

초등 예비교사들이 제시한 분수 나눗셈 문장제와 해결 방법 분석

이대현*

광주교육대학교

An Analysis on Elementary Pre-Service Teachers' Word Problems and Problem Solving Methods in Fraction Division

Daehyun Lee*

Gwangju National University of Education

Abstract : Fraction division is the content that is important but difficult to learn because it includes the process of finding a numerical expression in the real-world context, the process of making a context that matches a numerical expression, how to solve division, and the justification of standard algorithm. This study analyzes the word problems and problem solving methods about fraction division which elementary pre-service teachers represented. Pre-service teachers have more difficulty in making word problem where the dividend is less than the divisor and they also show typical errors in making the word problems. There were differences in the methods presented according to the contexts of division in problem solving. Through this study, it is necessary to rethink the teaching methods for fraction division instruction in the curriculum for pre-service teachers and analyze the formation process of 'knowledge for content and teaching' because of the differences in responses between grades.

keywords : fraction division, elementary pre-service teacher, word problem, context, standard algorithm, non-standard algorithm

I. 서론

초등학교 수학에서 연산 영역은 자연수의 덧셈과 뺄셈을 시작으로, 분수와 소수의 나눗셈까지 오랜 시간에 걸쳐 많은 학습량으로 다루어지며, 이를 가르치는 데에도 단순 계산 이상의 계산 원리를 다루어야 하는 어려움이 있다. 예를 들어, 이분모 분수의 덧셈과 뺄셈에서는 통분과 그 필요성을 가르쳐야 하고, 나눗셈에서는 역수 개념을 이용하지 않으면서 표준 알고리즘을 가르쳐야 한다. 특히 분수 나눗셈은 '제수의 분모와 분자를 바꾸어 곱하기'라는 간단한 표준 알고리즘에도 불구하고, 그 알고리즘에 내재된 의미를 이해시키기에는 어려움이 많다. 이런 이유로 새로운 교육과정이 개정되어 교과서가 개발될 때마다 분수 나눗셈에 대한 다양한 문제 상황을 제시하면서 이를 해결할 수 있는 여러 가지 비표준 알고리즘을 제시하거나, 비표준 알고리즘을 통해 표준 알고리즘을 도입하

고 정당화하는 방법을 시도하고 있다. 그렇지만 각각의 분수 나눗셈 문제 상황에서 역수를 곱하는 표준 알고리즘 도입 과정에 대한 관계적 이해가 쉽지 않기 때문에 절차적 과정에 대한 반복 학습에 치중하게 됨으로써 분수 나눗셈에 대한 학생들의 이해가 낮은 원인이 되기도 한다(Kang *et al.*, 2018; Kim, 2020).

분수 나눗셈의 학습 내용은 제수가 자연수인 경우와 분수인 경우로 크게 나눌 수 있으며, 교육과정에서도 (분수) ÷ (자연수), (분수) ÷ (분수), (자연수) ÷ (분수)를 다루도록 제시하고 있다(Ministry of Education, 2015). 제수가 자연수인 경우와 분수인 경우로 나누어 분수 나눗셈을 지도함으로써 계산 원리에 대한 이해를 추구하고 있지만, 분수 나눗셈의 다양한 문제 상황이나 표준 알고리즘을 포함한 여러 가지 문제해결 방법이 존재하기 때문에 교사들은 이를 지도하는데 어려움을 가질 수 있다. 또한 문제 상황에 따라 분수 나눗셈의 표준 알고리즘을 도입하는 과정에도 차이가

* 교신저자: 이대현 (leedh@gnue.ac.kr)

** 2022년 2월 4일 접수, 2022년 4월 24일 수정원고 접수, 2022년 4월 29일 채택
<http://dx.doi.org/10.21796/jse.2022.46.1.109>

있기 때문에 표준 알고리즘을 도입하고 정당화하는 과정을 학생들에게 설명하는 데에도 교사들은 어려움을 느낄 수 있다. 이런 면에서 선행연구에서도 분수 나눗셈식에 적합한 문장제를 만들어 내는데 예비교사나 현직 교사들이 어려움을 가지고 있다는 것을 밝히고 있다(Ma, 1999; Park, Song, & Yim, 2004).

선행연구와 교육 현장의 의견을 종합하면, 분수 나눗셈의 교수·학습과 관련된 어려움은 문제 상황에 맞는 나눗셈식을 찾는 것, 나눗셈식에 적합한 문제 상황이나 문장제를 만드는 것, 그리고 나눗셈의 여러 가지 해결 방법과 표준 알고리즘의 도입 과정의 연계 및 역수 곱하기의 의미 이해에 있다(Park, 2014; Seo, 2021). 이 중에서 본 연구는 분수 나눗셈식에 적절한 문장제 만들기과 분수 나눗셈 문장제의 해결 방법에 초점을 두고자 한다. 이를 위해 분수 나눗셈의 문장제 유형과 분수 나눗셈 문장제의 해결 방법을 파악하여 본 연구의 이론적 근거를 설정하였다.

먼저, 분수 나눗셈의 문장제 유형에 대해서는 연구자마다, 연구 관점에 따라 차이를 나타내고 있다. 예를 들어, Ma (1999)는 교사들이 만든 문장제를 측정 모델, 분할 모델, 곱과 인수 모델로 분류하였고, Park, Song, & Yim (2004)은 초등 예비교사들이 제시한 문장제를 포함제, 등분제, 단위비율의 결정, 곱셈의 역, 카테시안 곱의 역 상황으로 분석하였다. 또 분수 나눗셈의 문장제 또는 문제 상황을 Lee (2015)는 포함제, 곱셈적 비교, 등분제, 단위비율의 결정, 곱셈의 역 상황으로 제시하였고, Cho (2021)는 포함제, 곱셈적 비교, 등분제, 단위비율의 결정, 곱셈의 역, 카테시안 곱의 역 상황으로 제시하였다. 이와 같이 분수 나눗셈을 나타내는 상황은 연구자마다 차이를 보이고 있으며, 그 차이는 제수가 자연수인 경우와 분수인 경우에서도 구분된다. 본 연구에서는 선행연구에서 제시한 분수 나눗셈 상황과 제수가 분수인 경우에 초점을 두어 예비교사들이 제시한 분수 나눗셈식에 적절한 문장제를 포함제, 곱셈적 비교, 단위비율의 결정, 곱셈의 역, 카테시안 곱의 역 상황으로 구분하였다.

다음으로 분수 나눗셈의 해결 방법은 역수를 곱하는 ‘표준 알고리즘’과 그 외의 방법인 ‘비표준 알고리즘’으로 구분할 수 있다. 비표준 알고리즘은 표준 알고리즘 도입과 정당화 과정을 보이는 기능을 가지고 있지만, 그 자체로도 문제 상황에 적절한 방법으로 답을 산출하는 기능도 가지고 있다. 따라서 2015 개정 교육과정에 따른 교과서에서도 표준 알고리즘을 도입하기 이전에 여러 가지 비표준 알고리즘을 이용하여 문제 상황에 적절한 해결 방법을 제시하고도 있다(Ministry of Education, 2019).

분수 나눗셈의 해결 방법에 대해서도 연구자마다

차이를 보이고 있다. 예를 들어 Yim, Kim, & Park (2005)은 ‘포함제 맥락, 단위비율 결정 맥락, 비 또는 측정 단위의 세분 맥락, 곱셈의 역연산 맥락, 분수의 곱셈으로부터의 유추’로 나누어 제시하고 있는데, 이것은 분수 나눗셈에서 제수의 역수의 의미에 초점을 두고 분석한 것이다. Kim (2020)은 ‘포함제 상황(동수 누감 방법, 배의 방법, 비 또는 측정 단위의 세분 맥락), 단위비율 결정 상황(변분수 이용 방법, 줄이고 늘이기 방법), 곱셈의 역연산 상황(수직선 이용, 직사각형 넓이 이용, 퍼즐 이용 방법, 유추를 이용한 방법)’으로 나누어 제시하고 있으며, Cho (2021)는 분모를 통분하여 분자끼리 나누는 방법과 제수의 분자로 나누고 분모를 곱하는 방법으로 구분하여 문제 상황에 따른 해결 방법을 제시하고 있는데, 이것은 대수적 사고를 강조한 측면에서 분수 나눗셈의 표준 알고리즘 유도 방법에 초점을 두고 제시한 것이다. 본 연구에서는 선행연구에서 제시한 분수 나눗셈의 해결 방법에 초점을 두어 예비교사들이 제시할 수 있는 분수 나눗셈 문장제의 해결 방법을 표준 알고리즘과 6가지 비표준 알고리즘으로 구분하여 제시하였다. 이는 예비교사들이 초등학생 지도를 위해 분수 나눗셈의 다양한 문제 상황에서 제시할 수 있는 해결 방법을 분석하기 위한 것이다.

비표준 알고리즘으로는 동수누감 방법, 측정 단위의 세분 방법, 배의 방법, 수직선 이용 방법, 이중수직선을 매개체로 한 줄이고 늘이기 방법, 퍼즐 이용 방법으로 구분하였다. 예비교사들은 앞에서 제시한 문제 상황이나 조건 등에 따라 해결 방법을 결정하기도 하지만, 분수 나눗셈식을 찾은 후에 자신에게 친숙한 해결 방법을 선택하여 해결하기도 하므로 문장제 해결 방법의 분석에서는 문장제의 의미에 따라 해결 방법을 특정하여 유형화할 수는 없다. 그렇지만 앞에서 제시한 방법은 예비교사들이 분수 나눗셈의 문제 상황에서 적용할 수 있는 전반적인 해결 방법을 추출한 것이므로, 이를 본 연구의 분석 기준으로 사용할 것이다.

한편, 수학 교사에게 필요한 지식으로 Shulman (1986)이 교수학적 내용 지식(pedagogical content knowledge)을 제안한 이후로, 수학 교사의 전문성 확보를 위해 교사 지식에 많은 관심이 대두되었다. 특히 Ball, Thames, & Phelps (2008)는 교수학적 내용 지식의 하위 요소로 내용과 학생에 대한 지식, 내용과 교수에 대한 지식, 내용과 교육과정에 대한 지식을 제시하였는데, 본 연구에서는 ‘내용과 교수에 대한 지식(knowledge for content and teaching)’에 주안점을 두고자 한다. 즉, 예비교사들이 분수 나눗셈에 대해 가르칠 내용과 가르치는 방법에 관하여 가지고 있는 지식의 정도를 살펴보고자 하는 것이다. 이것은

Ma(1999)의 연구 및 이 연구에서 사용한 나눗셈식 ($1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$)을 이용하여 우리나라 예비교사를 대상으로 실시한 연구(Park, Song, & Yim, 2004)나 현직 교사를 대상으로 단위비율 결정 상황과 이중수직선 모델에 관해 실시된 연구(Seo, 2021) 등에서 교사들이 분수 나눗셈 문장제 만들기과 지도에 어려움을 가지고 있다는 사실에 덧붙여, 피제수와 제수의 크기 관계에 따라 예비교사들이 나눗셈식에 적절한 문장제를 만드는데 어떤 영향을 받는가를 파악할 필요가 있기 때문이다. 즉, 피제수가 제수보다 큰 자연수 나눗셈 상황에서 벗어나, 분수 나눗셈에서 피제수와 제수의 크기 관계가 문장제를 만드는데 어떤 영향을 끼치는지 살펴볼 필요가 있으며, 이것은 나눗셈식을 구성하는 피제수와 제수의 크기 관계가 예비교사들의 분수 나눗셈 의미 해석에 어떤 영향을 주는가를 파악할 수 있기 때문이다. 또한 분수 나눗셈 문장제 해결 방법에 관한 예비교사들의 내용과 교수에 대한 지식을 파악하는 것이 이에 관한 예비교사 교육에 필요한 시사점을 이끌어 낼 수 있기 때문이다.

이러한 이유로 본 연구에서는 분수 나눗셈 지도 내용 중에서 분수 나눗셈식에 적절한 문장제 만들기과 분수 나눗셈 문장제 해결에 이용한 방법에 관한 예비교사들의 지식을 분석하고자 한다. 이를 위해 G교육대학교 수학 심화 과정 3학년과 4학년 학생들이 제시한 $(\text{분수}) \div (\text{분수})$ 에서 ‘(피제수) > (제수)’인 경우와 ‘(피제수) < (제수)’인 경우에 만든 문장제와 분수 나눗셈의 5가지 문장제 유형에 따른 해결 방법을 분석하고, 이를 통해 예비교사 교육에서 분수 나눗셈 지도에 관한 시사점을 제시하고자 한다.

II. 연구 방법 및 내용

1. 연구 대상

본 연구는 초등 예비교사들이 습득해야 할 분수 나눗셈에 대한 ‘내용과 교수에 대한 지식’을 파악하기 위한 것이다. 이를 위해 G교육대학교에서 수학 교과교육학의 공통 필수 강좌를 모두 이수한 수학교육 심화 과정 3학년 학생 21명과 교육대학교의 4년 학습과정을 모두 이수한 수학교육 심화 과정 4학년 학생 23명을 연구 대상으로 선정하였다. G교육대학교에서 수학 교과교육학 공통 필수 강좌는 3학년에 완성되고 수학교육 심화 과정 학생들은 4학년 과정에서 수학교육학 강좌(초등수학교육론, 수학교육과 컴퓨팅 사고,

초등수학 교재분석)를 추가로 수강하게 되지만, 본 연구 내용인 분수 나눗셈 지도에 관련된 내용은 직접 다루지 않고 있다. 따라서 동일한 수학교육 심화 과정 학생을 대상으로 하되, 수학 교과교육학의 공통 필수 강좌를 모두 이수한 3학년 학생들과 교육 실습을 포함한 4년 차 예비교사 교육 및 임용시험 준비 과정을 경험한 4학년 학생들을 대상으로 각 학년 학생들의 분수 나눗셈에 대한 내용과 교수에 대한 지식과 이 지식의 변화 양상을 살펴보고자 한다.

2. 연구 방법 및 절차

본 연구에서는 검사지를 이용한 조사연구를 실시하였다. 검사에서는 분수 나눗셈식에 적절한 문장제 만들기과 분수 나눗셈 문장제 해결하기로 구분된 2개의 검사지를 이용하였고, 문장제 만들기를 먼저 실시하여 검사 결과지를 수거한 후에 문장제 해결하기를 실시함으로써 두 검사 간에 영향이 없도록 조치하였다. 연구에 이용된 두 종류의 검사지 내용은 Table 1과 같다.

문장제 만들기과 제시된 분수 나눗셈식은 $(\text{분수}) \div (\text{분수})$ 형태로, 예비교사들이 ‘(피제수) > (제수)’인 경우와 ‘(피제수) < (제수)’인 경우에 따라 어떻게 문장제를 만드는데 초점을 두었다. 피제수와 제수의 크기 정도는 포함제나 등분제 상황과 같은 문장제를 만드는데 영향을 끼치기 때문에 두 가지 경우에 문장제를 구성하도록 나눗셈식을 제시한 것이다. 또한 문장제 해결하기에 제시된 문장제로는 선행연구에서 제시된 분수 나눗셈의 전형적인 5가지 유형을 제시하였는데, 각각의 경우에 문제 상황에 따라 해결 방법이나 표준 알고리즘의 적용 정도에 차이가 있기 때문이다.

3. 자료 분석 방법

검사를 실시한 후에 분수 나눗셈식에 적절한 문장제 만들기과 분수 나눗셈 문장제 해결하기로 구분하여 검사 결과 결과를 분석하였다. 분수 나눗셈식에 적절한 문장제 만들기 분석에서는 제시된 문장제를 정답과 오답으로 구분하였고, 정답에서는 포함제, 곱셈적 비교, 단위비율의 결정, 곱셈의 역, 카테시안 곱의 역으로 구분하여 분석하였으며, 정답이 아닌 경우에는 오류와 오답 및 무응답으로 구분하여 분석하였다. 오류는 수학에서 사용되고 있는 개념을 다르게 이해하거나 잘못 사용된 결과로 발생한 것으로(Lee & Kim, 2004), 본 연구에서는 분수 나눗셈식의 의미를 오해하여 잘못 해석한 결과로 나타난 것을 의미한다. 문장제 오류 분석에서는 역수로 나누는 경우, 역수를 곱한 경

Table 1. The problems of questionnaire

유형	문제
문장제 만들기	다음 분수 나눗셈식에 적합한 문장제를 서로 다른 유형으로 가능한 여러 개 제시하시오. ① $\frac{2}{3} \div \frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{2} \div \frac{3}{4}$
문장제 해결하기	다음 문제에 맞는 식과 초등학생들에게 각각의 문제에 대한 해결 방법으로 설명할 수 있는 풀이 과정을 쓰시오. ① 물 $\frac{5}{7}$ L를 $\frac{2}{7}$ L의 컵에 나누어 담으려고 한다. 몇 개의 컵에 담을 수 있고, 남은 물은 컵의 얼마만큼을 차지하는지 구하시오. ② 보미는 하루에 3km를 걷고, 여름이는 하루에 $\frac{4}{3}$ km를 걷는다. 보미가 걸은 거리는 여름이가 걸은 거리의 몇 배인지 구하시오. ③ 조개 $\frac{1}{2}$ kg을 캐는데 $\frac{2}{3}$ 시간이 걸렸다. 1시간 동안 캔 수 있는 조개의 무게를 구하시오. ④ 가을이는 $\frac{2}{3}$ kg의 조개를 캐다. 이것은 겨울이가 캔 조개의 $\frac{3}{4}$ 배이다. 겨울이가 캔 조개의 무게를 구하시오. ⑤ 넓이가 2㎡인 직사각형 모양의 책상이 있다. 이 책상의 세로가 $\frac{4}{5}$ m일 때 가로를 구하시오.

우, 제수를 곱한 경우, 피제수와 제수를 바꾼 경우로 구분하여 분석하였다(Ma, 2002; Park, Song, & Yim, 2004). 오답에서는 식을 문장으로만 변안한 경우, 식의 계산 과정을 문장으로 기술한 경우, 식을 계산한 경우, 식과 무관한 경우로 구분하여 분석하였다.

다음으로 분수 나눗셈 문장제 해결하기 분석에서는 문제 유형별로 정답자와 오답자 수 및 역수를 곱하는 표준 알고리즘과 그 외의 비표준 알고리즘(동수수감 방법, 측정 단위의 세분 방법, 배의 방법, 수직선 이용 방법, 이중수직선을 매개체로 한 줄이고 늘이기 방법, 퍼즐 이용 방법)으로 풀이 과정을 구분하여 분석하였다. 오답은 식을 잘못 제시했거나, 해결 과정이 완전하지 않은 경우, 답이 다른 경우, 해결 과정 없이 식만 제시한 경우이며, 분석에서는 제외하였다.

Ⅲ. 연구 결과 및 논의

1. 문장제 만들기 분석 결과

이 절에서는 초등 예비교사들이 제시한 문장제를 정답 수와 오답 수 및 정답으로 제시된 문장제 유형, 오류와 오답으로 제시된 유형을 중심으로 분석하였다. 첫째, 예비교사들이 제시한 문장제의 정답 수와 오답 수 및 무응답에 대한 분석 결과는 Table 2와 같다. 먼저, 각 문제에 대한 전체 반응 수에서는 ①번의 경우에 3학년 학생들이 44개, 4학년 학생들이 76개를 제시하였고, ②번의 경우에 3학년 학생들이 31개, 4학년 학생들이 56개를 제시하였다. 구체적으로 ①번의 정답 수에서는 3학년 학생들이 10개(22.7%), 4학년

Table 2. The number of correct, incorrect, and non-response*

문제	① ($\frac{2}{3} \div \frac{1}{2}$)			② ($\frac{1}{2} \div \frac{3}{4}$)		
	정답 수(%)	오답 수(%)	무응답(%)	정답 수(%)	오답 수(%)	무응답(%)
3년	10 (22.7)	34 (77.3)	·	5 (16.1)	23 (74.2)	3 (9.7)
		44 (100.0)			31 (100.0)	
4년	69 (90.8)	7 (9.2)	·	48 (85.7)	6 (10.7)	2 (3.6)
		76 (100.0)			56 (100.0)	

* 본 연구는 초등 예비교사들이 제시한 분수 나눗셈의 문장제 유형과 경향에 초점을 두었고, 동일 문제에 대하여 응답자가 정답과 오답을 함께 제시한 경우도 있기 때문에 정답자와 오답자의 수는 분석에서 제외하였고 각각의 응답에 대한 정답과 오답 수를 분석함.

학생들이 69개(90.8%)를 제시하였고, 오답 수에서는 3학년 학생들이 34개(77.3%), 4학년 학생들이 7개(9.2%)를 제시하였다. ②번의 정답 수에서는 3학년 학생들이 5개(16.1%), 4학년 학생들이 48개(85.7%)를 제시하였고, 오답 수에서는 3학년 학생들이 23개(74.2%), 4학년 학생들이 6개(10.7%)를 제시하였다. 분수 나눗셈식에 적절한 문장제 만들기의 경우에 전체 응답 수를 볼 때 두 대상 모두 피제수가 제수보다 작은 나눗셈에서 그 반대인 경우보다 문장제 만들기에 어려움을 가지고 있는 것으로 확인되었고, 전체 반응 수에 대한 정답 수의 비율도 피제수가 제수보다 작은 나눗셈에서 그 반대인 경우보다 낮게 나타났다. 학년별로는 4학년 학생들이 3학년 학생들보다 전체 응답 수뿐만 아니라, 올바른 문장제를 만든 개수와 비율에서도 높게 나타내었다.

둘째, 정답으로 제시된 문장제를 분석한 결과는 Table 3과 같다. 먼저 ①번의 경우에 3학년 학생들이 제시한 문장제의 개수도 적었지만 포함제 상황에 집중되어 있었고, 4학년 학생들은 카테시안 곱의 역, 단위비율의 결정, 포함제 상황과 같은 다양한 유형의 문장제를 제시하였다. ②번의 경우에도 3학년 학생들이 제시한 문장제의 개수가 적어서 유의미한 결과 분석이 어려웠으며, 4학년 학생들은 포함제 상황을 제시하지 않은 반면에 단위비율의 결정, 카테시안 곱의 역, 곱셈의 역과 같은 여러 가지 유형의 문장제를 제시하였다. 4학년 학생들이 3학년 학생들보다 옳은 문장제를 제시한 개수 면에서나 제시한 문장제 유형도 다양하다는 것은 주목할 필요가 있다.

연구 대상자에게 분수 나눗셈에 적절한 문장제를 여러 개 제시하도록 요구한 검사 과정에 비추어 학생별로 옳게 제시한 문장제 개수를 분석한 결과, ①번의 경우에 3학년 학생들은 1개 정답이 6명, 2개 정답이 2명이었고 4학년 학생들은 1개 정답이 2명, 2개 정답이 4명, 3개 정답이 9명, 4개 정답이 8명이었다. ②번의 경우에 3학년 학생들은 1개 정답만 5명이었고, 4

학년 학생들은 1개 정답이 3명, 2개 정답이 7명, 3개 정답이 9명, 4개 정답이 1명이었다. 따라서 전체 반응 수와 더불어 개인별로 올바른 문장제를 제시한 개수에서도 4학년 학생들이 3학년보다 높게 나타났다. 한편, 예비교사들이 제시한 문장제의 유형별 예시는 다음과 같다.

- $\frac{2}{3}$ L의 물을 $\frac{1}{2}$ L씩 통에 나누어 담을 때 총 몇 통에 나누어 담을 수 있나요? [포함제]
- 조개를 슬기는 $\frac{2}{3}$ kg, 은재는 $\frac{1}{2}$ kg 컷다. 슬기는 은재보다 몇 배의 조개를 컷겠는가? [곱셈적 비교]
- $\frac{1}{2}$ 시간 동안 일을 하면 $\frac{2}{3}$ kg의 썩을 썰 수 있다. 1시간 동안 일을 하면 몇 kg의 썩을 썰 수 있는가? [단위비율 결정]
- 희영이가 피자 $\frac{2}{3}$ kg을 먹었습니다. 희영이가 먹은 양은 수연이가 먹은 양의 $\frac{1}{2}$ 배일 때 수연이가 먹은 피자의 양을 구하시오. [곱셈의 역]
- 직사각형 넓이가 $\frac{2}{3}$ cm²이다. 가로가 $\frac{1}{2}$ cm일 때 세로를 구하시오. [카테시안 곱의 역]

셋째, 예비교사들이 ‘오류’로 제시한 문장제에 대하여 문제별로 분석한 결과는 Table 4와 같다. 예비교사들이 제시한 오류 유형으로는 ‘역수로 나눈 경우, 역수를 곱한 경우, 제수를 곱한 경우, 제수와 피제수를 바꾼 경우’로 나타났다. 학년별로 4학년 학생들의 경우에 오류 빈도수가 적었기 때문에 제시된 오류 유형에서도 오해의 경향은 특별하게 나타나지 않았지만, 3학년 학생들은 오류 빈도수가 많아 분수 나눗셈의 의미에 대한 오해의 경향이 나타났다.

Table 3. The number of response according to the types of correct words problems

문장제 유형	① ($\frac{2}{3} \div \frac{1}{2}$)		② ($\frac{1}{2} \div \frac{3}{4}$)	
	3년 정답 수(%)	4년 정답 수	3년 정답 수	4년 정답 수
포함제	6 (60.0)	15 (21.7)	1 (20.0)	·
곱셈적 비교	2 (20.0)	6 (8.7)	2 (40.0)	6 (12.5)
단위비율의 결정	1 (10.0)	19 (27.5)	1 (20.0)	16 (33.3)
곱셈의 역	·	8 (11.6)	·	11 (22.9)
카테시안 곱의 역	1 (10.0)	21 (30.5)	1 (20.0)	15 (31.3)
합 계	10 (100.0)	69 (100.0)	5 (100.0)	48 (100.0)

Table 4. The number of response according to the types of errors

오류 유형	① ($\frac{2}{3} \div \frac{1}{2}$)		② ($\frac{1}{2} \div \frac{3}{4}$)	
	3년	4년	3년	4년
	오답 수	오답 수	오답 수	오답 수
역수로 나눈 경우	11 (57.9)	1 (25.0)	·	·
역수를 곱한 경우	8 (42.1)	1 (25.0)	1 (14.3)	·
제수를 곱한 경우	·	·	6 (85.7)	·
제수와 피제수를 바꾼 경우	·	2 (50.0)	·	2 (100.0)
합 계	19 (100.0)	4 (100.0)	7 (100.0)	2 (100.0)

Table 5. The number of response according to the types of incorrect words problems

오답 유형	① ($\frac{2}{3} \div \frac{1}{2}$)		② ($\frac{1}{2} \div \frac{3}{4}$)	
	3년	4년	3년	4년
	오답 수	오답 수	오답 수	오답 수
식을 문장으로만 번안한 경우	6 (40.0)	·	1 (5.3)	1 (16.7)
식의 계산 과정을 문장으로 기술한 경우	·	·	2 (10.5)	·
식을 계산한 경우	·	·	3 (15.8)	·
식과 무관한 경우	9 (60.0)	3 (100.0)	10 (52.6)	3 (50.0)
무응답	·	·	3 (15.8)	2 (33.3)
합 계	15 (100.0)	3 (100.0)	19 (100.0)	6 (100.0)

구체적으로 3학년 학생들의 경우에 ①번의 경우에는 역수로 나눈 경우와 역수를 곱한 경우가 다수를 차지하였으며, ②번의 경우에는 제수를 곱한 경우가 다수를 차지하였다. 제수의 역수(2)로 나눈 경우는 제수가 $\frac{1}{2}$ 이므로 $\frac{1}{2}$ 을 반으로 간주하고 ‘ $\frac{1}{2}$ 로 나누기’를 ‘반으로 나누기($\div 2$)’로 해석한 것으로 판단된다. 또 역수를 곱한 경우는 분수 나눗셈식에 맞는 문장제를 만드는 것을 계산 과정에 나타난 식의 의미로 혼동한 것으로 해석된다. 마지막으로 제수를 곱한 경우에는 제수로 나누어야 하는 상황을 곱한 것으로 제시한 경우로, Ma(1999)의 연구에서 제시된 유형과 유사하였다. 예비교사들이 제시한 오류의 대표적인 예시는 다음과 같다.

- 병에 물이 $\frac{2}{3}$ 만큼 남아 있다. 이것을 친구 1명과 내가 똑같이 나누어 먹으면 한 명이 얼마만큼 마셔야 하는가? [역수로 나눈 경우]
- 선생님이 철수와 영희에게 각각 색종이 1장씩을 잘라 $\frac{2}{3}$ 씩을 주었다. 선생님이 철수와 영희에게 준 색종이는 총 몇 장일까? [역수를 곱한 경우]

- 도화지의 절반을 접어, 이를 다시 4등분한 후에 이 중에서 3개를 칠했을 때 이것은 전체의 몇 분의 몇을 칠한 것인가? [제수를 곱한 경우]

넷째, 예비교사들이 ‘오답’으로 제시한 문장제에 대하여 문제별로 분석한 결과는 Table 5와 같다. 예비교사들이 제시한 오답으로는 ‘식을 문장으로만 번안한 경우, 식의 계산 과정을 문장으로 기술한 경우, 식을 계산한 경우, 식과 무관한 경우’였고, 나머지는 무응답이었다. 오답 중에서 식을 문장으로만 번안한 경우와 식의 계산 과정을 문장으로 기술한 경우는 나눗셈식을 절차적 과정으로 해석한 경우이다. 이것은 분수 나눗셈식에 맞는 현실 상황을 찾는 능력이 부족하거나 수식 표현과 실제 상황에 대한 관계 인식이 부족한 것으로 판단된다. 예비교사들이 제시한 오답의 대표적인 예시는 다음과 같다.

- $\frac{2}{3}$ 를 $\frac{1}{2}$ 로 나누면 얼마일까?
- 미희가 $\frac{1}{2}$ km를 3시간동안 걷는다. 4시간동안 걸은 거리는 몇 km인가?

2. 문장제 해결 방법 분석

이 절에서는 예비교사들이 분수 나눗셈 문장제 해결에 이용한 방법을 분석하였다. 문장제 해결 방법의 분석에서는 5가지 분수 나눗셈 유형별로 올바른 식을 제시한 문제에 대하여 풀이 방법을 표준 알고리즘과 비표준 알고리즘의 해결 방법으로 구분하여 분석하는데 초점을 두었지만, 문장제 해결에 대한 전체적인 경향을 먼저 파악하기 위하여 5개 문장제에 대해 정답과 오답으로 제시한 응답자 수를 분석하였다. 이에 대한 결과는 Table 6과 같다.

문장제 5개에 대해 예비교사들의 전체 정답률은 3학년 학생들이 81.9%, 4학년 학생들이 96.5%를 나타내어 4학년 학생들의 정답률이 높게 나타났으며, 각 문제 별로도 유사하게 나타났다. 문장제 별로는 3학년 학생들의 경우에는 곱셈의 역 상황의 문장제에서 정답률이 가장 낮게 나타났으며, 4학년 학생들의 경우에는 카테시안 곱의 역 문장제에서 가장 낮게 나타났다.

한편, 예비교사들이 제시한 오답 유형으로는 문장제에서 분수 나눗셈식을 찾는 데 실패했거나 비표준 알고리즘을 적용하는 과정에서 정답에 이르지 못한 경우 및 식을 만드는 과정만을 제시한 경우였다.

다음으로 분수 나눗셈 유형별로 해결 방법을 분석한 결과는 Table 7과 같다. 5개 문장제 전체에 대해 표준 알고리즘을 이용하여 해결한 3학년 학생들은 39.7%, 4학년 학생들은 41.6%로 큰 차이가 나타나지는 않았다. 그렇지만 각 학년별, 문장제 유형별로는 표준 알고리즘 사용 정도와 비표준 알고리즘의 사용 유형에서 차이가 나타났다. 포함제 상황에서는 3학년과 4학년 학생들 모두 동수누감 방법을 제시한 사례가 높게 나타났으며, 3학년 학생들은 표준 알고리즘을 제시한 사례도 높게 나타났다. 곱셈적 비교 상황에서는 비표준 알고리즘으로는 분모를 같게 하여 분자끼리의 몫으로 해결하는 측정 단위의 세분 방법과 문제 상황을 수직선으로 표현하여 해결하는 방법이 주를 이루었으며, 표준 알고리즘을 제시한 사례도 높게 나타났다.

Table 6. The number of corrector and incorrector

	①		②		③		④		⑤		합 계	
	정답	오답	정답	오답	정답	오답	정답	오답	정답	오답	정답	오답
3년	20 (95.2)	1 (4.8)	18 (85.7)	3 (14.3)	17 (81.0)	4 (19.0)	14 (66.7)	7 (33.3)	17 (81.0)	4 (19.0)	86 (81.9)	19 (18.1)
4년	23 (100.0)	·	22 (95.7)	1 (4.3)	23 (100.0)	·	22 (95.7)	1 (4.3)	21 (91.3)	2 (8.7)	111 (96.5)	4 (3.5)

Table 7. The number of problem solving methods of fraction division

해결 방법	①		②		③		④		⑤	
	3년	4년	3년	4년	3년	4년	3년	4년	3년	4년
표준 알고리즘	5 (25.0)	·	7 (38.9)	10 (45.5)	3 (17.6)	3 (13.1)	9 (64.3)	13 (59.1)	9 (52.9)	19 (90.4)
동수누감	13 (65.0)	22 (95.7)	·	1 (4.5)	·	·	·	·	·	1 (4.8)
측정 단위의 세분	2 (10.0)	1 (4.3)	4 (22.2)	6 (27.3)	1 (5.9)	1 (4.3)	1 (7.1)	3 (13.6)	3 (17.7)	1 (4.8)
배의 방법	·	·	·	·	·	·	·	·	1 (5.9)	·
수직선 이용	·	·	7 (38.9)	3 (13.6)	·	·	·	·	·	·
줄이고 늘이기	·	·	·	·	13 (76.5)	19 (82.6)	·	5 (22.7)	·	·
퍼즐 이용	·	·	·	2 (9.1)	·	·	4 (28.6)	1 (4.6)	4 (23.5)	·
합 계	20	23	18	22	17	23	14	22	17	21

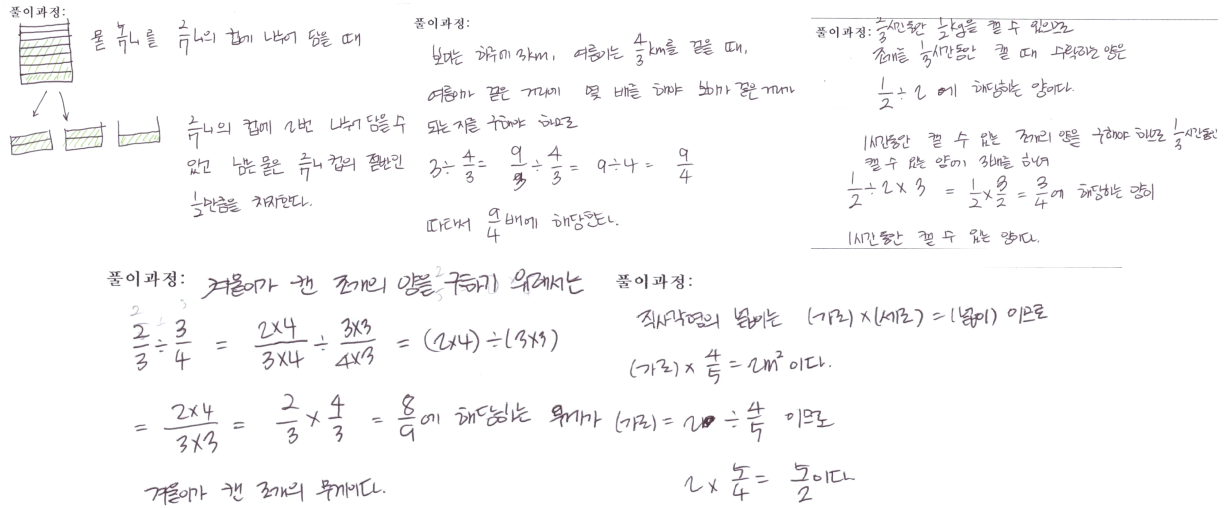


Figure 1. Examples of problem solving methods in word problems

단위비율 결정 상황에서는 3학년과 4학년 학생들 모두 줄이고 늘이기 방법을 주로 제시하였는바, 이것은 현행 교과서에서 표준 알고리즘 도입 과정에서 새롭게 제시되어 예비교사들이 많이 접한 영향으로 보인다. 곱셈의 역 상황에서는 표준 알고리즘을 이용한 사례가 높게 나타났으며, 비표준 알고리즘의 경우에 3학년 학생들은 문제 상황을 등식으로 번안하여 퍼즐 이용 방법을 적용한 경우와 4학년 학생들은 줄이고 늘이기 방법과 측정 단위의 세분 방법을 제시한 경우가 있었다. 마지막으로 카테시안 곱의 역 상황은 3학년 학생들은 측정 단위의 세분 방법과 표준 알고리즘을 제시한 사례가 많았고, 4학년 학생들은 대부분 표준 알고리즘을 제시한 경우였다. 다음에 제시한 Figure 1은 분수 나눗셈 문장제 해결에 제시된 대표적인 사례의 예시이다. 사례에서는 포함제 상황에 동수누감 방법을, 곱셈적 비교 상황에 측정 단위의 세분 방법을, 단위비율 결정 상황에 줄이고 늘이기 방법을, 곱셈의 역 상황에 측정 단위의 세분 방법을, 마지막으로 카테시안 곱의 역 상황에서는 표준 알고리즘을 이용하였다.

한편, 분수 나눗셈 문장제 해결하기에서 3학년과 4학년 학생들 모두 곱셈의 역 상황과 카테시안 곱의 역 상황에서 표준 알고리즘 적용 비율이 높게 나타났다. 3학년 학생들은 곱셈의 역 상황과 카테시안 곱의 역 상황에 대한 문장제 제시 정도도 낮다는 점과 4학년 학생들은 카테시안 곱의 역 상황에서 적용할 수 있는 직사각형의 넓이를 이용하는 비표준 알고리즘에 의한 방법을 제시하지 않았다는 면에서 추후에 분수 나눗셈식에 적절한 문장제 만들기와 해결 방법 간의 관련성에 대한 연구가 제기된다.

3. 논의

이 절에서는 분수 나눗셈식에 적절한 문장제 만들기 와 분수 나눗셈 문장제 해결에 이용한 방법에 대한 예비교사들의 '내용과 교수에 대한 지식'의 분석 결과를 바탕으로 몇 가지 논점을 제시하고자 한다. 첫째, 예비교사들이 제시한 문장제에 관하여 3학년 학생들과 4학년 학생들 모두 '피제수가 제수보다 작은 분수 나눗셈'에서 '피제수가 제수보다 큰 분수 나눗셈'보다 전체 응답 수뿐만 아니라, 올바르게 제시한 문장제 개수도 낮게 나타났다. 이것은 Table 3에 나타난 것과 같이, 피제수가 제수보다 작은 분수 나눗셈에서는 포함제 상황의 문장제 제시 빈도가 낮은 이유이다.

분수 나눗셈의 포함제 경우에는 피제수에 제수가 몇 번 들어가는가를 구하는 것으로 해석하게 되는데, 피제수가 제수보다 작은 경우에는 계산 결과가 진분수로 표현됨으로써 피제수에 제수가 몇 번 들어가는가를 정하는 것이 합리적이지 못하다고 판단하여 이에 대한 문장제를 만드는데 어려움을 느낀 것으로 판단된다. 즉, 피제수와 제수의 크기와 관련하여 문장제 만들기에서 발생하는 문제는 포함제에 대한 정의 방식을 '포함(들어 있음), 동수누감'과 같은 자연수 상황의 정의 방식에 머물러 있기 때문이기도 하다.

또한, 피제수에 제수가 몇 번 들어가는가를 구하는 것으로 해석하는 포함제 의미에 따라 피제수가 제수보다 작은 분수 나눗셈에서는 문장제 만들기뿐만 아니라, 표준 알고리즘 외에 그림이나 동수누감과 같은 비표준 알고리즘 방법을 이용하여 문제를 해결하는 과정을 보이기도 쉽지 않다. 따라서 분수 나눗셈의 피제수와 제수의 크기 문제는 수식이 현실 상황에서 적

합한가를 고려하는 것과 함께, 다양한 분수 나눗셈의 의미를 포괄하는 추상화와 수학적 과정을 거치는 수학의 형식적 측면을 고려하여 예비교사 교육에서 균형있게 다루어질 필요가 있다. 또한 분수 나눗셈의 정의 방식을 ‘측정 상황’이나 ‘배’와 같은 개념을 활용함으로써 나눗셈의 해결 결과가 분수로 표현될지라도 이를 해석하는데 어색함이 발생되지 않게 지도하는 방안을 제시할 필요도 있다(Kang, 2014).

이것은 현재 사용되고 있는 초등 수학 교과서에서 제수가 분수인 나눗셈 경우에 포함제 상황을 포함하여 대부분의 문제 상황에서 현실 적합성과 계산 과정의 편의를 위해 피제수가 제수보다 큰 경우만을 다루고 있지만(Ministry of Education, 2019), 포함제 상황에서조차 피제수가 제수보다 큰 상황에서 출발하더라도 자투리가 남는 경우에는 결국 남은 피제수 부분에 제수가 몇 번 들어가는가를 판단해야 하므로 피제수가 제수보다 작은 경우의 나눗셈을 피할 수 없기 때문이다.

한편, 분수 나눗셈에서 피제수와 제수 간의 관계가 문제해결에 끼치는 영향은 초등학생들에게서도 유사하게 나타나는데, 단위비율 결정 상황에서 소수 나눗셈식을 발견하는 초등학생들의 경우에 피제수가 제수보다 작은 상황에 정답을 한 빈도수가 낮게 나타났다(Kim *et al.*, 2019). 결론적으로 예비교사들이 피제수가 제수보다 작은 분수 나눗셈에 포함제 상황을 제시하는데 어려움을 가지고 있다는 것과 관련하여 포함제 상황에 대한 의미와 해석에 관한 교수학적 내용 지식의 형성을 위한 예비교사 교육 방안이 대안이 요구된다.

둘째, 분수 나눗셈식에 적합한 문장제 만들기에서 학년별 비교·분석 결과에 따르면, 4학년 학생들이 3학년 학생들보다 전체 응답 수뿐만 아니라 올바른 문장제를 제시한 개수와 비율에서도 높게 나타났다. 본 연구에 참여한 4학년 학생들이 3학년 학생들보다 수학 교과교육학 관련 심화 과정으로 9학점을 더 이수하였지만, 본 연구 내용과 직접 관련된 분수 나눗셈 내용을 다루지 않았다는 점을 고려할 때 교육대학교에서 상급 학년으로 진급에 따른 예비교사들의 교수학적 내용 지식의 형성과 발전 과정 및 이와 관련된 교육대학교 교육과정의 운영과 효과에 관한 분석이 요구된다. 특히 4학년 과정에서 이루어지는 초등학교 교육 실습이나 임용고사를 위한 준비 기간에 변화하는 학생들의 교수학적 내용 지식의 변화 양상을 파악함으로써 교육대학교에서 초등 교원 양성 과정과 이를 위한 방향 정립에 필요한 추적 연구의 필요성이 대두된다.

셋째, 분수 나눗셈식에 적합한 문장제 만들기에서

예비교사들이 제시한 오류 유형은 연구에 이용된 분수 나눗셈식에서 차이가 있지만, Ma (1999)의 연구에서 제시한 오류 유형 중 ‘역수로 나눈 경우, 제수를 곱한 경우’와 유사하였으며, Park, Song, & Yim (2004)의 연구에서 ‘역수로 나눈 경우, 역수를 곱한 경우, 제수를 곱한 경우’와도 유사하였다. 이것은 예비교사들이 분수 나눗셈식에 적합한 문장제 만들기에서 일반적으로 보이는 오류 유형이 유사하다는 것을 확인해 준다. 그렇지만 ‘제수와 피제수를 바꾼 경우’의 사례와 같이 본 연구에서 특징적으로 나타난 오류 유형뿐만 아니라 오류 유형별로 나타난 사례별 빈도수에서도 차이도 나타났는데, 이것은 예비교사들이 가지고 있는 분수 나눗셈에 관한 지식뿐만 아니라, 분수 나눗셈식을 구성하는 분수의 차이에 따른 것으로 해석된다. 즉 Ma (1999)와 Park, Song, & Yim (2004)의 연구에서는 ‘ $1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$ ’에 적합한 문장제를 만드는 것이었지만, 본 연구에서는 ‘(피제수) > (제수)’인 경우와 ‘(피제수) < (제수)’인 경우에 따라 나타난 오류 유형과 빈도수는 차이를 나타내었다. 따라서 오류 유형별에 대한 사고 과정에 대한 원인의 분석을 통해 이에 대한 오류 교정과 예방을 위한 예비교사 교육에 관심을 둘 필요가 있다.

넷째, 분수 나눗셈식에 적합한 문장제 만들기에서 예비교사들이 ‘오답’으로 제시한 문장제는 분수 나눗셈식을 계산하는 과정을 직역하여 제시한 경우가 3학년 학생들의 반응에서 많이 나타났고, 식과 무관하게 제시한 사례로 ‘제수를 뺀 경우’와 같은 사례가 3, 4학년 학생들에게 유사하게 나타났다. 분수 나눗셈식에 적합한 문장제 만들기에서 나타난 예비교사들의 오답을 예방하고 교정하기 위하여 분수 나눗셈의 여러 가지 유형의 문장제에 대한 의미 이해와 스스로 문장제를 만들어보는 학습 경험의 제공 및 실세계 상황과 나눗셈식을 연계하여 지도하는 교육적 처치가 필요하다. 또한 분수 나눗셈에서 제수와 피제수에 제시된 분수 유형과 크기 관계에 따른 문제 상황 이해 및 이에 따라 나눗셈 상황을 만들어보고 공유하는 교육적 처치도 필요하다. 특히 사례 수로 보면 3학년 학생들에 비해 4학년 학생들의 경우에 오답의 빈도수가 적게 나타났는데, 이와 관련하여 초등 교사 양성 과정인 교육대학교 수학과 교육과정 운영에 관한 내용 검토도 이루어질 필요가 있다.

다섯째, 분수 나눗셈에서 주요 관심은 실세계 상황에서 분수 나눗셈식을 만드는 과정과 분수 나눗셈식에서 문제를 해결하는 과정이라고 할 수 있으며(Park, 2014), 분수 나눗셈식에서 문제를 해결하는 방법은 표준 알고리즘을 적용하는 방법과 문제 상황에 맞는 비

표준 알고리즘을 적용하는 방법으로 구분할 수 있다. 특히 비표준 알고리즘은 문제의 답을 산출하는 기능만이 아니라, 표준 알고리즘을 도입하는 기능도 가지고 있어 표준 알고리즘의 정당화 과정에 기여할 수 있다. 본 연구에서 예비교사들이 분수 나눗셈 문장제 해결에 이용한 방법에 대하여 표준 알고리즘 적용률이 비표준 알고리즘 적용률보다 높지 않은 점은 문제 상황에 맞는 비표준 알고리즘을 적용하여 제시했다는 면에서 고무적이다.

그렇지만 예비교사들이 선택한 비표준 알고리즘 방법은 문제 상황에 적절한 해결 방법보다는 문제에 제시된 용어나 상황과 같은 외적 조건이나 선행 문제해결 경험에 영향을 더 많이 받는 것으로 나타났으며, 곱셈의 역이나 카테시안 곱의 역 상황과 같이 그 상황에 맞는 비표준 알고리즘을 적용하기 어려운 경우에는 표준 알고리즘 적용률이 높게 나타났다. 그간 교육과정의 개정에서 따라 교과서가 집필될 때마다 분수 나눗셈의 해결 방법과 표준 알고리즘의 도입 과정에 대한 변화와 새로운 시도가 있었지만, 최적의 대안을 제시하는 것은 여전히 해결하기 어려운 과제로 남아 있다. 따라서 여러 가지 분수 나눗셈 상황에서 표준 알고리즘을 도입하고 해결하는 방법의 공통적 특징에 따라 이를 유형화하는 지도 방안을 모색할 필요가 있다. 이에 비추어 표준 알고리즘의 도입 과정을 피제수와 제수의 관계에 초점을 두고 다양한 실세계 상황에서 해결 방법의 공통점을 찾아 일반화해 가도록 하는 제안도 고려할 수 있을 것이다(Cho, 2021). 이를 기반으로 예비교사 교육을 통해 분수 나눗셈 해결 방법에 대해 문제 상황별로 표준 알고리즘의 도입 과정을 일반화하고 정당화할 수 있는 교육 방안을 마련할 필요가 있다.

IV. 결론 및 제언

초등학교 교사들이 분수 나눗셈을 지도하기 어려운 이유로는 자연수 나눗셈에서 포함제와 등분제로 명료하게 구분되던 문제 상황이 다양한 상황으로 확장된다는 점, 피제수와 제수의 크기 관계에 따라 실세계 문제 상황에서 나눗셈식을 찾는데 어려움이 있다는 점, 비표준 알고리즘을 이용한 문제해결 방법의 다양함과 표준 알고리즘 도입 과정 및 정당화에 어려움이 있다는 것 등을 들 수 있다(Kim, 2020; Park, 2014; Seo, 2021). 그러기에 교육과정의 변화에 따른 교과서가 개발될 때마다 분수 나눗셈 내용 구성은 차시 도입 상황이나 해결 방법 및 표준 알고리즘의 도입과 방법 면에서 지속적으로 변화되어왔다. 그러한 과정에

서 2015 개정 교육과정에 따른 수학 교과서에서는 단위비율의 결정 상황을 도입함으로써 분수 나눗셈의 표준 알고리즘 도입 과정을 설명하고 있다(Ministry of Education, 2019). 그럼에도 불구하고 학교 현장의 교사와 아이들은 단위비율 결정 상황에서 분수 나눗셈식을 찾기가 쉽지 않으며, 단위비율 결정 상황과 함께 도입된 이중수직선의 적용과 활용에도 적지 않은 어려움을 가지고 있다(Seo, 2021).

분수 나눗셈이 가지고 있는 복합적인 이유로 인해 초등 교원 양성 과정에 있는 예비교사들에게 이에 대한 충분한 이해를 위한 지도의 필요성이 제기되어 왔으며, 분수 나눗셈에 대한 예비교사들의 이해 정도에 대한 연구도 이루어져 왔다(Cho, Kim, & Lee, 2019; Lee, 2020; Park, Song, & Yim, 2004 *etc.*). 여기서 나아가 본 연구에서는 예비교사들이 제수와 피제수의 크기 관계에 따라 문장제를 구성하는 정도와 분수 나눗셈의 5가지 문제 상황에 따라 문제해결에 이용한 방법에 대해 살펴보았다. 이것은 분수 나눗셈에서 제수와 피제수의 크기 관계가 문장제 만들기에 영향을 주기 때문에 예비교사들이 이에 대해 어떻게 반응하는가를 살피기 위한 것이며, 문제 상황에 따라 분수 나눗셈을 해결하기 위해 제시하는 방법을 파악하기 위한 것이다.

이를 위해 본 연구에서는 초등 예비교사 교육과정에 있는 교육대학교 3학년과 4학년 학생들을 대상으로 조사연구를 실시하였다. 조사 내용은 (분수) ÷ (분수)에서 ‘(피제수) > (제수)’인 경우와 ‘(피제수) < (제수)’인 경우에 분수 나눗셈식에 적합한 문장제 만들기와 분수 나눗셈의 문장제 유형 5가지에 따른 해결 방법을 알아보는 것이었다. 검사에서는 분수 나눗셈식에 적합한 문장제 만들기와 문장제 해결하기로 구분된 검사지를 이용하였고, 분석 틀에 따라 분석하였다.

분석 결과에 따른 결론은 다음과 같다. 분수 나눗셈식에 적합한 문장제 만들기에서 초등 예비교사들은 3학년과 4학년 학생들 모두 피제수가 제수보다 작은 분수 나눗셈에서 그 반대인 경우보다 문장제 만들기에 어려움을 가지고 있었고, 문장제 만들기에서도 선행연구와 유사한 전형적인 오류를 나타내었다. 문장제 해결하기에서는 문제 상황과 학년별에 따라 이용한 방법에 차이가 나타났다. 학년별로는 3학년 학생들이 제시한 문장제 개수와 유형이 4학년 학생들에 비해 낮은 수준이었고, 문제해결 방법 면에서도 문제 상황에 따른 비표준 알고리즘의 적용 정도가 4학년 학생들에 비해 낮은 수준을 나타내었다. 분수 나눗셈식에 적절한 문장제 만들기와 분수 나눗셈 문장제 해결하기에 대한 결과는 다양한 분수 나눗셈의 의미와 정의 방식에 대한 이해와 경험 부족에 기인하는 것으로 판

단되기에 분수 나눗셈의 의미와 정의 방식에 대한 재고와 이를 기반으로 예비교사 교육에 적용하는 노력이 요구된다. 또한 학년 수준에 따른 응답 차이를 고려할 때 예비교사들의 교수학적 내용 지식의 형성과 발전 방향에 대한 분석의 필요성이 제기된다.

초등 수학 지도에서는 형식적인 교수 방법보다 비형식적이고 직관적인 교수 방법을 선택하여 지도하는 경향이 강하며, 학문적인 구조와 위계 및 학생들의 인지 구조의 발달에 비추어서도 형식적·비형식적 지도 방법이 다양하다는 특징이 있다. 그렇기에 초등 교사들의 교수학적 내용 지식은 중요하며, 분수 나눗셈 내용은 더욱 그러하다. 본 연구를 통해 분수 나눗셈에 관한 예비교사들의 '내용과 교수에 대한 지식'을 파악할 수 있게 되었으며, 이들이 가지고 있는 교수학적 내용 지식의 함양을 위한 노력이 필요함을 확인하였다. 이를 위해 다양한 나눗셈 문제 상황과 이를 비표준 알고리즘 방법에 의해 해결하는 '문제 상황과 해결 방법'을 연계시키는 교수 자료의 개발이 요구된다. 또 분수 나눗셈의 다양한 문제 상황과 비표준 알고리즘을 공통 속성에 따라 유목화하는 연구도 필요하다. 이를 이용하여 문제 상황과 비표준 알고리즘 및 이를 통한 표준 알고리즘 도입 과정의 연계 및 정당화 과정에 대한 예비교사들의 지식 형성 과정을 확인할 필요가 있다. 더불어 3학년 학생들과 4학년 학생들의 분석 결과의 차이에 바탕을 두고 분수 나눗셈과 관련된 지식 차이의 원인과 형성 과정 및 문장제 해결에 이용한 방법을 선택한 이유 등에 대한 질적 연구가 이루어질 필요가 있다. 또 연구 대상자 사례별로 그들이 제시한 분수 나눗셈 문장제 유형과 문장제 유형별 해결 방법 사이의 관련성에 대한 상관 연구도 이루어질 필요가 있다.

국 문 요 약

분수 나눗셈에서는 실세계 상황에서 식을 찾는 과정과 역으로 식에 맞는 상황을 만드는 과정, 나눗셈식을 해결하는 방법과 표준 알고리즘의 정당화 과정 등이 중요하면서도 이해하기 어려운 학습 내용이다. 본 연구에서는 예비교사들의 분수 나눗셈식에 맞는 문장제 만들기과 문장제 해결에 이용한 방법을 분석하였다. 초등 예비교사들은 피제수가 제수보다 작은 분수 나눗셈에서 그 반대인 경우보다 문장제 만들기에 어려움을 가지고 있었고, 문장제 만들기에 있어서도 전형적인 오류를 나타내었다. 문장제 해결에서는 문제 상황에 따라 이용한 방법 차이가 나타났다. 본 연구를 통해 예비교사 교육과

정에서 분수 나눗셈 지도에 관한 지도 방법의 재고와 학년 간 반응 결과의 차이를 고려할 때 예비교사들의 '교수와 내용에 관한 지식'의 형성 과정에 관한 분석이 이루어질 필요가 있다.

주제어: 분수 나눗셈, 초등 예비교사, 문장제, 상황, 표준 알고리즘, 비표준 알고리즘

References

- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching-What makes it teaching. *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389-407.
- Cho, J., Kim, S., & Lee, D. (2019). Prospective teachers' perception on the teaching sequence of multiplication and division of fractions and decimal numbers. *Journal of elementary mathematics education in Korea, 23*(1), 1-17.
- Cho, S. M. (2021). *An analysis of fractional division instruction emphasizing algebraic thinking and students' understanding* (Doctoral dissertation). Korea National University of Education, Cheongju, Korea.
- Kang, H. K. (2014). A study on a definition regarding the division and partition of fraction in elementary mathematics. *Journal of Elementary Mathematics in Korea, 18*(2), 319-339.
- Kang, H. K., Kwan, S. Y., Kim, S. J., Kim, S. H., Shin, J. S., Lee, D. H., Lee, J. Y., & Choi, C. W. (2018). *Elementary mathematics teaching methods according to 2015 curriculum*. Paju: Dongmyeongsa.
- Kim, J. H., Jeong, S., Roh, E. H., & Kim, S. Y. (2019). A study on selection of dividend and divisor in context of determination of a unit rate problem. *Journal of Elementary Mathematics in Korea, 23*(2), 193-217.
- Kim, J. Y. (2020). Analysis of the transition process of fraction division teaching method. *Journal of the Korea Society of Educational Studies in Mathematics, 30*(1), 67-88.

- Lee, D. (2020). An analysis on the pre-service teachers' knowledge about elementary students' problem solving strategies for fraction division. *Journal of the Korean School Mathematics Society*, 23(2), 203-222.
- Lee, J. (2015). *Development of fraction division learning trajectory based on quantitative reasoning with unit of elementary school students* (Doctoral dissertation). Korea National University of Education, Cheongju, Korea.
- Lee, Y. S., & Kim, S. M. (2004). Analysis of korean elementary mathematics textbook, workbooks, and teachers' guide books in respect of using computational error patterns. *School Mathematics*, 6(4), 345-359.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. New York, NY: Routledge.
- Park, K. S. (2014). An analysis on processes of justifying the standard fraction division algorithms in Korean elementary mathematics textbooks. *Journal of elementary mathematics education in Korea*, 18(1), 105-122.
- Park, K. S., Song, S. H., & Yim, J. H. (2004). A study on understanding of the elementary teachers in pre-service with respect to fractional division. *School Mathematics*, 6(3), 235-249.
- Seo, D. Y. (2021). An examination on the method of teaching for division of fractions. *Journal of Elementary Mathematics in Korea*, 25(1), 81-102.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Ministry of Education [MOE]. (2015). *Mathematics Curriculum* (Ministry of Education Notice 2015-74). Sejong: Author.
- Ministry of Education [MOE]. (2019). *Mathematics 6-2*. Seoul: Cheonjaekyoyook.
- Yim, J. H., Kim, S. M., & Park, K. S. (2005). Differential approaches of introducing the division algorithm of fractions: Comparison of mathematics textbooks of North Korea, South Korea, China, and Japan. *Journal of the Korea Society of Educational Studies in Mathematics*, 7(2), 103-121.

저 자 정 보

이 대 현 (광주교육대학교 교수)