

VGG16 과 U-Net 구조를 이용한 공력특성 예측

김보라^{*1}, 이승훈^{**1}, 장승현^{**1}, 황광일^{***1}, 윤민^{†1}

Prediction of aerodynamics using VGG16 and U-Net

Bo Ra Kim^{*1}, Seung Hun Lee^{**1}, Seung Hyun Jang^{**1}, Gwang Il Hwang^{***1} and Min Yoon^{†1}

Abstract The optimized design of airfoils is essential to increase the performance and efficiency of wind turbines. The aerodynamic characteristics of airfoils near the stall show large deviation from experiments and numerical simulations. Hence, it is needed to perform repetitive analysis of various shapes near the stall. To overcome this, the artificial intelligence is used and combined with numerical simulations. In this study, three types of airfoils are chosen, which are S809, S822 and SD7062 used in wind turbines. A convolutional neural network model is proposed in the combination of VGG16 and U-Net. Learning data are constructed by extracting pressure fields and aerodynamic characteristics through numerical analysis of 2D shape. Based on these data, the pressure field and lift coefficient of untrained airfoils are predicted. As a result, even in untrained airfoils, the pressure field is accurately predicted with an error of within 0.04%.

Key Words : Airfoil (익형), Aerodynamic characteristics (공력특성), Computational fluid dynamics (전산유체역학), Deep learning (심층학습), Convolutional neural network (합성곱 신경망)

1. 서론

유체기계의 설계 효율을 높이기 위해 난류 영역에서 다양한 익형 형상들에 대한 연구는 지속적으로 진행되어왔다. 익형은 끝단이 가늘게 합쳐지는 형상으로 공기역학 계수의 계산이 중요하다.⁽¹⁾ 이와 같이 공력특성 및 형상은 익형을

설계할 때 중요시되어왔다. 풍동 실험 및 전산 유체역학(computational fluid dynamics: CFD)을 이용한 연구들은 설계 초기 단계에서 최적 형상에 대한 공력특성을 얻기 위해서 이용되었다. 익형의 2D 및 3D 공력특성을 예측하고 타당성을 검증하는 연구들이 진행되었다.^(2,3) 하지만 풍동 실험과 CFD에 대한 연구는 비용 및 시간의 자원적인 측면에서 저렴하지 않으며, 다양한 변수에 대한 공력특성 데이터를 생성하는데 소요 시간이 크다는 단점이 있다.

위와 같은 단점들을 해결하기 위해 Drela⁽⁴⁾는 이론 및 수치해석 방법을 사용하여 Xfoil을 개발하였다. Xfoil은 패널기법 및 오일러 방정식과 적분층 경계 방정식을 사용하여 익형 주변의 공력특성을 파악하는 프로그램이다. 이 프로그램

[†] Corresponding Author, Assistant Professor
E-mail: minyoon@kmou.ac.kr

¹ Division of Mechanical Engineering, Korea Maritime and Ocean University, Busan 49112, Korea

* Master's Degree Researcher

** Undergraduate student

*** Professor

에서 비교적 간단한 알고리즘을 사용하여 공력 해석을 수행할 수 있다. Xfoil을 활용한 공력 해석 프로그램으로는 XFLR5⁽⁶⁾이 있다. XFLR5는 낮은 레이놀즈 수 (Reynolds number: Re)에서 작동하는 익형과 블레이드의 공력 해석 프로그램으로 Xfoil의 설계 및 해석의 장점을 기반으로 3D 패널기법을 적용한 공력 해석 프로그램이다.

낮은 받음각 (angle of attack) 일 때 공력 계수의 특징에 대해서는 시간과 비용적인 측면에서 실험과 CFD보다 위의 공력 해석 프로그램들이 더 좋은 결과를 나타낸다. 하지만 정밀한 결과를 얻고자 할 때는 실험과 CFD를 이용한다. 이 프로그램들은 비교적 낮은 받음각에서 실험 데이터와 비슷한 결과를 보이지만, 실속 (stall) 이후 높은 받음각에서는 과도한 양력 예측으로 박리점 예측이 어려워 실험 결과와 큰 차이를 보인다.⁽¹⁾ 그러므로 공력 해석 프로그램들은 주로 기본 설계 단계에서 낮은 받음각 조건에서만 활용되고 있다.^(2,6) 이와는 반대로 CFD는 시간이 오래 걸리는 단점이 있지만 위의 프로그램들에 비해 실속 주위의 높은 받음각에서 정확한 예측 값을 보여준다.

익형의 최적 설계를 위해서 형상 선정은 매우 중요한 기초 단계이다. 실험과 CFD의 단점을 보완하고자, 최근 익형에 인공지능을 융합한 연구들이 진행되고 있다. 받음각, 마하 수, 레이놀즈 수 등과 같은 parameter 조건들을 분석하는 연구들이 주를 이루고 있다. Miyanawala 등⁽³⁾은 다양한 형상에 대해 낮은 레이놀즈 수에서 공기역학적 계수를 측정하기 위해 CNN (convolutional neural network)을 사용한 연구를 진행하였다. Guo 등⁽⁷⁾은 CNN을 사용하여 형상 주변의 층류 변화를 분석하고 예측하는 연구를 수행하였다. Yilmaz⁽⁸⁾ 등은 비행체의 성능을 예측하기 위해서 CNN을 기반으로 익형 형상을 입력 데이터로 사용하여 날개의 이산 압력 분포를 예측하였다. CNN을 사용한 익형의 최적설계 연구들은 동일한 각도와 레이놀즈 수 영역에 대한 연구들이 진행되었다.

본 연구에서는 CNN을 이용하여 익형 주변의 압력장과 양력 계수를 예측하였다. CNN은 이미지를 입력 데이터로 사용하여 공간에 대한 정보

를 학습할 수 있다. 이와 동시에 신경망 모델 중 U-Net과 VGG16 모델을 결합하였다. U-Net은 “U”자형 구조를 가지며, 입력 데이터와 출력 데이터의 크기가 같아서 데이터의 손실이 적은 장점을 갖는다.⁽⁹⁾ VGG16은 모든 합성곱층에서 3×3필터를 사용하기 때문에 깊은 신경망을 형성할 수 있으며, 높은 정확도를 갖는 특징을 가진다.⁽¹⁰⁾ 레이놀즈 수, 받음각 및 2D 익형 형상에 대한 유동 데이터를 입력 데이터로 이용하였으며, 이들 데이터는 CFD를 이용하여 구축하였다.

2 수치해석 조건 및 이론

2.1 익형의 공력특성

익형에서는 받음각에 따른 압력의 변화로 인해 상부와 하부에서 속도 차이가 발생한다. 익형의 압력 차이는 유동 방향인 항력과 유동과 수직인 방향인 양력인 두 개의 주요 성분으로 나누어진다. 양력과 항력은 공기 흐름에 대하여 익형의 시위선 (chord line)이 갖는 각도인 받음각에 따라 변하게 된다.

$$C_L = \frac{F_L}{0.5\rho V^2 A} \quad (1)$$

식 (1)은 양력 계수(C_L)로 상부 및 하부 익형의 압력 차로 공기 흐름의 방향에 수직인 힘(F_L)을 무차원한 것이다. 여기서 ρ 는 유체 밀도, V 는 유체 속도, A 는 평면적이다.

$$C_D = \frac{F_D}{0.5\rho V^2 A} \quad (2)$$

식 (2)는 항력 계수(C_D)로 물체가 유체의 흐름을 가질 때 저항하는 힘(F_D)을 무차원한 것이다. 항력은 표면에서의 점성 마찰력과 압력에 의한 영향으로 나뉠 수 있다.

2.2 난류 모델

Walters 등^(11,12)은 국소적으로 공식화된 층 변동 운동 에너지 전이 모델인 k - kl - ω transition 모델을 제시하였다. 식 (3)은 난류 운동에너지(k) 방정식으로 난류 운동에너지를 시간에 대해 미분한 방정식이다.

$$\frac{Dk}{Dt} = P_k + R_{BP} + R_{NAT} - \omega k - D_T + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\alpha_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (3)$$

여기서 P_k 는 에너지 생성 항 (kinetic energy production term), R_{BP} 는 바이패스 전이 임계 함수 (bypass transition threshold function), R_{NAT} 는 자연 전이 생산 함수 (natural transition production function), D_T 는 벽 근처의 난류 운동 에너지 소산 (turbulent kinetic energy near-wall dissipation), α_t 는 열 확산성 (thermal diffusivity)을 나타낸다.

식 (4)는 층류 운동에너지(kl) 방정식이다.

$$\frac{Dkl}{Dt} = P_{kl} + R_{BP} - R_{NAT} - D_L + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \frac{\partial kl}{\partial x_j} \right] \quad (4)$$

여기서 D_L 은 벽 근처의 층류 운동 에너지 소산 (laminar kinetic energy near-wall dissipation)을 나타낸다.

$$\frac{D\omega}{Dt} = C_{\omega 1} \frac{\omega}{k} P_k + \left(\frac{C_{\omega R}}{f} \omega - 1 \right) \frac{\omega}{k} (R_{BP} + R_{NAT}) - C_{\omega 2} \omega^2 + C_{\omega 3} f_{\omega}^3 \alpha_T \frac{\sqrt{k}}{y^3} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\alpha_t}{\sigma_{\omega}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (5)$$

식 (5)은 난류 운동 에너지 소산을 (inverse turbulent scale, ω) 방정식이다. 난류의 점도 계수 (turbulent viscosity coefficient, C_{ω})는 첨자의 값에 따라 바뀌는 변수이다. 식 (5)에서, f_{ω} 는 경계층후류 감쇠 함수 (boundary layer wake damping function), α_T 는 난류 확산도 (turbulent diffusivity)를 나타낸다. 변수를 정의하는 척도로 ω 를 사용하면 난류 경계층의 외부 영역에서 불연속성의 영향을 줄일 수 있으므로 속도 프로파일 전이 영역을 제거할 수 있다.

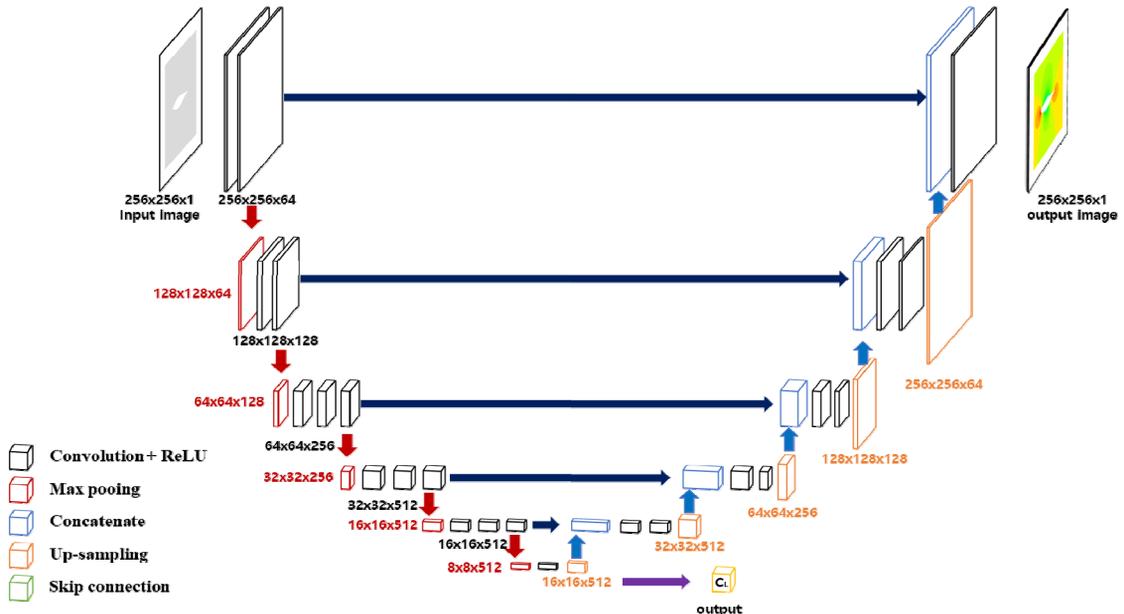


Fig. 1. Structure of combination of U-Net and VGG16

Azmi 등⁽¹³⁾은 저 레이놀즈 영역에서 $k-\omega$ 난류 모델 보다 $k-kl-\omega$ transition 난류 모델을 사용하였을 때, 실험 데이터와의 오차는 낮아지고 정확도는 증가한 결과를 보였다.

2.3 수치해석

상용프로그램인 ANSYS Fluent v19.2를 사용하고 AMD 5950X 16 core를 이용하여 해석을 수행하였다. 풍력 터빈에서 사용되는 S809, S822, SD7062 익형에 대한 2D 유동장을 $k-kl-\omega$ transition 난류 모델을 사용하여 정상상태로 해석하였다. 유체는 상온 및 대기압에서의 공기를 사용하였다.

하나의 익형에서 받음각을 -13.5° 부터 19.5° 에서 0.25° 단위로 구분하여 총 133개의 각도를 설정하였다. 자유 흐름 공기 속도는 6 m/s부터 19 m/s까지 1 m/s단위로 구분하였다. 속도 변화에 대한 압력장과 공력 계수 데이터를 5,187개 구축하였다. 본 연구에서는 parameter set을 설정하여 각도를 변경하였고 3개의 영역으로 유동장을 분할하여 격자를 생성하였다. 격자 테스트를 진행하여 총 노드 수는 453,877개를 가진다.⁽¹⁴⁾ 익형은 유동 박리현상과 압력 변화가 매우 크므로 벽 함수를 사용할 수 없다. 따라서 벽에서 첫번째 떨어진 격자가 $y^+ \leq 1$ 에 존재해야 계산 결과의 타당성을 가진다.⁽¹⁵⁻¹⁷⁾

2.4 합성곱 신경망

풍력 터빈에 사용되는 세가지 익형의 2D 좌표를 입력 데이터로 선정하였으며, 이 익형 형상에 대한 유동장 선정, 격자 생성 과정을 거친 후 수치해석을 수행하였다. 총 5,187개의 레이놀즈 수, 각도, 공력 계수에 대한 데이터와 압력장 데이터를 수집하였다.

본 연구에서는 입력 데이터로 익형의 형상 데이터와 레이놀즈 수를 선정하였고, Fig. 1과 같은 encoder-decoder 형태의 신경망을 갖는 구조인 U-Net과 16개의 층으로 구성되는 VGG16 신경망 구조를 결합한 신경망을 형성하였다. U-Net은 “U”자 형태로 2차원의 배열 추출 과정 (encoder)과, 2

차원 배열로 돌아가는 과정 (decoder)으로 구성된다.⁽¹⁸⁾ VGG16은 13개의 convolution layer와 3개의 fully connected layer로 구성된다. 이미지 채널은 convolution layer마다 2배씩 증가하고, 이미지 크기는 pooling layer마다 2배씩 감소하는 특징을 가진다. 모든 합성곱 층에서 3×3 필터를 사용하기 때문에 깊은 신경망을 학습할 수 있다.⁽¹⁹⁾ 적은 개수의 데이터로도 학습의 정확도가 높은 U-Net과 깊은 신경망을 구성하면서 정확도가 높은 VGG16의 장점을 결합한 신경망 모델을 구성하였다.

3. 결과 및 고찰

3.1 해석결과 및 분석

CFD를 이용한 유동해석 결과를 Xfoil 데이터와 비교하여 검증하였다. S822 익형에서 레이놀즈 수가 1.0×10^6 인 경우 받음각에 따른 실험 데이터를 참고하였다.⁽²⁰⁾ Fig. 2는 익형의 각도에 따른 양력 계수 그래프이다. Xfoil 데이터는 실속 주변에서 CFD보다 오차 발생률이 크다는 것을 확인할 수 있다.

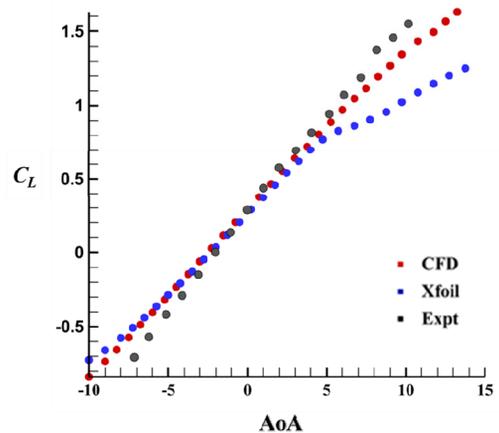


Fig. 2. Profiles of lift coefficient of S822 at $Re = 1.0 \times 10^6$ with respect to angle of attack

3.2 평가 지표

회귀 모델에 사용되는 평가 방식으로 평균 절대 오차 (mean absolute error: MAE)와 평균 제곱 오차 (mean squared error: MSE)를 사용했다. 평균 제곱 오차와 평균 절대 오차 방식은 회귀 평가 지표로 자주 쓰이고 주로 손실함수에 사용된다. 두 방식 모두 0에 가까울수록 좋은 모델이라고 평가한다.⁽²¹⁾

$$\text{MAE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\hat{Y}_i - Y_i| \quad (6)$$

$$\text{MSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - Y_i)^2 \quad (7)$$

식 (6)과 (7)에서 \hat{Y}_i 는 예측 값, Y_i 는 실제 값을 의미한다.

이미지에 대한 품질 평가 방식으로는 PSNR (peak signal-to-noise ratio), SSIM (structural similarity index map) 방식이 사용된다.⁽²²⁾ PSNR은 영상 내 신호가 가질 수 있는 최대 신호에 대한 잡음 (noise)의 비율을 나타내고, SSIM은 휘도 (luminance), 대비 (contrast), 구조 (structure) 이 세가지 측면에서 이미지의 품질을 평가하는 지표이다.

$$\text{PSNR} = 10 \log \frac{\text{MAE}}{\text{MSE}} \quad (8)$$

$$\text{SSIM}(x, y) = [l(x, y)]^\alpha \cdot [c(x, y)]^\beta \cdot [s(x, y)]^\gamma \quad (9)$$

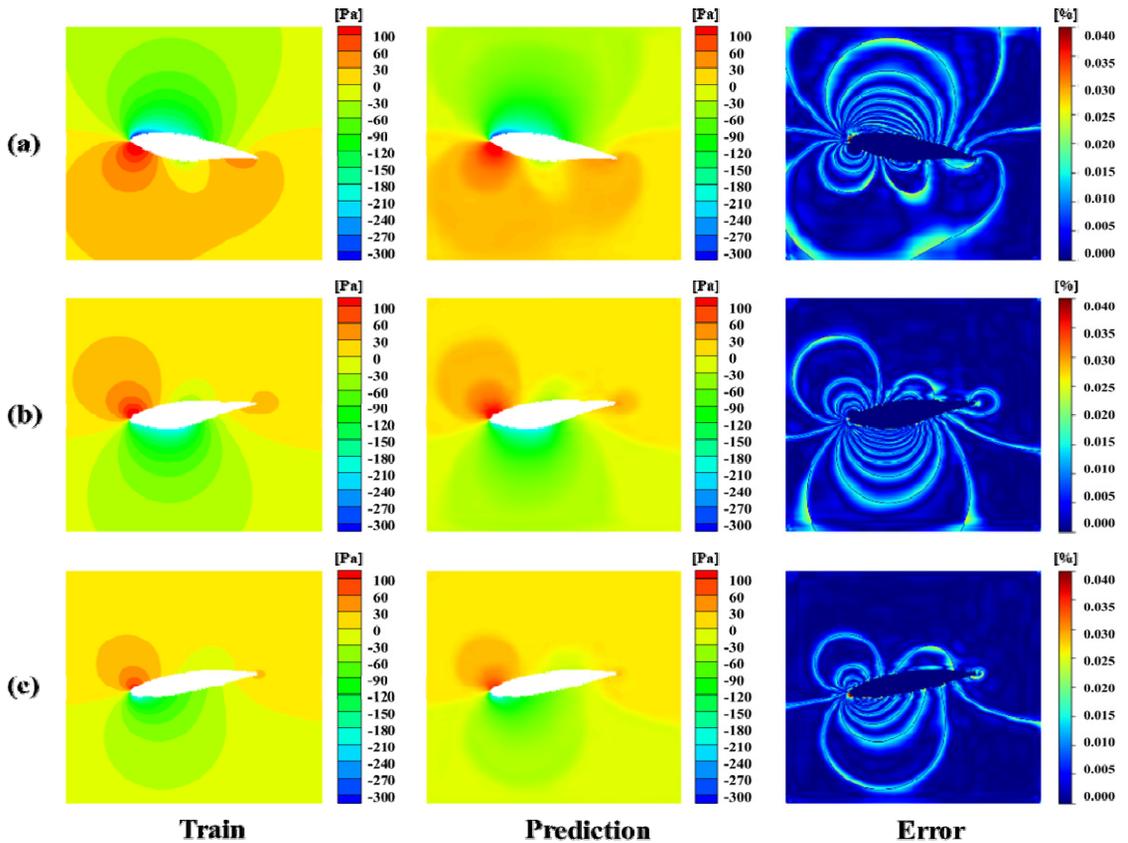


Fig. 3. Prediction of pressure fields: (a) S809 at $\text{Re} = 1.1 \times 10^6$ and $\alpha = +9.25^\circ$, (b) S809 at $\text{Re} = 1.1 \times 10^6$ and $\alpha = -8.75^\circ$ and (c) S822 at $\text{Re} = 0.89 \times 10^6$ and $\alpha = -9.75^\circ$

식 (9)는 SSIM 방정식으로 SSIM은 PSNR과 다르게 수치적인 에러가 아닌 인간의 시각적 화질 차이를 평가하기 위해 고안된 방법이다. 이 방법은 사람의 시각이 이미지 구조 정보를 도출하는데 특화되어 있어 이미지의 정보가 왜곡되는 정도에 영향을 주는 것을 고려한다.

3.3 예측 결과

본 연구에서는 익형의 압력장 5,187 개를 7:3의 비율로 학습 데이터를 예측하였다. Table 1은 주어진 익형에서 무작위로 선정된 레이놀즈수와 받음각을 나타낸다. Fig. 3은 Table 1의 데이터의 특성을 압력장으로 나타낸 결과이다. Fig. 3에서 차례로 train image, prediction image, error로 CFD를 사용한 압력장 예측 결과, 인공지능망을 사용한 예측 결과, 두 이미지의 오차를 나타낸다. 전체 데이터에서 압력장의 변화를 가장 잘 보여주는 범위 (-300 Pa~+100 Pa)로 설정했으며, 데이터의 오차 범위는 0.00%~0.04%이다. 학습에는 예측 정확도를 높이기 위하여 banded contour를 갖는 이미지를 사용하였다. Fig. 3을 보면 contour 경계면에서 다소 높은 오

차가 발생함을 볼 수 있다. 하지만 높은 오차는 대부분 정체점에서 발생함을 확인할 수 있다.

Table 2에서는 C_L 결과와 이미지 품질 평가 지표를 나타낸다. 인공지능망으로 예측한 C_L 의 평균 오차를 나타낸 error 값은 (a), (b), (c)에서 각각 0.15%, 0.29%, 0.65%이다. 전체 데이터에서 C_L 의 평균 절대 오차는 0.37%이다.

Table 1. Prediction of airfoil data

Parameter	(a)	(b)	(c)
Model	S809	S809	S822
Reynolds number	1,100,000	1,100,000	890,000
Angle	+9.25°	-8.75°	-9.75°

Table 2. Prediction of airfoil aerodynamics

Parameter	CL		
	(a)	(b)	(c)
Train	1.346	-0.9432	-0.608
Prediction	1.344	-0.946	-0.612
Error	0.15%	0.29%	0.65%
PSNR	40.91 dB	42.32 dB	40.85 dB
SSIM	0.978	0.982	0.986

PSNR과 SSIM은 이미지에 대한 평가 지표방

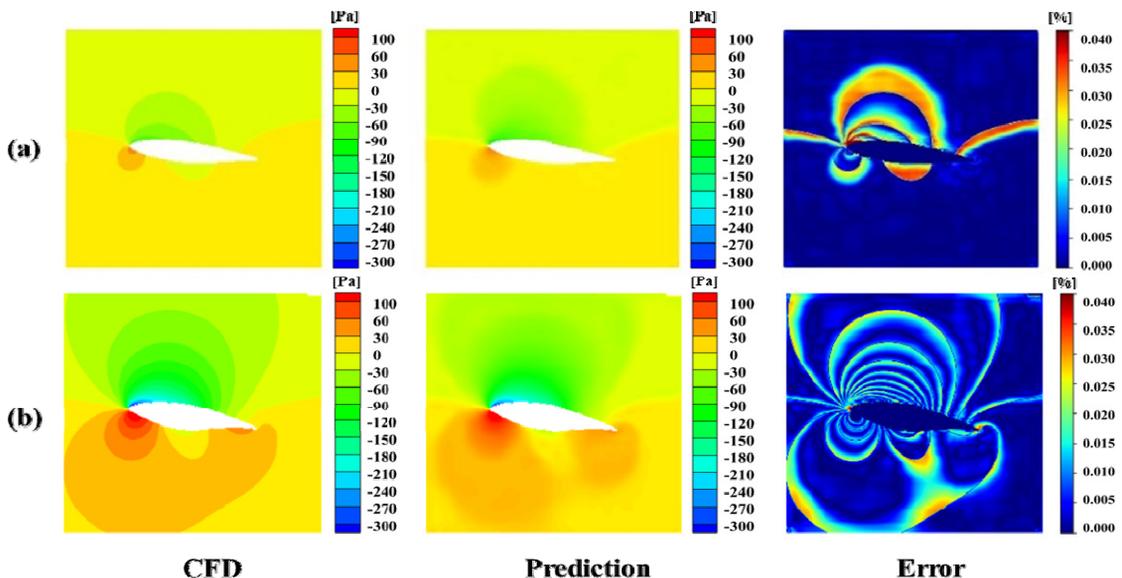


Fig. 4. Prediction of pressure fields: (a) E837 at $Re=6.85 \times 10^5$ and $\alpha=+6.5^\circ$, (b) S812 at $Re=1.03 \times 10^6$ and $\alpha=+10.0^\circ$

식으로 PSNR 수치가 높을수록 원본 영상에 비해서 손실이 적다는 것을 의미한다. 또한 SSIM 은 0~1 사이의 값을 가지며, 1에 가까울수록 유사성이 높다는 것을 의미한다.

Table 3. Prediction of untrained airfoil data

Parameter	(a)	(b)
Model	E837	S812
Reynolds number	685,000	1,030,000
Angle	+6.5°	+10.0°

Table 3은 학습하지 않은 새로운 익형의 모델과 레이놀즈 수 그리고 받음각을 나타낸다. 이때 새로운 익형 모델로 (a), (b)에서 대칭형 익형과 비대칭 익형에 대해서 선정하였다. Fig. 4는 Table 3의 데이터의 특성을 압력장으로 나타낸 결과이다. Fig. 4는 CFD 데이터, 새로운 익형을 사용한 인공신경망 예측 결과를 비교한 데이터, 두 이미지의 오차를 나타낸다. 오차 범위는 Fig. 3과 동일하다. 학습하지 않은 익형의 압력장 예측 오차도 0.04% 이내로 결과를 가진다.

Table 4. Prediction of untrained airfoil aerodynamics

Parameter	C_L	
	(a)	(b)
CFD	0.7363	1.291
Prediction	0.4833	1.207
Error	34.3%	6.5%
PSNR	39.95dB	38.47dB
SSIM	0.9883	0.9758

Table 2에서 보여준 학습한 익형의 경우 비대칭 익형을 학습하였지만, Table 4에서는 비교 데이터로 학습하지 않은 대칭형 및 비대칭형 익형들에 대한 예측을 하였다. Table 4에서는 학습하지 않은 익형의 C_L 결과와 이미지 품질 평가 지표를 나타낸다. C_L 의 평균 오차로는 (a), (b)에서 각각 34.3%, 6.5%이다. PSNR과 SSIM 모두 학습데이터 결과보다 낮은 값을 갖는다. 본 연구에서는 비대칭형 익형 데이터를 학습하여, 새로운 비대칭형 익형 형상에 대해 높은 예측 정확

도를 보인 반면, 새로운 대칭형 익형 형상에 대해서는 비교적 낮은 정확도를 보여줍니다.

CFD를 이용한 유동해석은 5,187개의 데이터를 얻는데 108일의 시간이 소요되었다. 인공지능 모델에는 동일한 CPU를 사용하였으며 GPU의 경우 NVIDIA RTX 3090 24GB를 사용하였다. 학습에는 약 11.25시간이 소요되며, 이후 새로운 형상에 대하여 예측하는 경우 3초가 소요된다.

4. 결론

본 연구에서는 VGG16 과 U-Net 구조를 가지는 인공 신경망 모델을 제안하여 익형의 공력특성을 예측하였다. S809, S822, SD7062 익형에서 다양한 레이놀즈 수 및 받음각 조건에 대한 2D 유동장을 CFD를 이용하여 해석하고, 이를 모델의 입력 데이터로 이용하였다. 새로운 비대칭 익형 형상에 대하여 실속 이후 X-foil의 C_L 결과보다 정확한 값을 예측하였다. CFD 해석은 한 케이스 당 30 분이 소요되었으나, 제안한 모델의 경우 결과 예측에 3 초가 소요된다.

후 기

본 연구는 한국연구재단의 지원 (No. 2021-R1F1A1053438)을 받아 수행되었습니다.

REFERENCE

- 1) Seong-Uk, K., Seung-Hui, O., Jin-A, Y., 2012, "Comparison of Aerodynamic Characteristics of a Thick Airfoil for Wind Turbines using XFOIL and EDISON CFD." Korea Institute of Science and Technology Information, pp. 65-68.
- 2) Morgado, J., Vizinho, R., Silvestre, M. A. R., & Páscoa, J. C., 2016, "XFOIL vs CFD performance predictions for high lift low Reynolds number airfoils." Aerospace Science and Technology, 52, pp. 207-214.
- 3) Miyanawala, T. P., & Jaiman, R. K., 2017, "An efficient deep learning technique for the Navier-

- Stokes equations: Application to unsteady wake flow dynamics." arXiv preprint arXiv: 1710.09099.
- 4) Drela, M., 1989, "XFOIL: An analysis and design system for low Reynolds number airfoils." In *Low Reynolds Number Aerodynamics*, Springer, Berlin, Heidelberg, pp.1-12.
 - 5) Xflr5., 2019, <http://www.xflr5.tech/xflr5.html>.
 - 6) Günel, O., Koç, E., & Yavuz, T., 2016, November, "CFD vs. XFOIL of airfoil analysis at low reynolds numbers." In *2016 IEEE International Conference on Renewable Energy Research and Applications*, pp. 628-632.
 - 7) Guo, X., Li, W., & Iorio, F., 2016, August, "Convolutional neural networks for steady flow approximation." In *Proceedings of the 22nd ACM SIGKDD international conference on knowledge discovery and data mining*, pp. 481-490.
 - 8) Yılmaz, E., and German, B., 2017, "A convolutional neural network approach to training predictors for airfoil performance." *18th AIAA/ISSMO multidisciplinary analysis and optimization conference*.
 - 9) Szegedy, C., Ioffe, S., Vanhoucke, V., & Alemi, A. A., 2017, "Inception-v4, inception-resnet and the impact of residual connections on learning." In *Thirty-first AAAI conference on artificial intelligence*.
 - 10) Srikanth Tammina, , 2019, "Transfer learning using vgg-16 with deep convolutional neural network for classifying images." *International Journal of Scientific and Research Publications*, 9(10), pp.143~150.
 - 11) Walters, D. K., and Leylek, J.H., 2004, "A new model for boundary layer transition using a single-point RANS approach.", *J. Turbomach.* 126.1.
 - 12) Walters, D. K., and Cokljat, D., 2008, "A three-equation eddy-viscosity model for Reynolds-averaged Navier–Stokes simulations of transitional flow.", *Journal of fluids engineering* 130.12.
 - 13) Azmi, A. R. S., Sapit, A., Mohammed, A. N., Razali, M. A., Sadikin, A., and Nordin, N., 2007, "Study on airflow characteristics of rear wing of F1 car.", *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. Vol. 243.
 - 14) Bora, Kim, 2022, "Prediction of the pressure field over airfoils using convolutional neural network.", *Korea Maritime Ocean University*, Master's thesis.
 - 15) Walters, D. K., & Cokljat, D., 2008, "A three-equation eddy-viscosity model for Reynolds-averaged Navier–Stokes simulations of transitional flow." *Journal of Fluids Engineering*, 130(12), p.121401.
 - 16) Azmi, A. R. S., Sapit, A., Mohammed, A. N., Razali, M. A., Sadikin, A., & Nordin, N., 2017, September, "Study on airflow characteristics of rear wing of F1 car." In *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 243(1), 012030.
 - 17) Selig, M. S., & McGranahan, B. D., 2004, "Wind tunnel aerodynamic tests of six airfoils for use on small wind turbines." *Journal of Solar Energy Engineering*, 126(4), pp. 986-1001.
 - 18) Ronneberger, Olaf, Philipp Fischer, and Thomas Brox., 2015, "U-net: Convolutional networks for biomedical image segmentation." *International Conference on Medical image computing and computer-assisted intervention*. Springer, Cham, pp.234~241.
 - 19) Simonyan, K., & Zisserman, A., 2014, "Very deep convolutional networks for large-scale image recognition." arXiv preprint arXiv: 1409.1556.
 - 20) Selig, M. S., and McGranahan, B. D., 2004, "Wind tunnel aerodynamic tests of six airfoils for use on small wind turbines.", *J. Sol. Energy Eng.* 126.4.
 - 21) Chicco, D., Warrens, M. J., & Jurman, G., 2021, "The coefficient of determination R-squared is more informative than SMAPE, MAE, MAPE, MSE and RMSE in regression analysis evaluation." *PeerJ Computer Science*, 7, p. 623.
 - 22) Hore, A., and Ziou, D., 2010, "Image quality metrics: PSNR vs. SSIM." *2010 20th international conference on pattern recognition*. IEEE.