



## Research Article

# Pre-service mathematics teachers' noticing competency: Focusing on teaching for robust understanding of mathematics

Kim, Hee-jeong\*

Assistant Professor, Korea University

\*Corresponding Author: Hee-jeong Kim (heejeongkim@korea.ac.kr)

## ABSTRACT

This study explores pre-service secondary mathematics teachers (PSTs)' noticing competency. 17 PSTs participated in this study as a part of the mathematics teaching method class. Individual PST's essays regarding the question 'what effective mathematics teaching would be?' that they discussed and wrote at the beginning of the course were collected as the first data. PSTs' written analysis of an expert teacher's teaching video, colleague PSTs' demo-teaching video, and own demo-teaching video were also collected and analyzed. Findings showed that most PSTs' noticing level improved as the class progressed and showed a pattern of focusing on each key aspect in terms of the Teaching for Robust Understanding of Mathematics (TRU Math) framework, but their reasoning strategies were somewhat varied. This suggests that the TRU Math framework can support PSTs to improve the competency of 'what to attend' among the noticing components. In addition, the instructional reasoning strategies imply that PSTs' noticing reasoning strategy was mostly related to their interpretation of noticing components, which should be also emphasized in the teacher education program.

**Key words:** noticing, noticing level, lesson analysis, pre-service teacher, teaching for robust understanding of mathematics

## 예비 수학교사의 수학적 사고 중심 수업에 관한 노티싱 역량 탐색

김희정\*

고려대학교 조교수

\*교신저자: 김희정 (heejeongkim@korea.ac.kr)

## 초록

노티싱(noticing, 주목하기)은 교사의 전문성 신장에서 핵심 역량으로 주목받아왔다. 교사의 노티싱이란 교수-학습 상황과 같이 교사가 접하고 있는 상황에서 특정한 현상이나 사물에 주의를 기울이고 그에 대한 해석과 추론을 기반으로 의사결정을 하는 능력으로 초임 교사의 노티싱과 전문가 교사의 그것은 그 양상이 다름이 많은 연구에서 밝혀져 왔다. 노티싱의 구성요소로는 선택적 주의집중과 그와 관련한 교수학적 추론, 그리고 그에 따른 반응을 결정하기로 구성되어 있으며, 전문가 교사로 성장하기 위해 노티싱은 교사가 개발해야 할 전문 역량 중의 하나로 최근 들어 교사 교육과 교사 전문성 신장 분야에서 핵심적인 위치를 차지하고 있다.

본 연구의 목적은 예비 중등 수학교사의 수학 수업에 대한 노티싱 역량을 탐색하고, 이를 통해 예비 교사의 전문 역량 신장 방향에 대한 시사점을 제시하는 데 있다. 연구 목적을 달성하기 위해 수학교과교수법 강의에 참여한 17명의 예비교사의 '수학적 사고 중심 수업'에 대한 노티싱 수준을 강의 초반, 중후반, 말미와 같이 다양한 지점에서 다양한 데이터를 수집하였다. 강의 초반에는 좋은 수학 수업에 관해 논의한 후 작성한 에세이, 수업 중후반부에 실시했던 우수 수업을 분석한 수업 분석록, 동료의 수업을 분석한 수업 분석록, 그리고 학교현장실습이 끝난 후 수업 말미에 본인의 수업을 성찰하고 분석한 수업 분석록을 연구 자료로 수집하였다. 수집한 자료는 '효과적인 수학 수업을 위한 프레임(Teaching for Robust Understanding of Mathematics Framework; 이하 TRU Math 프레임)을 기반으로 하여 노티싱의 수준을 코딩할 수 있도록 개발한 '수학적 사고 중심 수업을 위한 노티싱 수준 프레임'을 적용하여 자료 분석을 진행하였다.

Received February 24, 2022

Revised March 07, 2022

Accepted March 18, 2022

2000 Mathematics Subject Classification : 97B50

Copyright © 2022 The Korean Society of Mathematical Education.

This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

분석 결과, 대부분의 예비교사들의 노티싱 수준은 강의가 진행됨에 따라 향상되었고, 수학적 사고 중심 수업(또는 효과적인 수학 수업)과 관련한 다섯 가지 핵심 측면에 집중되는 양상을 보였다. 특히, ‘수학적 사고 중심 노티싱 수준 프레임’에서 제시된 각각의 측면들은 예비교사들의 노티싱의 구성 요소 중 ‘무엇에 주목할 것인가’에 대한 역량 함양에 대한 함의점을 제시하고 있음을 알 수 있었다. 즉, 강의 초반 어떤 수업이 좋은 수학 수업의 모습일지에 대해 논의를 충분히 하고 논의의 결론도 어느 정도 합의가 되었다고 하였지만, 각 개별 에세이에 나타난 ‘무엇에 주목할 것인가’와 관련한 분석은 다소 다양하거나 핵심적인 측면 한 두가지만 노티싱을 하고 있는 것으로 보였다. 그러나 TRU Math 프레임을 이용하여 수업을 관찰하고 분석하는 활동을 통해 예비교사들의 ‘무엇에 주목할 것인가’와 관련한 선택적 주의 집중의 수준은 향상됨을 알 수 있었다. 이는 명시적인 가이드라인이나 좋은 수업 사례, 이론에 기반한 분석들을 이용하여 깊이 있는 분석과 논의 및 성찰이 예비교사의 노티싱, 특히 ‘무엇에 주목할 것인가’와 관련한 역량 신장에 도움이 됨을 시사하고 있다. 한편, 주의 집중한 것에 대한 해석하기 및 분석하기와 관련 있는 교수학적 추론은 그 양상이 수집한 자료들 사이에 다소 다양하게 나타났다. 이는 기존의 연구에서 보고하고 있듯이 단순히 무엇에 주목해야 하는 지를 언급하는 것만으로는 노티싱 및 수업 역량을 신장하는데 도움이 되지 않으며, 구체적인 근거를 기반으로 수업 상황을 분석하고 자세히 설명함으로써 예비교사의 노티싱의 또 다른 구성요소인 교수학적인 추론 역량과 함께 수업 역량을 향상시킬 수 있다는 시사점을 제공한다.

**주요어:** 노티싱, 노티싱 수준, 수업 분석, 예비교사, 수학적 사고 중심 수업

## 서론

최근 10여년간 교사 교육 연구 분야에서 교사의 노티싱(noticing, 주목하기) 능력이 교사가 길러야 할 핵심 전문 역량 중의 하나로 주목받아왔다. 노티싱이란 한 개인이 어떠한 상황에서 특정한 사물이나 현상에 주의를 기울이고 그에 대한 해석과 추론을 바탕으로 의사결정을 하는 메커니즘을 말한다(Erickson, 2011; Mason, 2002; van Es & Sherin, 2002). 교사와 같이 복합적인 상황에서 지식집약적인 의사결정을 내려야 하는 전문 역량이 필요한 개인에게 노티싱 역량이란, 교수-학습 상황과 같이 전문가가 접하고 있는 상황에서 중요하다고 여겨지는 현상에 주의를 기울이고 그에 대한 적절한 해석에 기반한 교수학적 의사결정을 할 수 있는 역량이라고 할 수 있다. 즉, 교사는 다인수 학습에서 교사와 개별 학생들, 학생들과 수업내용, 교사와 수업내용, 더 나아가 이러한 상호작용 사이에서의 또 다른 상호작용을 포함한 복잡한 현상으로 대표되는 수업 혹은 교수-학습 활동이라는 상황에서 수업의 본질인 학생들의 학습과 관련된 핵심적인 현상에 주의를 기울이고 그에 대한 교수학적 이해와 추론을 바탕으로 빠르게 의사결정을 하면서 학생들의 배움이 일어날 수 있도록 수업을 진행해야 하기에 교사의 전문성 신장에서 그 중요성이 지속적으로 제기되고 있다(Kim et al., 2017; Schoenfeld, 2011; Sherin et al., 2011).

국내·외의 수학교육연구에서 교사의 노티싱 역량의 중요성이 대두되고 있어 그와 관련된 연구가 점차 활발히 진행되고 있음에도 불구하고, 예비교사나 현장의 교사들에게 노티싱은 아직 낯설은 개념이고, 국내의 교사교육이나 교사연수 현장에서도 구체적으로 다루고 있는 사례를 접하는 것이 쉽지 않다. 또한, 어떠한 수업이 좋은 수학 수업인지에 대한 관점과 관련해서도 연구와 실제 현장 간의 간극이 존재한다. 따라서 교사의 전문성 신장에 중요한 역할을 하는 노티싱 역량 개발과 관련한 교사교육과 그와 관련된 연구를 통해 연구와 실천의 간극을 좁히고 예비교사와 현장교사의 전문 역량의 신장에 함의점을 도출할 필요가 있다.

본 연구의 목적은 예비 중등 수학교사들이 수학 수업 분석과 수업 성찰 등의 주요 활동으로 설계된 수학교과교수법과 수업에 참여하는 과정에서, 좋은 수학 수업과 관련한 노티싱의 변화 과정과 그 양상을 탐색하는 데 있다. 예비 교사들은 ‘좋은 수학 수업이 무엇이고 이를 구성하는 원리는 어떠한 것이 있는가’의 질문을 시작으로 예비 수학교사들의 좋은 수학 수업에 대한 비전의 개발—즉, 이론에 기반하여 개발된 프레임을 통해 그들의 비전의 범위를 교실 수업으로 하되, 그 초점을 명확히 하고, 실제 수업 실천과 비전과의 거리를 좁히는 비전의 개발(Hammerness, 2003; Kim, 2020)—을 통해 좋은 수학 수업이란 학습자의 수학적 사고를 개발하기 위한 교수-학습의 여러 측면을 고려한 ‘수학적 사고 중심 수업’이며, 그 의미와 비전을 명확히 하는 과정을 거쳤다. 따라서 본 연구에서 의미하는 ‘좋은 수학 수업’은 ‘수학적 사고 중심 수업’을 뜻하고 있으며 이에 대한 이론적 배경과 이를 구성하는 구성개념(construct)에 대해서는 다음 절에서 자세히 논의하고 있다. 본 연구에서 수행한 예비교사의 노티싱 역량에 대한 다차원적인 분석은 교사 교육에서 예비교사의 교수학적 추론을 기반으로 한 노티싱 및 수업 역량 강화의 지점과 교사 교육 프로그램 개발 및 교사 전문성 신장 프로그램 개발에 시사점을 줄 것이다.

## 이론적 배경

본 연구는 예비교사의 ‘수학적 사고 중심 수업’에 관련한 노티싱 역량을 탐색하고 있으므로, 이 장에서는 크게 두 부분의 이론적 배경에 대해 논의하고자 한다. 첫 번째는 교사의 노티싱과 관련한 선행 연구를 분석하고 노티싱의 구성개념과 같은 이론적 기반에 대해 논의한다. 두 번째는 ‘좋은 수학 수업’과 관련한 ‘수학적 사고 중심 수업’에 관한 이론적 배경과 그 기틀에 대해 논의한다.

### 교사의 노티싱

교사의 노티싱에 대한 연구는 Goodwin (1994)의 논문과 인지심리학 연구에 근간하여 Sherin과 van Es가 노티싱을 정의하고, 초보 수학교사가 교실 수업에 주목하고 해석하는 능력을 신장시키는 과정 등을 연구하면서 수학 교사의 전문 역량에 필수적인 요소로 수학교육에서 주목을 받기 시작하였다(van Es & Sherin, 2002; 2008). 초보 수학교사는 전문가 교사와는 달리 교실 수업에서 주목하는 특정한 사건이나 상황이 교수·학습에 핵심적이기 보다는 부수적인 경향을 보이며, 주목한 현상에 대해 의미 있는 교수학적 추론을 도출해 내지 못한다. 다시 말하면, 전문가 교사들은 초보 교사들보다 학생의 수학적 사고와 같이, 교실 수업 상황에서 보다 의미 있는 교수·학습 현상에 주의를 기울이며, 자신의 전문적 지식에 기반하여 교수학적인 해석을 하여 그를 보다 일반적인 교수·학습의 원리에 연결할 수 있다고 보았다(Sherin & van Es, 2009; van Es & Sherin, 2008).

한편, Jacobs 외 (2010)는 이후 학생 사고에 관한 전문적 노티싱(professional noticing of children’s mathematical thinking) 개념을 소개하며, 노티싱을 다음의 세 가지의 구성요소가 연결되어 있는 전문 역량으로 제안하였다. 첫째, 학생의 수학적 전략에 주의 집중하기(attending), 둘째, 학생의 수학적 이해를 해석하기(interpreting), 셋째, 학생의 수학적 이해를 기반으로 어떻게 반응할지 결정하기(deciding how to respond)가 그것이다. 이러한 전문적 노티싱 개념은 van Es와 Sherin의 연구에서는 노티싱을 교실 수업 상황에서 교사의 주의집중과 그를 해석하고 교수학적인 추론을 하는 것으로 제안하였다면, Jacobs와 동료들은 학생들의 수학적 사고라는 특정한 범위 안에서 그것에 주의 집중하고 교수학적인 의사결정을 내리기 위해 해석하며 어떻게 반응할지 결정하는 것까지 제안하였다. 이후 노티싱 연구가 진행되면서, van Es와 Sherin (2021)은 그들의 기존 연구의 데이터를 재분석하여 노티싱 프레임에 수정하였는데, 주의 집중하기(attending)과 해석하기(interpreting)과 더불어 구성하기(shaping)를 추가하였다. 또한 각 구성요소에 대해 기존의 프레임에서 추가적인 설명을 덧붙였다. 주의 집중하기(attending)에는 중요하다고 생각하는 것에 선택적 집중하는 것 뿐만 아니라 덜 중요하다고 생각하는 것을 무시하기를 포함하였다. 해석하기(interpreting)에는 관찰된 특성을 개인의 지식과 경험에 근거하여 해석하는 것 뿐만 아니라, 관찰된 현상에 대한 지속적인 탐구하기를 포함하였다. 수정된 프레임에 새롭게 추가된 개념구성인 구성하기(shaping)는 주위 환경 및 상황과 활발하게 상호작용하면서 추가적인 정보에 접근하는 것을 지칭하고 있다. 이렇게 상황과 상호작용을 통해 추가적으로 구성한 정보는 다시 주의 집중하기와 해석하기의 대상이 되면서 노티싱의 메카니즘을 지원하게 된다.

노티싱은 한편으로는 교사의 수업 성찰과도 깊게 관련이 있다(Barnhart & van Es, 2015; Lee & Lee, 2018; Pang et al., 2017; van Es & Sherin, 2008). 본인의 수업에서 의미 있는 사건을 선택하여 주목하고 그 의미를 해석하는 과정에서 교수·학습과 관련한 핵심적인 측면을 노티싱할 수 있는 역량이 길러지며 그러한 과정이 일련의 수업 분석이자 수업 성찰이다. 예비교사를 포함한 수학 교사들은 이러한 수업 분석과 수업 성찰을 통해 본인의 수업 실천 역량이 길러진다(Feiman-Nemser, 2001; Hiebert et al., 2007; Lampert, 2010). 이러한 수업 분석과 수업 성찰을 통해, 교실의 상황을 보다 더 복합적으로 주목하고 이해할 수 있는 교사의 수업의 질이 더 우수하며 그 수업에 참가한 학생들의 학습의 효과가 더 높다는 연구(예: Kersting, 2008; Kersting et al., 2012)에서도 알 수 있듯이 노티싱은 예비교사와 초보교사가 길러야 할 핵심적인 역량으로 자리매김하고 있다.

따라서 노티싱은 교사가 어떤 수업이 좋은 수업인지를 인지하는 것만으로도 전문 역량으로서 주목해야 하는 요소이지만, 지속적인 탐구와 분석을 통한 추론, 성찰과 의사결정을 통해 수업을 실천하는 전문가로서 교사가 길러야 할 전문 역량이기도 하다. 본 연구에서 말하고자 하는 노티싱은 교실 수업 상황에서 교수·학습의 핵심적인 측면에 대한 것을 말하므로 Sherin과 van Es의 프레임에 기반하여 개념구성을 하였다. 즉, 본 연구에서 제시하고 있는 ‘수학적 사고 중심 수업에 관한 노티싱’이란 수학 교수·학습 이론에서 추구하고자 하는 각각의 측면의 핵심적인 교수·학습 현상에 주의를 기울이고, 그에 대하여 구체적인 근거를 제시하여 이해를 하

고, 그에 더 나아가 일반적인 교수·학습 원리에 입각하여 적절한 교수학적인 추론을 하는 것을 말한다. 이러한 교수학적인 추론을 기반으로 한 노티싱은 상황과 상호작용을 통해 지속적인 정보에 접근하기 위한 구성하기와 주목한 것에 대해 어떻게 반응할지 결정하는 것까지를 노티싱의 구성요소로 제안하고 있고, 본 저자도 동의하고 있지만(Kim, 2017), 본 연구에서는 예비교사의 실제 수업 상황이 아닌 그들의 담론과 모의 수업 분석을 통한 ‘수학적 사고 중심 수업’에 관한 노티싱을 탐색하고 있기에 van Es와 Sherin의 프레임인, 교수학적 추론 기반 노티싱에 초점을 두었다. 본 연구에서의 노티싱의 구성요소에 대한 개념적 틀은 다음 Figure 1과 같다.

<b>선택적 주의 기울이기</b>		수학 수업에서 중요하다고 생각하는 상황이나 사건을 구별하고 선택하는 등, 핵심적인 교수학습 현상에 주의를 기울이기
<b>교수학적 추론</b>	<b>분석하고 이해하기</b>	선택적으로 주의를 기울인 상황이나 사건에 대해 교수학적인 지식을 기반으로 분석하고 해석하는 등, 핵심적인 교수학습 현상 이해하기
	<b>일반교수학습 원리 연결 추론</b>	관찰된 특성에 대한 이해를 기반으로 구체적인 근거와 일반적인 교수학습원리를 연결하여 교수학적으로 추론하기

Figure 1. Noticing components in the study.

### 수학적 사고 중심 수업을 위한 원리와 필수 측면

‘수학적 사고 중심 수업’이란 학생들의 수학적 사고 및 개념적 이해를 계발하는 것을 목표로, 적절한 발문을 통해 학생들 스스로의 생각을 일깨우고, 다양한 수학적 표현과 전략들을 이용하도록 유도하며, 다른 학생들의 추론을 비판하고 본인의 추론을 정당화하는 기회가 충분한 수업을 말한다. 이러한 수학적 사고 중심 수업에 대한 요구는 국내외적으로 지속적으로 있어왔다(교육부, 2015; CCSSM, 2010; NCTM, 2000). 교사의 일방적 설명과 지식전달 중심의 수업에서 벗어나 학생들의 수학적 사고를 수업에서 명시적으로 드러내고, 이를 수업의 풍부하고도 생산적인 논의의 자원으로 활용하여 궁극적으로 다양한 수학적 사고를 촉진하는 ‘수학적 사고 중심 수업’의 중요성과 사회적 필요성에도 불구하고, 가르침의 복잡성에 더해 수업을 하는 순간의 지식 집약적인 의사결정의 어려움까지 더해 초보교사나 예비교사들은 이러한 수업을 실천하기가 어려울 뿐더러(Heaton, 2000; Kim, 2017; Lampert, 2001; Schoenfeld, 2011; Sherin, 2002) 국내의 현장에서는 어떠한 수업이 수학적 사고 중심 수업인지에 대한 명확한 담론이나 현장 공동체의 공통된 이해가 부족한 현실이다. 따라서 수학적 사고 중심 수업에 대한 이론적 틀과 근거 사례를 제시하는 것이 교사교육에 중요한 역할을 한다. 본 연구에서는 수학적 사고 중심 수업을 위한 이론적인 근거를 제시하는 것과 동시에 수학적 사고 계발을 장려하는 핵심 원리로서 ‘효과적인 수학 수업의 필수 측면 프레임’을 소개하고자 한다<sup>2</sup>.

1 “학생/학습자 중심 수업”이라는 용어를 국·내외적으로 이용하기도 하나, 이는 용어를 사용하는 사람들마다 제각기 다른 의미를 내포한다. 수학적으로 풍부한 논의가 없이 활동 중심이나 학습자의 발표만으로 구성된 수업과 구분하기 위해, 본 연구에서는 학생들이 수학 수업 시간에 끊임없이 수학적 탐구를 하고 수학적 논의를 하는 등, 다양한 교수·학습법을 통해 수학적 사고 및 개념적 이해를 계발하는데 근본적인 목적을 둔다. 특히, 학생들의 수학적 사고가 교사의 발문으로 인해 명시적으로 드러나, 이를 수업의 생산적인 논의의 자원으로 이용하면서, 궁극적으로는 이를 기반으로 수학적 사고를 촉진하고 계발하는 수업을 지칭하고 있어 “수학적 사고 중심 수업”이라는 용어로 구체화하여 사용하였다.

2 본 연구에서는 ‘효과적인 수학 수업의 필수 측면 프레임’을 이론으로만 접근하는 것이 아니라 분석틀을 이용하여 예비교사 본인과 동료의 수업, 그리고 우수 수업을 체계적으로 분석하고 성찰하면서 예비교사의 수학적 사고 중심 수업을 포함한 좋은 수학 수업에 관한 노티싱 역량을 계발하고자 하였다. 따라서 이론적 배경과 연구 방법에 나누어 서술하였다. 또한 수업을 분석할 수 있는 틀(TRU Math Rubric; Schoenfeld and the Teaching for Robust Understanding Project, 2016), 교사 연수를 위한 가이드(Baldinger et al., 2016)로 구성이 되어 있어 교사들의 수업 분석과 수업 성찰을 통해 교실 수업 개선에 이용할 수 있다.

효과적인 수학 수업을 위한 필수 측면 프레임( Teaching for Robust Understanding of Mathematics, 이하 TRU Math 프레임; Schoenfeld et al., 2016)은 단순히 수학 지식 전달에 효과적인 수업이 아닌, 학생들의 진정한 수학적 이해(robust understanding of mathematics)를 계발하기 위한 수학 수업의 모습은 무엇인지에 대한 의문에서 출발하여 개발한 틀이다(Kim, 2017; Schoenfeld et al., 2014; Schoenfeld et al., 2011). 이 틀은 교수·학습 이론 및 문헌 연구에 기반하고, 반복적인 교실 수업의 관찰 분석 및 개발 과정을 통해 교실 수업에서의 교수·학습에 필수적인 요소들을 포함하면서도 상대적으로 단순한 구조를 통해 수학적 사고 중심 수업과 관련한 이론적인 근거와 방향성을 제안하고 있다. 즉 본 연구에서 의미하는 효과적인 수학 수업은 ‘수학적 사고 중심 수업’을 의미하며 이를 위한 필수 측면 프레임은 다음 Table 1과 같이 다섯 가지 측면으로 구성되어 있다.

**Table 1.** Five dimensions of the Teaching for Robust Understanding of Mathematics (TRU Math) framework (Schoenfeld, 2018, p.3).

Dimensions	Descriptions
The Mathematics	The extent to which classroom activity structures provide opportunities for students to become knowledgeable, flexible, and resourceful disciplinary thinkers. Discussions are focused and coherent, providing opportunities to learn disciplinary ideas, techniques, and perspectives, make connects, and develop productive disciplinary habits of mind.
Cognitive Demand	The extent to which students have opportunities to grapple with and make sense of important disciplinary ideas and their use. Students learn best when they are challenged in ways that provide room and support for growth, with task difficulty ranging from moderate to demanding. The level of challenge should be conducive to what has been called “productive struggle.”
Equitable Access to Content	The extent to which classroom activity structures invite and support the active engagement of all of the students in the classroom with the core disciplinary content being addressed by the class. Classrooms in which a small number of students get most of the “air time” are not equitable, no matter how rich the content: All students need to be involved in meaningful ways.
Agency, Ownership, and Identity	The extent to which students are provided opportunities to “walk the walk and talk the talk”—to contribute to conversations about disciplinary ideas, to build on others’ ideas and have others build on theirs—in ways that contribute to their development of agency (the willingness to engage), their ownership over the content, and the development of positive identities as thinkers and learners.
Formative Assessment	The extent to which classroom activities elicit student thinking and subsequent interactions respond to those ideas, building on productive beginnings and addressing emerging misunderstandings. Powerful instruction “meets students where they are” and gives them opportunities to deepen their understandings.

첫 번째 측면은 수학적 측면으로, 교과 수업에서의 교과의 핵심 내용과 그와 관련된 수학적 실천 측면이다. 수학 학습목표 및 수업에서 다루고 있는 핵심적인 수학적 아이디어 및 개념이 학습자의 목표 수준에 적절해야 하고, 과거에 배운 내용과 미래에 배울 내용 사이에 연관성 있게 제시되어야 한다. 또한 수학 내용적 측면 뿐만 아니라, 수학적 실천(mathematical practices)에 참여할 수 있도록 해야 하며, 우리나라 교육과정상에서는 수학 교과 역량을 기를 수 있는 기회를 주고 있는지도 이에 포함된다고 볼 수 있다. 수학 수업이므로 교과 내용으로서 수학이 첫 번째 필수 측면이지만, 이 측면의 세부적인 내용을 보면, 핵심 수학적 아이디어의 연결성과 학습목표의 적절성이 중요한 요소로 여겨진다. 탄탄한 국가 교육과정을 지니고 있는 한국의 맥락에서는 어쩌면 당연할 수도 있지만, 50개의 개별 주마다 교육 정책을 달리 하고 있는 미국의 국가적 교육 맥락에서는 핵심 수학적 아이디어들 간의 연결성이 느슨하거나 간혹 무엇이 핵심 수학 목표인지 수학 수업에서 식별하기 어려운 경우도 있어(CCSSM, 2010), TRU Math는 이런 핵심 수학적 아이디어들의 연결성과 핵심 수학 목표의 명료화 등을 강조하고 있다. 또한 1989년과 2000년에 전미수학교사협회(NCTM)에서 발의한 표준들(Standards)과는 달리 미국 공통 핵심 기준(Common Core State Standards for Mathematics; CCSSM, 2010)은 미국 전역의 대부분의 주(2022년 현재 45개주)에서 채택을 하고 있어 국가교육과정 격을 지닌다고 볼 수 있다. 이 미국 공통 핵심 기준에서는 수학적 내용도 중요하지만 수학적 실천 측면을 강조하고 있으며, 이는 수학적으로 유능한 학생에게 기대되는 실천이나 수학자들이 수학을 행할 때의 실천을 말한다. 수학적으로 이해하고 끈기있게 문제를 해결하기, 추상적이고 정량적으로 추론하기, 주장을 구성하고 다른 사람의 추론을 비판하기, 반복된 추론에서 규칙성을 찾고 나타내기 등이 이에 포함된다(CCSSM, 2020; Chang, 2012). 이는 국내의 맥락으로 살펴보면, 우리나라 교육과정에서 제시하고 있는 핵심 아이디어와 수학 교과 역량과 연관이 있다고 볼 수 있다.

두 번째 측면은 인지적 요구 측면으로 교실 활동이 학생들이 수학적 개념을 이해하는 데 개념적 풍부성이나 문제 해결의 도전적 가능성을 제공하고, 교사의 도움이 생산적인 고민을 통해 수학적 이해를 구축하고 수학적 실천에 참여할 수 있도록 해야 한다는 것이다. Stein과 동료들의 여러 연구들(Henningsen & Stein, 1997; Stein et al., 1996; Stein et al., 2008)에서 수학 과제의 수준을 제시하였는데, 가장 높은 수준의 과제는 수학 행하기(doing mathematics)이며 가장 낮은 수준의 과제는 단편적 수학 내용을 사용하거나 절차적 암기 수준으로 제시하였다. 수학 행하기 수준의 과제는 학생들의 심도 있는 이해를 위하여 수학 개념을 이해하고 아이디어들간의 관련성을 탐구하고, 문제 해결 과정이 강조되는 수준이다. 이러한 과제 자체의 측면 뿐만 아니라, 교사는 발문을 통해서도 학생들에게 요구되는 인지적 사고 수준을 높일 수 있는데, 학생들의 상호간에 또는 개인의 수학적 사고를 계발 및 구축할 수 있도록 하는 발문과 도움(scaffolding)을 통해 학생들의 생산적 고민을 통한 사고 계발에 도움을 줄 수 있다(Anderson & Krathwohl, 2001). 따라서 이 측면에서 제시하고 있는 수학 교수학습의 원리는 학생들이 수학적 사고와 행하기를 할 수 있는 수학 과제의 제시와 이러한 과제를 통해 학생들이 수학적으로 생산적인 고민을 통해 사고를 신장하는 것을 강조한다.

TRU Math에서 제시하고 있는 세 번째 측면은 수학 내용에 대한 접근성 측면으로 질 높은 수학 학습의 공평한 기회와 관련이 깊다. 미국의 모든 학생을 위한 수학(mathematics for all)은 미국의 기준(NCTM, 1989; 2000)과 핵심 공통 기준(CCSSM, 2010)에서도 지속적으로 강조해 왔으며, 인종과 사회경제적 지위 등에 따른 교육의 격차는 개별 학습자들에게 주어진 배움의 기회에 대한 접근성(access)의 격차에 기인한다는 최근의 연구(Oakes et al., 2001)에 그 기반을 두고 있다. 모든 학생들이 수학적 아이디어에 대해서 탐구하고 말할 기회가 주어졌는가? 남녀합반의 수업에서 여학생들보다 남학생들에게 더 많은 발표 기회가 부여된 것은 아닌가? (American Association of University Women, 1992) 백인 중산층만의 문화가 아닌 다양한 가정 문화 및 가정에서 사용하는 언어가 영어가 아닌 곳에서 축적된 지식과 수학적 이해를 학교 수학 수업에 가져온 학생들에게도 질적으로 높은 수준의 수학적 기회가 부여되고 이에 접근할 수 있는가? (Zevenbergen, 2000) 등에 대한 연구가 지속적으로 있어 왔으며 안타깝게도 질 높은 수학 학습의 기회가 고르게 접근하지 못하다는 것이 연구 결과에 나타난다. 다인수로 구성된 교실 수업 환경에서는 각 개별 학습자의 학습을 촉진하는데 교사의 많은 고민과 노력이 필요하며, 모든 학생들이 수업에 참여할 수 있도록 수업의 구조를 다양하게 구성하거나 협력적 학습의 기회와 개별 학습자에게 학습의 기회를 차별없이 부여해야 한다.

네 번째 측면은 행위주체성, 자주성 및 긍정적 정체성 측면으로 학생들의 활발한 수학 수업의 참여와 토론을 통해 개별 학생들의 행위주체성과 자주성을 기를 수 있고, 이러한 작은 성공 경험을 통해 수학 학습에 대한 긍정적 정체성도 기를 수 있다는 연구에 기반한다. 학생들이 수학 수업에 다양한 형태로 참여하면서, 스스로를 수학을 하는 사람(doers of mathematics)라고 여기게 되며, 이는 행위주체성(agency)을 기르는 것이다(Engle, 2011; Engle & Conant, 2002). 학생들은 토론에 참여하면서 본인의 수학적 아이디어를 발표 및 공유하게 되고, 이를 통해 아이디어에 대한 소유권(ownership)과 권위(authority)를 부여 받게 된다. 이는 자주성과 긍정적 정체성을 기르는 것과 관련이 깊다. 수학적 논의에 참여하면서 본인의 주장을 정당화 하고 다른 사람의 주장에 비판적인 추론을 하는 등의 책무성 대화에 참여하면서, 행위주체성, 자주성, 긍정적 정체성을 기를 수 있게 된다(Resnick et al., 2010). 즉, 수학 수업에서 본인의 사고와 추론에 대해서 설명하고 정당화 하는 것을 통해 수학적 실천에 참여함으로써 이러한 행위주체성, 자주성, 긍정적 정체성을 기를 수 있으며 이는 수학 학습에 매우 중요한 부분이다.

마지막으로 다섯 번째 측면은 형성적 평가의 측면으로 원문은 Formative Assessment Dimension으로 제시하고 있으나, 형성 평가라는 용어가 국내의 맥락에서는 평가적인 측면이 강조되는 경향이 있어 수업에서 학생들의 사고를 촉진하고 이에 대한 생산적인 피드백을 주거나 학생들의 오개념이 수학적 논의의 자원으로 사용하도록 하는 ‘반응적 교수(Responsive teaching; Kim, 2015; Coffey et al., 2011)’와 일맥상통하여 이 두 용어를 혼용하여 제시하였다. 형성적 평가(formative assessment)는 수업과 평가가 분리되어서는 안 되고, 학습을 위해 평가가 이용되어야 한다는 개념으로(Shepard, 2000), 학생들의 수학적 사고가 수업의 중심이 되어 수업의 방향성을 결정해야한다(Black & Wiliam, 1998). 즉, 교사는 수업 중에 발문과 질문을 통해 학생들이 무엇을 이해하고 있고, 이해하고 있지 못한지를 수집하고 이해하여 개별 학습자와 전체 학습자의 수학적 사고를 촉진할 수 있는 피드백이나 전체 논의 등을 통한 적절한 지원을 해야 한다.

이 다섯 가지 측면은 본 연구에서 예비교사들이 교수-학습 이론에 기반하여 좋은 수학 수업이 어떠한 측면들로 구성되어 있는지에 관한 이론적인 근거가 되었으며, 수학적 사고 중심 수업에 관한 노티싱을 계발하는데 근거를 제시해주고 있다. 또한 효과적인 수학 수업의 다섯 가지 필수 측면의 관찰 평가 기준(TRU Math Rubric)은 우수 수업을 분석하는 참관록을 만드는 기준으로 이용되었으며, 본인과 동료의 모의수업을 분석하기 위하여 예비교사 모의 수업 분석용 참관록도 고안하여 이용하였다. 이와 관련한 자세한 방법론적인 측면은 다음의 연구 방법 장에서 서술한다.

## 연구 방법

### 연구 대상과 연구 맥락

본 연구는 “Noticing and Responsive Teaching Project”의 일환으로, 서울시 소재 한 사범대학의 수학교육과 4학년 과목인 수학교과 교수법 강의에 참여한 17명의 예비 중등 수학교사의 참여로 진행이 되었다. 수학교과교수법 강의는 예비교사의 학교현장 역량 중, 수업 실천 역량의 질적 향상의 강화를 목적으로 전공 교과과정 개편을 통해 2017학년도에 신설되었다. 수학교과교수법 강의의 목표는 다양한 교수법에 대한 이론적 배경 고찰, 최신 수학교실수업 개선에 관한 세계적 동향 및 국내 동향 탐구, 현장교육실습과의 연계 강화, 좋은 수학수업에 관련한 이론 연구 및 실제 수업에의 탐구된 교수법 적용 등으로 설정하여 설계되었다. 연구에 참여한 예비교사들은 2018학년도 강의를 수강한 4학년 17명(여, 8명, 남 9명)으로 구성되어 있다. 이들은 1명을 제외하고 16명 모두 이 강의를 듣기 전에 현장교육실습의 경험이나 수업분석 등의 경험은 갖고 있지 않았다.

본 강의는 현장교육실습과 연계된 과목으로 총 15주의 수업주차 중, 강의의 중후반부인 10주~13주차에는 현장교육실습에 참여하였으며, 개괄적인 수업 단계는 다음 Table 2와 같다.

**Table 2.** Overview of the mathematics teaching methods course.

Beginning part (week1 – week 3)	First-middle part (week 4 – week 9)	Second-middle part (week 10 – week 13)	Final part (week 14 – week 15)
<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Reading theory of what aspects of making effective/good mathematics classrooms; and Discussing on them.</li> <li>○ Designing effective mathematics classrooms.</li> <li>○ Exploring effective mathematics teaching methods.</li> <li>○ Introducing TRU Math framework</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Demo-teaching of each lesson study group</li> <li>○ Reflection on own demo-teaching and Providing feedback to other groups on their demo-teaching</li> <li>○ Collective reflection on demo-teaching</li> </ul>	Field experience (Analyzing actual students' mathematical thinking)	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Introducing how to analyze classroom videos with TRU Math framework</li> <li>○ Analyzing “high quality mathematics classroom with TRU Math framework</li> <li>○ Analyzing colleague preservice teachers' demo-teaching with TRU Math framework</li> <li>○ Analyzing own demo-teaching with TRU Math framework</li> </ul>

수학교과교수법 강의를 통해 예비교사들은 좋은 수학수업이 무엇인지, 수학적 사고 중심 수업이란 무엇인지 성찰해 본 후, TRU Math 프레임워크를 안내하고 각 측면에 대한 이론들에 대해서 탐구하여 수학적 사고 중심 수업에 대한 의미를 명확히 하였다. 모의수업 및 현장교육실습을 진행한 이후의 후반부 강의에서는 TRU Math 프레임워크를 예비교사용 모의수업 분석틀로 수정한 분석틀을 적용하여 우수 수업과 본인의 수업을 분석하는 기회를 가졌다. 이러한 일련의 총체적인 과정의 설계 원리(design principles)는 예비교사들의 좋은 수학 수업에 대한 노티싱 역량의 강화—특히, 학습자의 수학적 사고 중심을 수업을 구현하기 위해 어떤 것에 주의 집중하고(attending), 선택적 주의집중을 기반으로 교수학적인 추론(instructional reasoning)을 하는 역량의 강화—를 추구하였다.

## 자료 수집

본 연구를 위한 주요 분석 자료는 17명의 예비교사들의 좋은 수학수업과 관련된 논의를 한 대화록을 기반으로 한 개인 에세이, 우수 수업을 분석한 수업분석록, 본인의 수업을 분석한 수업분석록, 그리고 동료 예비교사의 수업을 분석한 수업분석록이다. 수업 성찰문, 학습자 수학적 사고 분석록 등은 각 예비교사의 노티싱 양상을 해석하는데 보조 자료로 이용되었다.

수학교과교수법 강의의 첫 주차에 현장실습교육을 앞두고 있는 예비교사들(즉, 사범대학 4학년 학생들)이 좋은 수학 수업에 대하여 어떠한 관점과 전문가적 비전을 가지고 있는지 확인하고 그에 기반하여 그들의 전문가적 비전과 노티싱 역량을 신장시키는 방향으로 강의를 진행하기 위하여 ‘좋은 수학 수업’이 무엇이라 생각하는지 모둠별 논의와 전체 토론을 하는 활동을 진행하였다. 이러한 모둠별 논의의 주요 아이디어는 아이디어의 유동성을 위하여 포스트잇으로 정리를 하여 최종 아이디어는 포스터에 고정하여 발표하였다. 이러한 모둠별 활동을 한 후, 각자 개인별로 생각하고 있는 ‘좋은 수학 수업’은 어떠한 요소를 갖추고 있는지에 대한 에세이를 쓰는 활동을 하였으며, 이 에세이는 강의 초반부의 주요 분석 자료로 이용되었다.

이후 강의 2주차에는 예비교사들 각자가 가지고 있는 좋은 수학 수업에 관한 관점과 전문가적 비전을 바탕으로 “효과적인 수학수업의 다섯 가지 필수 측면 프레임(TRU Math 프레임)”을 소개하였다. 그리고 각 측면에 대해 깊이 있는 논의를 통해 각자의 관점과 TRU Math 프레임과의 공통요소를 분석해보는 활동을 하였다. 또한, 논의의 결론으로 TRU Math 프레임을 통해 ‘좋은 수학 수업’이 의미하는 바는 결국 다섯 가지 측면을 교수·학습의 원리로 삼아 궁극적으로 학생들의 수학적 사고를 촉진하고, 다양한 학생들의 다양한 수학적 사고가 논의로서 연결되는 ‘수학적 사고 중심 수업’에 대해 깊이 있는 논의를 갖고 정리해 보는 활동을 하였다. 강의 중 반부에는 모둠별 수업공동체적 교재연구를 통해 각 주제별로 3명씩 5모둠 및 미적분 주제를 맡은 한 모둠에는 2명으로 총 6모둠이 공동으로 교재연구를 하고 수업 지도안을 작성한 후, 팀티칭의 형식으로 모의수업을 진행하고 공동체적 수업나눔과 수업비평 활동을 진행하였다. 이러한 수업 중반부의 활동은 예비교사의 현장역량 중 수업 역량의 강화 활동을 한 것이며, 공동체적 수업비평 활동을 통해 전문가적 안목을 계발하는 활동이기도 하였다. 이후, 강의의 중후반부에는 부·병설 중·고등학교에 가서 현장교육실습을 진행하였으며, 현장교육실습을 하는 동안 예비교사로서 다양한 경험을 하는 것이 큰 목적이지만, 특히 수학교과교수법 강의와의 연계 활동으로 실제 중·고등학교 수학 학습자의 사고를 관찰하고 기록하여 분석하는 활동을 하였다. 이러한 학습자 사고 분석 자료는 본 연구의 보조자료로 활용되어 각 예비교사의 노티싱 변화 양상의 맥락을 이해하는데 활용되었다.

현장교육실습 활동을 마친 후의 강의 후반부에서는 TRU Math 프레임을 예비교사가 이용할 수 있는 수업 분석틀로 수정한 “예비교사를 위한 TRU Math 수업 분석틀”을 이용하여 수업 분석을 하는 활동을 하였다. 특히 이 틀을 이용하여 우수 수업을 분석해보고, 본인이 모의수업을 했던 비디오 자료를 사범대학의 수업행동시스템에 업로드하여 데이터베이스화 한 후, 다시 되돌려 보면서 각 측면별로 하나하나 분석하는 활동을 하였다. 이러한 우수 수업을 분석한 분석록과 본인 수업 분석을 분석한 분석록 모두 본 연구의 예비 교사의 노티싱 변화 양상의 분석 자료로 수집되어 이용되었다.

## 자료 분석

본 연구에서는 전술하였듯이 예비교사들의 수업 전문 역량인 노티싱역량을 기르기 위해 TRU Math 프레임에서 지향하고자 하는 핵심 측면들을 중심으로 ‘수학적 사고 중심에 관한 노티싱 전략’을 구성하여 노티싱 수준으로 적용하였다. 즉, 자료 분석은 근본적으로는 질적 접근을 이용하며, 이미 개발된 TRU Math 프레임을 노티싱 수준으로 나눈 TRU Math 노티싱 분석틀로 재구성하였다. 예비교사의 노티싱과 관련한 세부 특징을 포착하기 위하여 연구자와 네 명의 연구보조원이 반복적인 코딩과 분석노트(analytic memo; Saldaña, 2013)를 이용하여 수집된 자료의 분석과 검토 등을 통해 분석틀을 재구성하고 각 분석 단계별 상호신뢰도 확인 등을 통해 분석틀과 분석방법의 신뢰도 확보를 하였다.

각 측면별 노티싱 수준 변화 분석을 위해서 강의 초, 예비교사들이 좋은 수학 수업에 관한 관점을 포함한 전문가적 비전의 수준을 탐색하기 위하여 TRU Math 프레임의 각 측면별 노티싱 수준을 재구성하여 이용하였다. 각 측면별 노티싱 수준 분석틀은 수학적 사고 중심 수업을 위한 노티싱 프레임(이하, ‘노티싱 수준 프레임’)으로 다음 Table 3과 같다.



**Table 3.** Noticing Framework: Coding scheme for noticing of teaching for robust understanding.

Dimensions	Level	Description of the level of notification
The Mathematics (D1)	0	There was no or little observed of attending to mathematical contents, mathematical practices, or mathematical practices
	1	There was mentioning of mathematical contents, mathematical practices or mathematical practices WITHOUT providing detailed instructional reasoning
	2	Decision-making based on their instructional reasoning related to mathematical contents, mathematical practices or mathematical practices with concrete examples
Cognitive Demand (D2)	0	There was no or little observed of attending to cognitive levels of tasks or appropriateness of questioning for exploring concepts and conceptual understanding
	1	There was mentioning of cognitive levels of tasks or appropriateness of questioning for exploring concepts and conceptual understanding WITHOUT providing detailed instructional reasoning
	2	Decision-making based on their instructional reasoning related to cognitive levels of tasks or appropriateness of questioning for exploring concepts and conceptual understanding with concrete examples
Equitable Access to Content (D3)	0	There was no or little observed of attending to equitable access to learning opportunities or teacher support for it.
	1	There was mentioning of equitable access to learning opportunities or teacher support for it WITHOUT providing detailed instructional reasoning
	2	Decision-making based on their instructional reasoning related to equitable access to learning opportunities or teacher support with concrete examples
Agency, Ownership, and Identity (D4)	0	There was no or little observed of attending to teacher support for students' agency, authority, ownership, or positive identity.
	1	There was mentioning of teacher support for students' agency, authority, ownership, or positive identity WITHOUT providing detailed instructional reasoning
	2	Decision-making based on their instructional reasoning related to teacher support for students' agency, authority, ownership, or positive identity with concrete examples
Formative Assessment (D5)	0	There was no or little observed of attending to teacher support for students' thinking with formative assessment or responsive teaching.
	1	There was mentioning of teacher support for students' thinking with formative assessment or responsive teaching WITHOUT providing detailed instructional reasoning
	2	Decision-making based on their instructional reasoning related to teacher support students' thinking with formative assessment or responsive teaching with concrete examples

이 프레임은 기본적으로 이미 개발된 TRU Math 프레임을 이용하되, 노티싱의 수준으로 나누기 위하여 참여자 17명의 세 가지 종류의 자료(에세이, 우수 수업 분석록, 본인 수업 분석록) 중 각각 무작위로 4개를 선정한 총 12개의 자료를 연구자와 연구 보조원 4명이 4개의 자료를 공동으로 분석하여 분석 결과를 합의한 후, 8개의 자료는 따로 개별 분석을 하고, 불일치한 부분은 상호 합의를 통해 공동의 분석결과로 정리하거나 필요시 분석틀을 수정하는 과정을 거쳤다. 이러한 검토를 바탕으로 노티싱 수준 분석틀은 각 측면별로 세 수준으로 나누어졌다. 분석틀의 수정이 완료된 후 나머지 39개의 자료는 개별 분석을 거친 후, 불일치 부분은 합의를 통해 분석 결과를 일치시켜 상호 신뢰도를 확보하였다.

점검된 노티싱 프레임을 이용하여 강의 초·중·후반부에서 각각 예비교사의 노티싱 수준 분석을 진행하였다. 앞서 기술하였듯이 강의 초반부에 진행했던 좋은 수학 수업에 대한 개인별 에세이가 초기 노티싱 수준 분석에 이용되었으며, 강의 중반부의 노티싱 수준 분석에는 우수 수업 분석록이 이용되었다. 강의 후반부에는 본인 수업 분석록이 노티싱 수준 분석에 이용되었다. 분석 자료에 대한 분석 단위(unit of analysis)는 에세이와 분석록 모두 주제 중심의 문장 단위로 나누어서 코딩하였으며, 주제 문장과 이에 대한 근거를 제시하는 문장이 하나의 분석 단위가 되어 코딩하였다.

## 분석 결과

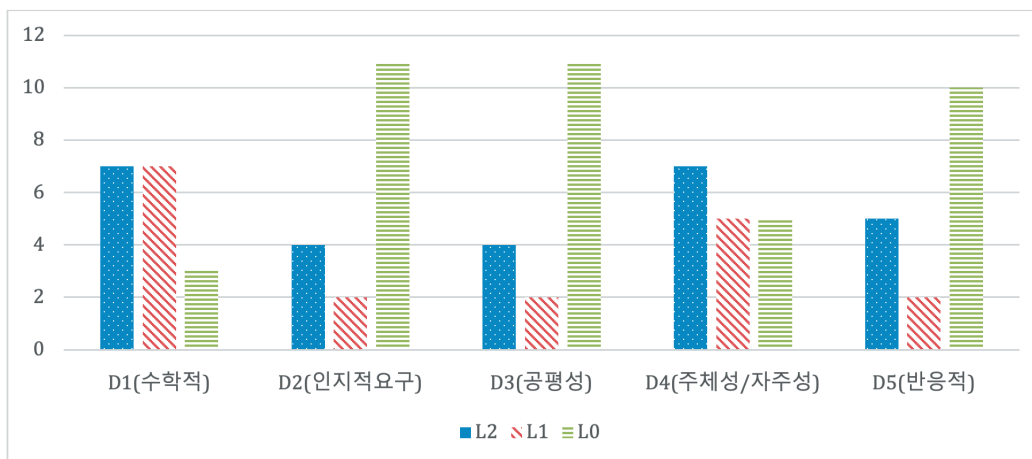
### 예비교사의 노티싱 수준 분석 결과

#### 강의 초반 예비교사의 노티싱 수준

강의 초반인 첫 주차에 각 개인 예비교사에게 좋은 수학수업에 대하여 어떠한 관점과 전문가적 비전을 가지고 있는지 확인하기 위해서 좋은 수학수업이 무엇이라고 생각하는지에 대해 모둠별 논의 및 전체 토론을 하는 활동을 하였다. 논의된 내용은 주제별로 대형 포스트잇을 이용해 범주화를 하는 활동을 진행하였다. 이러한 활동 이후 각자 좋은 수학수업에 대해 개별 에세이를 작성하였고, 각 개별 에세이를 “수학적 사고 중심 수업을 위한 노티싱 프레임(Table 3)”으로 분석한 결과는 다음 Table 4와 같으며 이를 그래프로 나타낸 것은 Figure 2와 같다.

**Table 4.** Coding results of PSTs' essay.

	Mathematics (D1)	Cognitive Demand (D2)	Access (D3)	Agency, Authority, Identity (D4)	Formative Assessment (D5)
Level 2 (L2)	7.0	4.0	4.0	7.0	5.0
Level 1 (L1)	7.0	2.0	2.0	5.0	2.0
Level 0 (L0)	3.0	11.0	11.0	5.0	10.0
Ave.	1.2	0.6	0.6	1.1	0.9



**Figure 2.** PSTs' noticing level in the beginning of the course.

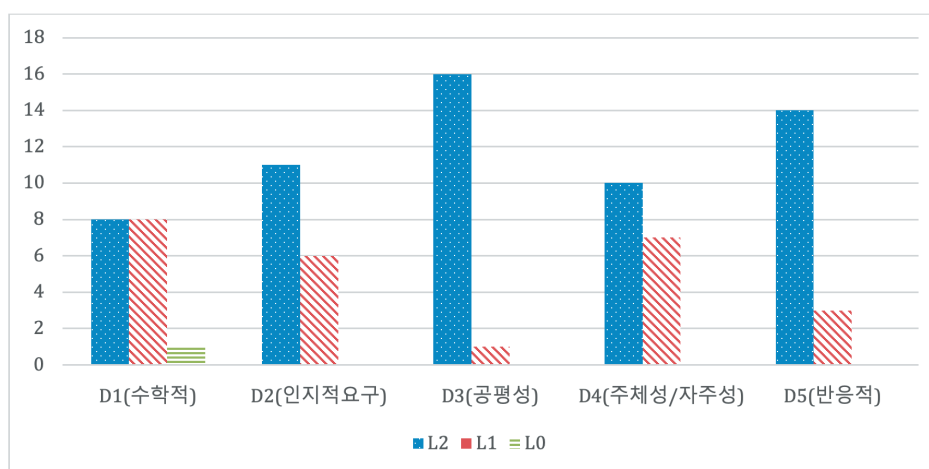
총 17명의 예비교사의 노티싱 수준을 분석한 결과로 수학적 측면(D1)과 행위 주체성, 자주성 및 긍정적 정체성 측면(D4)을 제외한 다른 세 가지 측면의 노티싱 수준은 아직 0수준에 머무는 경향이 있었다. 강의 중에 좋은 수학 수업의 구성요소에 대해 충분히 논의하였지만, 아직 TRU Math 프레임을 직접적으로 제공한 것은 아니기에, 무엇을 노티싱할 것인가에서 다섯 가지 측면에 부합되는 것에 차이가 있었다. 즉, 예비교사의 주목이 관찰되지 않은 측면에서는 0수준(L0)으로 코딩되었는데, 수학적 측면(D1)과 행위 주체성, 자주성, 긍정적 정체성 측면(D4)을 제외하고는 아직 절반 이상의 예비교사들의 노티싱에서 다른 세 측면이 관찰되지 않음을 알 수 있었다. 또한, 각 측면들이 좋은 수학 수업을 구성할 수 있는 요소라고 제시하였더라도 이에 대한 근거가 추상적이거나 근거를 제시하지 않으면 1수준(L1)으로 코딩되었다. 분석 결과를 살펴보면, 좋은 수학 수업을 구성하는 요소로서 예비교사들이 다섯 가지 측면에 일단 주의를 기울였다면, 이를 해석하는 데에는 대체로 구체적인 판단 근거를 제시하고 있어 2수준(L2)으로 코딩되었다. 즉, 일단 무엇을 노티싱하는가와 관련하여 “수학적 사고 중심 수업을 위한 노티싱 프레임”의 각 측면에 주의를 기울인 후에는 그들의 교수학적인 추론에 세부적인 근거를 제시하고 있음을 알 수 있었다.

### 강의 후반 우수 수업 분석을 통한 예비교사의 노티싱 수준

강의의 후반부에 진행된 예비교사들이 우수 수업 동영상을 보고 “예비교사를 위한 TRU Math 수업 분석틀”을 이용하여 분석한 분석록을 노티싱 수준으로 분석한 결과는 다음 Table 5와 같으며 이를 그래프로 나타낸 것은 Figure 3과 같다.

**Table 5.** Coding results of PSTs' analysis of expert teacher's teaching .

	Mathematics (D1)	Cognitive Demand (D2)	Access (D3)	Agency, Authority, Identity (D4)	Formative Assessment (D5)
Level 2 (L2)	8.0	11.0	16.0	10.0	14.0
Level 1 (L1)	8.0	6.0	1.0	7.0	3.0
Level 0 (L0)	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0
Ave.	1.4	1.6	1.9	1.6	1.8



**Figure 3.** PSTs' noticing level while watching expert teacher's teaching.

우수 수업 분석록의 노티싱 분석 결과는 강의 초반의 에세이 분석과는 달리 노티싱 수준이 2수준의 분포를 보였으며, 특히 수학 내용에 대한 접근성 측면(D3)은 대부분 2수준의 노티싱 수준을 보였다. 이는 대부분의 예비교사들이 우수 수업 영상에서 학생들의 공평한 참여가 보여지는 근거를 제시하거나, 혹은 학생 참여에 대한 교사의 지원에 대해서 구체적인 관찰사례나 판단근거를 제시 하면서 교수학적인 해석을 한 것으로 보여진다. 대체로 효과적인 수학 수업의 필수 측면을 이용하여 다른 사람의 수업을 분석할 때, 수학 내용에 대한 공평한 접근성은 단편적인 수업 영상을 보고 판단하기가 어려운 경향이 있다. 예비교사들도 이와 관련하여, 학생들의 공평한 참여를 관찰할 수 있는 사례들은 그 예시와 판단 근거를 제시하고, 이 밖에 근거 제시가 어려운 부분들, 예를 들면, 우려가 되는 특정 학생들에 대한 지원 같은 부분에 근거 제시는 어렵다고 제시하고 있는 것도 근거에 기반한 해석을 제공하고 있는 경우도 2수준으로 코딩이 되었다. 또한 우수 수업 동영상에서의 교사는 모둠 학습을 장려하고 끊임없이 모둠 간을 돌아다니면서 구체적인 피드백을 제공하는 등의 모습이, 학생 포커스를 맞춘 카메라로 녹화되어 예비교사들이 그러한 모습에 주목하고 주어진 TRU Math 수업 분석틀에 작성하는데 어려움이 없었던 것으로 보인다.

이 외에 반응적 교수/형성평가적 측면(D5)에서도 높은 노티싱 수준이 보여 졌는데, 이 역시 우수 수업영상에서의 교사의 구체적인 피드백과 힌트 제공을 근거로 제시한 예비교사들이 많았다. 한편, 전체 논의 시간에서의 우수 수업 영상에서의 교사의 반응적 교수 측면은 학생의 발표에서 더 깊은 논의로 이루어지지 못하고 칭찬으로 끝나는 반응과 같은 구체적 근거를 제시하면서 반응적 교수 측면에 대한 구체적 상황에 주목하면서 이에 대해 해석하고 추론하여 판단하고 있음을 보여주고 있다.

**강의 말미 본인 및 동료의 모의수업 분석에서의 예비교사의 노티싱 수준**

강의 말미에 진행한 예비교사 본인의 모의수업 녹화본을 다시 보면서 “예비교사를 위한 TRU Math 수업 분석틀”로 분석하고 성찰한 분석록을 노티싱 수준으로 분석한 결과는 다음 Table 6과 같다.

**Table 6.** Coding results of PSTs’ analysis of own demo-teaching.

	Mathematics (D1)	Cognitive Demand (D2)	Access (D3)	Agency, Authority, Identity (D4)	Formative Assessment (D5)
Level 2 (L2)	7.0	9.0	7.0	10.0	7.0
Level 1 (L1)	10.0	6.0	10.0	7.0	8.0
Level 0 (L0)	0.0	2.0	0.0	0.0	2.0
Ave.	1.4	1.4	1.4	1.6	1.3

즉, 강의 마지막 주에 실시했던, 예비교사 본인의 모의수업 영상을 다시 보면서 효과적인 수학 수업의 다섯 가지 측면으로 분석한 것을 토대로 한 그들의 노티싱 수준은 대체로 높은 수준인 1수준(L1)과 2수준(L2)을 나타내고 있다. 그러나 우수 수업 영상에 대한 노티싱의 수준과는 달리, 수학 내용에 대한 접근성 측면(D3)과 형성평가적/반응적 교수 측면(D5)에서 약간 낮은 경향을 보이고 있는데, 본인 수업 분석록을 살펴보면, 다른 동료 예비교사의 수업에는 구체적으로 근거를 제시하면서 해석하고 분석을 기록했던 예비교사가 본인의 수업에는 객관적인 분석 기록의 내용보다는 본인의 수업을 반성하는 내용으로 구체적인 근거를 제시하고 있지 않는 경향이 있었다.

이는 본인 수업 분석과 동시에 진행했던 동료 예비교사의 모의수업 분석록에 대한 예비교사의 노티싱 수준(Table 7)이 대부분 2수준을 보이고 있는 것과 대비되는 것에서도 나타난다.

**Table 7.** Coding results of PSTs’ analysis of peer PSTs’ demo-teaching.

	Mathematics (D1)	Cognitive Demand (D2)	Access (D3)	Agency, Authority, Identity (D4)	Formative Assessment (D5)
Level 2 (L2)	16.0	17.0	16.0	16.0	15.0
Level 1 (L1)	1.0	0.0	1.0	1.0	2.0
Level 0 (L0)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
Ave.	1.9	2.0	1.9	1.9	1.9

분석록을 작성한 동료 예비교사의 모의수업은 같은 모둠에서 수업 연구를 진행했기에 동료 교사의 의도를 잘 파악할 수 있었던 점에서 수학 내용에 대한 접근성 측면(D3)과 같이 단편적인 영상으로 해석하기 어려운 측면도 구체적인 근거를 제시할 수 있었던 것으로 보이며, 타인의 수업이므로 전체적인 반성 보다는 객관적인 근거를 제시하면서 분석한 것으로 보인다. 분석 결과, Table 7에서 보이듯이 다섯 가지 측면에서 모두 매우 높은 노티싱 수준이 나타났다.

**예비교사의 노티싱: 무엇에 주목하고 있는가**

강의 초반에는 예비 교사들이 좋은 수학 수업을 구성하는 요소에 대해서 논의를 하였지만, 그들의 개별 에세이에 나타난 것은 좋은 수학 수업을 구성하는 핵심 요소보다는 좀 더 포괄적이거나 일반적인 측면들에 대해 주목하는 경향이 있었다. 즉, “무엇에 주목하고 있는가”와 관련해서 예비교사들의 좋은 수학 수업에 대한 노티싱 수준이 낮은 경향을 보이고 있었다. 반면에, 주목한 측면에 대한 그들의 교수학적인 추론은 상대적으로 높은 수준을 보이는 경우가 많았다. 즉, 예비교사가 수학수업에 대한 핵심요소에 일단 주목하였을 때에는 그에 대한 교수학적인 추론의 수준이 1수준인 경우보다는 2수준인 경우가 더 많았다. 이를 다섯 가지 측면 별로 재배치해보면 다음 Figure 4와 같다.

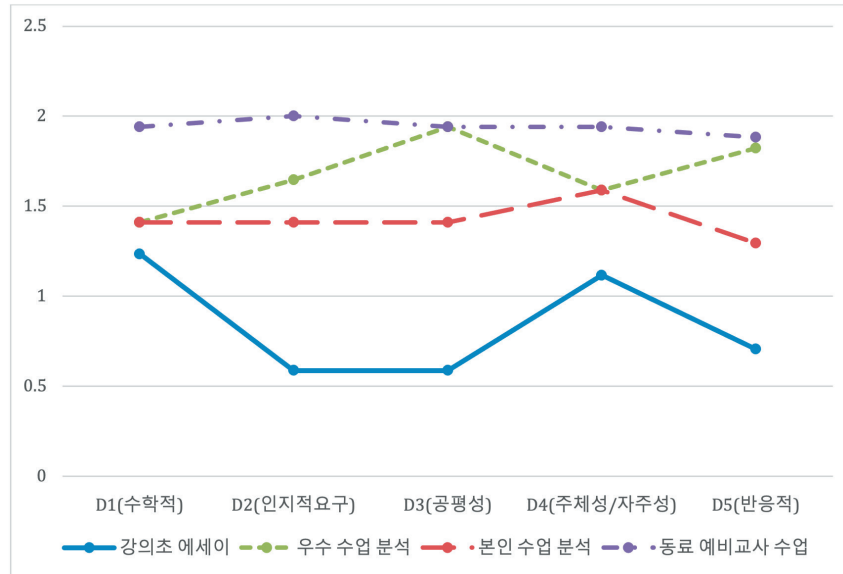


Figure 4. PSTs' 'what to notice'.

파란색 실선은 강의 초 개별 에세이를 분석한 결과로 수학적 측면(D1)에서는 상당부분 높은 수준을 보이고 있고, 행위 주체성, 자주성 및 긍정적 정체성 측면(D4)도 다른 측면에 비해 상대적으로 높은 수준으로 보인다. 즉, 예비교사들은 TRU Math 프레임에 대해 소개하기 전부터, 수학수업에서는 수학 내용을 강조하고, 학습자의 주체성을 중시하는 학습자 중심의 수업을 좋은 수학 수업이라고 주목하는 경향이 있다고 볼 수 있다. 대체적으로 개별 에세이에서 나타난 예비교사의 노티싱은 수학 개념의 체계적 제시 강조, 학생의 주체성 강조, 그리고 학생과의 의사소통을 강조하고 있었다.

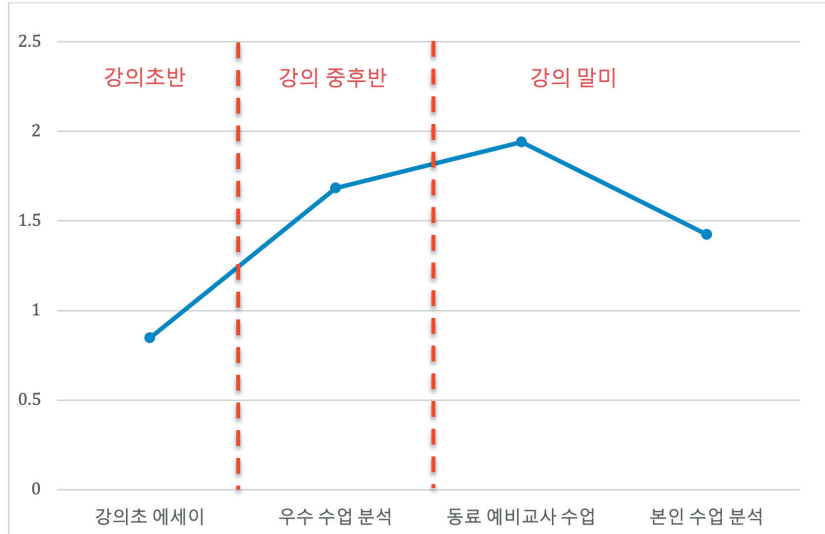
반면에, 학생들의 지적 자극을 위한 과제 구성 및 발문과 같은 측면(D2)이나 질 좋은 수학 학습의 기회가 모든 학생들에게 공평하게 제공될 수 있도록 하는 교수적 노력(D3)은 아직 주목하는 예비교사가 많지 않았다. 또한 다섯 가지 필수 측면 외에 예비교사는 학생의 흥미나 동기유발을 매우 강조하며, 흥미를 불러일으키는 수업, 재미있는 수업에 주목하는 경향이 있었다. 효과적인 수학 수업의 필수 측면에서는 인지적 요구 측면(D2)에서 교실 수업에서 학생들의 단순한 흥미를 강조하지는 않고 있으나, 학생들에게 지적으로 도전할 만한 크고 작은 과제나 질문들이 제공된다면 학생들이 수학 수업에 흥미를 갖고 참여한다는 전제가 있다. 그러나 예비교사들이 이러한 부분을 노티싱하고 있지는 않고 있다고 판단되어 에세이에 언급된 흥미, 동기유발 요소 등은 코딩되지 않았다.

한편, 회색 점선은 강의 후반부에 진행되었던 전문가 교사의 우수 수업 동영상 분석한 결과로 우수 수업 분석의 경우 노티싱의 수준이 대체로 높아졌으며, 특히 수학 내용에 대한 접근성 측면(D3)의 경우 거의 대부분 2수준을 보일 만큼 매우 높았다. 이는 강의 초에 언급이 되지 않았던 측면으로, 추후 연구를 통해 세부 근거를 마련하여 깊이 있는 논의가 필요하지만, 본 연구의 맥락적인 측면에서 살펴보면, TRU Math 프레임의 소개와 그 이론적 기반에 대한 강의 내용이 예비교사의 이 측면에 대한 노티싱 수준을 향상시키는 데 도움이 되었을 거라 여겨진다.

본인의 모의수업 분석(주황색 긴 점선)과 동료 예비교사의 모의수업 분석(노란색 길고 짧은 점선)의 경우 다섯 가지 측면이 대체적으로 비슷한 노티싱 수준을 보이고 있다. 그러나, 본인의 수업 분석에 나타난 노티싱 수준이 동료 예비교사의 수업 분석에 나타난 노티싱 수준 보다 조금 더 낮은 수준으로 보이고 있음을 알 수 있는데, 이는 전술하였듯이 본인의 수업에 반성적이고 성찰적인 기술을 보이고 있어서 구체적 근거가 타인의 수업 분석에서보다 약하게 나타나는 것에 기인한다. 그러나 이는 TRU Math 프레임이 주어지고 그에 대한 이론적인 기반이 제공되고, 그에 대한 동료 및 강의 내에서 충분한 논의가 되었을 때, 예비교사의 노티싱은 다섯 가지 측면에서 골고루 향상됨을 시사하고 있다.

**예비교사의 노티싱 수준의 변화 양상**

강의 초반의 좋은 수학 수업에 대한 논의 후 에세이 분석, 강의 후반부의 우수 수업 분석, 강의 마지막 주에 실시한 동료 예비교사의 모의수업 분석, 본인의 모의수업 분석에 대한 예비교사의 노티싱 수준의 다섯 가지 측면에 대한 평균의 변화 과정은 다음 Figure 5와 같다.



**Figure 5.** PSTs' noticing level over time.

강의 초반 에세이 분석에 대한 노티싱 수준의 다섯 측면에 대한 평균은 0.89로 0수준(L0)과 1수준(L1)이 많이 분포되어 있었다. 강의 중후반부의 우수 수업 분석에 대한 노티싱 수준의 평균은 1.68이고, 동료 예비교사의 모의수업 분석에 대한 노티싱 수준의 평균은 1.94이며, 본인 수업에 대한 노티싱 수준의 평균은 1.42이다. 즉, 즉, 강의 초·중·후반부를 거치는 동안 예비교사의 노티싱의 수준은 전반적으로 향상되는 양상을 보였다. 특히 강의 초반의 좋은 수학 수업에 대한 그룹 논의나 개인 에세이에서는 다섯 가지 측면에 대한 노티싱이 골고루 이루어지지 않는 반면, 좋은 수업에 대한 국내외 이론을 탐구하고, TRU Math 프레임 대해서 안내를 한 이후의 강의 중·후반부에서는 다섯 가지 측면에 대한 노티싱이 대체로 고르게 나타나는 경향을 보였다.

본 연구의 수학교과교수법 강의를 수강한 예비교사 재학생들은 연구 자료 수집 당시 사범대 교육과정 상 현장교육실습의 경험이 1명을 제외하고는 전혀 없었으며, 모의수업을 진행한 적도 거의 없었다. 또한, 수학교과교수법 강의 초반에는 아직 현장교육실습 전이었기에 사범대 재학생으로서 수학 수업과 교사에 대한 비전이 이론적이고 원론적인 것에서 기인하거나 개인의 학습자로서의 경험에 국한되어 있는 것으로 보인다. 이는 강의 초 좋은 수학수업에 대한 에세이를 ‘수학적 사고 중심 수업을 위한 노티싱 프레임’으로 분석한 결과 뿐만 아니라 예비 교사 각각 개인의 에세이를 살펴보는 것에서도 나타난다. 예를 들면, 한 예비 교사의 좋은 수학 수업이 무엇인지, 그 구성요소는 무엇인지에 대한 에세이는 다음과 같다.

(...) 필자는 좋은 수학 수업이란 ‘활기찬 교실을 만드는 것’이라고 생각한다. 학생들이 자유롭게 자신의 의견을 말하고 동료들의 의견을 수렴하는 교실, 학생들이 학습의 주체가 되는 교실이 좋은 수학 수업이다. 지금부터 좋은 수학 수업 즉, 활기찬 교실을 만들기 위한 3가지 구성요소인 교육과정 설계, 학습 동기 향상을 위한 학습 과제 제시, 교사의 전문성 강화에 대해 설명해보겠다.

먼저, 좋은 수학 수업을 만들기 위해 교육과정은 다음과 같은 두 가지 방식으로 설계되어야 한다. 첫째, 절대평가를 도입한 형성평가를 실시하여 학생들의 이해 정도를 파악한다. 형성평가는 교수-학습이 진행되는 과정에서 아동의 진전을 점검하고 필요한 경우 교과과정이나 수업 방법을 개선시키기 위해 실시하는 평가이다. 교사는 구체적이고 즉각적인 피드백을 제공해야 하고 결과보다 과정을 중시해야 한다. 왜냐하면 피드백을 통해 학생들이 학습과정에 대해 잘 이해 할 수 있고, 교정 학습기회를 얻을 수 있기 때문이다.

…(중략)

다음으로, 학생의 학습 동기를 향상시켜야 한다. 학습 동기는 교사가 학생에게 부여한 학습 과제에 영향을 받는다. 그러므로 학생들의 학습 동기를 높이기 위해 첫째, 거꾸로 학습을 이용한다. 거꾸로 학습은 수업 전 동영상 강의를 통해 기본 지식을 습득한 후 교실에서 문제풀이와 토론발표수업을 통해 지식을 확장시키는 방법이다. 이를 통해 학생들은 낯선 용어를 친숙하게 받아들이고 배움의 즐거움을 느끼게 되어 수업에 대한 적극성과 몰입도가 강화될 수 있다….(하략)

#### <강의 초반 한 예비교사의 에세이>

이 예비교사의 에세이에 나타난 좋은 수학 수업에 대한 노티싱은 ‘활기찬 수업’와 관련하여 ‘의사소통이 잘 되는 교실’과 ‘학생이 학습의 주체가 되는 교실’로 나타난다. 이러한 수업을 만들기 위한 구성요소로는 교육과정 설계라고 기술하고 있지만, 에세이의 내용상 교육과정 설계라는 용어 보다는 ‘교수 설계’나 ‘교수·학습 설계’의 용어가 적절해 보인다. 즉, ‘교수·학습 설계’의 측면에서 형성 평가를 수업 개선을 위해 이용한다는 ‘반응적 교수’의 요소를 노티싱하고 있다. 또한 ‘학생의 학습 동기 향상’을 위해 역시 ‘교수·학습 설계’ 부분에서 ‘거꾸로 학습’을 기술하고 있다. 이 예비교사의 노티싱의 특성은 예비교사 개인의 학습자로서의 경험과 교육 이론에 기반하지만 아직 내면화되지 않은 선택적 주목으로 해석된다. 또한, 좋은 수학 수업에 대한 예비교사의 비전의 초점(focus)이 아직 명료화되지 못하고 비전의 거리(distance) 또한 실제 수업 실천과도 간극을 보이고 있다(Hammerness, 2003; Kim, 2020).

그러나 수학교과교수법 강의가 진행되면서, 이 예비교사의 우수수업 분석, 본인 및 동료 예비교사의 모의수업 분석은 “수학적 사고 중심을 위한 노티싱 프레임”으로 분석한 결과, 다섯 가지 측면 모두 2수준으로 향상되었다. 본인의 모의 수업 분석에서 다섯 측면 모두 2수준을 보인 경우는 이 예비교사를 포함하여 4명이었으며, 이 외 13명의 다른 예비교사들의 경우 앞 절에서 기술하였듯이, 대부분 타인의 수업을 분석할 때에는 구체적인 근거를 제시하면서 교수학적인 추론을 하나, 본인의 수업을 분석할 때에는 반성적 측면을 보이면서 구체적 근거를 제시하지 않아 1수준도 동료 예비교사의 모의수업 분석에 비해 상대적으로 많이 나타났다.

한편, 강의 중후반부터 진행된 우수 수업 분석, 동료예비교사 수업 분석, 본인 수업 분석의 경우에는 TRU Math 프레임을 제공하고 이에 대한 충분한 이론적 검토와 논의가 이루어진 상태에서 수업을 분석하였기에 대부분의 예비교사의 노티싱 수준에서 “무엇에 주목할 것인가”와 관련이 있는 0수준(L0)의 경우 거의 나타나지 않았다. 우수 수업 분석에서 수학적 측면(D1)에서 0수준(L0)을 나타낸 한 명의 예비교사의 경우, 분석 근거에 대해 짙막하게 ‘유기적인 학습목표’와 ‘실천 측면’이라고 기술하고 있어 수준의 코딩을 합의하기 위해 연구자들의 사이에서 논의를 거치는 과정이 있었다. 논의 결과, 수학 내용이나 교과역량에 대한 예비교사의 주목이 거의 관찰되고 있지는 않은 것으로 판단되는 것으로 합의되어 0수준(L0)으로 코딩되었다. 이 한 경우를 제외한 모든 측면에서 예비교사의 노티싱 수준은 모두 1수준(L1) 또는 2수준(L2)으로 코딩되었고, 이는 노티싱의 “무엇에 주목할 것인가”의 수준을 넘어, 주목한 상황에 대해 지식 기반적인 교수학적인 추론 할 수 있음을 의미한다.

강의 말미에 진행했던 동료 예비교사 수업 동영상을 분석하면서 나타난 노티싱 수준은 교수학적 추론을 관찰사례나 구체적인 판단 근거를 제시한 추론 양상인 2수준(L2)이 지배적이었다. 그러나 비슷한 시기에 진행했던 본인 수업 동영상을 분석하면서 나타난 노티싱 수준은 이보다 다소 낮게 나타나 1수준(L1)과 1수준(L2)이 고루 분포되는 경향이 있었다. 앞서 전술하였듯이 이는 본인의 수업을 분석할 때에는 타인의 수업을 분석할 때보다, 자기 반성과 성찰적인 요소가 많이 반영이 되고 있음에 기인한다고 보여진다.

## 결론 및 제언

노티싱은 교사가 갖추어야 할 전문 역량 중의 하나이다. 예비교사나 초임교사는 전문가 교사에 비해 핵심적인 교수학습 측면에 주목하는 것을 어려워하거나, 예비교사의 경우 전문가 교사에 비해 학생들의 학습이나 수학적 사고에 덜 주목하는 경향이 있다(Santagata et al., 2007). 또한 예비교사들은 수학 수업을 참관하거나 영상을 볼 때, 무엇에 주목해야 하는지 어려워하거나 또는 주목한 현상을 어떻게 추론해야 하는지 어려움을 겪는 경우가 많다(Jacobs et al., 2010; van Es & Sherin, 2008). 본 연구는 예비교사들의 노티싱 역량, 즉 무엇이 좋은 수학 수업을 구성하는 요소이고 주목해야 하는지, 그리고 주목한 교수·학습 현상을 어떻게 추론해야 하는지를 시사하고 있다.

노티싱 수준 프레임의 0수준은 예비교사가 “무엇에 주목하는가”를 시사하고 있으며, 1수준과 2수준은 예비교사의 교수학적 추론 양상을 시사하고 있다. 본 연구의 분석 결과는 선행연구(Star & Strickland, 2008)에서 보여지듯이 예비교사가 강의 초반에는 어떤 수학 수업이 좋은 수학 수업인지에 대한 노티싱에 대한 어려움이 있었음을 시사한다. 그러나 교수·학습 이론에 기반한 수업 분석틀인 TRU Math 프레임을 제공하고, 이를 이용하여 수업을 구성하고, 수업공동체적 교재연구를 진행하여 모의수업을 실천하고, 이를 분석하고 성찰하는 일련의 과정은 예비교사의 노티싱 역량을 계발할 수 있게 하였다. 특히 “무엇을 선택하여 주의를 기울여야 하는가” 혹은 “무엇에 주목하는가” 뿐만 아니라, 주목한 교수학습 현상을 “교수학적인 지식을 기반으로 분석하고 해석하여 그 현상을 이해하기”를 넘어서 “관찰된 특성에 대한 이해를 기반으로 구체적인 근거와 일반적인 교수학습 원리를 연결하여 교수학적으로 추론하기”가 노티싱의 교수학적 추론적인 구성요소에 포함됨을 시사하고 있다. 즉, 노티싱의 구성 요소 중 교수학적인 추론은 반응적 의사결정에 자원으로 작용하기에 중요한 구성요소 중 하나이다. 따라서 선택적으로 주목한 교수·학습 현상을 “분석하고 이해하기”를 기반으로 더 나아가 구체적인 근거를 “일반교수학습 원리와 연결하여 추론하기”도 모두 계발하여 예비교사의 노티싱 역량을 신장시키는 것이 교사교육의 목표 중의 하나가 된다고 여겨진다. 이는 본 연구가 교사의 노티싱 연구에 이론적으로 기여하고 있는 부분이며, 그와 더불어 교사교육의 목표와 방법에 시사점을 제공하고 있다.

또한 본 연구의 예비교사의 노티싱 수준 분석 결과는 예비교사가 “무엇을 주목하는가”를 넘어서 그들이 “어떻게 노티싱을 접근”하고 “어떻게 교수학적인 추론을 하는가”에 대한 이론적 탐구의 기반이 될 수 있다. 기존의 많은 노티싱 연구는 교사의 “무엇을 노티싱하는가”와 관련한 연구들이 많이 진행이 되었다면, 본 연구는 예비교사의 노티싱과 관련한 교수학적 추론 양상을 탐구하였다. 이는 Lee와 Kim (2022)의 다양한 교수학적 추론 양상에 대한 연구와 더불어 예비 교사의 노티싱 역량을 구성하는 ‘선택적 주의 기울이기’, ‘분석하고 이해하기’, 그리고 ‘일반교수학습 원리와 연결하기’ 등이 중요한 요소이며, 이는 수학적 사고 중심 수업의 핵심적인 원리에 주의 집중하고, 이에 대해 깊이 있는 성찰과 논의 등을 통한 교수학적 추론을 하는 것이 예비교사의 노티싱 역량 향상에 중요한 요소임을 알 수 있다. 한편, 본 연구에서 제시한 다양한 교수학적 추론 양상과 더불어 노티싱의 구성요소 중에 ‘주목한 것에 대해 분석하고 이해하기’와 더불어 구체적인 근거와 일반적 교수학습원리를 연결하여 교수학적인 추론을 하는 것이 예비교사의 노티싱 역량을 함양하는 데 중요한 요소임이 문헌연구에서 강조하고 있으나, 본 연구에 참여한 예비교사들의 자료에서는 ‘일반교수학습 원리와 연결하기’가 두드러지지 않고 있어 추가 연구가 필요함은 이 연구의 제한점이다.

한편, 예비교사들의 수학적 사고 중심 수업에 관한 노티싱의 계발에 TRU Math 프레임과 성찰이 중요한 역할을 한 것으로 보인다. 기존의 연구가 지적하였듯이 단순히 예비교사들에게 수학 수업에서 무엇이 중요한 요소이고 무엇에 주목해야 하는지를 언급하는 것은 그들의 수업 역량을 신장하는데 도움이 되지 않는다(Levin et al., 2009). 예비 교사의 수업 역량 신장은 그들이 노티싱한 것을 깊이 있게 논의하고 성찰하여 교수학적인 추론 능력을 신장하는 기회를 통해서 이루어 진다(Fernández et al., 2020). TRU Math 프레임은 본 연구에 참여한 예비교사들에게 수학적 사고 중심 수업을 위해서 “무엇에 주목해야 하는가”에 대해서 비전의 초점을 제시하였고, 그들에게 각각의 측면에 대해 심도 있게 논의할 수 있는 기회와 본인의 모의 수업을 TRU Math 프레임에 입각하여 분석하고 성찰할 수 있는 기회를 제공하였다. 이러한 기회들은 예비교사들의 노티싱 역량 함양에 중요한 역할을 한 것으로 보이며, 이는 추후 연구와 논의가 필요하지만, 기존의 연구(Fernández et al., 2020; Grossman et al., 2009)에 의하면 예비교사들의 수업 역량 신장에도 큰 역할을 할 것으로 보인다.

추후 연구는 본 연구를 기반으로 예비교사나 현장교사의 교수학적 추론에 대한 깊이 있는 연구를 통해 ‘일반교수학습 원리와 연결하기’까지를 탐구하여, 교사의 노티싱 역량 함양 요소를 추가적으로 진행할 수 있을 것이다. 또한 “무엇을 노티싱” 하고 “어떻게 교수학적인 추론을 하는가”와 더불어 더 나아가 “어떻게 노티싱에 접근하는가”와 “주변 상황과 어떻게 상호작용을 하면서 더 많은 정보에 접근하는가”와 같은 새로운 개념구성인 구성하기(shaping; van Es & Sherin, 2021)에 대한 다양한 자료를 다각도로 수집하여 노티싱 전략을 분석하여, 예비교사의 노티싱 역량 중, 교수학적인 추론에 대한 접근법과 구성하기를 분석하여 노티싱 역량을 함양할 수 있는 방법에 대해 방향성을 제시하고 함의점을 제시할 수 있다.



## Acknowledgements

This work was supported by the Ministry of Education of the Republic of Korea and the National Research Foundation of Korea (NRF-2019S1A5A8037908).

## References

- American Association of University Women. (1992). *How schools shortchange girls*. AAUW and NEA.
- Anderson, L. W., & Krathwohl, D. R. (Eds.). (2001). A taxonomy for learning, teaching, and assessing: a revision of Bloom's taxonomy of educational objectives. Longman
- Baldinger, E. Louie, N., and the Algebra Teaching Study and Mathematics Assessment Project. (2016). *TRU Math conversation guide: A tool for teacher learning and growth* (mathematics version). Berkeley, CA & E. Lansing, MI: Graduate School of Education, University of California, Berkeley & College of Education, Michigan State University. Retrieved from <http://ats.berkeley.edu/tools.html> and/or <http://map.mathshell.org/materials/pd.php>
- Barnhart, T., & van Es, E. A. (2015). Learning to analyze teaching: Developing pre-service science teachers' abilities to notice, analyze and respond to student thinking. *Teaching and Teacher Education*, 45, 83–93. <http://dx.doi.org/10.1016/j.tate.2014.09.005>
- Black, P., & Wiliam, D. (1998). Assessment and classroom learning. *Assessment in Education*, 5(1), 7–74. <https://doi.org/10.1080/0969595980050102>
- Chang, H. W. (2012). Study on the standards for mathematical practice of Common Core State Standards for Mathematics. *Journal of Educational Research in Mathematics*, 22(4), 557-580.
- Coffey, J. E., Hammer, D., Levin, D. M., & Grant, T. (2011). The missing disciplinary substance of formative assessment. *Journal of Research in Science Teaching*, 48(10), 1109-1136. <https://doi.org/10.1002/tea.20440>
- Engle, R. A. (2011). The productive disciplinary engagement framework: Origins, key concepts and developments. In D. Y. Dai (Ed.), *Design research on learning and thinking in educational settings: Enhancing intellectual growth and functioning* (pp. 161–200). Taylor & Francis.
- Engle, R. A., & Conant, F. R. (2002). Guiding principles for fostering productive disciplinary engagement: Explaining an emergent argument in a community of learners classroom. *Cognition and Instruction*, 20(4), 399–483. [https://doi.org/10.1207/S1532690XCI2004\\_1](https://doi.org/10.1207/S1532690XCI2004_1)
- Erickson, F. (2011). On noticing teacher noticing. In M. G. Sherin, V. R. Jacobs, & R. A. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 17–34). Routledge.
- Feiman-Nemser, S. (2001). From preparation to practice: Designing a continuum to strengthen and sustain teaching. *Teachers College Record*, 103(6), 1013–1055. <https://doi.org/10.1111/0161-4681.00141>
- Fernández, C., S. Llinares, & Rojas, Y. (2020). Prospective mathematics teachers' development of noticing in an online teacher education program. *ZDM* 52, 959–972. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01149-7>
- Goodwin, C. (1994). Professional vision. *American Anthropologist* 96(3): 606–633. <https://doi.org/10.1525/aa.1994.96.3.02a00100>
- Grossman, P., C. Compton, D. Igra, M. Ronfeldt, E. Shahan, & Williamson, P. (2009) Teaching practice: A cross-professional perspective. *Teachers College Record*, 111(9): 2055–2100. <https://doi.org/10.1177/016146810911100905>
- Hammerness, K. (2003). Learning to hope, or hoping to learn? The role of vision in the early professional lives of teachers. *Journal of Teacher Education*, 54(1), 43-56. <https://doi.org/10.1177/0022487102238657>
- Heaton, R. M. (2000). *Teaching mathematics to the new standards: Relearning the dance*. Teachers College Press.
- Henningsen, M., & Stein, M. K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: Classroom-based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. *Journal for research in mathematics education*, 28(5), 524-549. <https://doi.org/10.2307/749690>
- Hiebert, J., Morris, A. K., Berk, D., & Jansen, A. (2007). Preparing teachers to learn from teaching. *Journal of Teacher Education*, 58(1), 47-61. <https://doi.org/10.1177/0022487106295726>
- Jacobs, V., Lamb, L., & Philipp, R. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 169–202. <https://www.jstor.org/stable/20720130>
- Ministry of Education (2015). *Mathematics curriculum*. Notification of the Ministry of Education No. 2015-74 [Supplement 8].

- Kersting, N. (2008). Using video clips as item prompts to measure teachers' knowledge of teaching mathematics. *Educational and Psychological Measurement*, 68(5), 845–861. <https://doi.org/10.1177/0013164407313369>
- Kersting, N. B., Givvin, K. B., Thompson, B. J., Santagata, R., & Stigler, J. W. (2012). Measuring usable knowledge: Teachers' analyses of mathematics classroom videos predict teaching quality and student learning. *American Educational Research Journal*, 49(3), 568-589. <https://doi.org/10.3102/0002831212437853>
- Kim, H. J. (2015). *Teacher learning through practices: How mathematics teachers change in practices with innovative curriculum materials* [Unpublished doctoral dissertation. University of California, Berkeley].
- Kim, H. J. (2017). Connecting research and practice: Teaching for Robust Understanding of Mathematics framework in a Korean mathematics classroom context. *Journal of Educational Research in Mathematics*. 27(4). 639-661.
- Kim, H. J. (2020). Pre-service mathematics teachers' change in professional vision for technology enhanced mathematics classrooms. *Journal of Learner-Centered Curriculum and Instruction*, 20(4). 1079-1106. <https://doi.org/10.22251/jlcci.2020.20.4.1079>
- Kim, H. J., Han, C., Bae, M., & Kwon, O. (2017). The relationship between mathematics teachers' noticing and responsive teaching: In the context of teaching for all students' mathematical thinking. *The Mathematical Education*. 56(3). 341-363. <https://doi.org/10.7468/mathedu.2017.56.3.341>
- Lampert, M. (2010). Learning teaching in, from, and for practice: What do we mean?. *Journal of Teacher Education*, 61(1-2), 21-34. <https://doi.org/10.1177/0022487109347321>
- Lee, H. J., & Kim, H. J. (2022). Learning from noticing: elementary mathematics preservice teachers' noticing and responsiveness on lesson modification. *Educational Studies*, 1-22. <https://doi.org/10.1080/03055698.2022.2031893>
- Lee, Y. & Lee, S. (2018). Prospective secondary mathematics teachers' noticing in lesson evaluation and lesson reflection. *School Mathematics*, 20(1), 185-207. <https://doi.org/10.29275/sm.2018.03.20.1.185>
- Mason, J. (2002). *Researching your own practice: From noticing to reflection*. RoutledgeFalmer. <https://doi.org/10.4324/9780203471876>
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Author.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Author.
- National Governors Association Center for Best Practices & Council of Chief State School Officers. (2010). *Common Core State Standards for Mathematics*. Author.
- Oakes, J., Joseph, R., & Muir, K. (2001). Access and achievement in mathematics and science. In J. A. Banks & C. A. McGee Banks (Eds.), *Handbook of research on multicultural education* (pp. 69–90). Jossey-Bass.
- Pang, J., Kwon, M., & Sunwoo, J. (2017). Trends and issues in research on noticing in mathematics education. *School Mathematics*. 19(4). 795-817.
- Resnick, Michaels, O'Connor (2010). How (well structured) talk builds the mind. In D. Preiss & R. Sternberg (Eds.), *Innovations in educational psychology: Perspectives on learning, teaching, and human development*. Springer, 163-194.
- Saldaña, J. (2013). *The coding manual for qualitative researchers* (2nd ed.). Sage
- Santagata, R., C. Zannoni, & J. W. Stigler. (2007). The Role of lesson analysis in pre-service teacher education: An empirical investigation of teacher learning from a virtual video-based field experience. *Journal of Mathematics Teacher Education* 10(2): 123–140. <https://doi.org/10.1007/s10857-007-9029-9>
- Schoenfeld, A. H. (2011). Toward professional development for teachers grounded in a theory of decision making. *ZDM The International Journal of Mathematics Education*, 43(4), 457–469. <https://doi.org/10.1007/s11858-011-0307-8>
- Schoenfeld, A. H. (2014). What makes for powerful classrooms, and how can we support teachers in creating them? A story of research and practice, productively intertwined. *Educational researcher*, 43(8), 404-412. <https://doi.org/10.3102/0013189X14554450>
- Schoenfeld, A. H., & the Teaching for Robust Understanding Project. (2016). *An introduction to the Teaching for Robust Understanding (TRU) Framework*. Berkeley, CA: Graduate School of Education. <http://map.mathshell.org/trumath.php> or <http://tru.berkeley.edu>
- Schoenfeld, A. H., Floden, R., El Chidiac, F., Gillingham, D., Fink, H., Hu, S., ... & Zarkh, A. (2018). On classroom observations. *Journal for STEM Education Research*, 1(1), 34-59. <https://doi.org/10.1007/s41979-018-0001-7>
- Sherin, M. G. (2002). When teaching becomes learning. *Cognition and Instruction*, 20(2), 119–150. [https://doi.org/10.1207/S1532690XCI2002\\_1](https://doi.org/10.1207/S1532690XCI2002_1)
- Sherin, M. G., Jacobs, V. R., & Philipp, R. A. (Eds.). (2011). *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203832714>
- Sherin, M. G. & van Es, E. A. (2009). Effects of video club participation on teachers' professional vision. *Journal of Teacher Education*, 60(1), 20–37. <https://doi.org/10.1177/0022487108328155>

- Star, J. R. & S. K. Strickland. (2008). Learning to observe: Using video to improve preservice mathematics teachers' ability to notice. *Journal of Mathematics Teacher Education* 11(2): 107–125. <https://doi.org/10.1007/s10857-007-9063-7>
- Shepard, L. A. (2000). *The role of classroom assessment in teaching and learning*. (CSE Technical Report 517). University of California, National Center for Research on Evaluation, Standards, and Student Testing (CRESST)
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S. and Hughes, E. K. (2008) Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313-340. <https://doi.org/10.1080/10986060802229675>
- Stein, M. K., Grover, B., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American Educational Research Journal*, 33(2), 455–488. <https://doi.org/10.2307/1163292>
- van Es, E. A. & Sherin, M. G. (2002). Learning to notice: Scaffolding new teachers' interpretations of classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, 10(4), 571–596.
- van Es, E. A. & Sherin, M. G. (2008). Mathematics teachers' "learning to notice" in the context of a video club. *Teaching and Teacher Education*, 24, 244–276. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2006.11.005>
- van Es, E. A., & Sherin, M. G. (2021). Expanding on prior conceptualizations of teacher noticing. *ZDM - Mathematics Education*, 53(1), 17–27. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01211-4>
- Zevenbergen, R. (2000). "Cracking the code" of mathematics classrooms: School success as a function of linguistic, social, and cultural background. In J. Boaler (Ed.), *Multiple perspectives on mathematical teaching and learning* (pp. 201–224). Ablex Publishing.