The Mathematical Education. Vol. 61, No. 2, 273-286
http://doi.org/10.7468/mathedu.2022.61.2.273

Print ISSN 1225-1380
Online ISSN 2287-9633

Research Article

The structure of teacher discourse in the process of solving mathematic problems

Choi, Sang-Ho*
Principal researcher, Korea National University of Education

*Corresponding Author: Choi, Sang-Ho (shchoi83@knue.ac.kr)

ABSTRACT

The purpose of this study is to analyze the teacher's discourse structure in the process of solving mathematics problems based on the communication between teachers and students. To achieve this goal, we observed a semester class by a teacher with experience who practiced a teaching method that creates mathematical meanings based on students' participation in class. In order to solve problems based on the participation of students in each class, the similarities between the processes of creating the structure of the discourse were analyzed. As a result of the analysis, the teacher was able to focus on the goal in the process of starting a discourse, and in the process of developing the discourse, the problem was solved by focusing on understanding the problem. In the process of arranging the discourse, the problem-solving process and the core of the result is summarized. Based on the possibility of generalization of the teacher discourse structure, it will be able to provide practical help in the process of implementing a teaching method that solves mathematics problems by communicating with students in the future.

Key words: problem solving, the structure of teacher discourse, start, develop, organize

수학 문제 해결 과정에서의 교사 담론 구조

최상호*
한국교원대학교 책임연구원

*교신저자: 최상호 (shchoi83@knue.ac.kr)

초록

본 연구의 목적은 교사와 학생 간의 의사소통을 바탕으로 수학 문제를 해결하는 과정에서 교사의 담론 구조를 분석하는 것이다. 이러한 목적 달성을 위해 학생들의 수업 참여를 바탕으로 수학적인 의미들을 만들어 가는 교수법을 다년간 실행한 경력 교사의 한 학기 수업을 관찰하였다. 한 학기 수업 중에서 주어진 문제를 해결하기 위해 담론의 구조를 만들어가는 과정들 간의 공통점을 분석하였다. 분석 결과 교사는 담론을 시작하는 과정에서는 목표에 집중을 할 수 있도록 하였고, 담론을 전개하는 과정에서는 문제 이해에 초점을 두고 문제를 해결하였으며, 담론을 정리하는 과정에서는 문제 해결 과정과 결과에서의 핵심을 요약하였다. 교사 담론 구조의 일반화 가능성을 바탕으로 향후 학생들과 소통하여 수학 문제를 해결하는 교수법을 실행하는 과정에 실질적인 도움을 줄 수 있을 것이다.

주요어: 문제 해결, 교사의 담론 구조, 시작하기, 전개하기, 정리하기

Received February 24, 2022 **Revised** March 07, 2022 **Accepted** March 18, 2022
2000 Mathematics Subject Classification : 97D40

서론

미래 사회는 공유와 협업, 소통을 바탕으로 주변에서 발생할 수 있는 다양한 문제들을 해결하는 역량이 요구되고 있다. 이러한 역량을 함양하는데 도움을 줄 수 있는 수학 교육의 지향점 중에 하나는 소통과 공유를 바탕으로 수학적인 의미를 만드는 과정에 학생들이 적극적으로 참여할 수 있는 교실 풍토를 만드는 것이다(Hong & Park, 2013; Kim, 2013; Kwon et al., 2013). 이러한 교실 문화를 만드는 과정에서 교사의 역할은 매우 중요하다고 볼 수 있다. 학생들이 수업의 과정에 적극적으로 참여하고 소통할 수 있도록 교사가 어떻게 교실 분위기를 조성하고, 시기적절하게 발문을 하는지 등에 따라서 학생들의 참여 양상은 차이가 날 수 있기 때문이다(Choi, 2020c).

학생 수업 참여에 도움을 주기 위한 교사의 역할을 구체화해야 할 필요성으로 인해 교사의 담론적 역량을 개념화하고, 이를 사회(수학)적 규범 형성, 개념 도입, 문제 해결로 설명한 연구가 있었다(Kim et al., 2019). 이 연구는 학생들과의 의사소통을 통해 수학적인 의미를 만들어가는 교수법을 20여년 동안 실천한 경력 교사의 한 학기 수업을 관찰하여 담론적 역량으로 개념화하고 세 가지 측면으로 설명한 것은 학생들이 수업의 과정에 참여할 수 있도록 도움을 줄 수 있는 교사의 역할의 중요성과 필요성을 구체화한 것이라고 볼 수 있다. 이 연구에서는 사회(수학)적 규범 형성과 개념 도입을 위한 교사의 역할을 구체화하였지만, 수학 수업의 대부분을 차지하는 문제 해결에 대해서는 구체적으로 어떻게 담론을 개발해야 하는지를 통합적으로 밝히지는 않고 있다. 이러한 부족함을 해결하기 위해 담론적 역량을 교사 담론의 구조(학생들의 참여를 촉진하기 위해 교사가 담론을 어떻게 시작하고 전개하고 정리하는지에 대한 순서)로 구체화하여 수학 문제 해결에 도움을 줄 수 있는 교사의 역할에 대한 구체화를 시도한 연구들이 있었다. 예를 들면, 학생들의 수학화 과정에 도움을 주는 담론 구조(Choi, 2020a), 문장제 이해에 도움을 주는 담론 구조(Choi, 2020b), 담론 구조에서 학생들의 수업 참여에 도움을 주는 재성 전략에 대한 연구(Choi, 2020c), 동료 멘토링 활동 결과 공유 과정에서의 담론 구조(Choi, 2020d)에 대한 연구가 진행되었다.

이와 같은 연구 결과들은 교사와 학생 간의 의사소통을 통해 수학 문제를 해결하는 과정에 도움을 주는 교사의 역할을 담론의 구조로 구체화한 가치가 있다. 하지만 이전 연구들은 한 차시 문제 해결 수업 사례를 분석하였기 때문에 교사가 어떻게 교실 담론 개발을 해야 하는지에 대해서 일반화가 가능할 수 있는 담론 구조로 주장하기에는 제한점이 있었다. 이러한 제한점을 해결하기 위해 한 학기 동안 수업을 하는 과정에서 교사와 학생 간의 의사소통을 통해 문제를 해결하는 교사 담론 구조의 공통성을 분석하여 '문제 해결 과정에서의 교사 담론 구조'로 설명한다면 학생들의 문제 해결에 도움을 줄 수 있는 교수법 개발에 조금 더 강력한 시사점 제공이 가능할 것이다. 이와 같은 중요성과 필요성을 바탕으로 본 연구는 한 한기 동안 교사와 학생 간의 소통을 통해 문제를 해결하는 과정에서 교사가 담론을 어떻게 시작하고, 전개하고, 정리하는 지에 대한 담론의 구조를 분석하고자 한다.

연구 문제 1. 수학 문제 해결 담론을 시작하는 과정에서의 교사 담론 구조는 어떠한가?

연구 문제 2. 수학 문제 해결 담론을 전개하는 과정에서의 교사 담론 구조는 어떠한가?

연구 문제 3. 수학 문제 해결 담론을 정리하는 과정에서의 교사 담론 구조는 어떠한가?

이론적 배경

의사소통학적 접근과 교수법

수학 학습을 통해 의미를 만들어 가는 과정은 개인이 지식을 습득하는 측면으로 은유하는 "습득주의"와 사회 구성원 간의 소통을 하는 측면으로 은유하는 "참여주의"가 있다(Sfard, 1998). 습득주의는 교사가 알고 있는 수학적 지식을 전달하고, 학생들은 교사가 전달한 지식을 습득하는 존재로 여긴다. 반면에 참여주의는 교사가 동일하게 전달한 지식에 대해 학생들이 오류를 범하는 과정 또는 서로 다르게 받아들이는 과정에서의 문제점들을 해결하기 위해 공동체 구성원들 간의 소통과 참여를 강조하는 접근이다. 즉, 소통과 참여를 통해 서로 다르게 받아들이고 있는 수학적인 의미들을 대상화하는 과정이라고 볼 수 있는 것이다.

수학 학습에 대한 참여주의적 접근은 인식에 대한 의사소통학적 접근과 관련될 수 있다. 이 접근에서는 수학적인 의사소통을 바탕으로 만들어 질 수 있는 담론 공동체 안에서 교사와 학생 간의 단어 사용을 통해 수학적인 의미들이 만들어 질 수 있다고 본다(Wittgenstein, 1953/2003). 수학 학습에 대한 습득주의적 은유는 수학 교수를 위한 지식 중심의 접근법과 연관 지을 수 있고, 참여주의적 은유는 수학 교수를 위한 실행 중심의 접근 방식과 연관 지을 수 있다(Choi & Kim, 2017). 지식 중심의 접근법은 수업 실행 전에 교사가 교수학적 지식과 수학 내용 지식에 대해 완벽히 알고 있으면 이 지식과 동일하게 학생과 소통할 수 있다고 생각하는 접근 방법이다. 이러한 접근 방식에서는 교사가 알고 있는 지식이 학생들에게 그대로 전달될 가능성이 있기 때문에 교사는 설명을 하고 학생은 교사의 설명을 수동적으로 받아들임으로써 학습이 이루어진다고 생각할 가능성이 있다.

이에 반해 실행 중심의 교수법은 참여주의적 은유를 바탕으로 학생들의 수업 참여를 중요하게 생각하는 접근 방식이기 때문에 교수법 전개의 연속성과 역동성을 가정한다. 즉, 교사와 학생이 서로 언어적 표현을 연속적으로 주고 받는 과정이 있고, 이러한 연속적인 과정은 학생의 반응에 따라 실시간으로 의사소통의 양상이 변화될 수 있기 때문에 역동적인 것이다. 따라서 교사가 전달하는 지식이 학생에게 그대로 전달된다고 생각하기 보다는, 학생들은 각자 서로 다른 생각을 가지고 있기 때문에 다양한 반응을 할 수 있다는 것을 가정하는 접근이다. 교사 지식을 바탕으로 학생들의 특성을 고려하여 조금 더 효과적으로 소통할 수 있는 교사의 담론적 역량이 실행 중심 교수법의 한 예시라고 볼 수 있다. 교사의 담론적 역량은 학생들의 참여를 촉진하여 다양한 표현을 할 수 있도록 하고, 다양한 표현들을 연결하여 수학적인 의미를 만들어가는 역량이라고 볼 수 있다(Kim et al., 2019). 따라서 공동체에서의 소통과 참여를 바탕으로 담론의 과정을 조정하여 학습의 효과성을 향상시키기 위해서는 실행 중심의 교수법을 개발하는 것이 도움이 될 수 있다.

수학 문제 해결 과정에서의 교사 담론 구조

의사소통학적 접근에 기초한 실행 중심 교수법을 실천하는 방법 중에 하나는 교사가 담론적 역량을 함양하는 것이라고 볼 수 있다. 담론적 역량을 함양하기 위한 구체적인 방법 중에 하나는 교사가 담론 구조를 개발하는 것이다. 교사의 담론 구조는 한 차시 수업에서 설정한 목적 달성을 위해 교사가 말을 어떻게 시작하고, 전개하고, 정리하는지에 대한 순서이다(Choi, 2020a, 2020b, 2020c, 2020d; Kim et al., 2019). 교사의 담론 구조에 대한 아이디어는 수학 과제를 바탕으로 교사와 학생 간의 의사소통을 하는 상황에서 교사의 담론이 어떻게 이동하는지를 관찰하기 위해 설계된 ATM (The Analyzing Teaching Moves)에서 생각할 수 있다(Correnti et al., 2015). ATM은 교사가 교수법을 개선하기 위해 일상적인 교실 수업 과정에서 교사의 담론을 분석해야 할 필요성으로 제안된 개념이다. ATM에 의하면, 교실에서 교사와 학생 간에 의사소통하는 상황에서 교사의 담론이 이동하는 과정을 “시작하기”와 “반응하기”로 구분하였다. 시작하기는 수업을 도입하는 과정에서 교사가 학생들이 참여할 수 있도록 수학 내용에 대한 정보를 제공하거나 질문을 던지는 것이다. 이렇게 교사가 학생들에게 이야기를 시작한 후에는 학생의 답변에 따라 교사는 반응을 하게 된다. 교사가 반응을 할 때는 학생들의 아이디어를 활용하여 담론을 심화하거나 확장할 수도 있고, 학생들이 제시한 아이디어들을 다른 개념들과 연결을 시킬 수도 있다. 이와 같은 교사의 반응은 교사의 담론 구조에서 전개하기와 정리하기로 연결시킬 수 있다. 즉, 교사가 학생들이 참여할 수 있도록 질문을 하면서 담론을 시작한 후에 교사는 수학 과제를 바탕으로 학생들과 소통하면서 담론을 심화하거나 확장하게 되는데 이 과정은 교사 담론 구조의 전개하기 단계로 볼 수 있는 것이다. 담론을 심화하거나 확장한 후에는 학생들이 알아야 할 핵심적인 개념이나 문제 해결에 대해 정리할 필요가 있는데, 이 과정은 학생들의 아이디어를 연결함으로써 가능할 수 있는 것이다.

이와 같은 선행 연구들을 바탕으로 교사의 담론 구조를 분석할 수 있다. 예를 들면 문장제 이해에 도움을 주는 교사의 담론 구조(Choi, 2020b)가 있었다. 학생들이 문제 해결에 어려움을 겪는 문장제를 이해하는데 도움을 주기 위해 교사는 주어진 문제를 읽으면서 목표에 집중할 수 있도록 하면서 담론을 시작하고, 주어진 문장제에서 중요하게 생각하는 부분에 초점을 맞추게 하고, 이 부분을 수학적인 용어와 연결할 수 있도록 하면서 담론을 전개하였다. 이 과정에서 문제 이해의 오류가 발생되면 이를 지적하고 가능하지 않은 이유를 협의하고 올바른 문제 이해와 이를 위한 가능한 이유를 협의하였다. 이러한 과정을 통해 문제를 해결한 뒤에는 핵심 개념을 요약하면서 담론을 정리하였다(Choi, 20202b).

이와 같은 담론 구조는 하나의 수업 사례에서 분석될 수 있는 것으로 교사 담론 구조의 일반화 가능성을 논하기에는 제한점이 있다. 따라서 한 학기 동안의 수업을 하는 과정에서 학생들의 참여를 바탕으로 문제를 해결하는 교사의 담론 구조들을 분석하고, 각각의 구조들 간에 공통점과 차이점을 분석함으로써 교사의 담론 구조의 일반화 가능성을 논의할 수 있을 것이다. 이렇게 분석된 담론 구조는 향후 학생들의 참여를 촉진하여 문제를 해결하는 교수법을 실행하는데 도움을 줄 수 있을 것이다.

연구방법

연구 방법의 개관과 연구 대상

학생들과의 소통을 통해 수학 문제를 해결 과정에서의 교사 담론 구조를 분석하기 위해 활용한 연구 방법론은 근거 이론이다. 근거 이론은 연구자가 현장에 있는 자료에 근거를 두고 새롭게 발견한 통찰력을 바탕으로 이론을 만들어내는 것이다(Glaser & Strauss, 1967). 연구자는 연구 대상 교사에게 연구에 대한 어떠한 정보도 제공하지 않았고 평소 수업 방식으로 진행하도록 안내하였다. 연구 대상 교사의 일상적인 한 학기 수업 자료에 근거를 두고 학생들과의 소통을 통해 문제를 해결하는 교사의 역할에 대한 통찰력을 바탕으로 교사의 담론 구조라는 이론을 생성하는 근거 이론을 적용한 것이다.

연구 대상 교사는 부임 초부터 20년 동안 동료 멘토링 방법을 활용하여 학생들과 소통하는 교수법에 대해 고민한 중학교 여교사이다. 초임 교사 시절에는 학생의 맥락(그룹 편성 방법, 사회적 규범 설정 등), 학교의 맥락(학부모와의 소통, 동료 교사와의 소통 등)에 따라 멘토링 수업을 진행하는데 많은 시행착오가 있었다. 하지만 이 교사는 멘토링 방법을 활용하면서 발생하는 다양한 문제들을 해결해가면서 자신만의 멘토링 방법을 정착시키고 학생들과 소통하는 교사였다. 이 교사는 시간의 흐름에 따라 변화하는 학생들의 특성을 고려하고, 이들과 소통하기 위해 자신의 교수법을 실행하고, 지속적으로 반성하고 수정하였다. 이러한 교사의 노력 과정들은 전문 학술 논문과 학술 서적으로 출판되기도 하였다. 연구 대상 교사의 수업을 받는 중학교 1학년 학생(24명)들의 학업 성취 수준은 중수준으로 수학에 대한 흥미도가 낮은 편이다.

자료의 수집 및 분석

자료 수집을 위해 중학교 1학년 1학기 수학 수업 전체(44차시)를 관찰하면서 녹화한 동영상 자료를 전사하였다. 현장에서 발견하는 새로운 통찰력을 바탕으로 이론을 만들기 위해 개방 코딩, 축 코딩, 선택 코딩의 과정을 거쳤다. 개방 코딩을 통해 수집한 전사 자료를 모두 검토하였다. 검토한 결과, 연구 대상 교사의 한 학기 수업을 3가지로 범주화할 수 있었다. 즉, 교사와 학생 간의 긍정적인 관계를 만드는 사회(수학)적 규범 형성 과정(2차시 분량), 수학적 개념 도입(3차시 분량), 문제 해결(39차시 분량)로 이름을 붙이고 범주화할 수 있었다. 학생들의 참여를 촉진하는 수업을 실행하는 경력 교사의 한 학기 전체 수업을 3가지 범주들로 도출하고, 축 코딩과 선택 코딩을 통해 수학교육에서 학생들의 문제 해결의 중요성과 학생들의 문제 해결에 도움을 주기 위한 교사 역할의 중요성을 토대로 문제를 해결하는 39차시 수업을 선택하였다. 39차시의 수업 중에서 수학 내용(소인수분해, 정수와 유리수, 문자와 식), 문제 제시 맥락(예제, 예제 적용 문제, 형성 평가 문제, 단원 정리 문제), 학생 맥락(학습에 어려움을 느끼는 문제)을 고려하여 총 11차시를 선택하고 분석하였다. 문제 해결을 위해 활용한 중학교 1학년 수학 교과서에 제시된 문제는 예제, 예제 적용 문제, 형성 평가 문제, 단원 정리 문제로 총 4가지가 있다. 1학기 학습 단원은 소인수분해, 정수와 유리수, 문자와 식으로 총 3단원이기 때문에 각 수학 내용 영역 별로 예제, 예제 적용 문제, 형성 평가, 단원 정리 문제에서 대표 문제를 하나씩 선정하면 총 12개의 문항에 대한 담론을 확인할 수 있다.

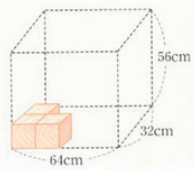
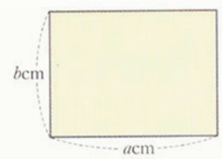
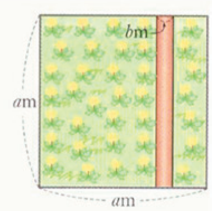
단원	문제			
소인수분해	예제 문제	예제 2 어느 중학교에서 남학생 60명과 여학생 45명을 몇 개의 모둠으로 나누어 체험 학습을 하려고 한다. 각 모둠에 속하는 남학생과 여학생의 구성 인원수가 각각 같도록 할 때, 최대 몇 개의 모둠을 만들 수 있는지 구하여라.		
	예제 적용 문제	4 같은 크기의 정육면체 모양의 블록을 빈틈없이 쌓아서 가로의 길이가 64cm, 세로의 길이가 32cm, 높이가 56cm인 직육면체가 되도록 하려고 한다. 가능한 한 큰 블록을 사용하여 쌓으려고 할 때, 블록의 한 모서리의 길이를 구하여라. 		
	형성 평가 문제	6) 문제 해결 탁구공 62개와 라켓 45개를 몇 개의 상자에 똑같이 나누어 담으려고 했더니 공은 4개, 라켓은 3개가 부족하다고 한다. 이때 상자는 최대 몇 개인지 구하여라. 	단원 정리 문제	14 서술형 서로 맞물려 도는 두 톱니바퀴 A, B에 대하여 A의 톱니의 수는 36개, B의 톱니의 수는 24개이다. 두 톱니바퀴가 회전하기 시작하여 처음으로 다시 같은 톱니에서 맞물릴 때까지 톱니바퀴 B는 몇 번 회전해야 하는지 구하여라. (단, 풀이 과정을 자세히 써라.)
정수와 유리수	예제 문제	예제 3 $\left\{\frac{27}{2}-(2^4-7)\times\left(-\frac{1}{3}\right)^2\right\}\div\left(-\frac{5}{2}\right)$를 계산하여라.	예제 적용 문제	4 다음을 계산하여라. (2) $(-2)-\left\{(-3)^3-(14-5)\div\frac{9}{4}\right\}\div 3$
	형성 평가 문제	6) 사고력 두 수 a, b의 절댓값은 같고, a는 b보다 4만큼 작다고 할 때, a, b의 값을 각각 구하여라.	단원 정리 문제	13 다음 보기에서 계산 결과가 <u>다른</u> 하나를 골라라. 보기 ㄱ. $(-9)\div3\div6$
문자와 식	예제 문제	예제 2 오른쪽 그림과 같이 가로의 길이가 $a$cm, 세로의 길이가 $b$cm인 직사각형의 둘레의 길이를 $l$cm라고 할 때, 다음 물음에 답하여라. (1) 직사각형의 둘레의 길이 l을 a, b를 사용한 식으로 나타내어라. (2) $a=10$, $b=6$일 때, 직사각형의 둘레의 길이를 구하여라. 		
	예제 적용문제	3 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 am인 정사각형 모양의 꽃밭에 폭이 bm로 일정한 길을 만들려고 한다. 길을 제외한 꽃밭의 넓이를 $S\text{m}^2$라고 할 때, 다음 물음에 답하여라. (1) 길을 제외한 꽃밭의 넓이 S를 a, b를 사용한 식으로 나타내어라. (2) $a=20$, $b=2$일 때, 길을 제외한 꽃밭의 넓이를 구하여라. 		
	형성 평가 문제	4 다음을 곱셈 기호 ×와 나눗셈 기호 ÷를 생략한 식으로 나타내어라. (1) x원짜리 물건을 20% 할인한 가격		

Figure 1. Problems selected for discourse analysis (Kang et al., 2014).

하지만 자료 수집을 1학년 1학기에만 하고, 문자와 식은 1학기에 단원이 마무리 되지 않았기 때문에 단원 종합 평가 문항을 제외할 수 밖에 없었다. 따라서 총 11개의 문제에 대한 담론이 분석 대상이 될 수 있었다. 선정된 문제는 수학 내용 영역과 교과서에서 문제의 배치를 고려하는 한편, 교사의 담론 개발 아이디어에 대한 구체적인 정보들을 제공하기 위해 학생들이 어려움을 겪거나 담론이 풍부한 문제를 선택하였다. 즉, 학생들이 문제 해결에 어려움을 겪는 유형 중에 하나로 주어진 상황을 문장으로 설명한 것을 수식으로 표현하거나 해결하는 문제(Cha, 2001; Kim, 2011), 유리수의 혼합 계산(Park, 2004; Yang, 2009) 문제를 선택하였다. 각 문제 별로 연구 결과 설명을 위해 코딩하였다. 예제 문제는 Example problem이기 때문에 E, 예제 적용 문제는 Example Application problem이므로 EA, 형성 평가 문제는 Formation assessment problem이므로 F, 단원 정리 문제는 Unit organization problem이므로 U로 코딩을 하였다. 1학기 학습 단원은 소인수분해는 Prime factorization이므로 P, 정수와 유리수는 Integer and rational number이므로 I, 문자와 식은 Letters and expression이므로 L로 코딩하였다.

Table 1. Coding to describe research findings.

Unit	Coding	
Prime factorization (P)	Example problem (E)	PE
	Example Application problem (EA)	PEA
	Formative assessment problem (F)	PF
	Unit organization problem (U)	PU
Integer and rational number (I)	Example problem (E)	IE
	Example Application problem (EA)	IEA
	Formative assessment problem (F)	IF
	Unit organization problem (U)	IU
Letters and expressions (L)	Example problem (E)	LE
	Example Application problem (EA)	LEA
	Formative assessment problem (F)	LF

분석틀

연구 목적 달성을 위해 ATM의 아이디어를 바탕으로 교사의 담론 구조는 시작하기, 전개하기, 정리하기로 구분하였다. 각 단계 별로 교사와 학생 간의 의사소통을 통해 학생들이 수학적 의미를 찾아갈 수 있도록 도움을 주는 교사의 담론을 분석하기 위해 비계 설정 전략을 활용하여(Anghileri, 2006; Gonzalez & DeJarnette, 2015; Williams & Baxter, 1996) 교사 담론으로 설명하였다.

Table 2. Framework (Anghileri, 2006; Choi, 2020a, 2020b; Correnti et al., 2015;Gonzalez & DeJarnette, 2015; Williams & Baxter, 1996).

The structure of discourse	Teacher discourse
Start (Focus on the goals)	• Creating an environment for class engagement (eg, reading problems together, anticipating learning difficulties)
Develop (Solve problems with a focus on understanding the problem)	• Confirmation (allowing students to express and justify their ideas) • Restructuring (associating student speech with mathematical terms)
Organize (Summarizing the key in the problem-solving process and results)	• Developing conceptual thinking (eg, connecting mathematical ideas, generating conceptual discourse)

Anghileri (2006)는 교사가 수업 참여 환경을 조성하는 1수준, 수학적 개념이나 아이디어를 확인하거나 재구조화하는 2수준, 표현을 개발하고 수학적 아이디어를 연결하며 개념적 담화를 생성하는 3수준으로 분류하였다. 각 수준별 비계 설정 전략이 교사 담론 구조에서 교사 담론과 연결하면 1수준은 시작하기, 2수준은 전개하기, 3수준은 정리하기에서의 교사 담론과 관련시켜 분석할 수 있다. 교사가 담론을 시작할 때는 학생들이 의사소통 과정에 적극적으로 참여할 수 있도록 환경을 만드는 것이다. 이러한 환경 조성을 위해 학생들이 수업 목표에 집중하는데 도움을 줄 수 있는 활동을 하는 것이다. 주어진 문제를 읽거나 문제 해결에 대한 어려움을 예상하게 하거나 주어진 문제 상황을 관찰하고 학생이 표현할 수 있도록 하는 활동들이 그 예시가 될 수 있다(Anghileri, 2006).

학생들이 참여할 수 있는 환경을 조성하였다면, 수학적인 의미들을 만들어가는 담론을 전개할 필요가 있다. 즉, 교사가 학생들의 아이디어를 활용하여 담론을 심화하거나 확장하는 것이다. 교사는 학생들이 다양한 표상을 활용하여 소통할 수 있도록 도움을 주고 정당화할 수 있도록 할 수 있으며(확인하기), 학생의 발언을 수학적 용어와 연결 지을 수 있다(재구조화하기)(Anghileri, 2006; Gonzalez & DeJarnette, 2015). 정리하기는 학생들이 알아야 할 핵심 개념이나 문제 해결에 대해 정리할 필요가 있는데, 이를 위해 다양한 표현을 활용하고 번역할 수 있도록 함으로써 개념적 담론을 생성하도록 하거나, 수학적 아이디어를 연결하여 정리할 수 있게 도움을 줄 수 있다(Anghileri, 2006; Gonzalez & DeJarnette, 2015). 이와 같이 교사의 담론 구조를 시작하기, 전개하기, 정리하기로 구분한 후, 각 구조 안에서 학생들이 수학적 의미를 만드는데 도움을 주는 교사 담론을 비계 설정 전략을 활용하여 분석하고자 한다.

결과 분석 및 논의

시작하기: 목표에 집중하도록 하기

교사는 문제를 해결하는 담론을 시작하는 과정에서 공통적으로 Table 3과 같이 모든 학생들과 함께 주어진 문제를 읽거나 활동 방향에 대한 설명을 통해 목표에 집중하도록 하고, 문제가 어려울 경우 학습 어려움을 예상하도록 하면서 담론을 시작하였다.

Table 3. Teacher discourse at the beginning.

	Starting the discourse
PE	• To predict the difficulty of solving the problem • Focus on the goals
PEA	• Focus on the goals
PF	• Focus on the goals
PU	• Focus on the goals
IE	• To predict the difficulty of solving the problem • Focus on the goals
IEA	• Focus on the goals
IF	• To predict the difficulty of solving the problem • Focus on the goals
IU	• Encouragement to express difficulties in solving problems • Focus on the goals

문제 읽기와 활동 방향 안내하기

교사는 주어진 문제를 해결하는 목표에 집중하도록 하기 위해 문제를 읽어보도록 하거나 활동의 방향을 안내하였다.

Table 4. Example of teacher discourse at the beginning stage 1 (Choi, 2020b).

Classification		Example
Read the given problem	PEA	Teacher: If you read the problem once, you can stack cube-shaped blocks without gaps... (omitted)...
Guidance of activities	PEA	Teacher: Shall we look for number 4 on page 24 in our problem?
	PU	Teacher: Shall we only understand the core of question 14? How to read the question, pick up a pen and check only the core part in the middle of the question.

PEA의 경우 교사와 학생 전체가 주어진 문제를 읽어보는 활동을 함으로써 문제를 해결해야 할 목표에 집중하도록 하는 모습을 볼 수 있다. 그리고 주어진 문제에서 중요하게 생각하는 부분을 한 번 찾아보도록 안내하며 활동 방향을 설명하였다. PU의 경우도 교사가 주어진 문제의 핵심을 파악하고 핵심에 체크를 하도록 하면서 활동 방향을 안내함으로써, 학생들이 문제 해결을 위한 목표에 집중하도록 하였다.

문제 해결에 대한 어려움 예상하도록 하기

주어진 문제가 어려울 경우에는 문제 해결에 대한 어려움을 예상하도록 함으로써 문제 이해 과정에 집중해야 할 필요성과 문제를 해결하지 못했을 때 자신감이 하락하지 않도록 학생들의 사고를 격려하였다.

Table 5. Example of teacher discourse at the beginning stage 2.

Classification	Example	
To predict the difficulty of solving the problem	PE	Teacher: It seems a little difficult. It is a word problem.
	IE	Teacher: Today the teacher is going to do one very difficult problem.

PE의 경우 교사는 문장제로 제시된 문제 해결의 어려움을 예상하도록 하였고, IE의 경우 교사는 어려운 문제를 해결할 예정이라고 하면서 학생들이 문제 해결에 대한 어려움을 예상할 수 있도록 하였다.

이와 같이 교사가 담론을 시작하는 활동은 ATM에서 설명한 주도(Initiation Moves)와 관련이 있다고 볼 수 있다. ATM에서는 교사가 수업 도입 부분에서 질문을 하거나 문제에 관련된 정보를 제공하는 것으로 설명하였는데(Correnti et al., 2015), 본 연구의 사례에서는 ATM의 주도를 비계 설정 전략을 통해 구체화하였다고 볼 수 있다. 즉, 학생들이 수업의 과정에 참여할 수 있는 수업 분위기를 만들기 위해 문제를 읽고 수업의 활동 방향을 안내함으로써 수업 목표에 집중하도록 하거나 문제 해결에 대한 어려움을 예상하도록 하는 활동으로 구체화한 것으로 볼 수 있다.

전개하기: 문제 이해에 초점을 두고 문제 해결하기

교사는 문제 해결을 위한 목표에 집중하도록 하고, 주어진 문제가 어려울 경우 이를 예상하도록 하면서 담론을 시작한 후 Table 6과 같이 학생들이 중요하게 생각하는 부분과 수학 용어를 연결하도록 하고, 학생들의 오류를 지적한 후 정당화할 수 있도록 하였으며, 동일한 내용에 대한 다른 표현 방식을 공유함으로써 문제 이해에 초점을 두고 문제를 해결하는 담론을 전개하였다.

Table 6. The teacher discourse at the stage of development.

	Developing the discourse
PE	• Encourage students to focus on what matters • Linking mathematic terms with important parts
PEA	• Encourage students to focus on what matters • Linking mathematic terms with important parts • Point out errors in understanding the problem and discuss why it is not possible • Understanding the problem correctly and discussing possible reasons
PF	• Encourage students to focus on what matters • Linking mathematic terms with important parts
PU	• Encourage students to focus on what matters • Linking mathematic terms with important parts
IE	• Pointing out errors and sharing the need to change solution methods to reduce errors
IEA	• Pointing out errors and sharing the need to change solution methods to reduce errors
IF	• Comparing the advantages and disadvantages of different mathematical expressions
IU	• Explain why it is not mathematically possible based on examples of possible errors • Explaining mathematically possible reasons
LE	• Encourage students to focus on what matters • Linking mathematic terms with important parts • Point out errors that have occurred and explain why they are not mathematically possible
LEA	• Sharing different ways of expressing the same content
LF	• Sharing different ways of expressing the same content

중요하게 생각하는 부분과 수학 용어 연결하기

교사는 학생들이 주어진 문제를 이해할 수 있도록 도움을 주기 위해 중요하게 생각하는 부분을 찾게 하고, 그 부분과 수학적인 용어를 연결하는 방향으로 담론을 전개하는 경우가 있었다.

Table 7. Example of teacher discourse at the stage of development 1 (Choi, 2020b).

Classification		Example
Focus on what's important to you	PE	Teacher: Circle the part you think is important. Teacher: Where do you think is important? Students: Divide Teacher: Yes. Divide. Circle. It's really important.
	PF	Teacher: Where is the core of this problem? Where should the circle be? Students: Maximum, equal, divide
Connecting math terms to the parts that mattered to you	PE	Teacher: What does "equal" mean? Students: Common factor
	PF	Teacher: Circle on "divide". What do you mean by "divide"? Students: Common factor. Teacher: What do you mean by "equal"? Students: Common

학생들이 중요하게 생각하는 부분에 초점을 맞추는데 도움을 주기 위해 PE와 PF의 경우 교사는 학생들이 중요하다고 생각하는 부분에 동그라미를 할 수 있도록 하는 활동을 하였다. 그 후에는 문제에서 제시된 '같도록'이 무엇을 의미하는지 질문하거나(PE), '나누어'와 '똑같이'를 무엇으로 표현할 수 있는지 질문함으로써(PF) 중요하게 생각한 부분과 수학 용어를 연결할 수 있는 기회를 부여하였다.

오류 지적과 정당화 및 문제 해결하기

교사는 학생들과의 문제 해결 과정에서 발생된 오류를 지적하고 수학적으로 가능하지 않은 이유와 가능한 이유를 설명하였다.

Table 8. Example of teacher discourse at the stage of development 2.

Classification		Example
Point out errors in understanding the problem and discuss why it is not possible	PEA	Teacher: Uh. Now in question 4, "as large as possible" means "maximum". Next. Students: When trying to build. Teacher: When trying to build? When trying to build? Students: When trying to build. Feels like least common multiple. Every time you build. Teacher: Does the number increase with each stack? Does the number get bigger with each stack to include "stacked"? Students: No. Teacher: As you stack, the number increases. So is it a divisor? Is it a multiple? Isn't that a bit strange?
	IU	Teacher: I have a friend who calculated this first (pointing to 3 and 6). Is it possible? Students: No. Teacher: Why would it be possible? Students: Arithmetic operations are performed slowly from the front.
Understanding the problem and negotiating possible reasons	PEA	Teacher: Look closely at the picture in question. There is a hint in the picture. Rather than "stacking" the picture, look at the picture once. Students: Same size. Teacher: Oh! Here is a picture drawn like this. The length here is now 64, here is 32. Sometimes you can get hints from pictures when solving math problems. 56. What's in here? What is this picture? Students: Cube. Teacher: Cube. What does this mean? Looking at the problem again, what's ahead? Students: Of the same size. Teacher: Yes. What does "a cube of the same size" mean? Students: Greatest common factor.
	IU	Teacher: Why do I have to do it from the front? Students: The value is different. Teacher: Why are the values different? Students: There is an order.

PEA의 경우 학생들이 주어진 문제 해결을 위해 최대공약수를 활용해야하는 것으로 이해하였지만, 쌓는다는 의미가 배수와 연결될 수 있다는 방향으로 담론이 전개됨에 따라 쌓으면 숫자가 커지게 되는데 배수인지, 약수인지 결정하도록 하면서 오류를 지적하고, 가능하지 않은 이유를 학생들과 협의하였다. IU의 경우 나눗셈이 연속으로 두 번 있는 경우에 뒤에 나오는 나눗셈을 먼저 계산하는 학생들의 오류를 지적하고 가능한지를 학생들에게 질문하고 가능하지 않은 이유를 협의하였다.

교사는 학생들의 오류를 지적하고 그 이유에 대해 설명하고 합의한 후에는 그림에서 힌트를 얻어 문제 해결을 위해 주목해야 할 단어인 '같은 크기'에 집중하도록 하여 올바른 문제 이해와 그것이 가능한 이유를 협의하거나(PEA) 연속되는 나눗셈을 계산할 때 앞에서부터 순차적으로 계산하는 이유에 대해 학생들과 소통함으로써 올바른 문제 이해와 그것이 가능한 이유를 협의하였다(IU).

동일한 내용에 대한 다른 표현 방식 공유하기

교사는 동일 내용에 대한 다른 표현 방식을 공유하였다.

Table 9. Example of teacher discourse at the stage of development 3.

Classification		Example
Sharing different ways of expressing the same content	LEA	Teacher: How can we express the expression? Students: A times a. Teacher: Yes. How can I do it? Shall we try it in our own language? Students: A Teacher: Yes. a$\times$ Students: $a^2-(a-b)$ Teacher: Yes. What did a friend subtract from the area a^2 of the flower garden? Students: ab Teacher: How did a friend express it a while ago? Students: $a\times a$ Teacher: Yes. This length is . Also, this length is . And? Students: In parentheses. Teacher: Yes. In parentheses. Students: $a-b$
	LF	Teacher: I have a pencil case worth 10,000 won. However, it is sold at a 25% discount at the stationery store. How much can I buy? Students: 7,500 won. Teacher: 7,500 won. How to know is not expressed in a formula. Our children always know by body. Look. How do I use it? So, will that be subtracted from 10,000 won? Students: Yes. Teacher: At 10,000 won. Students: Multiple by $\frac{}{100}$ Students: 25 Teacher: What percentage is $\frac{25}{100}$. The teacher will do this for you. What was this, not 10,000 won? (Pointing to x) Students: x Teacher: it was . Minus what was this? what percentage of x? ...(omitted)... Teacher: How much is a decimal?

LEA의 경우 교사는 문장으로 제시된 것을 문자를 활용해서 식으로 표현하는 문제를 해결하는 과정에서 a^2-ab와 $a(a-b)$를 함께 제시하고, 제시된 문제 상황에 연결하여 두 가지 표현을 설명하도록 하였다. LF의 경우 교사는 주어진 문제를 해결하는 과정에서 $10{,}000-10{,}000\times\frac{25}{100}$와 를 함께 제시하고, $\frac{25}{100}$를 소수로 표현하면 얼마인지를 질문함으로써 동일한 내용에 대해 다른 표현 방식을 공유하였다.

이와 같이 교사가 담론을 전개하는 활동은 ATM에서 설명한 반응하기(Rejoinder)의 활용(Uptake)과 관련이 있다고 볼 수 있다. ATM에서는 활용을 교사가 담론을 심화하고 확장하기 위해 학생의 아이디어를 활용하는 것으로 설명하였는데(Correnti et al., 2015) 본 연구의 사례에서는 ATM의 활용을 비계 설정 전략을 통해 구체화하였다고 볼 수 있다. 즉, 담론을 심화하고 확장하기 위해 학생들이 중요하게 생각하는 부분과 수학 용어를 연결하고, 학생의 오류를 지적하고 정당화할 수 있도록 하면서 문제를 해결하였으며, 동일한 내용에 대 다른 표현 방식을 공유할 수 있도록 하면서 학생의 아이디어를 활용한 것으로 구체화하였다.

정리하기: 문제 해결 과정과 결과에서 핵심 요약

교사는 문제 해결 담론을 정리하는 과정에서 문제 해결에 대한 핵심을 요약하고, 교사가 제안한 풀이 방법 모방의 필요성을 공유하거나, 다양한 표현을 활용하여 수학적인 정리를 하였다.

Table 10. Teacher discourse at the organizing stage.

	Organizing the discourse
PE	• Summary of the key concepts • Organize problem understanding
PEA	• Summary of the key concepts
PF	• Summary of the key concepts
PU	• Summary of the key concepts • Organize problem understanding
IE	• Share the need to imitate the teacher's suggested solution
IEA	• Share the need to imitate the teacher's suggested solution
IF	• Emphasizing the need for different mathematical expressions
IU	• Applying correct mathematical justification to problem solving
LE	• Using various expressions to organize mathematically
LEA	• Using various expressions to organize mathematically
LF	• Using various expressions to organize mathematically

핵심 개념 요약하기

교사는 핵심 개념을 요약하며 담론을 정리하였다.

Table 11. Example of teacher discourse at the organizing stage 1 (Choi, 2020b).

Classification		Example
Summarize key concepts	PE	Teacher: So what happens? What if all are integrated? Students: Greatest common factor.
	PEA	Teacher: When I merged these three, the problem was, ah, what happened? Students: Greatest common factor.

교사는 학생들이 중요하게 생각한 부분들에서 도출된 수학 용어들을 모두 합하면 무엇인 되는지 질문함으로써 주어진 문제의 핵심 개념을 요약하며 담론을 정리하였다.

교사의 풀이 방법 모방의 필요성 공유

교사는 자신이 제안한 풀이 방법 모방의 필요성을 공유하였다.

Table 12. Example of teacher discourse at the organizing stage 2.

Classification		Example
Sharing the necessity of imitating the solution method suggested by the teacher	IE	Teacher: I'll simplify the three people's solutions into one. It's all taking notes....I want to show it to the graders. If you knew the order in which I solved it, what was the first thing I had to do here? ...(omitted)... Teacher: How about the solution from a while ago? Students: Easy. Teacher: Can you see at a glance which one was calculated first? Students: Yes.
	IEA	Teacher: Let's look at two problems. Does the solution come in at a glance? Students: No. Teacher: Why can't I see it at a glance? Students: Messy. Teacher: Yes. I don't know where and what I did...(omitted)...I'm trying to express myself with pictures so that you guys can see, except for the things you guys can't see well. Look at the connection...(omitted)...I wrote it out a while ago. By looking at the solution and this solution, what can you tell about the solution process? In this case, the solution process can be seen more clearly. So I could be wrong while writing it, so I structured it.

IE의 경우 교사는 동일한 문제에 대해 서로 다른 학생들의 풀이를 종합하고, 교사의 풀이 방법을 모방할 수 있도록 하기 위해 문제 풀이 과정에 대한 순서를 알기 쉽고, 채점자의 입장에서 볼 때 어떻게 풀이 과정을 기술해야 하는지를 학생들에게 질문하고 있다. 교사 자신의 풀이 방법을 설명한 후에는 모방의 필요성을 공유하였다. IEA의 경우에도 교사는 동일한 문제에 대해 서로 다른 학생들의 풀이를 설명하는 과정에서, 학생들의 풀이 과정 이해가 쉬운지를 질문하고, 교사가 풀이 과정의 순서를 학생들이 볼 수 있도록 구조화함으로써 교사의 풀이 과정을 모방해야 할 필요성을 공유하며 담론을 정리하였다.

다양한 표현을 활용하여 수학적인 정리

교사는 다양한 표현을 활용하여 수학적인 정리를 하였다.

Table 13. Example of teacher discourse at the organizing stage 2.

Classification		Example
Organize mathematically using various expressions	LE	Teacher: Addition is simply written like this (pointing to 2a+2b). But let me ask you one thing. One more to go. Remember the distributive rule we did last time? Students: Yes. Teacher: What's the same?(underlining the 2a+2b) What's the same? Students: 2 Teacher: 2. Then we can tie the 2 together. ...(omitted)... Teacher: You can write it like this (circle 2a+2b) or write it like this(circle 2(a+b)).
	LF	Teacher: 80 percent. So what do we do? $\frac{80}{100}$x. So what will it be? 0. Students: 8 Teacher: 8x. Or it was reduced $\frac{4}{5}$x. Or what can I do? We can calculate $x - 0.2x$ as before. All possible expressions. All possible expressions.

LE의 경우 주어진 문제를 $2a + 2b$로 표현을 한 후 학생들의 이전 학습 경험인 분배법칙과 연결하여 $2(a+b)$로 표현하였다. LF의 경우 백분율 표현을 소수로 표현하고 분수로 표현함으로써 다양한 표현을 활용하여 수학적으로 정리를 하였다.

이와 같은 교사의 활동은 ATM에서 설명한 반응하기(Rejoinder)의 연결(Connection)과 관련이 있다고 볼 수 있다. ATM에서는 교사가 학생들의 아이디어를 다른 개념과 연결 짓는 것을 연결(Connection)로 설명하였다(Correnti et al., 2015). 본 연구의 사례에서는 ATM의 연결을 비계 설정 전략을 통해 구체화하였다고 볼 수 있다. 즉, 교사가 담론을 정리할 때 주어진 문제에 대한 핵심 개념을 요약하고, 교사의 풀이 방법을 모방해야할 필요성을 공유하며, 다양한 표현을 활용하여 수학적인 정리를 함으로써 학생들의 반응을 통합하여 다른 개념이나 표현하는 방법과 연결 짓는 활동으로 구체화한 것이다.

결론 및 제언

교사와 학생 간의 소통을 통해 수학 문제를 해결 과정에서의 교사 담론 구조를 분석한 결과 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다.

수학 내용 영역과 문제의 맥락에 따른 교사 담론 구조의 공통성은 담론 구조의 일반화 가능성을 논의하는데 도움을 주는 것으로 볼 수 있다. 연구 결과를 보면 수학 내용 영역이 소인수분해, 정수와 유리수, 문자와 식인지, 문제가 예제인지, 예제를 적용한 문제인지, 형성 평가 인지, 단원 정리 문제 인지 등에 대해 독립적으로 교사가 담론을 시작하고 전개하고 정리하는 과정에서는 공통점들이 있었다. 교사는 담론을 시작하는 과정에서는 목표에 집중을 할 수 있도록 하였고, 담론을 전개하는 과정에서는 문제 이해에 초점을 두고 문제를 해결하였으며, 담론을 정리하는 과정에서는 문제 해결 과정과 결과에서 핵심을 요약하였다.

즉, 교사는 담론을 시작하는 과정에서는 주어진 목표에 집중하도록 하였다. 이를 위해 모든 학생들과 함께 주어진 문제를 읽거나 활동 방향에 대한 설명을 하고, 특히, 문제가 어려울 경우 학습 어려움을 예상하도록 하였다. 그리고 담론을 전개하는 과정에서는 문제 이해에 초점을 두고 문제를 해결하였다. 이를 위해 중요하게 생각하는 부분과 수학 용어를 연결하거나, 오류를 지적하고 이를 정당화를 한 후 문제를 해결하기도 하였고, 동일한 내용에 대해 서로 다른 표현 방식을 공유하기도 하였다. 담론을 전개한 후에는 문제 해결에 대한 과정과 결과에서 핵심을 요약하며 정리하였다. 이를 위해 교사가 제안한 풀이 방법 모방의 필요성을 공유하거나, 다양한 표현을 활용하여 수학적인 정리를 하였다. 이와 같이 수학 내용과 문제의 제시 국면에 독립적으로 교사 담론 구조의 공통점을 분석함으로써 향후 학생들의 참여를 촉진하는 교수법을 계획하고 실행하는 교사에게 실질적인 도움을 줄 수 있을 것이다.

이러한 결론을 토대로 교수, 교사교육, 연구 측면에서 제언을 할 수 있다.

첫째, 교수 측면에서 교사는 자신의 담론 구조를 분석하여 교실 수업의 질을 개선할 필요가 있다. 본 연구의 결과에서 분석된 것처럼, 교사가 수학 내용을 바탕으로 교사의 담론 구조로 분석함으로써 교사가 학생들에게 질 좋은 학습의 기회를 제공하는지에 대한 정보를 줄 수 있는지 그 가능성에 대해 생각해볼 수 있었다. 따라서 교사는 자신의 수업을 녹화하여 관찰하고 담론의 구조를 분석함으로써 자신의 수업에 대해 반성하고, 이를 통해 교실 수업의 질을 개선할 수 있도록 노력할 필요가 있다.

둘째, 교사교육측면에서 교사의 담론 구조 분석 및 개발의 필요성을 강조할 필요가 있다. 본 연구의 결과에서처럼 교사의 담론 구조를 분석함으로써 교사 자신의 교수법에 대해 고민할 수 있기 때문에 교수법 개선에 조금 더 구체적인 정보를 제공할 수 있을 것이다. 따라서 교사교육과정에서 교사들이 자신의 수업을 담론 구조로 분석해야 할 필요성이나 중요성을 강조할 필요가 있다.

셋째, 연구 측면에서 학습 측면에 대한 양적 연구가 필요하다. 본 연구는 학생들의 문제 해결에 도움을 줄 수 있는 교수 측면을 중심으로 연구 결과를 도출하였다. 학생들의 참여 양상을 통해 교사의 담론 구조가 학습에 어느 정도 기여를 할 수 있다는 것을 예측할 수 있지만, 수학 학업 성취도나 정의적 영역에 대한 측면을 양적으로 보이지는 않았다. 이러한 수업에 참여한 학생들의 인지적·정의적 영역에서의 성취 수준을 분석함으로써 교사 담론 구조의 효과성을 종합적으로 증명할 필요가 있다.

References

Anghileri, J. (2006). Scaffolding practices that enhance mathematics learning. *Journal of Mathematics Teacher Education, 9,* 33-52. https://doi.org/10.1007/s10857-006-9005-9

Cha, S. (2001). *A study on error analysis and correction according to the level of learning ability in letters and expression units* [Master's thesis, Korea National University of Education Graduate School].

Choi, S. (2020a). Interaction patterns between teachers-students and teacher's discourse structures in mathematization processes. *The Mathematical Education, 59*(1), 17-29. https://doi.org/10.7468/mathedu.2020.59.1.17

Choi, S. (2020b). Teacher-student interaction patterns and teacher's discourse structures in understanding mathematical word problem. *The Mathematical Education, 59*(2), 101-112. https://doi.org/10.7468/mathedu.2020.59.2.101

Choi, S. (2020c). Quantitative and qualitative analysis of teacher-student interaction in student engagement mathematics classes. *Journal of Educational Research in Mathematics, 30*(2), 227-244. https://doi.org/10.29275/jerm.2020.05.30.2.227

Choi, S. (2020d). The structure of teacher discourse based on the error of solving mathematic problems of students in the process of sharing the results of peer mentoring activities. *School Mathematics, 22*(2), 277-292. https://doi.org/10.29275/sm.2020.06.22.2.277

Choi, S., & Kim, D. (2017). Effects of a communicational approach to teacher education on cognitive changes in mathematical beliefs. *Korean Journal of Teacher Education, 33*(4), 25-50. https://doi.org/10.14333/KJTE.2017.33.4.25

Correnti, R., Stein, M. K., Smith, M. S., Scherrer, J., McKeown, M., Greeno, J. & Ashley, K. (2015). Improving teaching at scale: Design for the scientific measurement and learning of discourse practice. *Socializing Intelligence Through Academic Talk and Dialogue. AERA,* 284. https://doi.org/10.3102/978-0-935302-43-1_25

Glaser, B. F., & Strauss, A. L. (1967). *The discovery of grounded theory.* New York: Aldine de Gruyter.

Gonzalez, G., & DeJarnette, A. (2015). Teachers' and students' negotiation moves when teachers scaffold group work. *Cognition and Instruction, 33*(1), 1-45. https://doi.org/10.1080/07370008.2014.987058

Hong, J., & Park, D. (2013). The research on competitive strategies of mobile contents platforms based on network externality. *The e-Business Studies, 14*(5), 113-130. https://doi.org/10.15719/geba.14.5.201312.113

Kang, O., Hwang, S., Kwon, E., Jeong, K., & Kim, Y. (2014). *Middle school mathematics 1.* Doosandonga.

Kim, D., Shin, J., Lee, J., Lim, W., Lee, Y., & Choi, S. (2019). Conceptualizing discursive teaching capacity: A case study of a middle school mathematics teacher. *School Mathematics, 21*(2), 291-318. https://doi.org/10.29275/sm.2019.06.21.2.291

Kim, E. (2013). Strategies for creating an ecosystem based on open platforms. *Journal of The Korean Institute of Communication Sciences, 30*(9), 59-64.

Kim, S. (2011). *Error analysis and correction measures that occur in 7-A 'letters and expressions'* [Master's thesis, Korea University Graduate School].

Kwon, H., Na, Y., & Park, J. (2013). Platform based of the major attribute research for the service ecosystem construction. *Journal of Information Technology Service, 12*(4), 461-472. https://doi.org/10.9716/KITS.2013.12.4.461

Park, S. (2004). *Effect of calculation process correction in calculating rational numbers* [Master's Thesis, Ewha Womans University Graduate School of Education].

Sfard, A. (1998). On two metaphors for learning and the dangers of choosing just one. *Educational Researcher, 27*(2), 4-13. https://doi.org/10.3102/0013189X027002004

Williams, S., & Baxter, J. (1996). Dilemmas of discourse oriented teaching in one middle school mathematics classroom. *The Elementary School Journal, 97*(1), 21-38. https://doi.org/10.1086/461847

Wittgenstein, L. (1953/2003). *Philosophical investigations: The German text, with a revised English translation*(3rd ed., G. E. M. Anscombe, Trans.). Malden, Blackwell.

Yang, M. (2009). *Case study on teaching mathematics slow-learners by mathematical visualization* [Master's thesis, Korea National University of Education Graduate School of Education].