Journal for History of Mathematics
Vol. 35 No. 2 (Apr. 2022), 43–56
http://dx.doi.org/10.14477/jhm.2022.35.2.043

On Induction and Mathematical Induction

귀납법과 수학적 귀납법

Koh Youngmee 고영미

The 21st century world has experienced all-around changes from the 4th industrial revolution. In this developmental changes, artificial intelligence is at the heart, with data science adopting certain scientific methods and tools on data. It is necessary to investigate on the logic lying underneath the methods and tools. We look at the origins of logic, deduction and induction, and scientific methods, together with mathematical induction, probabilistic method and data science, and their meaning.

Keywords: Logic, Induction, Deduction, Mathematical induction, Probability; 논리, 귀납법, 연역법, 수학적 귀납법, 확률론.

MSC: 03-03, 03B42, 03B48, 03B70 ZDM: E30

우리는 일을 할 때면 그 일을 하기에 합당한 도구를 사용한다. 도구가 필요 없는 경우라도 그에 합당한 수단이 요구된다. 예를 들어, 농사를 짓기 위해 땅을 갈려면 쟁기가 필요하고, 골프를 치기 위해서는 골프채가 필요하다. 컴퓨터를 사용하기 위해서는 키보드와 모니터 등이 필요하고, 프로그래밍을 하기 위해서는 프로그래밍 언어가 요구하는 형식(syntax)을 수단으로 사용해야 한다.

2016년 스위스 다보스에서 개최된 세계경제포럼에서 Klaus Schwab[1)]이 제4차 산업혁명(4IR, 4th industrial revolution)을 소개하였고, 그 후로 사회와 산업의 혁신적 변화가 야기되었다. 더불어 DeepMind에서 개발한 AlphaGo[2)]의 충격이 인공지능 시대의 도래를 부추겼다. 새 시대의 도래에 따라 산업사회는 4C로 불리는 비판적 사고력(critical thinking), 소통능력(communication), 협업능력(collaboration), 창의력(creativity) 등의 소양을 요구하기에 이르렀다 [24]. 창의력은 소통과 협업, 그리고 비판적 사고에 동반되어 나타나는

이 논문은 2020학년도 수원대학교 학술진흥연구비 지원에 의한 논문임.
Koh Youngmee: Dept. of Data Sci., Univ. of Suwon E-mail: ymkoh@suwon.ac.kr
Received on Mar. 15, 2022, revised on Apr. 18, 2022, accepted on Apr. 20, 2022.

1) 1938년생의 독일 엔지니어 및 경제학자, 세계경제포럼(WEF, World Economics Forum)의 창설자이자 초대 회장이며, 코로나 19로 인한 세상의 변혁을 다룬 저서 《Covid-19: The Great Reset》(2020)을 저술하였다.
2) 알파고는 2016년에 처음으로 바둑계 세계 1인자 이세돌을 이긴 딥마인드사의 컴퓨터 프로그램. https://deepmind.com/research/case-studies/alphago-the-story-so-far

결과로 볼 수 있고, 소통과 사고는 하나의 수단으로서 적절한 형식을 요구한다. 그러한 형식을 「논리(logic)」라고 할 수 있다.

제4차 산업혁명으로 인한 인공지능 시대의 도래와 더불어, 데이터과학(data science)이 새로운 학문 분야로 부상하였다. 이미 데이터의 분석을 위한 통계학의 발전이 있었음에도 불구하고, 21세기의 원유로 불리는 데이터의 처리를 위한 「과학」으로서의 데이터과학의 발생은 데이터를 다룸에 있어서 그에 합당한 보다 과학적인 도구 또는 수단이 요구됨을 의미한다.

연역적 인식에 의존했던 고전적 과학이 John Locke (1632–1704)와 David Hume (1711–1776)으로 대표되는 경험주의에 기초하여 경험으로부터의 귀납적 추론에 의한 과학으로 발전하고, 다시 과학적 주장에 대한 검증을 요구하는 Karl Popper (1902–1994)의 경험과학(empirical science)으로 변모하였다. 이러한 과학의 방법의 변화와 그에 대한 비판은 과학의 논리를 정착시키며 과학의 발전과 융성을 이끌었다. 마찬가지로, 데이터과학이 새 시대를 선도할 학문으로 자리잡고 산업사회에 영향력을 갖기 위해서는 그에 합당한 논리와 과학적 방법이 필요할 것이다.

본 고는 역사적으로 학문의 바탕이 되었던 논리의 변천을 개괄하고 정리함으로써 인공지능 시대를 앞두고 데이터과학의 개발을 서두르는 사회의 미래 인재의 중요 소양으로서의 논리, 즉, 귀납법과 연역법을 살펴보고, 이들 두 논리가 융합된 형태로 여겨지는 수학적 귀납법, 확률론적 방법론, 데이터과학 등을 고찰해보고자 한다.

1 논리

논리는 합당한 결론을 추론해내는 체계적 논의과정을 의미한다 [25]. 논리의 역할을 생각하여, 논리가 「더 나은 사람이 되기 위한 수단」이란 설명도 있었다.3) 이는, 문제 상황에 직면하였을 때 올바른 인지와 올바른 판단을 할 수 있는 체계적 사고능력을 가진 사람이 더 나은 사람이라는 뜻으로, 사고능력의 근간인 논리가 주장을 합리적으로 설명할 수 있고 주장의 정당성을 확보할 수 있는 수단임을 의미한다.

논리는 연역법과 귀납법4)으로 나뉜다 [23]. 특히 「연역법은 공리에 준하여 증명을 제공하고, 귀납법은 사실을 근거로 정당화한다」는 Carveth Read (1848–1931)의 설명5)이 흥미롭다. 더불어 18세기 계몽주의 시대를 거치며 귀납논리에 근거한 과학적 방법론을 채용한 현대적

3) 위키백과가 「논리」의 비형식적 의미를 「Logic is informally the way to become a better person.」으로 기술한 적이 있다. 이후 「The motivation for the study of logic is . . . perhaps also to become a better person.」으로 수정하였다 [25]. 지금은 더 이상 그러한 설명은 없다. [33]

4) 19세기 미국의 철학자 및 논리학자인 Charles Sanders Peirce (1839–1914)는 논리를 연역법(deduction), 귀납법(induction), 귀추법(abduction)으로 구분하였다. 귀추법은 귀납법의 한 부류로 최선의 추정법(inference to the best explanation)을 이르는 용어로 Peirce가 처음 사용하였다 [11, p. 16].

5) Two departments of logic are usually recognized; deduction and induction; that is, to describe them briefly, proof from principles, and proof from facts. [23, p. 4]

의미의 「과학」의 도래도 눈여겨볼 만하다.

1.1 논리의 의미

논리란 무엇일까? 논리는 합당한 결론을 추론해내기 위한 체계적인 논의과정을 의미하며 [25], 어떤 주장이 어떤 조건 하에서 정당화될 수 있는지를 다루는 과학이다 [23, 29]. 즉, 어떤 주장이 참인지 거짓인지, 아니면 의심의 여지가 있는지를 판단하는 방법이 논리인 것이다. 간단히 말해, 논리는 어떤 주장에 대한 증명 내지 정당성을 확보해내는 방법인 것이다 [23, p. 1].

논리학에서는 논리를 이해하는 방법에 따라 유명론자(nominalist), 개념론자(conceptualist), 유물론자(materialist) 등으로 학파를 구분하기도 한다 [23]. Richard Watley (1787–1863)로 대표되는 유명론자는 언어에 초점을 맞춘 추론 기술 내지 과학으로 논리를 설명하고, William Hamilton경 (1788–1856)이 대표하는 개념론자는 논리를 개념을 연결하는 사고(생각)의 형식 법칙으로 이해하며, John Stuart Mill (1806–1873), Alexander Bain (1818–1903), John Venn (1834–1923) 등이 속한 유물론자는 실질적인 현상과 사실 등의 관계를 중시하여 논리를 이해하였다 [23, p. 10–22].

논리는 역사적으로 Aristotle (기원전 384–322) 로부터 시작하여 오랜 시간 동안 철학적 논의를 거치면서 크게 연역법과 귀납법으로 분류되었고 [23], 각각은 나름의 형식(syntax)과 의미(semantics)를 가진다. 실제로, 논리는 사고와 생각(thinking)의 발현이기도 하고 또 그의 씨앗이 되기도 하며, 언어 또한 생각과 논리의 씨앗이기도 하고 그들을 담는 그릇도 되기에, 논리와 사고와 언어는 서로 연계된 일정한 형식(구문, grammar, syntax)과 의미를 공유한다.

그런데 우리는 사고의 훈련을 위하여 수학을 공부한다. 수학은 당연히 자체적인 수학 지식을 담고 있지만, 체계적인 논리를 기반으로 사용하여 지식을 쌓아 나간다. 그래서 수학이 사고 훈련의 기초가 된다. U.C. 버클리대학의 Alan H. Scheonfeld 교수는 2012년 국제수학교육대회(ICME-12) 초청강연에서 「우리의 사고활동은 수학 공부를 통해 가장 잘 훈련된다」는 주장을 하였고, 그것이 자신의 저서 《How We Think》[27]의 핵심주제라고 하였다.

수학이 과학의 기초라는 말도 있다. 이 말은, 수학이 과학을 표현하는 언어이고 수학이 표현한 의미가 과학이라는 것이다. 그러나 수학도 자체적인 표현 형식이 필요하고, 그 형식에 따른 의미를 지닌다. 이때의 표현 형식이 논리이며, 그 논리가 1차논리(the first order logic)[6]로 불리는 형식논리를 뜻한다. 결국 형식논리가 과학 발전의 바탕이 되었고, 컴퓨터의 작동원리의 뿌리가 되었으며, 인공지능의 개발도 가능케 한다 [7]. 그래서 논리에 대한 의미와 작용을 이해하게 되면 데이터과학과 인공지능에 대한 이해와 개발에 도움이 될 것이다.

6) . . . the basic logic of Frege's *Begriffsschrift*, what has come to be called *first-order logic*. [7, p. 101]

인류는 지식의 형성에 주목한다. 지식이 쌓여 문명을 이루고 인류의 문화가 형성되기 때문이다. 인류의 지식은 종교적 믿음에서 형이상학을 거쳐 과학으로 변모되어 왔다 [32]. 이러한 지식과 인식의 흐름은 수학에서 천문학, 물리학, 화학을 거쳐 생물학과 경제학, 사회학 등으로 확장되며, 믿음의 근거를 확보하려는 연역논리로부터 경험의 축적에 따른 귀납논리와 이들이 융합된 형태의 발현인 과학으로 진화되었다.

1.2 연역법

연역법(deduction)은 그리스 시대로부터 주장의 합리화 또는 확신의 방법으로 사용되어온 논리이며, 현재 수학이 사용하는 논리이자 컴퓨터 프로그래밍을 위한 알고리즘의 구성에 사용되는 기본 논리이기도 하다. Martin Davis (1928년생)도 자신의 저서《Engines of Logic》[7]에서 컴퓨터가 「논리 기계」임을 강조하였다.7) 심지어 인공지능의 대표 교재로 평가되는 Russell과 Norvig의 저서《Artificial Intelligence: A Modern Approach》[26]도 7장, 8장 등을 논리의 설명에 할애하고 있다.

연역논리는 2천년 이상의 긴 역사를 통해 부침을 겪으며 형성되었다 [9, p. 1–8]. 연역법의 기본은 수의 계산이며 [25], 바탕은 Aristotle의 삼단논법(syllogism)이다. 연역논리는 공준(axioms)으로부터 시작하여 연역적 결과를 얻어내었던 Euclid(기원전 300년경)의 평면기하학으로부터 시작되어 그에 대한 회의와 반론 등의 논쟁을 거쳐 David Hilbert (1862–1943)에 의한 「형식논리(formal logic)」로 정착된다. 1920년대에 주요 수학 분야의 공리체계가 정립되고, 1950년대에 Nicolas Bourbaki8)에 의해 공리체계의 핵심 내용이 정리되면서 현대 수학이 사용하는 논리가 되었다 [9, p. 6]. 이러한 공리체계로 확립된 연역논리는 그리스 문명이 수학에 미친 가장 중요한 영향으로 평가된다 [9, p. 1].

특히, 17세기 후반 Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716)는 개념을 담을 수 있는 인공언어와 규칙에 따라 계산을 할 수 있는 기계를 꿈9)꾸었다. 그래서 그는 개념을 나타낼 수 있는 「심볼(symbols)」과 심볼에 의한 논리의 계산법칙(algebra of logic)을 만들었는데,10) 그것이 「심볼에 의한 논리(symbolic logic)」였다 [7, p. 17]. Leibniz의 꿈은 George Boole (1815–1864)로 이어져 저명한 논문 〈The Laws of Thought〉에서 논리를 수학 계산과 같이 다루는 방법이 제안되었다. 이러한 Boole의 업적은 연역논리가 수학으로 편입되어 더욱 발전할 수 있는 계기를 갖게 하였다 [7, p. 40].

---

7) . . . that enabled him to understand that a computing machine is really a logic machine. [7, p. xii]

8) 부르바키는 1934년 12월, 프랑스를 중심으로 활동한 수학자들의 단체가 사용한 가명이다. 이 단체에 속한 수학자들을 부르바키 학파라고 부르기도 한다.

9) Leibniz는 자신이 꿈꾸던 그 생각을 「위대한 생각(wonderful idea)」이라고 했다 [7, p. 4–5]. 1666년 그는《De Arte Combinatoria》를 저술하고, 그것이 사고를 위한 기본 알파벳으로 작동하기를 바라며, 평생 그에 관심을 기울였다 [10, p. 89].

10) Leibniz는 심볼의 계산 법칙을 「calculus ratiocinator」라고 불렀는데, 결국 「계산기」라는 뜻이다. [7, p. 17]

독일의 논리학자 Gottlob Frege (1848–1925)는「수학을 논리로 환원할 수 있을까?」라는 철학적 질문을 제기하였고, 그에 대한 답으로 1879년 100쪽도 안 되는 소책자《Begriffsschrift》[11]를 출판하였다. 여기서 그는 산술(arithmetic)을 연역논리의 체계 내에서 구성하였고, 정확한 형식과 추론 법칙을 제시하였다. 이때 사용된 논리가 1차 논리로서 현대 논리의 근간이 되었다. 그의 업적은「논리주의(logicism)」사조를 불러 일으키고 수학기초론(foundation of mathematics) 문제를 부각시켰는데, 논리의 역사에서 최고의 업적으로 평가된다 [7, p. 48–58].

그러나 1902년 Bertrand Russell (1872–1970)이 Frege에게 논리적 역설(paradox)을 제기한 편지를 보내면서, 수학을 논리로 환원하려는 논리주의는 혼돈에 빠지게 된다. 무한을 다루기 위하여 집합론을 개발한 Georg Cantor (1845–1918)의 수학을 포함하여 수학기초론을 확립하기 위해 노력하였던 Hilbert와 그에 대립하던 L.E.J. Brouwer (1881–1966) 등에 의한 수학계의 노력은 논리주의, 직관주의(intuitionism), 형식주의(formalism) 등으로 분파되며 공리체계 위에서의 논리의 확립을 위한 논의가 이어졌다 [14].

연역논리의 완결성을 해결하려는 Hilbert 프로그램은 Kurt Gödel (1906–1978)의 불완전성 정리에 의해 무너졌지만, 연역논리는 미완의 상태로 정착되고, Alan Turing (1912–1954)과 John von Neumann (1903–1957)에 의하여 현대적 컴퓨터가 개발되어 Leibniz의 꿈의 실현을 볼 수 있게 되었다. 논리의 발전 과정과 논리기계로서의 컴퓨터의 발전에 관한 보다 자세한 이야기는 Davis의《Engines of Logic》[7]을 참조한다.

1.3 확률론의 도래

확률(probability)이란 불확실의 정도를 0과 1 사이의 수치로 나타낸 값을 말하며, 이 수치를 결정하기 위한 정의와 계산방법 등을 포함한 이론이 확률론(probability theory)이다.

확률론은 실생활 문제를 해결하려는 시도로부터 시작되었다 [9]. 그러한 시도는 바로 우연(chance)을 제어하고 게임(gambling)의 승리 가능성을 높이기 위함이었다. 최초의 확률 문제는「주사위 문제」와「분할 문제」였다. 주사위 문제는「두 개의 주사위를 던져 둘 다 6의 눈이 나오게 하려면 몇 번을 던져야 하나?」라는 문제고, 분할 문제는「6판을 먼저 이겨야 승리하는 2인 게임에서 한 사람이 5판을 이겼고 다른 사람이 3판을 이긴 상태에서 게임을 끝낼 경우, 판돈을 어떻게 분할해야 하나?」를 묻는 문제였다 [9].

주사위 문제는 일찌감치 3차방정식의 근의 공식을 발표했던 Girolamo Cardano (1501–1576)가 해결하였다. 분배 문제는 여러 이탈리아 수학자들이 시도했지만 실패하였고, 결국 Chevalier de Méré (1607–1684)가 친구인 Blaise Pascal (1623–1662)에게 풀이를 부탁했다 [10, p. 57]. Pascal은 1654년 자신의 풀이를 확인하기 위해 Pierre de Fermat (1601–1665)

11) 독일어로 Begriff는「개념」을 뜻하고 Schrift는「표현 방법」을 뜻한다.

와 서신을 주고받았는데, 그것이 확률을 다루는 새로운 수학 분야의 태동을 이끌어냈다. 그러나 그들이 주고받은 편지에는 정의나 정리와 증명 같은 것은 없었으며, 심지어 확률이라는 용어도 없었다. 하지만 조합수학을 사용하여 일반적 상황을 구체적으로 다룸으로써 이론화가 가능하였는데, 그것이 현재의 확률론의 모태가 되었다 [9, p. 28].

확률론을 체계적으로 다룬 첫 저술은 Christiaan Huygens (1629–1695)의 1657년에 출간된 16쪽의 논문 〈On Reckoning at Games of Chance〉였다. 그는 이 논문에서 「기대값(expectation)」의 개념을 만들어 사용했으며 확률을 보다 체계적으로 다루었다. 이 논문은 이후 거의 50여년간 확률론 교재로 사용되었다 [9, p. 28].

확률론의 역사상 가장 주목을 받는 저술은 Jakob Bernoulli (1654–1705)의 저작 《Ars Conjectandi》(1713)라고 할 수 있다. 이 저작은 4부로 구성되었는데, 1부는 Huygens의 논문 내용을 정리했고, 2부는 순열과 조합을, 3부는 다양한 문제를 다루었으며, 마지막 4부에서 「대수의 법칙(Law of Large Numbers)」을 발표하였다. 대수의 법칙은 실험적으로 확률을 구할 수 있는 이론적 기초를 제공하였다.

그러나 확률을 실질적인 수학 이론으로 다룬 인물은 Abraham de Moivre (1667–1754)였다. 확률과 통계에서 중요한 정규분포와 중심 극한 정리는 De Moivre의 성과였다. 이후 Pierre-Simon Laplace (1749–1827)[12)]가 《Théorie Analytique des Probabilités》에서 이론화를 이루었고, 1933년에 러시아 수학자 Andrey Nikolaevich Kolmogorov (1903–1987)에 의하여 공리화가 완성되어 현대적 확률론으로 정립되었다.

확률론의 논리적 기초에 관하여는 Rudolf Carnap (1891–1970)의 1950년 저술 《Logical Foundations of Probability》 [6]를 참조하고, 확률론의 발생과정과 기본 원리는 각각 Ian Hacking (1936년생)의 《The Emergence of Probability》[10]와 《An Introduction to Probability and Inductive Logic》 [11]을 참조한다. 또한 확률론은 다양한 수학과 과학의 영역에 영향을 미치고 있는데, 조금 오래 된 이야기이지만 《The Empire of Chance》 [8]에서 확률이 통계학과 물리학, 생물학 등에 미친 영향을 느껴볼 수 있다. 특히 수학에서도 확률론을 기초 논리로 사용할 때 다양한 문제의 해결이 가능할 수 있다는 David Mumford (1937년생)의 주장 [18]도 참조한다. 데이터과학에서도 확률론이 기본적인 역할을 담당함도 확인할 수 있다 [4].

1.4 귀납법

논리란 가정이나 조건으로부터 결과를 도출하는 과정을 의미하며, 과정의 방법에 따라 연역법과 귀납법으로 나뉜다.[13)] 연역법은 가정으로부터 참인 결과를 도출하는 과정의 논리이기에

12) 그는 작위를 지닌 수학자로 이름에 「후작(marquis)」을 넣어 Pierre-Simon, marquis de Laplace라고 부른다.
13) 연역법과 귀납법의 차이나 구분은 심리적 문제라는 설명도 있다. [12, p. 2]

「증명」을 제공하지만, 귀납법은 결과를 추정한다. 다시 말해, 귀납법은 경험이나 관찰로부터 일반 원리나 사실을 추론(추측)하는 방법인 것이다. [30, 32].

학술적으로는 연역법, 즉, 연역논리를 중시하지만, 일반적으로 일상생활에서 무엇을 인지하거나 행동하려 할 때는 주로 귀납추론이 사용된다 [12, p. xiii, 1]. 심지어 현재 과학이 사용하는 방법이 귀납법이다. 특히 중요하게는 귀납추론이 학생들의 학습이나 일반인의 인지활동에 항상 적극 개입되어 있다는 사실이다. 실제로 귀납법은 학습이나 예측과 추론의 기본이다. 하지만 귀납추론의 결과는 불확실하기도 하며 추론 방법의 양상도 다양하다 [32]. 그리고 귀납법은 추론 결과의 불확실성 때문에 자연스럽게 확률과 연계된다 [6, 11, 12, 22, 29, 30].

17세기 후반 Liebniz는, 확률론 역사에 어떠한 업적도 남기지 않았지만, 연역법에 버금가는 「새로운 논리」의 필요성을 인지하였고 확률론이 그런 새로운 논리의 근간이 된다고 생각하였다. 그는 조합(combination)에 관한 논문을 쓰고, 조합을 확률 계산에 적용하며 확률을 과학적 추론 방법으로 사용하려고 하였다 [10, p. 50, 57–58, 89–90, 134–135].

사실, 17세기에 새로운 의미의 「과학」이 움트기 시작했는데, 이전의 연역논리에 기초한 과학에서 관찰과 경험에 기인하여 일반 원리를 도출하는 과학, 즉, 현대적 의미의 과학의 싹을 틔우기 시작했다. 연금술(alchemy)에서 현상을 관찰하고 일반화하여 화학의 싹을 틔운 Robert Boyle (1627–1691)이 한 예다 [10, p. 29]. 현재는 확률이 가설과 근거의 관계를 설명하는 수단으로 여겨지지만, 당시에는 그런 개념이 정립되어 있지 않았다. 권위를 가진 사람의 의견이나 징조 같은 것을 믿음의 기준으로 삼았던 당시의 관습에서 상황의 판단 기준에 확률이 개입되면서 확률이 점차 일상의 신뢰의 기준이 되었다 [10, p. 31–48].

Leibniz의 새로운 논리에 대한 추구는 꽤 오랫동안 잊혀졌었는데 대신 그 시기동안 확률론은 나름의 발전이 진행되었다. 그러다가 1920년대에 이르러 John Maynard Keynes (1883–1946)와 Harold Jeffreys (1891–1989)에 의해 다시금 논리에 대한 논의가 제기되었고, 1940년대 Rudolf Carnap (1891–1970)에 의해 귀납논리가 정립되기에 이르른다. 그는, 주장은 연역적 근거는 아니더라도 그 주장을 뒷받침할 근거를 갖추고 있어야 하며, 그러한 신뢰를 기술할 형식언어와 신뢰정도를 보편객관적으로 평가할 수 있는 척도가 있어야 함을 전제하고 그 전제 하에 귀납논리를 정립하였다 [10, p. 134].

실제로 Carnap은 1941년 51세의 나이로 귀납논리의 개발에 나섰다. Hilbert의 영향을 받은 비엔나 써클(Vienna Circle)[14)]이 20세기 초 연역논리와 과학적 방법론의 분석을 위한 공리체계를 모색하였는데, 그후 몇 년 지나 Carnap과 몇몇 학자들이 과학적 방법론은 궁극적으로 귀납적이어야 한다는 결론을 내리게 된다 [29]. 특히 Carnap은 확률론이 신뢰의 척도가 될 수 있음을 연구하며, Keynes의 확률론에 대한 논리적 개념을 수용하면서 귀납법의 문제

14) 1924년부터 1934년 사이에 독일 철학자 Moritz Schlick (1882–1936)을 중심으로 비엔나 대학에서 모여 논리를 연구하던 일군의 학자들의 모임을 일컬음.

점들을 해결하게 된다. 그러면서 그는 모든 과학 추론은 귀납법이 제시하는 규칙에 근거할 수 있기를 기대하였다 [29].

귀납법에 관한 보다 자세한 설명은 [11]와 [30]를 참조하고 Carnap의 귀납법은 [5]과 [6], [29]을 참조한다. 또한 귀납법이 확률의 발전과정에서 어떻게 연계되는지에 대한 이야기는 Hacking의 《The Emergence of Probability》 [10]를 참조한다.

1.5 과학, 그리고 방법론

과학(science)은, 지식이라는 의미의 라틴어 「scientia」를 어원으로 갖는 용어로서, 우리 삶에 필요한 지식과 그의 축적을 위한 체계적 방법을 의미한다. 과학은 역사적으로 인류의 최대 치적 중 하나로 평가받고 있으며, 과학의 주 목표는 삶과 세상에 대한 오류가 없는 지식의 획득이라고 한다 [1, p. 7]. 이러한 지식의 획득에 사용되는 일종의 방법론을 과학적 방법(scientific method)이라고 한다. 과학적 방법이라는 말은 19세기가 되어서야 사용되기 시작하였고, 경험이나 현상으로부터 추론하여 새로운 지식을 얻는 귀납적 방법을 의미하게 되었다 [34]. 현대적 의미의 과학적 방법은 경험과 관찰로부터 귀납논리에 의거한 추론으로 가설을 세우고 그에 따라 실험과 분석을 통해 결과를 도출 내지 확인하는 과정을 따른다.

문예부흥 이전의 고전 과학은 연역논리에 의존한 지식이었기에 주로 수학과 철학을 의미하였다. 고대 천문학과 같은 관찰에 의존한 과학도 있었지만 논쟁을 불러 일으켰고, 종교적 믿음에 따른 지식도 많았다. 이후 문예부흥과 계몽주의 시대를 거치면서 과학적 방법론이 개발되며 다양한 분야의 과학이 생겨났다.

특히 현대적 의미의 과학은 John Locke (1632–1704)와 David Hume (1711–1776)으로 거슬러 올라간다 [3]. 연역적 인식에 의존했던 고전적 과학은 Locke와 Hume,[15) 그리고 Immanuel Kant (1724–1804)[16)로 대표되는 경험과 이성에 기반한 경험주의에 따라 귀납적 추론에 의한 과학[17)으로 변모한다 [1]. 그러나 특별한 사례나 경험으로부터 일반적 이론을 추론해내는 귀납적 과학은 방법론적 관점에서 Karl Popper[18)(1902–1994)의 비판에 직면한다.

Popper는 1935년 명저 《The Logic of Scientific Discovery》 [22]를 통하여 귀납적 과학으로 얻은 지식이 거짓일 수 있음을 지적하며,[19) 과학은 실험적 비판을 받아들일 수 있어야 한다고 주장하며, 검증을 통하여 반박 불가능한 주장만을 신뢰할 수 있다는 주장을 견지하였다.

15) Hume은 귀납추론이 가지는 불확실성 문제(problem of induction)를 제기하며 회의적 입장(skepticism)을 보였지만 과학을 함에 있어 귀납논리를 받아들일 수밖에 없음을 인정하였다. [32]

16) 독일(프로이센) 철학자 Kant는 《순수이성비판(the Critique of Pure Reason)》에서 합리주의와 경험주의 간의 논쟁을 마무리지으며 인식론을 발전시켰다.

17) 경험주의 과학, 즉, 18세기 계몽주의 시대에 Locke를 비판한 George Berkeley (1685–1753)를 거쳐 회의주의자 Hume으로 이어지며 발전하게 된 과학적 방법론을 사용하는 과학을 의미한다. [31]

18) Karl Raimund Popper경(1902–1994)은 20세기에 영향력을 발휘한 오스트리아 출생의 영국 과학철학자이다.

19) Popper는 귀납 추론에 의한 명제 「모든 백조는 하얗다.」에 대하여, 하얀 백조를 본 경험이 아무리 많더라도 흑조(black swan)도 있기에 명제가 참이 아니라는 사례를 들어 경험주의 과학을 비판하였다. [22]

Popper가 주장하는 검증이 요구되는 과학을「경험과학(empirical science) 또는 실증과학」이라고 한다 [22, p. 16]. 다시 말해, 실험이나 관찰에 의한 귀납 추론 결과를 과학으로 받아들이기 위해서는 같은 결과가 반복 가능하며 일반적이어야 한다는 것이다 [1, p. 14].

Popper의 경험과학의 주장에 대한 반박과 반론 그리고 비판도 많았다. 이는 귀납논리가 특정 형식(syntax)을 가지기보다는 문제에 따라 변하는 논리의 양상이 다양하기 때문이다 [32]. 대표적으로는, Popper의 귀납적 과학의 비판에 대한 비판을 제기한 Imre Lakatos (1922–1974)와 방법론 자체에 대한 비판을 보인 Paul Feyerabend (1924–1994), 그리고 과학에 대한 관점의 변화를 강조한 Thomas Kuhn (1922–1996) 등을 들 수 있다. 그러나 이러한 많은 사람들의 반박과 비판이 오히려 긍정적으로 작용하며 더 나은 과학의 발전을 도모하고 있다 [1, p. 17–22].

20세기 초반 Karl Popper의 과학적 방법에 관한 주장과 100년 이상의 과학에 대한 많은 논의는 과학에 대한 정의와 논리를 정착시키고 과학의 발전과 융성을 이끌었다. 데이터과학과 인공지능을 포함한 새 시대를 선도할 새로운 과학을 위한 논리의 개발도 요구되는데, 논리에 대한 이해가 새로운 과학의 발전과 융성을 유도하고, 21세기가 요구하는 창의성(creativity)의 발현을 이끌어낼 것이기 때문이다. 특히 Popper가 경험이 만든 진정한 의미의 체계화된 세계를 경험과학이라고 불렀는데, 실제로 데이터는 경험에 의해 생성되므로「경험」을「데이터」로 바꾸면 데이터과학을 하기 위한 방법론을 잘 선택할 수 있지 않을까 생각해본다.

2 연역법과 귀납법의 융합

논리는 연역법과 귀납법으로 나뉘지만, 지식의 형성과정에서 이들은 상호 보완적이다 [23, p. 4]. 이들의 혼합과 융합이 새로운 논리로 작용할 수 있는 것이다. 예를 들어, 수학적 귀납법은 증명방법으로서는 연역법이지만 지식의 탐구 방법으로서는 귀납법의 속성을 지닌다. 최근 훌륭한 성과를 낸, 귀납적 성격을 지닌 확률에 기반한 연역논리인 확률론적 방법론을 생각해 볼 수도 있다. 또한 21세기에 들어서며 기계학습(machine learning)과 데이터나 인공지능을 활용한 방법도 중요한 과학적 방법론으로 개발되고 있다.

2.1 수학적 귀납법

수학적 귀납법은 수학 전반에 걸쳐 사용되는 논리이며, 학교수학에서 교육하고 있는 증명법이다. 수학적 귀납법은 일단의 명제 $\{P(n)\}_{n\in\mathbb{N}}$ 전체가 참임을 확인하는 증명법으로서,

- 수학적 귀납법 정리. 각 자연수 $n = 1, 2, 3, \ldots$에 대응되는 명제들 $\{P(n)\}$이 두 개의 조건을 만족시키면「모든」명제가 참이다. •

라는 정리를 전제로 사용하는 증명 방법이다. 이때 두 조건은 $P(1)$이 참이라는「초기조건」과

각 n에 대하여 명제 $P(n)$이 참일 때 $P(n+1)$도 참이 된다는 「귀납조건」을 말한다. 이 정리의 증명은 공준으로 여길 수 있는 「순서원리」를 가정하는데, 구체적인 증명은 [16]를 참조한다.

그래서 명제 $\{P(n)\}_{n\in\mathbb{N}}$ 전체가 「모두」 참임을 증명하려면, 두 개의 조건만 성립하는지 확인하면 되는 것이다. 증명법으로 사용되는 수학적 귀납법은, 전제하는 정리가 연역논리에 의해 증명되었기 때문에 연역법이다. 그러나 수학적 귀납법이 패턴의 발견을 위한 탐구 수단으로 사용될 때는 귀납법의 속성을 나타낸다 [16].

귀납법은 과학이 사용하는 기본 논리이며, 그에 대한 이해가 과학과 지식의 획득에 중요하다. 수학은 증명된 정리들로 형성된 지식이고 수학이 사용하는 논리가 연역법이지만 수학도 지식의 획득을 위해서는 많은 경우 귀납 추론을 사용한다. 또한 수학 지식을 이해하려할 때도 연역적 증명보다는 먼저 귀납적 사례로 가능성을 확인하는 것이 자연스럽다. 다시 말해 지식의 축적 과정에서 자연스럽게 사용되는 논리가 귀납법이라고 할 수 있다.

실제로 Henri Poincaré (1854–1912)는 수학이나 과학적 지식을 획득하기 위해서는 귀납 추론이 중요하며, 그러한 추론과정이 수학적 귀납법이 사용하는, 특정 사례로부터 일반화하는[20] 추론 원리와 같다고 하였다 [20, p. 8–16]. Joseph Larmor (1857–1942)도 과학의 발전이 연역법만으로 이루어지지 않았고, 직관(intuition)에 의한 가설과 그의 정립에 의한 지식의 축적이었다고 동조하였다 [20, p. xviii]. George Pólya (1887–1985)도 문제해결을 위한 추정이나 방법을 찾기 위한 수단으로 귀납적 방법이 도움이 된다고 하며, 논리와 더 나아가 연역법과 귀납법의 의미를 이해할 수 있는 교육내용으로서 수학적 귀납법을 포함한 수학이 가장 좋은 교과임을 지적하였다 [21, p. vi].

수학적 귀납법은 패턴의 탐구 수단으로서의 귀납적 성격을 지닌 논리이면서, 재귀 또는 점화 관계에 의한 알고리즘의 정립에도 사용되는 기본적인 연역논리이다. 그러므로 수학적 귀납법의 의미와 사용법에 대한 올바른 이해는 교육적 관점에서도 중요하며, 인공지능으로도 이어지는 컴퓨터 프로그래밍의 구조를 이해하는 수단이기도 하다. 더 나아가, 데이터과학과 인공지능이 부각되는 21세기 인재의 역량 배양을 위한 기본 소양으로서도 중요하다. 수학적 귀납법에 관한 보다 자세한 내용은 논문 ⟨수학적 귀납법에 관한 소고⟩ [16]와 그의 참고문헌을 참조한다.

2.2 확률론적 방법론

Paul Erdős (1913–1996)가 창안한 「확률론적 방법론(probabilistic method)」은 조합수학에서 확률을 유용하게 사용하는 연역논리로서 [2, p. xiii], 특정한 성질을 가진 수학적 대상의 존재를 확인하는 방법론이다 [15]. 이는 확률공간 내에서 임의로 선택된 대상이 그러한 성질을

20) . . . reasoning . . . namely, from the particular to the general. [20, p. 14]

가질 확률이 0보다 큼을 보임으로써 확립된다. 그 대표적 사례가 Ramsey 정리[21)]의 증명으로, 1947년 Erdős가 확률론적 방법론을 사용하여 멋드러지고 간명하게 증명하였다 [2].

Joel Spencer는 그의 저서《The Strange Logic of Random Graphs》[28]에서 랜덤그래프[22)]에 적용할 수 있는「0-1 법칙(Zero-One law)」을 설명하였다. 책은 예제로 시작되는데, 첫 장 ⟨Two Starting Examples⟩의 첫 절이「A Blend of Probability, Logic and Combinatorics」로 확률과 논리와 조합수학이 융합된 내용을 책에서 다룰 것이라는 복선을 깔고 있다. 그는 랜덤그래프에서 1차논리로 기술될 수 있는 성질을「1차 성질」이라 설명하는데, 예를 들면,「랜덤그래프가 삼각형(서로 선분으로 이어진 세 점)을 포함」하는 성질을 말한다. 그 성질을 A로 나타내고, 전체 그래프 중에 성질 A를 갖는 그래프의 비율을 $\mu_n(A)$로 나타내자. 그러면 다음과 같은 결과를 얻는다 [28, p. 3].

- 정리. $\lim_{n\to\infty} \mu_n(A) = 1.$

증명. n개의 점을 3개씩 짝지어 $\lfloor \frac{n}{3} \rfloor$개의 3점 쌍을 만든다. 각 쌍이 삼각형이 될 확률은 $\frac{1}{8}$, 삼각형이 아닐 확률은 $\frac{7}{8}$이다. $\lfloor \frac{n}{3} \rfloor$개의 쌍 모두가 삼각형이 아닐 확률은 $\frac{7}{8}^{\lfloor \frac{n}{3} \rfloor}$으로 $n \to \infty$일 때 0으로 수렴한다. 그러므로 $\lim_{n\to\infty} \mu_n(A) = 1$이다. •

이와 같이「1차 성질이 거의 확실하게 발생하거나 거의 확실하게 발생하지 않는다」는 현상을「0-1 법칙」이라고 한다. 확률론적 방법론과 0-1 법칙은 귀납적으로 유추할 수 있는 성질을 확률을 활용하여 연역적으로 증명하는 귀납법과 연역법의 훌륭한 융합 사례로 볼 수 있다. 확률론적 방법론과 0-1 법칙은 컴퓨터과학의 기반 이론을 제공하는 조합수학의 이론 연구뿐만 아니라 알고리즘의 개발에도 활용되면서 컴퓨터과학의 방법론으로서도 중요한 논리이다 [2].

2.3 데이터과학과 인공지능

데이터과학(data science)은 21세기에 부각된 제4차 산업혁명과 함께 태어난 신생학문으로서 데이터로부터 과학적 방법론을 통하여 새로운 지식과 통찰력을 얻어내려는 목적을 가진 학문 분야로 정의된다 [19].[23)] 이때 과학적 방법론이란 빅데이터와 인공지능(artificial intelligence, AI) 기술 등을 의미하지만 보다 근본적으로는 참과 진실을 얻어내는 과정의 바탕에 깔린 철학적 개념과 논리를 의미한다.

---

21) 1929년에 Frank P. Ramsey (1903–1930)가 증명한 정리로「유한한 값의 램지수의 존재」정리이다. [2]

22) 랜덤그래프(random graph)는 임의로 주어지는 그래프라는 의미로서, n개의 점을 갖는 그래프에서 두 점을 잇는 선분을 p의 확률로 줄 때의 랜덤그래프를 $G(n,p)$로 나타낸다. 예를 들어 $p = \frac{1}{2}$이면 랜덤그래프 $G(n, 1/2)$는 $2^{\binom{n}{2}}$개의 그래프를 대표함을 알 수 있다. [2, 15, 28]

23) 데이터과학이란 새로운 정보와 지식을 찾기 위해 데이터를 수집, 저장, 분석하는 유관 기술(예, 통계, 컴퓨터, 통신, 소프트웨어 등)입니다. ... 데이터과학은 데이터를 기반으로 하여 합리적 사고를 하는 방법에 대한 과학입니다. [13, p. 8–9]

과학은 인류의 지식 획득의 수단을 의미하는데, 이때의 과학의 의미는 Hume이 자신의 저서《A Treatise of Human Nature》에서 관심을 두었던 지식의 확장 수단이다 [3]. Hume은 인류의 지식의 습득은 경험에 기인한다고 하였다. 최근에 들어서는 과학이 AI가 사용하는 기계학습(machine learning)에 의한 귀납적 추론까지 포함하기도 한다 [32]. 그러나 앞에서 논의하였듯이, 귀납적 수단에 의한 지식의 습득은 지식의 확실함이나 진실성에 있어 문제가 발생하기도 한다.

문제의 해결을 위하여, Popper 는 비판적 사고에 의한 귀납논리를 과학적 방법론으로 채택한「경험과학」을 제시하였는데, 경험을 일반적 의미의 경험보다는 이론적 체계가 뒷받침된,「경험의 세계(world of experience)」의 진정한 의미를 갖는 경험으로 제한했다. 그렇게 경험과학이 추구하는 지식에 관한 이론을 자신이 말하는 경험에 의한 이론으로 설명하였다 [22, p. 16–17]. 그리고 자신의 논리가 실증주의 독단에 빠지지 않고 논리적 엄격함을 추구하는 사람들, 특히 실질적인 응용을 추구하며 새로운 과학을 구하는 사람들, 그래서 새로운 이론이나 사실, 그리고 통찰을 원하는 사람들에게 받아들여지기를 희망하였다 [22, p. 15]. AI 분야에서도 연역법에 의존한 알고리즘으로부터 확률론을 바탕에 깔고 개발된 딥러닝(deep learning)과 같은 새로운 알고리즘의 개발 등의 방법론의 혁신적 변화를 경험하였다.

이러한 과학적 방법론의 변화는 Kuhn이 말하는 패러다임의 전환 [17]을 이끄는 싹으로 여겨지기도 한다. 실제로 데이터 분석을 위한 통계학에 기반한 분석 기법이 있음에도 불구하고 빅데이터의 분석을 위한 다양한 방법론의 개발이 요구되었고, 처리 속도나 저장매체의 발전에 힘입은 컴퓨터의 발전과 함께 새로운 알고리즘 개발 등의 학문적 발전도 있었다. 이러한 데이터 처리의 새로운 방법론은 데이터과학과 인공지능의 발전을 유도하며 산업사회를 위시한 미래사회의 패러다임의 변화를 부추기고 있다.

3 결론

우리는 논리와 관련하여 연역법과 귀납법, 확률론의 유래와 과학적 방법론 그리고 그들의 융합적 사용과 응용 등을 살펴보았다. 증명을 주는 연역법은 추론 과정의 타당성(validity)이 문제가 되지만, 귀납법의 추론은 추론결과의 신뢰성이 문제가 된다. 그러한 문제의 해결책으로 연역논리를 위한 언어와 형식논리가 형성되었고, 신뢰성의 척도로 확률의 사용이 최적의 수단이 됨을 논리의 역사 속에서 볼 수 있었다.

21세기는 제4차 산업혁명이라는 기치 아래 과학과 기술의 발전을 요구하며 산업을 위시하여 사회 전 분야에서의 변화를 요구하고 있다. 특히 데이터과학과 인공지능의 발전으로 인하여 21세기 인재는 4C로 불리는 소양 뿐만 아니라 다양한 지식의 습득을 요구받고 있다. 이러한 변화 속에서 인재로 성장하기 위해서는 과학적 방법과 관련한 기본적인 사고방법, 즉, 비판적 사고력과 논리에 대한 이해가 요구된다고 할 수 있다. 지식의 역사로부터도 알 수 있듯이, 모든

과학은 결국 논리체계에 바탕을 둔 사고 방법 모델의 형태로 주어지는 것이다.

교육은 사실 자체를 가르치는 것이 아니라, 어떻게 생각할 것인가를 훈련시키는 것이라는 Albert Einstein (1879–1955) 의 말을 빌어도, 논리에 대한 이해는 새 시대를 살아갈 인류에게 필수불가결의 요소가 되지 않을까 생각한다.[24)]

References

1. Joseph Agassi, *Popper and His Popular Critics*, Springer, 2014.
2. Noga Alon, Joel H. Spencer, *The Probabilistic Method*, 4th edition, Wiley, 2016.
3. A. J. Ayer, *Hume: A Very Short Introduction*, Oxford University Press, 2000.
4. Field Cady, *The Data Science Handbook*, Wiley, 2017.
5. Rudolf Carnap, On Inductive Logic, *Philosophy of Science*, 12(2) (1945), 72–97.
6. Rudolf Carnap, *Logical Foundations of Probability*, 2nd ed., The University of Chicago Press, 1962 (first edition in 1950).
7. Martin Davis, *Engines of Logic: Mathematicians and the Origin of the Computer*, W. W. Norton & Company, 2001.
8. Gerd Gigerenzer, Zeno Swijtink, Theodore Porter, Lorraine Daston, John Beatty, Lorenz Krüger, *The Empire of Chance: How probability changed science and everyday life*, Cambridge University Press, 1989.
9. Hardy Grant, Israel Kleiner, *Turning Points in the History of Mathematics*, Birkhäuser, 2015.
10. Ian Hacking, *The Emergence of Probability: A Philosophical Study of Early Ideas about Probability, Induction and Statistical Inference*, 2nd edition, Cambridge Univ. Press, 2006 (1975).
11. Ian Hacking, *An Introduction to Probability and Inductive Logic*, Cambridge University Press, 9th edition, 2009 (First published 2001).
12. Evan Heit, What is Induction and Why Study It? *Inductive Reasoning: Experimental, Developmental, and Computational Approaches*, Aidan Feeney, Evan Heit eds., Cambridge University Press, 2007.
13. Kim Yongdai, *Thinking Ways of Data Scientists*, Gimmyoung sa, 2021. 김용대, 데이터과학자의 사고법, 김영사, 2021.
14. Philip Kitcher, William Aspray, An Opinionated Introduction, *History and Philosophy of Modern Mathematics*, W. Aspray and P. Kitcher eds., Minnesota Studies in the Philosophy of Science Vol. XI, University of Minnesota Press, 1988, p. 3–57.
15. Koh Youngmee, Ree Sangwook, Paul Erdős and Probabilistic Methods, *The Korean Journal for History of Mathematics* 18(4) (2005), 101–112. 고영미, 이상욱, 폴 에르디쉬와 확률론적 방법론, 한국수학사학회지 18(4) (2005), 101–112.
16. Koh Youngmee, Ree Sangwook, On Mathematical Induction, *Journal for History of Mathematics* 34(6) (2021), 195–204. 고영미, 이상욱, 수학적 귀납법에 관한 소고, *Journal for History of Mathematics* 34(6) (2021), 195-204.

24) Education is not the learning of facts, rather it's the training of the mind to think. — Albert Einstein

17. Thomas S. Kuhn, *The Structure of Scientific Revolutions*, 50th Anniversary Edition (4th edition), The University of Chicago Press, 2012.
18. David Mumford, The Dawning of the Age of Stochasticity, *Mathematics: Frontiers and Perspectives 2000*, 197–228, AMS, 2000.
19. Park Sung Hyun, Oh JinHo, Kwon Soon-Sun, *Charms of Data Science: Data · Future Economical Power of AI Era*, Free Academy, 2021. 박성현, 오진호, 권순선, 데이터 사이언스의 매력: 데이터 · AI 경제 시대의 미래 경쟁력, 자유아카데미, 2021.
20. Henri Poincaré, *Science and Hypothesis*, The Walter Scott Publishing Co., Ltd., 1905.
21. George Pólya, *Mathematics and Plausible Reasoning: Vol. I Induction and Analogy in Mathematics*, Princeton University Press, 1954.
22. Karl Popper, *The Logic of Scientific Discovery*, Taylor & Francis e-library, 2005. (Originally, *Logik der Forschung*, Verlag von Julius Springer, Vienna, Austria, 1935.)
23. Carveth Read, *Logic: Deductive and Inductive*, Fourth edition, Dodo Press (A. Morning Ltd.), 1914. https://www.gutenberg.org/ebooks/18440
24. Ree Sangwook, Koh Youngmee, The Aims of Education in the Era of AI, *Journal for History of Mathematics* 30(6) (2017), 341–351. 이상욱, 고영미, 21세기 인공지능시대에서의 교육의 목적, *Journal for History of Mathematics* 30(6) (2017), 341–351.
25. Ree Sangwook, Koh Youngmee, MaPhiA: Mathematics, Philosophy, and Artificial Intelligence, *Journal for History of Mathematics* 32(5) (2019), 217–231. 이상욱, 고영미, 수학, 철학, 그리고 인공지능, *Journal for History of Mathematics* 32(5) (2019), 217–231.
26. Stuart Russell, Peter Norvig, *Artificial Intelligence: A Modern Approach*, 3rd edition, Pearson, 2009. (4th edition, Pearson, 2021. http://aima.cs.berkeley.edu/)
27. Alan H. Scheonfeld, *How We Think: A Theory of Goal-Oriented Decision Making and its Educational Applications*, Routledge, 2011.
28. Joel Spencer, *The Strange Logic of Random Graphs*, Springer Verlag, 2001.
29. Brian Skyrms, Carnapian Inductive Logic and Baysian Statistics, *Statistics, Probability and Game Theory*, IMS Lecture Notes-Monograph Series 30 (1996), 321–336.
30. Brian Skyrms, *Choice and Chance*, Melbourne, Australia, and Belmont, CA: Wadsworth/ Thompson Learning, 2000.
31. Wikipedia, Empiricism. https://en.wikipedia.org/wiki/Empiricism (17 December 2021)
32. Wikipedia, Inductive Reasoning. https://en.wikipedia.org/wiki/Inductive_reasoning (16 December 2021)
33. Wikipedia, Logic. https://en.wikipedia.org/wiki/Logic (23 December 2021)
34. Wikipedia, Scientific method. https://en.wikipedia.org/wiki/Scientific_method (14 January 2022)