

# 사각용기의 고점성 슬로싱 유동에서 발생하는 측벽 코팅 유동

박준상<sup>\*,†</sup>

## On the Near Wall Coating Flow in a Sloshing Flow of Highly-Viscous Fluid in a Rectangular Box

Jun Sang Park<sup>\*,†</sup>

**Abstract** A problem on the sloshing flow of highly-viscous fluid in a rectangular box was revisited by both of theoretical approach and experimental visualization method. Based on the theoretical prediction that a linear shape of free surface is prevailing in bulk zone, it has been studied an analogy between a near wall coating flow in sloshing problem and dip coating flow in Landau-Levich problem. Phenomenological observation confirms that, in the case of highly-viscous fluid, I.e.,  $Re \ll 1$ , viscous dominant near-wall flow in sloshing problem is identical to dip coating flow generated by drag-out of the plate being in both motion of vertical translation and horizontal rotation.

**Key Words** : Coating Flow(코팅유동), Dip Coating(딥코팅), Free Surface(자유표면), Highly-Viscous Fluid(고점성유체), Sloshing Flow(슬로싱유동)

### 1. 서론

액체를 담고 있는 사각 용기가 중력장의 수직 방향, 즉 수평 방향으로 좌우 교반 형태의 주기적인 운동을 하는 경우 발생하는 자유표면을 갖는 액체 유동이 전형적인 슬로싱(sloshing) 유동이다.

지진에 의한 액체 저장탱크의 파괴 문제, 비행체의 연료탱크에서 슬로싱 유동으로 인해 발생하는 비행체의 안정성 문제 및 LNG 수송선에서 발생하는 웨이브 비팅(wave beating)으로 인

한 구조물의 파괴 문제 등과 같은 공학적인 문제해결을 위해 오랫동안 슬로싱 유동 연구가 진행되어 왔다.<sup>(1~3)</sup>

앞서 언급한 대부분의 이전 연구는 문제의 특성 길이가 큰 높은 레이놀즈 수로 대표되는 문제이고, 이 경우 용기 크기의 길이 특성을 갖는 웨이브 파동과 벽면 경계층에서 발생하는 매우 작은 길이 특성을 갖는 경계층 점성유동의 상호작용은 디커플링이 가능하다. 따라서 슬로싱 유동 연구는 비점성 유동 가정의 파동 연구가 주류를 이루고 있다.<sup>(1)</sup>

작동유체의 점성이 매우 큰 경우에 대한 슬로싱 연구는 상대적으로 작다. 슬로싱 유동에서 점성효과를 다룬 연구의 시작은 교반작용을 위

---

<sup>†,\*</sup> School of Mechanical & Automotive Engineering,  
Halla University, Professor  
E-mail: jspark@halla.ac.kr

---

해 외부에서 공급된 에너지 발산을 자유표면과 벽면의 접촉점에서 발생하는 소산작용에 기인한 것으로 설명한 Keulegan<sup>(4)</sup> 와 Mei<sup>(5)</sup> 의 연구가 그것이다. 이들 연구는 레이놀즈 수가 큰 전형적인 슬로싱 유동에서 발생하는 벽면 근처 국지 유동 영역에 대한 것이다.

반면, 작동유체의 점성계수가 매우 큰 경우인 고점성 유체의 슬로싱 연구는 Wu, Taylor & Greaves<sup>(6)</sup> 의 연구가 시작이다. 이들은 유동영역 전체에 걸쳐 점성의 영향이 강하게 나타나는 경우를 이론적으로 다루었다. Wu, Taylor & Greaves<sup>(6)</sup> 는 이론연구 과정에서 수학적 단순화를 위해 용기 벽면에서 유동조건을 완전 미끄럼 조건(perfect slip condition), 즉, 벽면에서 속도조건을  $\partial v/\partial n=0$  으로 가정했다. 여기서  $v$ 는 속도 성분이고  $n$ 은 벽면에 수직방향 좌표계를 의미한다.

한편 물리적인 관점에서 살펴보면 유체의 점성이 매우 강한 경우 상기 언급한 벽면에서의 완전 미끄럼 조건보다는 점착 조건(no-slip condition)이 더 적절할 것으로 예상된다. 따라서 Wu, Taylor & Greaves<sup>(6)</sup>의 이론에 대한 검증이 필요하고, Park<sup>(7)</sup> 은 고점성 실리콘 오일을 이용한 슬로싱 실험을 통해 내부 벌크유동(bulk flow) - 이후부터 슬로싱 주유동으로 부른다 - 과 별개로 벽면 근처에 얇은 젖팅유동(wetting flow)이 발생하고, 이때 발생하는 얇은 벽면 젖팅유동이 내부 슬로싱 주유동에 대한 완전 미끄럼 조건과 벽면에서의 점착 조건을 동시에 만족시키는 일종의 경계층 역할을 한다는 것을 밝혀 Wu, Taylor & Greaves<sup>(6)</sup> 가 가정한 벽면 완전 미끄럼 조건의 타당성에 대한 의문점을 해결했다.

본 논문에서는 Park<sup>(7)</sup>이 언급한 고점성 유체의 슬로싱 유동에서 발생하는 벽면 젖팅유동이 딥코팅(dip coating) 문제에서 발생하는 코팅유동과 매우 긴밀한 유사성을 보인다는 것을 보다 분석적인 방법으로 알아보려 한다.

딥코팅(dip coating)은 코팅용액을 담은 용기에 고체 평판을 길이 방향으로 담근 상태에서 중력반대 방향으로 일정 속도로 끌어 올리면서 고체 면에 발생하는 얇은 유막을 이용하여 코팅

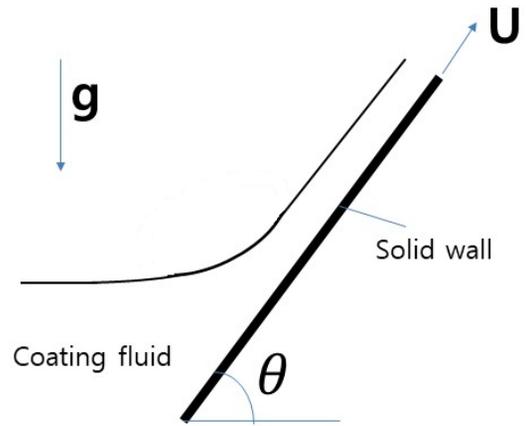


Fig. 1. Schematics of dip coating flow

하는 방법으로 드래그아웃 코팅(drag-out coating)으로 부르기도 한다 (Fig. 1 참고). 이 연구는 응용기술의 중요성 때문에 유동 및 재료가공 등의 다양한 관점에서 지속적인 연구가 진행되고 있는 주제이다<sup>(8)</sup>.

본 논문과 관련된 딥코팅 유동 관련 대표적인 연구를 살펴보면 액체에 잠긴 반무한 평판을 수직방향으로 일정 속도로 끌어올릴 때 발생하는 벽면에서의 유막유동, 즉, Landau-Levich 문제 연구가 있다. 그리고 평판이 자유표면과 경사를 갖는 경우에 대한 보다 확장된 Landau-Levich 문제 연구가 있다.

본 논문에서는 앞서 살펴본 이전 연구에서 밝혀낸 많은 Landau-Levich 문제의 유막유동 현상이 고점성 슬로싱 유동에서 발생하는 벽면 유동에서도 유사하게 일어난다는 것을 현상학적으로 밝혀낼 것이다. 그리고 고점성 유체의 슬로싱 유동에서 발생하는 벽면 유막유동은 수직방향의 주기적인 병진운동과 수평축에 대한 회전운동을 동시에 하는 평판의 경우에 발생하는 보다

일반화된 Landau-Levich 문제라는 것을 보여줄 것이다. 한가지 언급할 사실은 일반화된 Landau-Levich 문제는 실용적인 관점에서 Lee et al.<sup>(9)</sup> 이 수행한 것 과 같은 수평, 수직방향 운동을 동시에 가하는 평판 운동을 이용하는 코팅기술과 연관이 있을 수 있다.

## 2. 실험장치

본 실험에서는 2차원 슬로싱, 즉,  $z$ -축 방향의 유동특성 변화가 없는  $x-y$  평면에서 발생하는 유동을 다룬다. (Fig. 2 참고)

$x-y$  평면에 대한 이차원 슬로싱 유동을 발생시키기 위해  $x$ -방향 폭( $L^*$ )  $60\text{mm}$ ,  $z$ -방향 넓이( $D^*$ )  $180\text{mm}$ , 즉, 용기의  $x-z$  방향 종횡비( $D^*/L^*$ )를 3으로 만들고,  $y$ -방향(중력방향) 용기의 높이( $H^*$ )를  $180\text{mm}$  로 만들어 실험 중 만들어지는 슬로싱 파의 최대높이를 감당할 수 있게 했다.

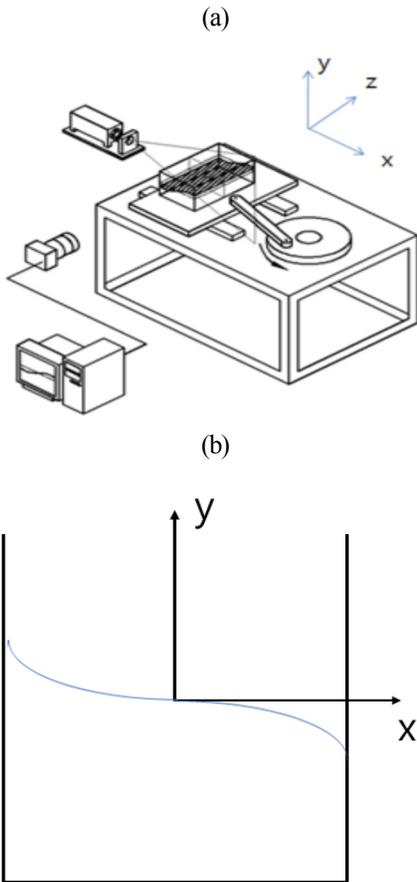


Fig. 2. Experimental apparatus : (a) schematics of the experimental system and (b) relative coordinate fixed at the container.

초기 정지상태에서 액체 높이( $H_0^*$ )를  $90\text{mm}$  로 채워 침수조건을 만족하는  $H_0^*/L^* = 1.5$ 인 상태에서 용기에 수평  $x$ -방향으로 주기적인 운동변위  $S^* \sin(\pi f^* t^*)$ 를 가하는 경우를 생각하자. 여기서 침수조건을 의미는 자유표면에서 발생하는 슬로싱 파동에 대한 용기바닥의 영향이 최소화되는 경우를 의미한다. 따라서 본 논문에서 주장하는 측벽유동과 딥코팅 유동의 유사성도 침수조건을 만족하는 경우에 국한된다. 그리고 고점성 유체의 슬로싱 운동을 고려하기 위해 본 실험에서는 작동유체로 물보다 동점성계수가 100배, 즉,  $100\text{cs}$ 인 고점성 실리콘오일을 사용하였다.

본 실험의 정확도와 벤치마크 테스트에 대한 보다 자세한 내용은 Park<sup>(7)</sup>과 Ji et al.<sup>(10)</sup>를 참고바란다.

## 3. 실험결과

### 3.1 주유동

여기서 좌, 우 측벽 근처를 제외한 내부 벌크 유동(bulk flow)에 대한 슬로싱 유동해석을 하자. 이후부터 벌크유동을 주유동(main flow)으로 부른다. 본 절에서 논문의 자체 완전성을 위해 정리한 도메인 확장법(domain expansion method)을 이용한 섭동 해석은 Park<sup>(7)</sup>에 보다 상세히 나와 있다.

유동변수 들에 대한 무차원화를 다음과 같이 하자.

$$t = f^* t^*, x = x^*/L^*, y = y^*/L^*, u = u^*/\delta f^* L^*, v = v^*/\delta f^* L^*, p = (p^* + \rho^* g y^*)/\delta \rho^* (f^* L^*)^2,$$

여기서  $u$  와  $v$ 는 각각  $x$ - 및  $y$ -방향 속도성분,  $p$ 는 환산압력(reduced pressure),  $\rho$ 는 액체의 밀도,  $\delta(= \pi S^*/L^*)$ 는 가진 강도를 나타내는 비선형 파라미터 그리고 첨자 \*는 차원변수를 의미한다.

고점성 유체 문제임을 고려하여 점성항에 비해 비선형 항이 무시할 정도로 작은 경우를 고려하면 절대좌표계에서 바라본 지배방정식과 경계조건은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = -\nabla p + \frac{1}{R_e} \nabla^2 \vec{V}, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0, \quad (2)$$

여기서  $\vec{V} = (u, v)$  그리고 레이놀즈수  $R_e = f^* L^2 / \nu$  를 의미한다.

본 문제에 연관된 운동학적(kinematic) 경계조건은 다음과 같다 :

$$(i) \quad x = \pm 0.5 \text{에서 } u = \cos(\pi t), \partial v / \partial x = 0, \quad (3)$$

$$(ii) \quad y = -1.5 \text{에서 } v = 0, \partial u / \partial z = 0, \quad (4)$$

$$(iii) \quad y = h \text{에서 } \partial h / \partial t = v, \quad (5)$$

위식에서  $h$ 는 무차원 자유표면 높이를,  $u, v$ 는 각각  $x, y$  방향의 무차원 속도를 의미한다. 수학적 편의성을 위해 벽면 경계조건은 Wu, Taylor & Greaves<sup>(6)</sup>와 같이 완전 미끄럼 조건을 사용한다는 것이다. 사실이 조건의 사용은 주유동 관점에서 벽면은 벽면 근처에서 형성되는 웨팅유동의 경계층 엷지이기 때문에 물리적인 타당성을 가진다.

초기 과도상태가 지난 준정상 상태의 슬로싱을 고려하자. 그러면 초기조건에 대한 고려는 필요없게 된다. 그리고  $R_e \ll 1$ 인 경우 모든 유동변수를 다음과 같이 전개하고

$$\Pi = \Pi_0 + R_e \Pi_1 + O(R_e^2),$$

여기서  $\Pi$ 는 유동변수이다. 지배방정식에 대한 섭동해를 구하면

$$u \simeq \cos(\pi t) - R_e \pi \sin(\pi t)(x^2 - 0.25) + O(R_e^2), \quad (6)$$

$$v \simeq -R_e 2\pi \sin(\pi t)x(y + 1.5) + O(R_e^2), \quad (7)$$

$$h \simeq R_e 3\cos(\pi t)x + O(R_e^2), \quad (8)$$

와 같이 된다.

식(6)-식(8)을 이용하여 용기에 고정된 상대좌표계에 대한 유선함수를 구한 결과 Fig. 3에 있다.

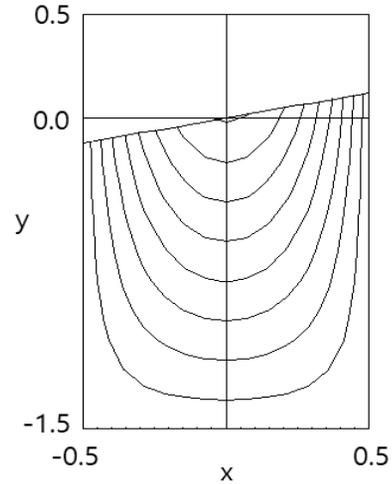


Fig. 3. Profile of free surface and streamline pattern at  $t = 0.2$  ( $R_e = 0.1$ ).

전형적인 슬로싱 파의 자유표면 형상은  $R_e \gg 1$ 인 경우 선형문제에서는 조화함수 형태의 정지파(standing wave)이고 비선형문제에서는 표면 이동파(surface travelling wave)를 포함하는 보다 복잡한 형태이다.(1),(2) 반면 식(8)에서 처럼  $R_e \ll 1$ 인 고점성 유체의 경우에는 자유표면의 형상이 선형(직선) 정지파가 된다는 것을 보여준다 (Fig. 3).

이제 앞서 구한 이론해(식(6)-(8))에 대한 결과를 실험을 통해 알아보자.

물보다 점도가 100배 큰 실리콘 오일을 이용해서 실험을 진행했다. 그리고 관찰 가능한 적

절한 파고 높이를 일으킬 수 있는 실험조건을 고려하여 용기의 가진강도  $\delta(=\pi S^*/L^*) \approx \pi/3$  와 특성 레이놀즈수  $R_e \approx 300$ 에서 실험이 수행되었다. 따라서 실험 결과를  $\delta, R_e \ll 1$ 에 대한 섭동 이론해(식(6)-(8))와 직접 비교하는 것은 어렵고 정성적인 측면에서 이론해와 시험 결과를 비교 분석할 것이다.

Fig. 4는 과도상태가 지난 준정상 상태에서 1-주기 동안 관찰되는 슬로싱 파에 대한 실험 결과를 보여준다. 전반적인 파동 모습은 정성적인 측면에서 앞서 구한 이론해의 특성, 즉, 측벽에서 먼 내부 주유동 영역에서는 자유표면 형상이 선형 특성을 갖는다는 것과 잘 일치하는 결과를 보여준다(Fig.4(a)-(c)의 파선을 참고하라). 여기서 준정상 상태는 정지한 상태에서 출발한 슬로싱 유동이 초기 과도상태를 지나 주기적인 일정한 패턴을 보이는 상태를 의미한다.

이제 Fig. 4의 실험 결과를 더욱 자세히 살펴보고 섭동이론과 차이점을 논하자. 실험 결과를 살펴보면 시간  $0 \leq t \leq 0.5$  (혹은  $0.5 \leq t \leq 1.0$ ) 동안 우측 (혹은 좌측) 벽 근처 영역에서 자유표면의 기울기가 선형형상에서 다소 벗어나는 것을 볼 수 있다 (Fig. 4(a)에서 원으로 그려진 영역을 보라). Fig. 4(a)의 원 안에 나타나는 기울기가 수평으로 평평한 자유표면의 모습은 비선형 효과에 의해 나타나는 전형적인 슬로싱 파 형태이다. Ji et al(10)는 이 모습을 비선형 효과에 의해 발생하는 동일높이의 기둥쌓기 프로세스(piling process)로 측벽 근처에서 발생하는 기울기가 수평인 평평한 영역의 발생 메커니즘을 설명했다. 관측 가능한 파고를 위해 어려운 일이지만 실험이 선형영역에 대해 행해질 수 있다면 앞서 언급한 비선형 효과에 의한 측벽 근처 파동을 효과적으로 제거할 수 있고 이때 앞서 구한 이론 결과가 더 잘 일치할 것으로 예상할 수 있다.

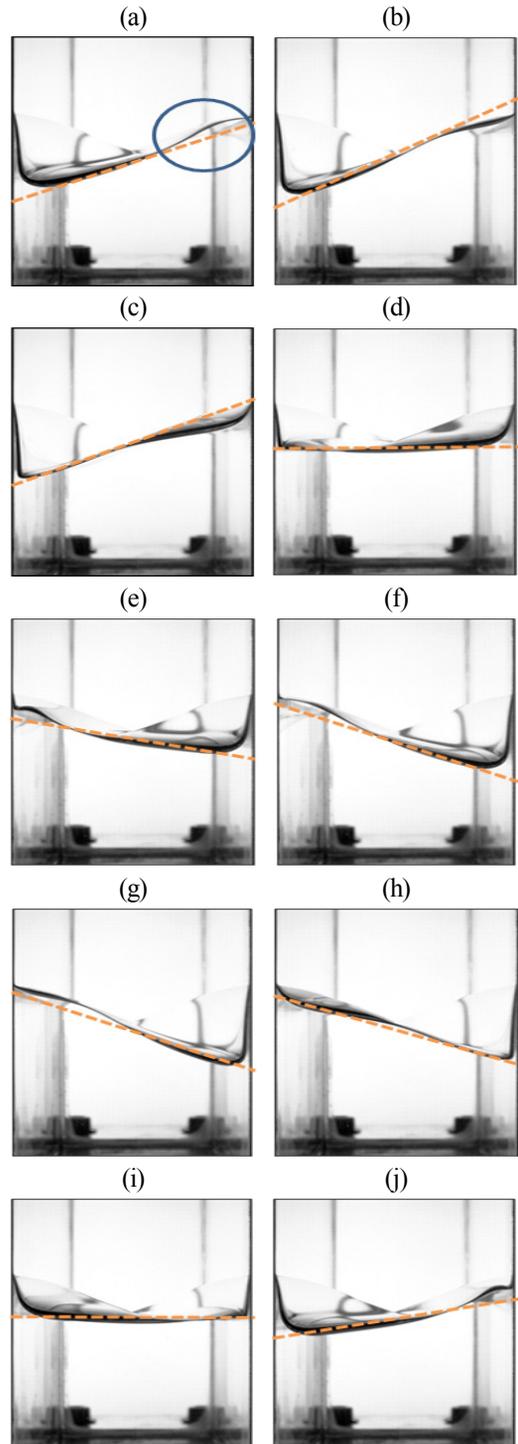


Fig. 4. Shapes of the free surface for a cycle. Times, t, are from (a)  $t=0.0$  to (j)  $t=0.9$  with time increment 0.1. ( $\delta = \pi/3$  &  $R_e = 300$ )

### 3.2 측벽유동

이제 내부 슬로싱 주유동에 의해 주기적인 젖음(wetting) 현상이 발생하는 용기의 좌, 우 수직 측벽 근처의 얇은 박막유동(thin film flow)을 살펴보자. 여기서는 실험결과를 분석하여 슬로싱 유동에서 발생하는 측벽 근처 박막유동이 Fig.1의 딥코팅(dip coating) 유동과 상당한 유사성을 갖는다는 보여주고자 한다. Fig.1의 딥코팅 유동은 Landau-Levich 문제로 알려진 코팅 분야 연구를 위한 기준문제(benchmark problem)로 수십 년 동안 여러 관점에서 연구가 진행되고 있는 축적된 자료의 양이 방대한 연구 주제이다. 따라서 두 유동의 유사성(analogy)을 이해하는 것은 최근 시작된 슬로싱 유동에서 나타나는 벽면 박막유동을 이해하는 중요한 지름길을 제시할 수 있다는 측면에서 중요하다. 한가지 언급할 사실은 이 유사성은 주유동(main flow)에서 자유표면 형상이 선형(직선) 형태인 경우, 즉, 고점성 슬로싱 유동에서만 성립한다는 것이다.

Fig. 5는 1-주기 동안 슬로싱 유동에서 발생하는 우측 수직벽 근처의 한 주기 동안의 자유표면 형상 변화에 대한 모습을 보여준다. Fig. 4의 순간사진을 명암 구분에 대한 데이터 처리한 자유표면 프로파일이다. 관찰자가 주유동의 자유표면(Fig. 4의 파선)에 서서 바라본 시간에 따른 유동 모습을 그린 것이다. 이때 Fig. 5의 좌표계의 수평  $X'$ -축은 Fig.4의 파선이 된다. 따라서 Fig. 5는 정지한 자유표면을 갖는 액체에 대한 수직벽(이후부터 평판으로 부르겠다)의 상대운동이 유동을 발생시키는 문제, 즉, 딥코팅 문제가 된다. 결과적으로 Fig.5는 슬로싱 1-주기 동안 주유동 자유표면에서 바라본 평판의 운동과 이로 인해 발생하는 평판 근처에서의 유막 코팅 유동(thin film coating flow)의 모습을 보여준다. Fig. 5에서 파선은 초기 정지한 상태에서의 자유표면이다. 따라서 절대좌표계에 대한 자유표면의 상대운동 모습은 파선을 기준으로 생각하면 된다. 다시 말하면 파선을 수평축으로 놓고 Fig. 5의 그림을 재배치하면 Fig. 4의 자유표면 형상을 재현할 수 있다.

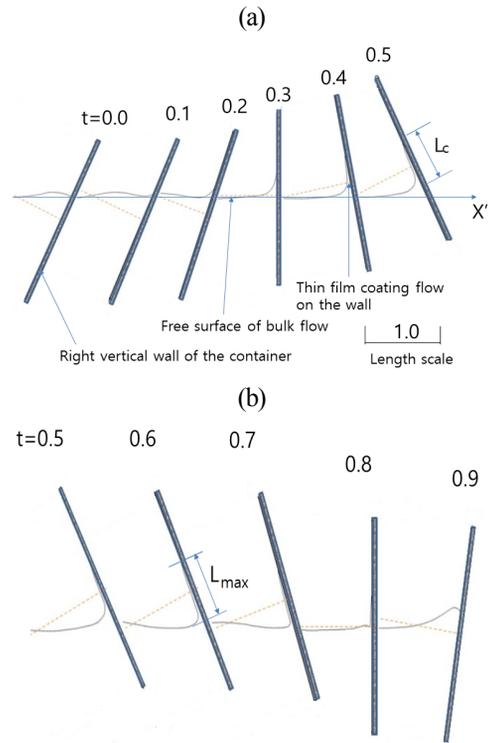


Fig. 5. Evolution of near-wall flow for a cycle with respect to the relative moving coordinate of which horizontal axis is linear free surface of main flow, i.e., dashed lines of Fig.4. ( $\delta = \pi/3$  &  $Re = 300$ )

이제 Fig. 5의 결과를 딥코팅 관점에서 살펴보자.

Fig. 5(a) & (b)는 1-주기 동안 평판의 운동을 보여 준다. 초기 1/2-주기 ( $0 \leq t \leq 0.5$ ) 동안에는 액체 속에 오른쪽으로 기울어진 상태로 잠겨있던 평판이 시간이 지남에 따라 반시계 방향으로 회전운동을 하면서 동시에 수직 방향으로 올라가는 운동을 한다. 즉, 액체로부터 평판을 끌어내는 과정, 즉, 코팅공정의 드래그아웃(drag-out) 과정이다 (Fig. 5(a)). 후기 1/2-주기 ( $0.5 \leq t \leq 1.0$ ) 동안에는 왼쪽으로 기울어진 상태의 평판이 시계방향으로 회전하면서 수직 아래쪽, 즉, 액체 속으로 잠기는 과정의 운동을 한다. 즉, 액체 속으로 잠기는 과정, 즉, 코팅공정의 드래그-인(drag-in) 과정이다 (Fig. 5(b)).

드래그아웃 과정인 Fig. 5(a)를 살펴보면 초기 ( $t = 0$ ) 액체 속에 잠겨있던 웨팅영역 평판 근처의 유체가 점성력에 의해 평판과 같이 끌려 올라오면서 평판에 평행한 얇은 유막 형태의 코팅유동을 만드는 것을 볼 수 있다. 그리고 수평 자유표면과 만나는 코너 영역에서는 작은 곡률을 갖는 자유표면이 형성되는 것을 볼 수 있다. 시간  $t = 0.5$ 일 때 유막의 형상을 살펴보면 현상학적으로는 Landau-Levich 유동에서 발생하는 코팅유동과 유사한 형태를 보인다. 그러나 Landau-Levich 문제가 액체 속에 수직으로 잠겨있는 무한 평판이 길이 방향으로 일정 속도로 드래그아웃되는 경우라는 것을 생각하면 본 문제는 Landau-Levich 문제와 다음과 같은 차이점이 있다: (1) 본 문제에서 발생하는 코팅유동은 평판의 주기적인 수직 방향의 병진운동 때문에 발생한다. 따라서 Landau-Levich 문제처럼 국지적인 정상상태의 코팅유동이 존재하지 않고 주기적인 준정상상태 코팅유동만 존재한다. (2) 평판의 주기적인 운동이 회전운동을 동반한다. 따라서 평판의 방향이 중력방향을 기준으로 좌우로 주기적으로 교반한다. 이로 인해 코팅유동이 영향을 받는다. Fig. 5의 시간  $t = 0.3, 0.4, 0.5, 0.6$ 에 대한 코너영역 자유표면 형상을 비교해보면 평판의 회전운동이 곡률에 많은 영향을 준다는 것을 알 수 있다. 이것은 이영역에 대한 표면장력의 영향이 시간의 존성을 갖는다는 것을 보여준다. 반면 Landau-Levich 문제에서 코너영역은 자유표면 프로파일이 일정한 정적 계면영역(static meniscus region)으로 정의된다.

결론적으로 슬로싱 유동에서 발생하는 측벽 근처의 유막 코팅유동은 수직방향의 주기적 병진운동과  $z$ -축에 대한 회전 교반운동을 동시에 하는 평판의 드래그아웃에 의해 생성되는 코팅유동으로 말할 수 있다. 결론적으로 슬로싱 유동에서 발생하는 측벽 근처의 유막 코팅유동은 보다 일반화된 Landau-Levich 문제라고 정의할 수 있다. 문제의 복잡성을 고려할 때 정량적 분석은 본 논문의 범위를 넘어선다.

한가지 언급할 사실은 유막의 최대길이가 이론적으로는  $t = 0.5$ 에서 형성되지만 Fig. 5의 실

험결과를 보면 최대길이가  $t = 0.6$ 에서 발생한 것을 볼 수 있다. 이것은 실험조건의 비선형효과 때문에 발생한 내부 슬로싱 주유동의 위상지연(phase lagging)에 기인한 것으로 판단된다. 비선형 슬로싱 유동에서는 이 위상지연을 이조효과(detuning effect)라고 부른다.<sup>(3)</sup>

전형적인 저점성 액체의 슬로싱 문제에 대해 살펴보면 고점성 유체의 경우와 마찬가지로 벽면 코팅 유동이 발생하지만, 이 경우 발생하는 내부 주유동 자유표면의 프로파일이 더 이상 선형이 아니게 된다. 그리고 비선형효과에 의해 발생하는 자유표면을 따르는 진행파(travelling wave)와 bulk 유동 영역에서 일어나는 슬로싱파(sloshing wave)의 상호작용 등으로 인해 매우 복잡한 비정상 코팅 유동이 발생한다. 따라서 이때 발생하는 벽면 코팅 유동과 Landau-Levich 유막 유동과의 유사성을 논하기는 힘들게 된다.

### 3.3 측벽유동에 대한 이론모델

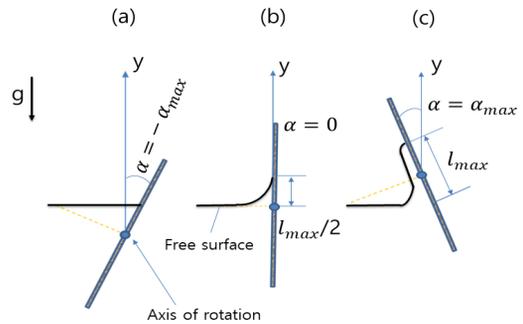


Fig. 6. Schematics of theoretical model on the sidewall thin film coating flow in a sloshing problem of highly viscous fluid.

고점성 유체의 슬로싱 문제에 대한 벽면 경계 조건을 물리적인 관점에서 살펴보면 유막 코팅 유동이 경계층 가장자리에서는 내부 주유동 운동에 대해 완전 미끄럼조건(perfect slip condition)을 제공하고 벽면에서는 침착조건(no-slip condition)을 제공하는 완충역할을 한다.<sup>(7)</sup>

여기서는 앞서 살펴본 고점성 유체의 슬로싱

유동에서 발생하는 측벽 근처의 얇은 유막 코팅 유동에 대한 이론 모델을 제시하고자 한다.

정지한 반무한 액체 속에 일부가 잠겨있는 다음과 같이 주기적인 운동을 하는 수직평판을 생각하자 (Fig. 6).

- (1)  $y$ -축 방향 주기적인 수직운동

$$d = -\frac{l_{\max} \cos(\alpha_{\max})}{2} \cos(2\pi t) \quad (9)$$

- (2) 수직축에 대한 회전 교반운동

$$\alpha = -\alpha_{\max} \cos(2\pi t) \quad (10)$$

여기서  $d$ 는 평판의 수직방향 변위이고  $\alpha$ 는  $y$ -축에 대한 각변위이다.

평판에 식(9) & 식(10)과 같이 주기적 병진운동과 회전 교반운동을 동시에 가하면 평판은 1-주기 동안 수직방향으로  $l_{\max} \sin(\alpha_{\max})$ 의 길이, 회전방향으로  $2\alpha_{\max}$ 의 각을 왕복하게 된다. 이 과정에서 평판은  $l_{\max}$  길이에 해당하는 부분이 액체에서 나오는 과정(드래그-아웃 과정)과 액체로 들어가는 과정(드래그-인)을 반복한다 (Fig. 6참고).

따라서 Fig. 6의 진행방향 (a)->(b)->(c)가  $0 \leq t \leq 0.5$  동안의 드래그-아웃 과정(Fig.5(a))을 의미하고, 진행방향 (c)->(b)->(a)이 드래그-인 과정(Fig. 6(b))를 의미하게 된다.

결과적으로 식(9)와 식(10)에 있는  $l_{\max}$  값과  $\alpha_{\max}$  값을 실험데이터와 맞추게 되면 Fig.6의 장치는 논리적으로 동일한 코팅유동을 발생시키는 이론모델이 된다.

식(9)와 식(10)은 코팅과정에 대한 수직운동과 회전운동의 상대적인 기여도를 설명할 수 있는 도구를 제공한다. Fig. 6에서 전체 코팅길이  $l_{\max}$ 에 대한 수직운동의 기여도는  $l_{\max} \cos(\alpha_{\max})$ 이고 회전운동의 기여도는  $l_{\max}(1 - \cos(\alpha_{\max}))$ 라는 것을 알 수 있다.  $\alpha_{\max}$  값이 작을수록 수직운동의 기여도가 커진다. 당연한 결과이지만 식(9)와 식(10)으로부터  $\alpha_{\max} \rightarrow 0$ 이면 코팅유동

이 수직운동만으로 만들어지게 된다.

## 4. 결 론

(1) 고점성 유체의 슬로싱 유동에 대한 실험을 통해 수직 측벽 근처에서 만들어지는 얇은 유막유동에 대한 수행했다.

(2) 고점성 유체의 슬로싱인 경우 내부 주유동의 자유표면 형상이 선형(직선)으로 나타나고 기울기가 주기적으로 변하는 실험결과는 Park(7)의 이론해와 일치한다.

(3) 내부 주유동의 자유표면 형상이 선형인 것에 착안하여 자유표면을 상대 좌표계의 수평축으로 설정하여 용기의 측벽에서 발생하는 얇은 유막 코팅유동을 해석했다.

(4) 슬로싱 유동에서 발생하는 측벽 코팅유동은 Landau-Levich 문제에서 다룬 딥코팅 유동과 유사성을 가진다.

(5) 슬로싱 유동에서 발생하는 측벽 코팅유동은 주기적인 수직운동과 회전 교반운동을 동시에 하는 평판에서 발생하는 딥코팅 문제와 같다.

(6) 슬로싱 유동에서 발생하는 측벽 코팅유동을 설명할 수 있는 딥코팅 이론모델을 제시하고 딥코팅에 대한 수직운동과 회전운동의 기여도를 설명하는 정량적 제안을 했다.

## REFERENCE

- 1) Ibrahim, R. A., 2005, Liquid Sloshing Dynamics, Cambridge Univ. Press.
- 2) Faltinsen, O. M. and Timokha, A. N. 2009, Sloshing, Cambridge Univ. Press.
- 3) Faltinsen, O. M., 1974, "A nonlinear theory of sloshing in rectangular tanks," J. Ship Res., Vol. 18, No. 4, pp. 1224-241.
- 4) Keulegan, G. H., 1959, "Energy dissipation in standing waves in rectangular basins," J. Fluid Mech., Vol.6, pp.33-50.
- 5) Mei, C. C., 1976, "Power extraction from water waves," J. Ship Res. Vol. 20, pp.63-66.
- 6) Wu, G. X., Taylor, R. E. and Greaves, D. M.,

- 2001, "The effect of viscosity on the transient free-surface waves in a two-dimensional tank," J. Engr. Math., Vol.40, pp.77-90.
- 7) Park, J. S., 2019, "Sloshing Flow of Highly-Viscous Fluid in a Rectangular Box," J. Korea Soc. Visualization, Vol.17(3), pp.39~45.
- 8) Rio, E. and Boulogne, F., 2017, "Withdrawing a solid from a bath: how much liquid is coated ?," Advances Colloid & Interface Sci., Vol.247, pp.100-114.
- 9) Lee, J., Kwak, H., Jo H., Song, Y. and Lee, A., 2021, "Fabrication of uniform films on cylinders by dip-coating with oscillating," Proc. KSME conference, pp.47-50.
- 10) Ji, Y. M., Shin, Y. S., Park, J. S. and Hyun, J. M., 2012, "Experiments on non-resonant sloshing in a rectangular tank with large amplitude lateral oscillation," Ocean Engr., Vol. 50, pp.10-22.