서 강조한 역량을 학생들이 갖추었는지를 아비투어에서 평가하고 있다. 아비투어 문항에는 수학과 표준 교육과정에 제시된 역량이 명시적으로 반영되어 있다. 모든 문항은 여러 역량을 복합적으로 반영하며, 어떤 역량을 반영하고 있는지 구체적으로 밝히고 있다. 역량별로 문항에서 요구되는 수준에는 차이가 있었으나, 여섯 가지 역량은 아비투어 문항 전반에 균형있게 반영되어 있다.

미래사회에서 요구되는 역량을 평가하지 못한다는 수능에 대한 비판을 고려할 때, 다음 개편에서는 수능에도 역량을 반영하는 방안이 필요하다. 교육과정과 교수학습, 평가가 일관성을 지녀야 한다는 측면에서도 현재의 평가들은 개선될 필요가 있다. 2015 개정 교육과정에 역량을 도입하였으나 현재 수능의 평가들은 이를 반영하지 못하였다. 2022학년도 수능 안내 자료를 살펴보면, 수학 영역의 평가 목표는 ‘고등학교 수학과 교육과정의 내용과 수준에 근거하여 계산 능력, 수학의 기본 개념·원리·법칙의 이해 능력, 추론 능력, 문제해결 능력을 측정’하는 데 있다(KICE, 2021a). 수능이 시작된 초창기부터 사용하던 내용 영역과 행동 영역의 2차원 평가틀을 현재도 사용하고 있음을 알 수 있다. 국가수준 학업성취도 평가는 역량을 반영하기 위해 평가틀이 개선된 것과 대조적이다(Rim et al., 2018). 미래사회 역량을 평가할 수 있는 수능으로 개편하려면 역량을 반영한 평가틀을 마련하는 것이 우선되어야 한다.

둘째, 공학적 도구의 적절한 사용을 강조하는 독일은 아비투어 수학시험에서 공학적 도구를 사용하는 문항과 그렇지 않은 문항을 모두 활용한다. 독일은 학생들의 역량 함양을 위해 수업에서의 공학적 도구의 사용을 강조할 뿐 아니라 평가에서도 도구를 적극적으로 활용하는 것이다. 또한 학생들이 아비투어 시험에서 활용하는 공학적 도구를 충분히 경험할 수 있도록 시험 시행 전 충분한 기간 동안 안내하고 있다.

그간 수능에서는 계산기나 디지털 도구의 사용이 허용되지 않았으나, 이미 여러 국가의 대학입학시험에서 공학적 도구를 사용하며 이러한 도구 사용은 중요한 수학적 소양이므로 수능에서도 도입을 시도할 필요가 있다(Nam, 2017). 공학적 도구의 활용은 교육과정에서도 강조하는 사항임을 고려할 때, 이후 수능 개편에서는 공학적 도구의 도입을 적극 고려할 필요가 있다. 학교 수업에서 공학적 도구를 경험할 수 있는 환경을 제공할 뿐 아니라 평가에서도 학생들이 직접 공학적 도구를 사용하는 환경을 마련하는 것이다.

셋째, 아비투어 수학시험은 정해진 수행지시동사를 이용하여 대부분의 문항을 구성하고, 여러 종류의 지시어를 활용하여 역량을 평가하는 다양한 유형의 문항을 출제하고 있다. 역량 중심 교육을 표방한 독일은 학생들이 수행해야 하는 것이 무엇인지를 분명히 드러낼 수 있는 수행지시동사를 학교 수업과 아비투어에서 공통적으로 활용하고 있다. 다시 말해 수행지시동사가 교수학습 목표를 확정하고 나아가 역량을 확인하고 평가하는 기능을 담당하는 것이다.

수능에서 서·논술형 문항을 도입하자는 논의는 현재의 선다형 문항 위주의 수능은 미래사회에 적합한 역량을 평가하지 못한다는

비판에서 비롯되었다. 그러므로 서·논술형 문항을 도입하기 위해서는 수행지시동사를 마련하고 이를 학교 수업과 평가, 수능에 공통적으로 적용하는 방안을 고려할 수 있다. 독일의 수행지시동사와 2015 개정 교육과정에서의 ‘기능’³²은 역량을 드러내는 데 목적이 있다는 측면에서 공통점이 있다. 그러나 독일은 수행지시동사의 목록을 보다 분명히 하고 이를 교수학습 상황뿐 아니라 평가에서도 명시적으로 사용하고 있다. 동사들이 의미가 중첩되거나 설명이 모호하다는 한계가 있으나(Thürmann, 2019), 다양한 수행을 지시하는 기능을 한다는 장점이 있다. 그러므로 2015 개정 교육과정에 도입된 기능을 서·논술형 문항을 위한 수행지시동사로 활용하는 방안을 고려할 수 있다. 물론 현행 교육과정의 기능은 의미가 모호하고 역량과의 관계가 명확하지 않다는 등의 비판을 받지만, 이를 목록화하여 정련한다면 수행지시동사를 마련하기 위한 발판으로 삼을 수 있다.

넷째, 아비투어 수학시험은 2~3개의 하위문항으로 이루어진 간단한 구조의 문항뿐만 아니라 빅아이디어를 중심으로 하나의 상황을 심도 있게 다루는 문항을 포함한다. 기본 및 심화수준 B부분의 문항은 5~10개 정도의 하위문항으로 나누어져 있고, 쉬운 내용에서 출발하여 점진적으로 깊이 탐구하는 방식으로 구성된다.

이러한 방식은 학생들의 사고 흐름을 유지하면서 학생이 지닌 여러 역량을 드러낼 수 있다(Kim & Kim, 2020). 또한 하위문항의 난도를 다양하게 구성할 수 있고 하위문항의 답안의 길이도 채점이 용이한 수준으로 조절할 수 있다는 장점이 있다. 서·논술형 문항 도입에서 뜨거운 쟁점 중 하나는 채점인데(Park et al., 2020), 작은 단위의 하위문항으로 구성하는 것이 채점에 대한 부담을 줄이는 방안이 될 수 있다. 이에 수능에서 서·논술형 문항을 도입한다면, 여러 개의 하위문항으로 구성된 아비투어 문항을 참고할 수 있다.

마지막으로, 수학적 정당화와 증명이 아비투어에서 중요한 비중을 차지하고 있다. 2021년 문항에서 ‘정당화하시오/증명하시오/보이시오’를 지시어로 사용한 문항이 전체의 약 20%에 이르렀다. 12종류의 수행지시동사 중 ‘구하시오/찾으시오’가 33%로 가장 많이 사용되었고, 두 번째가 정당화와 증명을 요구하는 동사였다. 수학 일반 역량의 첫 번째가 ‘수학적 논증’(K1)이라는 점도 수학적 정당화와 증명이 독일 수학 교육에서 중요한 위상을 차지함을 보여준다. 아비투어에서는 간단한 근거나 논리적 결론을 도출하는 문항에서부터 엄밀하고 정교한 수준의 추론을 요구하는 문항까지 출제된다.

이와 대조적으로 현재 수능은 선다형과 단답형 문항으로 구성되므로 증명이나 정당화를 직접적으로 요구하는 문항을 출제하기 어렵다. 이에 ‘증명 등을 이해하는 능력과 주어진 증명을 읽고 결론을 도출하는 능력’(KICE, 2021a)을 평가한다. 다시 말해 증명 과정의 일부 내용을 빈 칸으로 제시하는 등 증명을 이해할 수 있는지를 간접적으로 평가하고 있다. 국제적으로 수학교육학계는 증명, 연역적 추론이 수학교육에서 강화되어야 한다고 주장하며(Kim et al., 2019), 2022 개정 교육과정 시안 개발을 위해 수행된 기초 연구(Kim et al., 2021; Lee et al., 2021)들도 차기 우리나라 교육과정에서 증명 교육을 강화할 필요가 있음을 제기한다. 서·논술형 문항을 도입하면 교수학습에서뿐 아니라 수능에서도 수학적 정당화와 증명을 강조할 수 있을 것이다.

수능에 대한 다양한 시대적 요구로 미래형 수능에 대한 논의가 진행되고 있음에 주목하여 본 연구는 독일의 아비투어 수학시험을 분석하고 이를 토대로 수능 체제 개선을 위한 구체적인 방안을 몇 가지 제시하였다. 입시 결과에 미치는 수능의 영향과 수능에 대한 높은 사회적 관심을 고려할 때, 수능 체제의 급격한 변화는 사회적 합의에 이르지 못할 가능성이 크다. 그러므로 2028학년도에 적용할 수능 체제에 대한 구체적인 논의를 서둘러야 한다. 또한 이를 공론화하여 다양한 입장의 의견이 수렴된 대입제도가 마련되기를 기대한다.

References

- BMBF (2007). *Zur Entwicklung nationaler Bildungsstandards*. Expertise. Bonn, Berlin. 2007.
- Choi, I. & Lee, M. (2017). A study on mathematics exams for university entrance in Taiwan. *School Mathematics*, 19(2), 369-384.
- IQB & KMK (2019a). *Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder, Aufgaben für das Fach Mathematik, Kriterien für Aufgaben, Erwartungshorizonte und Bewertungshinweise*. Stand: 03.07.2019. Retrieved from <https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/dokumente/mathematik/>
- IQB & KMK (2019b). *Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder, Aufgaben für das Fach Mathematik, Grundstock von Operatoren*. Stand: 28.02.2019. Retrieved from <https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/dokumente/mathematik/>

32 2015 개정 수학과 교육과정(MOE, 2015)에서 표현하기, 그래프 그리기, 계산하기, 증명하기 등이 기능으로 제시된다.

- IQB & KMK (2019c). *Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder, Aufgaben für das Fach Mathematik, Beschreibung der Struktur*. Stand: 28.02.2019. Retrieved from <https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/dokumente/mathematik/>
- IQB & KMK (2021a). *Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder, Aufgaben für das Fach Mathematik, Hinweise zur Verwendung von Hilfsmitteln (gültig einschließlich Prüfungsjahr 2028)*. Stand: 08.07.2021. Retrieved from <https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/dokumente/mathematik/>
- IQB & KMK (2021b). *Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder, Aufgaben für das Fach Mathematik, Dokument mit mathematischen Formeln*. Stand: 19.03.2021. Retrieved from <https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/dokumente/mathematik/>
- Jeon, Y. (2011). A study on the assessment contents and construction of mathematics in the college scholastic ability test of China. *Journal of the Korean School Mathematics Society*, 14(1), 85-100.
- Jo, Y., Nam, J., & Ko, H. (2009). A study on improvement methods in mathematics by comparing examinations in mathematics in the college scholastic ability test at a nationwide level in Korea, China, America, and Japan. *School Mathematics*, 11(4), 547-565.
- KICE (2021a). *Information on how to study for the 2022 College Scholastic Ability Test*. Korea Institute for Curriculum and Evaluation CAT-2021-2-1.
- KICE (2021b). *How to prepare for the 2022 College Scholastic Ability Test*. Korea Institute for Curriculum and Evaluation CAT-2021-2-2.
- Kim, J., Kim, D., Kim, S., Kim, J., Kim, J., Kim, H., ..., Hwang, G. (2021). *Directions for improving the high school curriculum and reorganizing the college admission system for the introduction of the high school credit system*. Korea Institute for Curriculum and Evaluation CRC 2021-3.
- Kim, S. & Kim, B. (2020). Analysis of mathematics assessment methods in the Japanese University Admission Test. *Journal of Learner-Centered Curriculum and Instruction*, 20(10), 1039-1059. <http://doi.org/10.22251/jlcci.2020.20.10.1039>
- Kim, S. (2016). A study on the university entrance examination and its linkage with high school education in Germany. *Theory and Practice of Education*, 21(1), 1-22.
- Kim, S., Nam, J., Seo, D., Kang, H., Kim, B., Lee, D., & Cho, J. (2019). *2018 trend analysis of international mathematics education*. Korea Foundation for the Advancement of Science and Creativity BD-1902-0001.
- Kim, S., Kwon, S., Park, I., Sunwoo, J., Shin, B., Lee, K., Lee, W., Lim, M., Rim, H., Jung, J., Cho, S., & Ha, S. (2021). *A study on competency-building mathematics curriculum restructuring*. Ministry of Education.
- Kim, S. & Lee, M. (2021). Analysis of the German mathematics standard curriculum: Focusing on the comparison with the 2015 revised mathematics curriculum of Korea. *School Mathematics*, 23(1), 147-168. <https://doi.org/10.29275/sm.2021.03.23.1.147>
- Kim, S. & Lee, S. (2020). A Study on the introduction of numeracy as basic competence in the national curriculum. *Communications of mathematical education*, 34(2), 119-134. <https://doi.org/10.7468/jksmee.2020.34.2.119>
- KMK (2012). *Bildungsstandards im Fach Mathe für die Allgemeine Hochschulreife*. (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.10.2012) Retrieved from https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2012/2012_10_18-Bildungsstandards-Mathe-Abi.pdf
- KMK (2021). *Vereinbarung zur Gestaltung der gymnasialen Oberstufe und der Abiturprüfung*. (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 07.07.1972 i. d. F. vom 18.02.2021) Retrieved from https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/1972/1972_07_07-VB-gymnasiale-Oberstufe-Abiturpruefung.pdf
- Koh, W. (2018). Study on the historical review of the German Abitur and its current discussions. *Theory and Practice of Education*, 23(2), 1-19. <https://doi.org/10.26894/kdge.2018.23.2.1>
- Kwon, O., Kim, Y., Ko, H., Rim, H., Park, J., Park, J., Park, S., Lee, K., & Park, J. (2022). A basic research for the development of Korean mathematics education standards for the next generation. *The Mathematical Education*, 61(1), 199-220. <https://doi.org/10.7468/mathedu.2022.61.1.199>
- Lee, J., Jo, S., Park, S., & Park, H. (2004). A study on the mathematics examination of the college entrance examination in several countries. *The Mathematical Education*, 43(4), 349-379.
- Lee, M. (2020). Study on the competence-oriented curriculum for the German Abitur examination in German - with special consideration of operators. *German linguistics and literature*, 90, 187-215.
- Lee, K., Kim, D., Kim, S., Kim, H., Kim, H., Park, J., ..., Choi, I. (2021). *A study on future-oriented mathematics curriculum composition plans to prepare for post-COVID*. Ministry of Education.
- MOE (2015). *Mathematics curriculum*. Ministry of Education Notice, No. 2015-74.

- MOE (2017). 「Regulations on the establishment and operation of the National Education Council」 Resolution of the State Council. Ministry of Education Press release (dated Sep 5, 2017).
- MOE (2018a). *Transfer plan to the National Education Council for the college entrance exam system*. Ministry of Education Press release (dated Apr 11, 2018).
- MOE (2018b). *Reorganization of the university admission system for 2022 and high school education innovation directions*. Ministry of Education Press release (dated Aug 17, 2018).
- MOE (2021). *2025, High school education implementation of inclusion and growth announcement of comprehensive -High school credit system promotion plan-*. Ministry of Education Press release (dated Feb 17, 2021).
- Nam, J. (2017). Revisions of university entrance exams of mathematics in the UK, Australia, and Japan. *Journal of Educational Research in Mathematics*, 27(4), 679-700.
- Nam, J. & Joung, Y. (2011). A study on the Chinese National University Entrance Examination in mathematics. *School Mathematics*, 13(1), 1-17.
- Nam, J. & Tak, B. (2016). A study on mathematics exams for university entrance in USA, UK, Australia, Singapore, and Japan. *Journal of Educational Research in Mathematics*, 26(2), 287-307.
- Park, D., Moon, Y., Shin, J., Lim, E., & Park, I. (2020). *Performance and development direction of the College Scholastic Ability Test: Exploring the possibility of introducing the constructed-response Items in CSAT*. KICE Position Paper, 12(5).
- Park, M. (2019). A comparative study on mathematics exams for the college entrance in several countries-focusing on the matrix and vector domain [Unpublished master's thesis, Seoul National University].
- Reichstädter, A. M. (2017). *Eine quantitative sowie qualitative Analyse von Maturaaufgaben hinsichtlich ihrer sprachlichen Formulierungen unter dem Einsatz von Operatoren in der kompetenzorientierten mündlichen Reifeprüfung im Unterrichtsfach Biologie und Umweltkunde allgemeinbildender höherer Schulen*. Magistra der Naturwissenschaften, Universität Wien.
- Rim, H., Kim, S., & Park, J. (2018). Development of assessment framework and Items of NAEA considering the math competencies of the 2015 Revised Mathematics Curriculum. *School Mathematics*, 20(1), 65-82. <https://doi.org/10.29275/sm.2018.03.20.1.65>
- Suh, B. & Nam, J. (2010). A comparative study on Korean and Japanese mathematics items of college entrance exam. *The Mathematical Education*, 49(4), 395-410.
- Thürmann, E. (2019) *Operator*. In: Sprache im Fach. Retrieved from https://epub.ub.uni-muenchen.de/61754/1/Thuermann_Operator.pdf.
https://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/fileadmin/bbb/unterricht/fachbriefe_berlin/mathematik/Fachbrief_Mathematik_23.pdf (Accessed on: 2022. 4. 15.)
<https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/> (Accessed on: 2022. 4. 15.)
<https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/dokumente/mathematik/>(Accessed on: 2022. 4. 15.)
<https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/pools2021/mathematik/grundlegend/> (Accessed on: 2022. 4. 15.)
<https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/pools2021/mathematik/erhoeht/> (Accessed on: 2022. 4. 15.)
<https://www.kmk.org/de/themen/qualitaetsicherung-in-schulen/bildungsstandards.html#c5034/> (Accessed on: 2022. 4. 15.)
<https://kultusministerium.hessen.de/Schulsystem/Schulformen-und-Bildungsgaenge/Gymnasium/Landesabitur/Termine-Landesabitur>, (Accessed on: 2022. 4. 15.)