

TECHNICAL NOTES

반구형 지중공동의 수치해석적 안정성 평가

이태건¹, 류동우², 윤희정^{3*}

¹한화건설 토목환경사업본부 토목기술팀 대리, ²한국지질자원연구원 지오플랫폼연구본부 Geo-ICT융합연구팀 책임연구원, ³홍익대학교 건설환경공학과 부교수

Numerical Stability Evaluation of Underground Semi-Spherical Cavity

Taegeon Lee¹, Dong-Woo Ryu², and Heejung Youn^{3*}

¹Assistant Manager, Civil Engineering Design Team, Civil Works and the Environment Division, Hanwha E&C

²Principal Researcher, Geo-ICT Convergence Research Department, Korea Institute of Geoscience & Mineral Resources

³Associate Professor, Dept. of Civil and Environmental Engineering, Hongik University

*Corresponding author: geotech@hongik.ac.kr

Received: November 5, 2021

Revised: January 7, 2022

Accepted: January 7, 2022

ABSTRACT

The existence of underground cavity should be considered in the assessment of georisk such as ground subsidence. Even if the shear strength of the ground around the cavity is known, it is difficult to accurately analyze the safety around the cavity due to the uncertainties related to geometric conditions such as the cavity size. In this paper, stability chart representing dimensionless stability constants was proposed based on the ground strength and geometric conditions. Numerical analysis had been carried out accounting for the stability constants such as the ground strength, the adhesion and friction angles, and the size and depth of the underground cavity. The proposed charts can help estimating the stability of ground with underground circular cavity.

Keywords: Stability chart, Underground cavity, Ground subsidence, Numerical analysis

초록

지중공동이 존재하는 지반의 거동은 지반함몰의 위험을 평가할 때 반드시 고려해야 하는 사항이다. 지중공동 주변 지반의 전단강도를 알더라도 공동의 크기와 같은 기하학적 요소와 관련된 불확실성으로 인해 정밀한 분석이 어렵다. 본 연구에서는 지반의 강도 및 공동의 기하학적 조건들을 바탕으로 무차원 안정성 상수를 나타내는 도표를 제안하였다. 이를 위해 수치해석이 수행되었으며 안정성 상수는 지반의 강도 정수인 점착력과 마찰각, 그리고 지중 공동의 크기와 심도를 고려한다. 제안도표는 지반 조건을 바탕으로 현장의 안정성을 추정하는 데 도움이 될 수 있다.

핵심어: 안정성 도표, 지중공동, 지반함몰, 수치해석



1. 서론

싱크홀 혹은 지반함몰은 그 발생 원인을 자연현상에 의한 것과 인위적 현상에 의한 것으로 구분할 수 있다. 자연현상에 의한 대표적인 지반함몰은 석회암지대에서 발생한다. 석회암과 같이 용해 가능한 기반암 위에 존재하는 지반의 거동은 지반함몰의 가능성 평가에 중요한 고려사항이다. 공동은 주로 지반 침식 및 지하수 흐름으로 인해 기반암이 녹으면서 지반과 기반암 사이의 경계선에서 발생하는 것으로 알려져 있다(Soliman et al., 2019).

우리나라는 삼척 등과 같은 강원도 일부 지역을 제외하고는 화강암, 변성암 등 결정질암의 비율이 높아 안정적인 지층 구조이므로 자연적인 지반함몰 우려는 크지 않다(Lee et al., 2014). 최근 국내에서 발생하는 지반함몰은 대부분 인간에 의해 발생한 현상으로, 상하수관의 손상이나 터널과 같은 지하공간 개발 시 시공관리 부실 등이 그 원인이다(Choi et al., 2016). 특히 서울시의 경우 2010년 이후에 3,205 건의 도로함몰이 발생하였으며 그 중 하수관의 노후가 원인인 것은 2,714 건으로 약 84%에 해당하고, 2013년 기준으로 총 연장 10,372 km에 이르는 전체 하수도관 중에서 20년 이상 노후된 관로가 약 73.3%에 달하여 이에 대한 복구가 요구되고 있다(Seoul Seokchon-dong Cavity Cause Investigation Committee, 2014). 지중공동을 뚫고 있는 지반의 안정성은 도심지에서 부지 선정, 건축물 및 시설 유지에 종종 문제가 된다. 매설된 상하수관의 노후화로 인한 유출수의 점진적 확장은 유출부 주변에서 돔 혹은 원형 모양의 공동의 형성으로 이어질 수 있다(Sowers, 1996).

이론적 연구로 Davis et al.(1980)은 한계 해석에 기초한 분석적 접근 방식을 사용하여 상재압력을 받는 소성 지반에서 터널의 안정성을 연구하였다. 이는 카르스트(Karst) 지반의 돔과 유사한 경계 조건 해석으로 전통적인 평면 변형을 소성 해법을 얻었다. Augarde et al.(2003)은 축대칭 공동 붕괴 문제에 대해 안전한 해법(하한) 및 안전하지 않은 해법(상한)을 제공하기 위해 한계 분석을 사용했다. 실험적 연구도 진행되었는데, Craig(1990)은 공동 지름에 대한 상재지반의 깊이의 비율이 1보다 작다면 점토지반에서의 단순한 원통형 강체 블록의 파괴로 가정하는 것이 적절하다고 하였다. Abdulla and Goodings(1996)은 원심모형실험을 이용해 원통형 공동위의 시멘트 처리된 모래층의 안정성을 조사했는데, 모래층은 공동 지름의 20~35% 크기의 잘린 원뿔 단면을 형성하는 경사면을 따라 파괴되었다.

공동의 안정성에 대한 수치해석적 연구는 근래까지 많이 진행되었다(Drumm et al., 1987, Ketelle et al., 1987, Sams and Sefat, 1995, Yang and Drumm, 2002, Augarde et al., 2003). Drumm and Yang(2005)은 상재지반 파괴에 대한 안정성 도표를 개발하기 위해 수치해석적으로 접근했다. 제안된 안정성 도표는 여러 지반정보들로부터 안정성을 검토할 수 있도록 표현되어 있었는데, 실제 파괴 조건을 얻지 못했고 차원이 있는 점에서 사용성이 제한적이다. Veeken et al.(1989)는 지반의 점토지반의 연성화 효과(softening effect)를 고려한 Drucker-Prager 모델의 확장형을 사용하여 공동의 안정성을 수치해석적으로 연구하였다. Zhang et al.(2003)은 탄성-완전소성 Mohr-Coulomb 파괴 포락선에 기초하여 강체 변형과 유체 흐름의 연동 효과가 저수지 저면의 균열이 있는 암반의 시추공의 안정성에 미치는 영향을 연구하였다. Muller et al.(2009)는 Mohr-Coulomb 파괴 포락선을 사용하여 초기 응력 조건 및 초기 간극수압의 변동성뿐만 아니라 공동의 안정성 문제를 분석하기 위해 수치해석을 수행하였다. Soliman et al.(2019)는 공동의 크기 및 깊이와 관련된 안정성을 조사함으로써 싱크홀의 역학적 거동을 연구하였다. 이 연구에서 고려한 두 가지 파괴 형태는 공동 주변 지반의 과도한 항복과 인장 파괴이다. 수치해석 결과, 시간에 따른 공동 상단 지반이 점진적으로 침하는 항복 거동을 보였지만 구조적인 붕괴는 발생하지 않았다.

본 연구에서는 수치해석을 이용하여 여러 지반조건에서 공동의 안정성을 평가하였다. 공동의 기하학적 조건과 지반강도를 이용하여 계산할 수 있는 무차원 안정수를 제시하고, 계산된 무차원 안정수로부터 공동의 안정성을 검토할 수 있는 안정성 도표를 제안하였다.

2. 수치해석

2.1 수치해석모델

Fig. 1은 수치해석에 사용된 수치해석 모델의 개요도와 공동직경(D)과 토피고(h), 그리고 경계면조건을 보여주고 있다. 기반암 위에 지름 D인 반구형 공동이 있는 균질한 지반을 가정하였고, 토피고는 반구형 공동의 천단부로부터 h이다. 기반암은 균질한 지반 보다 상대적으로 강성이 월등히 크기 때문에 변형이 발생하지 않는 강체로 가정했으므로 수치해석상으로는 수치모델 하부를 횡방향 및 연직방향으로 고정하는 경계조건을 설정하였다. 또한 해석의 효율성을 위해 공동의 중심을 축으로 한 2차원 선대칭(2D axisymmetry)으로 모델링하였다. 지반의 강도는 Mohr-Coulomb 모델을 이용하여 구성하였으며 지반의 가해지는 외력은 중력이다. 공동의 크기와 상재압이 공동안정성에 주요한 인자로 판단하여 직경(D)과 토피고(h)의 비를 변경시켜가며 수치해석을 수행했다. 수치해석에 활용한 h/D는 0.5, 1, 3, 5, 10, 20, 30으로 공동 직경이 1 m인 경우 토피고가 0.5 m에서 30 m 까지 변형해가며 기하학적 형상과 공동 안정성과의 관계를 검토하였다. 수치해석은 ABAQUS Standard를 활용하였다.

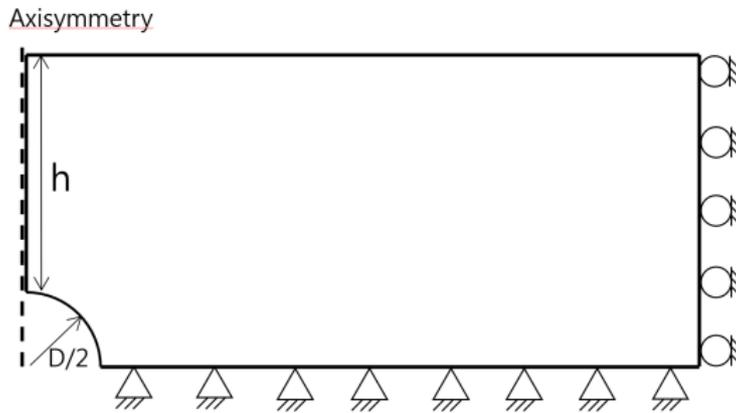


Fig. 1. Boundary conditions and dimensions used in the 2D axisymmetry model

수치해석은 요소크기(element size)에 의해 영향을 크게 받는다. 요소크기가 작으면 작을수록 좋으나 수치해석에 소요되는 시간은 기하급수적으로 증가하게 된다. 본 연구에서도 해석결과에 문제가 없는 최적의 요소크기를 얻기 위해 동일한 기하학 조건에서 요소크기를 변화시켜 가며 수치해석을 수행하였고 비교를 위해 공동 천장부에서의 응력변화를 알아보았다. 요소크기는 1/4 원호길이를 분할하는 요소개수를 증가시켜 가며 결과를 얻어 비교분석을 하였다. Fig. 2는 요소크기에 따른 공동 천장부에서의 응력변화를 보여주고 있다. 1/4 원호를 10, 20, 40, 60, 80개로 분할하여 요소망을 생성한 후 수치해석을 수행했는데, 천장부에서의 응력은 분할 개수가 40개 이전까지는 큰 영향을 받았으나 기 이후에는 그 영향이 미미하여 응력간 오차가 0.5%이하로 발생했다. 따라서, 본 연구에서는 40개의 분할개수로 결정하여 요소망을 생성하였다(Fig. 3).

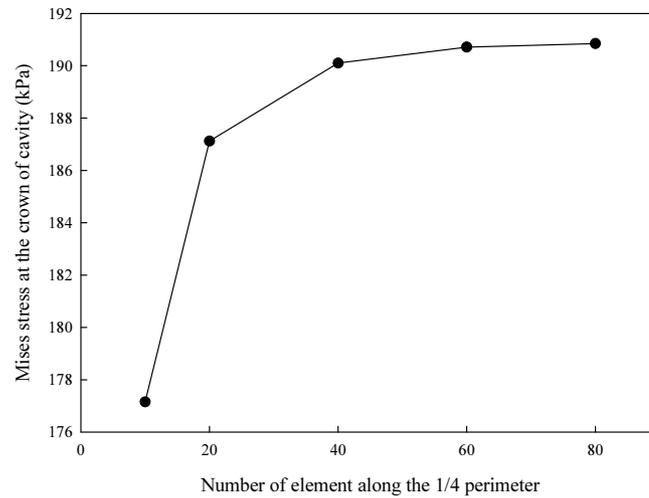


Fig. 2. Effect of element size on the Mises stress at the crown of the cavity

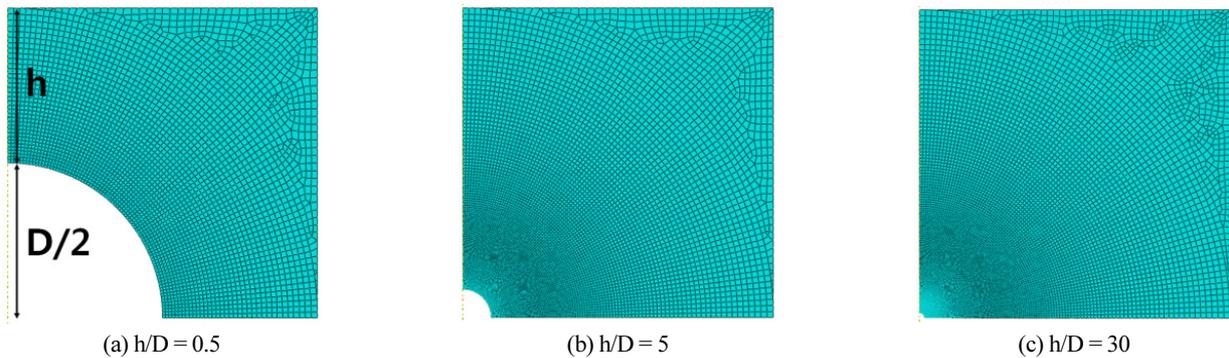


Fig. 3. Mesh of 2D numerical model for three different geometries

2.2 입력물성값

주어진 기하학 조건(h/D)에서 공동이 파괴되지 않는 최소한의 강도는 전단강도감소기법(SSR, Shear Strength Reduction technique)을 통해 얻을 수 있다(Zheng et al. 2006). Drumm et al.(2009)은 SRF (Strength Reduction Factor)를 이용하여 지중공동 파괴직전의 상태를 수치해석으로 모사하였다. 이때 수치해석이 수렴하지 않을 때 지중공동이 파괴된 상태로 간주하였다. 이점에 착안하여 본 연구에서는 기하학적 조건인 h/D 와 내부마찰각이 주어졌을 때 점착력을 수치해석이 수렴하지 않을 때까지 높은 값에서부터 점차 감소시켜 지중 공동이 파괴되기 직전 상태에서의 점착력을 찾았다. 이 때 공동이 파괴되지 않는 최소한의 점착력을 한계 점착력(critical cohesion)으로 정의하였다.

지반의 구성모델은 Mohr-Coulomb 모델이며, 추가 하중 없이 지반함몰은 지반자중에 의해 발생하는 것으로 가정했다. 한계상태의 지반강도 도출을 위해 1개의 h/D 에서 지반의 내부마찰각을 0, 10, 20, 30°로 고정하여 변화시켰고, 각 h/D 와 내부마찰각에서 지중 공동이 파괴되는 한계상태의 점착력인 한계점착력(critical cohesion)을 구했다. 즉, 총 7개의 h/D 값과 4개의 내부마찰각에 대해 한계점착력을 시행착오법(trial and error)으로 구하였다. Table 1은 본 연구에서 수행한 수치해석의 케이스와 각 케이스에서의 지반 물성값을 표로 나타낸 것이다. Table 1에서 제시한 하나의 해석케이스는 한 번의 수치해석이 수행되었음을 의미하지 않으며,

한 개의 해석케이스에 대해 제시한 점착력 범위에서 최소 0.1 kpa 단위로 바꾸어 가며 반복해석을 통해 한계점착력을 구했다. 따라서 수치해석에서 도출한 한계점착력은 하나의 해석케이스를 최소 수십 번에서 최대 수백 번 반복해서 얻은 결과이다. 시행착오법으로부터 도출된 한계점착력과 내부마찰각은 지중 공동 함몰한계 상태의 지반강도정수로 정의하였고, 4장에서 제안한 안정성 지표 생성에 활용하였다.

Table 1. Material properties of soil for parametric numerical study

CaseReduction	Unit Weight (kN/m ³)	Elastic Modulus (MPa)	h/D	Friction Angle(°)	Cohesion (kPa)
Phi0-h/D0.5			0.5	0	5~10
Phi0-h/D1			1	0	5~10
Phi0-h/D3			3	0	10~50
Phi0-h/D5			5	0	10~50
Phi0-h/D10			10	0	30~80
Phi0-h/D20			20	0	50~120
Phi0-h/D30			30	0	100~150
Phi10-h/D0.5			0.5	10	5~10
Phi10-h/D1			1	10	5~20
Phi10-h/D3			3	10	10~50
Phi10-h/D5			5	10	20~70
Phi10-h/D10			10	10	45~100
Phi10-h/D20			20	10	90~170
Phi10-h/D30			30	10	150~230
Phi20-h/D0.5	17.66	66	0.5	20	5~10
Phi20-h/D1			1	20	5~15
Phi20-h/D3			3	20	10~40
Phi20-h/D5			5	20	30~50
Phi20-h/D10			10	20	45~100
Phi20-h/D20			20	20	85~170
Phi20-h/D30			30	20	150~250
Phi30-h/D0.5			0.5	30	5~10
Phi30-h/D1			1	30	5~15
Phi30-h/D3			3	30	10~30
Phi30-h/D5			5	30	25~50
Phi30-h/D10			10	30	40~80
Phi30-h/D20			20	30	75~150
Phi30-h/D30			30	30	125~200

3. 수치해석 결과

Table 2는 총 28개의 내부마찰각과 토피고에 대해 시행착오법으로 도출한 한계점착력값을 보여주고 있다. 지반의 기하학적 정보인 h/D는 그 값이 커질수록 공동이 붕괴되지 않게 필요한 한계점착력도 커지는 것을 알 수 있다. 즉 토피고가 공동의 직경에 비해

상대적으로 큰 경우에는 지중공동 붕괴현상이 발생하기 쉽고, 붕괴되지 않는 안전한 상태이기 위해서는 점착력이 커야 됨을 의미한다. 작은 내부마찰각 구간에서는 동일한 h/D에 대해 내부마찰각이 커지는 경우 한계점착력이 커지다가 큰 내부마찰각 구간에서는 감소하는 경향을 확인할 수 있다. Terzaghi(1943)의 트랩도어(trap door)에 대한 이론에 의하면 내부마찰각이 증가함에 따라 파괴면의 경사가 커져서 파괴면 길이가 짧아질 것으로 예측할 수 있는데, 그에 반해 지반의 전단강도는 증가한다. 따라서 작은 내부마찰각 구간에서는 전단강도의 증가분 영향이 더 크고, 큰 내부마찰각 구간에서는 파괴면의 길이가 짧아지는 영향이 상대적으로 커져서 두 인자의 영향으로 인해 한계점착력이 증가하다가 감소하는 것으로 판단된다. Table 3은 각 케이스에 대한 공동주변부의 수직응력을 보여주고 있다. 토피고가 크고 내부마찰각이 커질수록 공동 측면에서 발생하는 응력이 커지는 것을 확인할 수 있다.

Table 2. Critical cohesion inducing ground settlement with various friction angles and depth of cavity (Unit: kPa)

h/D \ ϕ (°)	0	10	20	30
0.5	5.4	8.4	8.4	7.4
1	8.3	13.4	12.9	11.3
3	19.5	32.3	31.0	27.1
5	27.7	46.0	47.5	42.2
10	53.7	86.5	87.2	77.1
20	105.2	151.4	152.3	129.0
30	144.7	202.5	222.4	192.3

Table 3. Vertical stress around the cavity by numerical analysis condition (Unit: Pa)

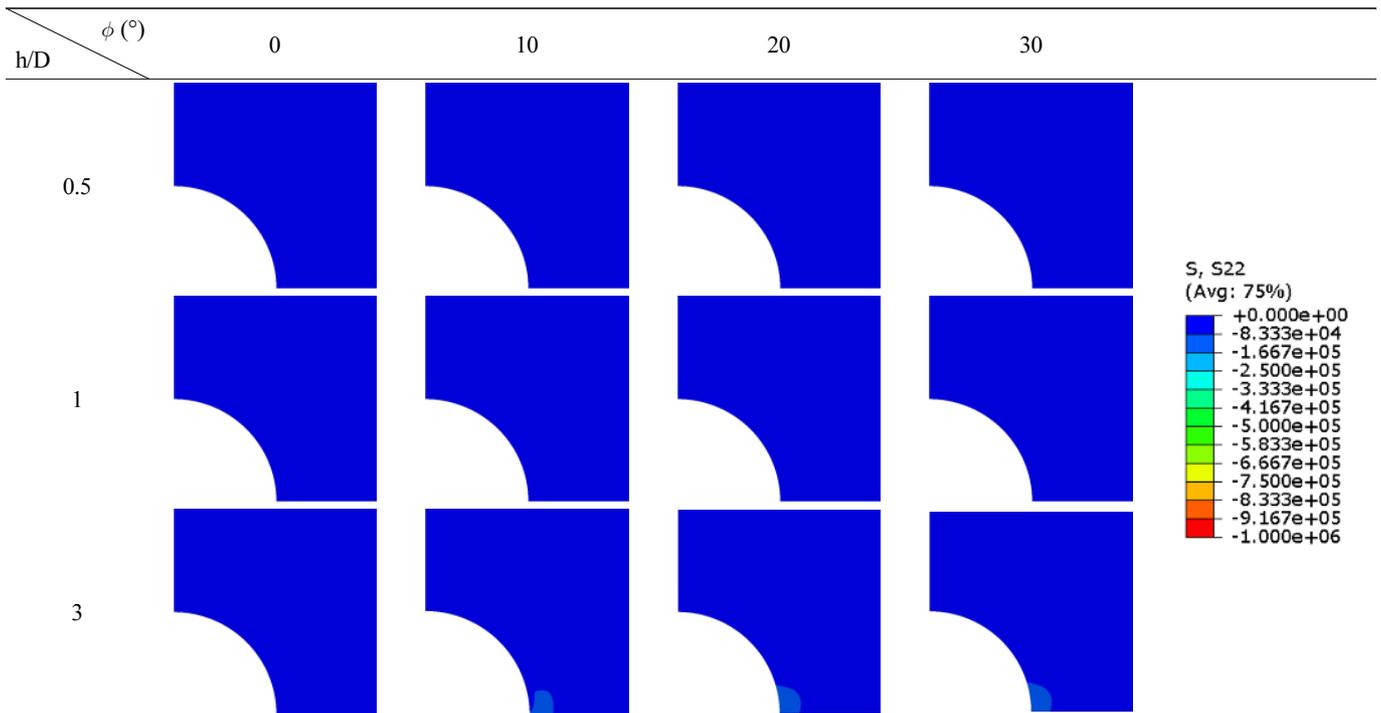
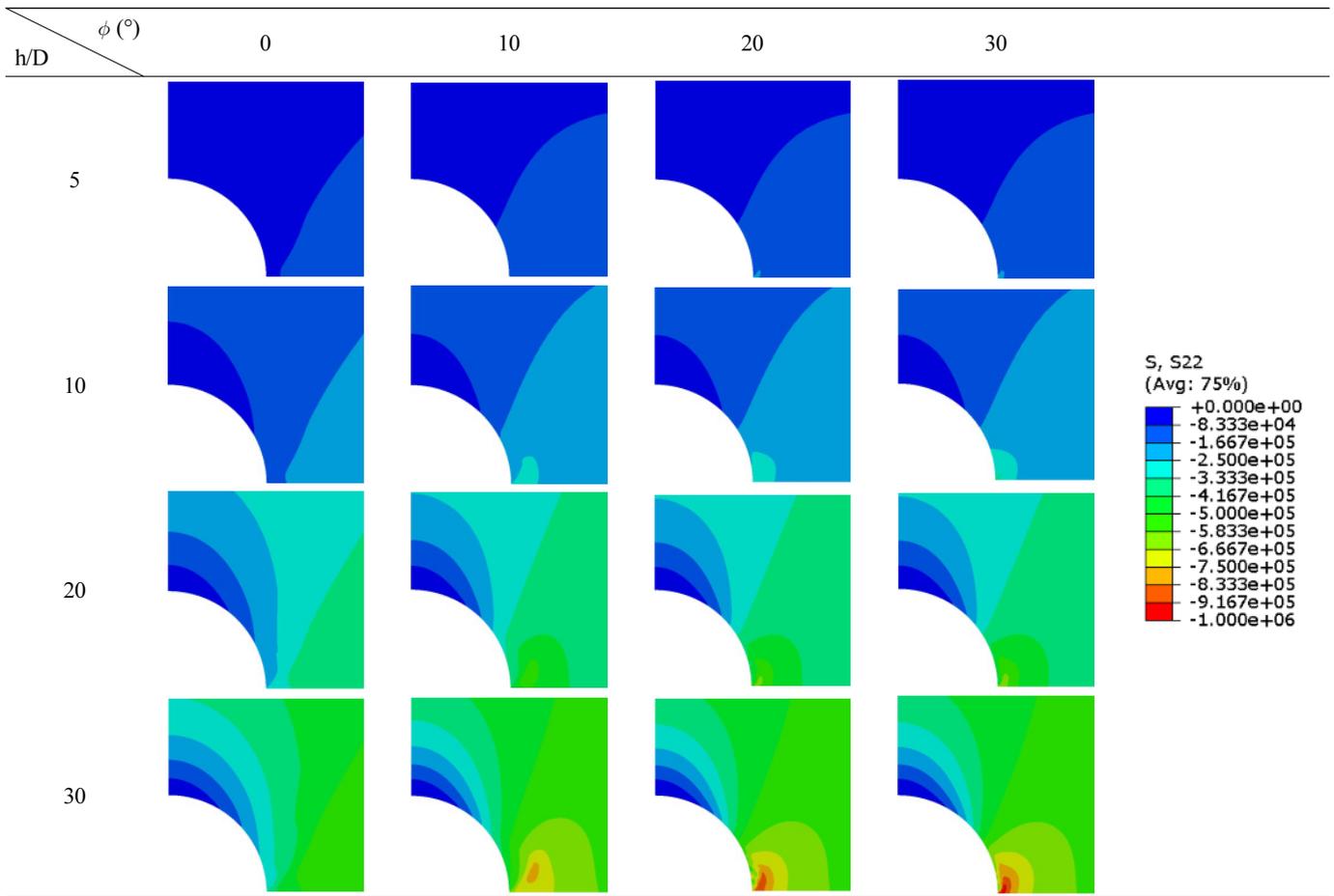


Table 3. Vertical stress around the cavity by numerical analysis condition (Unit: Pa) (continued)



4. 안정성 도표

지반의 강도정보와 토피고와 같은 기하학적 정보를 이용하여 지반함몰에 대한 안정성 검토하는 방법 중 하나로 안정수(stability number, N_c^*)를 활용할 수 있다. Ganainy et al.(2016)은 안정수를 식 (1)과 같이 정의하였다.

$$N_c^* = \frac{\sum_i [\bar{c}_i h_i + (\bar{\gamma}_i h_i^2) \tan \bar{\phi}_i]}{FS^* \sum_i \bar{\gamma}_i h_i} \tag{1}$$

여기서 c 는 점착력, h 는 토피고, γ 는 지반의 단위중량, ϕ 는 내부마찰각, FS 는 안전율이다. Ganainy et al.(2016)의 연구에서는 단일층에 대해 안전율을 고려하지 않은 안정수를 구하고 이를 안정성 도표와 비교하여 안전율을 구하는 방법으로 지반의 안정성을 평가할 수 있도록 하였다. 이 연구에서는 식 (1)을 약간 변경하여 안정수를 강도와 공동상부의 상재압의 비로 표현하여 식 (2)와 같이 변경 사용하였다. 식 (2)에서는 안정수를 구하는 식의 분자는 흙의 전단강도와 관련되어 있으며 한계 점착력과 내부마찰각으로 구할 수 있다.

$$N_c^* = \frac{\tau}{\gamma \times h} = \frac{c + \sigma \tan \phi}{\gamma \times h} \quad (2)$$

Table 2의 지반의 한계상태 지반강도값들을 이용하여 식 (2)에 대입하면 각 사례에 대한 안정수 N_c^* 를 구하여 Table 4에 정리하였다. 동일한 내부마찰각 조건의 데이터를 하나의 데이터 세트로 간주하여 그래프로 도식하면 Fig. 4에서 보여주는 안정성 도표를 얻을 수 있다. 그림에 나타난 각 조건에서의 N_c^* 는 한계상태이기 때문에 이보다 높은 N_c^* 값을 갖는 지반은 지반함몰이 발생하지 않고 낮은 N_c^* 값을 갖는 지반은 지반함몰이 발생하는 것으로 판단할 수 있다. 실제 현장에서는 제안된 N_c^* 와 현장의 지반정보로부터 구한 N_c^* 값을 이용하여 안전율을 구하여 사용할 수 있다.

Table 4. Stability numbers calculated based on Equation (2)

Case	Unit weight (kN/m ³)	h (m)	Friction angle(°)	Critical cohesion (kPa)	Stability number, N_c^*
Phi0-h/D0.5	17.66	0.5	0	5.4	0.61
Phi0-h/D1		1	0	8.3	0.47
Phi0-h/D3		3	0	19.5	0.37
Phi0-h/D5		5	0	27.7	0.31
Phi0-h/D10		10	0	53.7	0.30
Phi0-h/D20		20	0	105.2	0.30
Phi0-h/D30		30	0	144.7	0.27
Phi10-h/D0.5		0.5	10	8.4	1.13
Phi10-h/D1		1	10	13.4	0.94
Phi10-h/D3		3	10	32.3	0.79
Phi10-h/D5		5	10	46.0	0.70
Phi10-h/D10		10	10	86.5	0.67
Phi10-h/D20		20	10	151.4	0.60
Phi10-h/D30		30	10	202.5	0.56
Phi20-h/D0.5		0.5	20	8.4	1.32
Phi20-h/D1		1	20	12.9	1.09
Phi20-h/D3		3	20	31.3	0.95
Phi20-h/D5		5	20	47.5	0.90
Phi20-h/D10		10	20	87.2	0.86
Phi20-h/D20		20	20	152.3	0.80
Phi20-h/D30		30	20	222.4	0.78
Phi30-h/D0.5		0.5	30	7.4	1.42
Phi30-h/D1		1	30	11.3	1.22
Phi30-h/D3		3	30	27.1	1.09
Phi30-h/D5		5	30	42.2	1.06
Phi30-h/D10		10	30	77.1	1.01
Phi30-h/D20		20	30	129.0	0.94
Phi30-h/D30		30	30	192.3	0.94

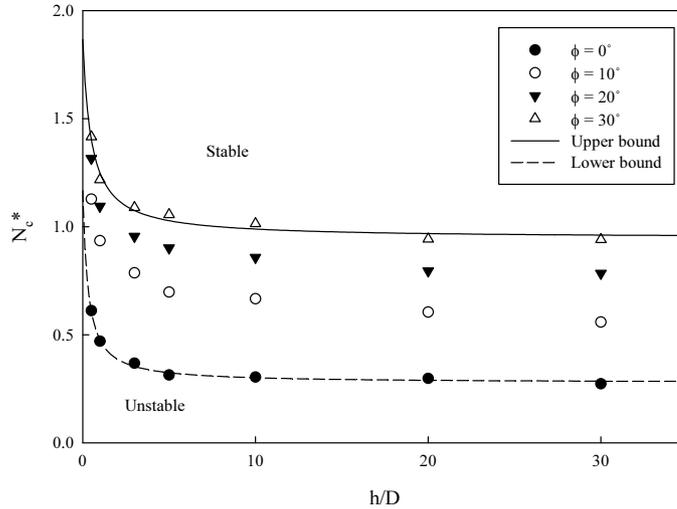


Fig. 4. Cavity stability chart using N_c^*

5. 결론

본 연구에서는 수치해석을 이용하여 지중 공동의 안정성을 평가할 수 있는 안정성 도표를 제안하였다. 수치해석을 위해 균질한 지반에 반구형 공동을 모사하여 공동붕괴를 발생시키는 한계지반강도를 도출함으로써, 공동안정을 위한 안정성 도표를 제안할 수 있었다. 한계지반강도 도출을 위해 총 28개의 사례에 대한 시행착오법을 수행했으며, 그 결과 공동의 안정성은 공동주변 지반의 강도와 밀접한 관계가 있을 뿐만 아니라 토피고나 공동 직경과도 관계가 있음을 알 수 있었다. 수치해석 결과에 따르면 공동주변의 안정성은 h/D가 증가할수록 감소하여 공동안정에 필요한 지반의 한계점착력이 점점 커지는 것으로 나타났다. 제안된 안정성 도표는 한계점착력과 내부마찰각을 활용한 안정수(stability number)와 공동직경과 토피고의 비를 나타내는 h/D를 활용하여 공동의 안정성을 검토하는 데 활용할 수 있다.

사사

이 논문은 2020년도 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단(No. 2020R1A2C101349112)의 지원과 한국지질자원연구원(KIGAM) 주요사업 ‘도시복합지질재난 능동 대응 스마트 통합 솔루션 기술 개발(GP2021-007)’의 지원으로 수행되었으며 이에 감사드립니다.

REFERENCES

Abdulla, W.A., and Goodings, D.J., 1996, Modeling of sinkholes in weakly cemented sand, Journal of geotechnical engineering, 122(12), 998-1005.

- Augarde, C.E., Lyamin, A.V., and Sloan, S.W., 2003, Prediction of undrained sinkhole collapse, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 129(3), 197-205.
- Choi, S.-K., Back, S.-H., An, J.-B., and Kwon, T.-H., 2016, Geotechnical investigation on causes and mitigation of ground subsidence during underground structure construction, *Journal of Korean Tunnelling and Underground Space Association*, 18(2), 143-154.
- Craig, W., 1990, Collapse of cohesive overburden following removal of support, *Canadian Geotechnical Journal*, 27(3), 355-364.
- Davis, E., Gunn, M., Mair, R., and Seneviratne, H., 1980, The stability of shallow tunnels and underground openings in cohesive material, *Geotechnique*, 30(4), 397-416.
- Drumm, E., Ketelle, R., Manrod, W., and Ben-Hassine, J., 1987, Analysis of plastic soil in contact with cavitate bedrock, *Geotechnical Practice for Waste Disposal'87*, ASCE.
- Drumm, E.C., Aktürk, Ö., Akgün, H., and Tutluođlu, L., 2009, Stability charts for the collapse of residual soil in karst, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 135(7), 925-931.
- Drumm, E.C., and Yang, M.Z., 2005, Preliminary screening of residual soil stability in karst terrain, *Environmental & Engineering Geoscience*, 11(1), 29-42.
- Ganainy, H.E., Demirkan, M.M., Gutierrez, J.J., Ramanathan, R., Hatipoglu, B., Adib, M.E., and Barton, D., 2016, Stability of Solution Cavities in Urban Developments: A Case Study Towards Enhancing Geohazard Risk Assessment, *Geotechnical and Geological Engineering*, 34, 125-141.
- Ketelle, R., Manrod, W., Drumm, E., and Ben-Hassine, J., 1987, Soil mechanics analysis of plastic soil deformation over a bedrock cavity, *Multidisciplinary conference on sinkholes and the environmental impacts of karst*, 2.
- Lee, K., Lee, S., Ok, J., Ha, K., Han, S., and Lee, H., 2014, A basic study on land subsidence hazard map for Gyeonggi-Do, Gyeonggi Research Institute, 1-44.
- Muller, A.L., do Amaral Vargas Jr, E., Vaz, L.E., and Gonçaves, C.J., 2009, Borehole stability analysis considering spatial variability and poroelastoplasticity, *International journal of rock mechanics and mining sciences*, 46(1), 90-96.
- Sams, C., and Sefat, M., 1995, Analysis of surface subsidence by pinnacle punching: Report on residual soil settlement, Report, Law Engineering and Environmental Services Charlotte, NC.
- Seoul Seokchon-dong Cavity Cause Investigation Committee, 2014, Investigation of cause for load sinkage in Seoul city, Seoul, Korea.
- Soliman, M.H., Shamet, R., Kim, Y.J., Youn, H., and Nam, B.H., 2019, Numerical investigation on the mechanical behaviour of karst sinkholes, *Environmental Geotechnics*, 8(6), 367-381.
- Sowers, G.F., 1996, Building on sinkholes: design and construction of foundations in karst terrain, *American Society of Civil Engineers*.
- Terzaghi, K., 1943, *Theoretical soil mechanics*, John Wiley and Sons, New York, 66-76.
- Veeken, C., Walters, J., Kenter, C., and Davies, D., 1989, Use of plasticity models for predicting borehole stability, *ISRM International Symposium, Pau, France, International Society for Rock Mechanics and Rock Engineering*.
- Yang, M.Z., and Drumm, E.C., 2002, Stability evaluation for the siting of municipal landfills in karst, *Engineering Geology*, 65(2-3), 185-195.
- Zhang, J., Bai M., and Roegiers, J.-C., 2003, Dual-porosity poroelastic analyses of wellbore stability, *International journal of rock mechanics and mining sciences*, 40(4), 473-483.
- Zheng, H., Tham, L., and Liu, D., 2006, On two definitions of the factor of safety commonly used in the finite element slope stability analysis, *Computers and Geotechnics*, 33(3), 188-195.