

벌크항만의 하역 최적화를 위한 정수계획모형⁺

(An Efficient Mixed-Integer Programming Model for Berth Allocation in Bulk Ports)

유태선¹⁾, 이유신¹⁾, 박현곤²⁾, 김도희³⁾, 배혜림^{4)*}

(Tae-Sun Yu, Yushin Lee, Hyeongon Park, Do-Hee Kim, and Hye-Rim Bae)

요약 본 연구에서는 조수조건이 고려된 벌크항만의 하역 최적화를 위한 정수계획모형을 제안한다. 특히, 본 연구에서는 실제 벌크항만의 운영 환경과 조건들을 반영하여 체선료(Demurrage Cost)와 조출료(Dispatch Money)를 모두 고려한 하역비용 최소화를 목적함수로 설정하고, 벌크항만의 서비스 수준을 결정하는 최소재고 제약조건 또한 고려한다. 일반적으로 비선형 함수 형태로 표현되는 체선료 계산식을 선형화(Linearize)하여 스케줄 해상도를 향상하고, 조수조건을 고려한 선석할당 문제의 경우 전통 자원할당 모형에서 필수적인 Big-M 제약식이 대체 가능함을 확인한다. 실험 결과를 통해 기존 모형 대비 계산복잡도와 전역최적성이 크게 향상 가능함을 검증한다.

핵심주제어: 벌크항만, 하역 최적화, 재고관리, 조수조건, 수리계획법

Abstract We examine berth allocation problems in tidal bulk ports with an objective of minimizing the demurrage and dispatch associated berthing cost. In the proposed optimization model inventory (or stock) level constraints are considered so as to satisfy the service level requirements in bulk terminals. It is shown that the mathematical programming formulation of this research provides improved schedule resolution and solution accuracy. We also show that the conventional big-M method of standard resource allocation models can be exempted in tidal bulk ports, and thus the computational efficiency can be significantly improved.

Keywords: Bulk Port, Berth Allocation, Inventory Constraint, Tidal Constraints, Mathematical Programming

1. 서론

* Corresponding Author: hrbae@pusan.ac.kr

+ 이 논문은 2022년 부경대학교 국립대학육성사업 지원비에 의하여 연구되었음.

Manuscript received November 21, 2022 / revised December 12, 2022 / accepted December 20, 2022

1) 부경대학교 시스템경영·안전공학부 산업경영공학전공
2) 부경대학교 시스템경영·안전공학부 안전공학전공
3) 부산대학교 산업공학과
4) 부산대학교 산업공학과, 교신저자

국내외 수출입 물류에서 해양운송이 차지하는 비율은 점차 증가하고 있으며, 특히 벌크화물의 비중은 급속도로 증가하는 추세이다. 따라서 국내외 주요 항만들의 컨테이너 및 벌크화물 물동량은 계속적으로 증가하고 있으며 (Rha, 2022), 이에 따라 항만 운영 및 관리 기법의 고도화에 대한 산업적 수요가 증가하고 있다. 특히, 현재 국내외 주요 항만들은 이러한 미래 시장변화와 인력구조 변화에 적극적으로 대응하기 위해 다

지텔 항만으로의 전환에 필요한 다양한 하드웨어 및 소프트웨어 기술 확보에 집중하고 있다.

효율적 항만 운영을 위한 최적화 연구는 다양한 방법론과 운영조건들을 고려하여 오래전부터 활발하게 수행되고 있으나, 대부분의 선행연구는 컨테이너 항만의 운영 환경을 고려하고 있다 (Bierwirth and Meisel, 2010; Buhrkal et al., 2011). 본 연구에서 고려하는 최적화 문제의 핵심 의사결정은 선박의 접안일정 계획을 통한 선석 할당이며, 이는 컨테이너 항만의 운영 최적화 문제와 많은 부분을 공유한다고 볼 수 있다. 그러나 벌크항만의 경우 추가적으로 하역 대상 원료(Cargo Type)에 대한 재고제약(Inventory Constraint)이 고려되어야 한다는 차별성을 가지고 있다 (Barros et al., 2011; De León et al., 2017).

벌크항만의 경우 적정 서비스 수준을 유지하기 위해 하역 대상 원료들에 대한 최소재고(안전재고; Safety Stock) 제약조건이 존재하며, 일반적으로 이러한 재고관리 조건은 제조·물류 관련 최적화 분야에서 활발하게 고려되어왔다. 그러나 대부분의 벌크항만 운영 최적화 관련 선행연구들에서 이러한 재고관리 요구사항은 고려되고 있지 않으며, 특히 조수조건을 고려한 하역비용 최소화 문제에서 재고 조건을 반영한 연구는 미비한 것으로 확인할 수 있다 (Barros et al., 2011; Liu et al., 2017).

실제 항만 환경에서 선박의 하역가능 시점은 선석에 대한 접안가능 시점에 의해 결정되며, 이러한 접안가능 시점은 조수조건을 고려하여 결정된다. 따라서 선박의 접안일정 계획 문제에서 시간 해상도는 도출된 솔루션의 실제 현장 적용 가능 여부를 결정하는데 매우 중요한 요인이며, 또한 시간 해상도의 저하는 전역최적성의 저하를 일으킬 수 있는 위험요소로 작용할 수 있다 (Cheimanoff et al., 2021). 특히, 재고조건을 고려한 대부분의 선행연구들은 최적화 대상 항만의 계획기간(Scheduling Horizon)을 이산화(Discretize)하여 일정한 단위시간의 의사결정 시점을 설정하는 Time-Indexed Formulation 방식을 활용하고 있다 (Ku and Beck, 2016). 그러나 이러한 방식의 수리 계획모형은 단위시간의 설정값에 따라 솔루션 해상도의 저하가 발생할 위험성이 높으며, 계획기간의 길이에 비례하여 결정변수의 수가 폭발적으로

증가하여 계산복잡도와 계산시간을 크게 증가시킬 수 있다.

벌크항만의 핵심 생산성 지표는 선박의 하역비용이며, 하역비용은 선박의 정박기간(Laytime)에 따라 체선료(Demurrage Cost) 또는 조출료(Dispatch Money)를 고려하여 산정한다 (De León et al., 2017; Cheimanoff et al., 2021). 체선료의 경우 계약된 허용 정박기간을 초과하여 하역이 진행될 경우 용선자가 선주에게 지급하는 금액이며, 반대로 조출료의 경우 허용 정박기간 이전에 하역이 종료될 경우 선주가 용선자에게 보상하게 된다. 따라서 항만의 관점에서 체선료는 최소화하고 가능한 조출료는 최대화하여 전체 하역비용을 최소화하는 것이 하역 최적화의 목적이라고 볼 수 있다.

최적화 모형의 관점에서 체선료는 계약상 허용 정박기간에 대한 지연(Positive Delay)에 의해 발생하며, 반대로 조출료는 허용 정박기간 대비 실제 정박기간이 단축(Negative Delay)될 경우 고려되어야 한다. 그러나 체선료와 조출료 산정을 위한 효율(Cost Rate)은 동일하지 않은 경우가 많으며, 따라서 정확한 하역비용을 산정하기 위한 계산식에는 비선형(Nonlinear) 함수가 포함되거나 별도의 이진변수를 설정해야 한다. 이는 최적화 모형의 복잡도를 크게 증가시킬 수 있으며, 따라서 대부분의 선행연구에서는 체선료와 조출료의 효율을 동일하게 가정하였다 (Barros et al., 2011; Ribeiro et al., 2016; De León et al., 2017; Cheimanoff et al., 2021).

본 연구에서 다루는 벌크항만 하역 최적화 문제는 전통적인 일정계획(Scheduling) 문제, 자원할당(Resource Allocation) 문제, 그리고 재고관리 문제가 복합적으로 고려되어야 하는 최적화 모형으로 볼 수 있다. 본 연구에서는 재고관리 조건, 조수조건, 솔루션 해상도 그리고 조출료 계산 등 앞서 언급된 실제 항만 환경의 다양한 운영 요구사항들을 고려한 정수계획모형을 제시하여, 기존 선행연구 대비 높은 전역최적성 보장과 계산복잡도 개선이 가능함을 확인한다.

2. 선행연구고찰

일반적으로 항만의 선석할당 또는 선박 접안(하역) 일정 최적화를 위한 정수계획법(Mixed-Integer Programming; MIP) 적용 방식은 Disjunctive Formulation, Rank-Based Formulation 또는 Time-Indexed Formulation으로 구분할 수 있다 (Ku and Beck, 2016).

기존 선행연구들에서 제안한 하역 최적화 수리 계획 모형들의 경우 대부분 임의의 단위시간(Unit Time)을 설정하여 전체 계획기간을 이산화(Discretize)하는 Time-Indexed Formulation 방식을 취하고 있으며, 이러한 모형은 직관적이며 조수 조건 등 다양한 추가 제약조건들을 비교적 자유롭게 고려할 수 있다는 장점이 있다. 그러나, 계획기간의 길이에 비례하여 결정변수의 수가 증가한다는 명확한 한계점이 존재하며, 추가적으로 단위시간 설정에 따른 접안시점 근사(Approximation) 과정에서 시간 해상도 저하가 발생할 수 있다 (Buhrkal et al., 2011; Mauri et al., 2016).

일부 선행연구들에서는 선박의 접안시점을 연속형 결정변수로 정의하는 Disjunctive Formulation 방식을 활용하고 있으며, 이러한 모형의 경우 일반적으로 사용되는 이진변수의 수가 가장 적기 때문에 높은 계산 효율성을 보인다. 그러나 선박 간 접안시점의 선후관계를 나타내기 위해 Big-M 제약식이 필수적으로 활용되며, 이러한 Big-M 제약식들의 경우 수리모형의 계산복잡도를 크게 증가시킨다 (Ernst et al., 2017; Cheimanoff et al., 2022). 또한 대상 선박들의 접안시점 이외의 시점들에 대해 적용되어야 하는 운영 조건 및 제약들을 반영하기 어렵다는 단점이 있다 (Umang et al., 2013).

마지막으로 Rank-Based Formulation의 경우 각 선박의 접안 순서를 정의하는 의사결정 변수를 사용하며, 일반적으로 Time-Indexed Formulation보다 계산 효율성이 높다고 알려져 있다. 또한 해당 스케줄링 문제의 구조 및 성질에 따라 결정변수의 개수보다 LP Relaxation의 Tightness가 중요한 경우 Disjunctive Formulation 대비 효율적인 경우도 존재한다. 그러나, 일반적으로 Disjunctive Formulation 대비 이진변수가 많아지는 경우가 많

으며, 그와 동시에 기타 운영 조건 및 제약을 반영하기 어렵다는 한계점을 해결하기 어렵다 (Umang et al., 2013).

벌크항만의 하역 최적화 모형을 다루는 일부 선행연구들에서는 휴리스틱 또는 메타휴리스틱을 활용한 접근방법을 제시하였다. Barros et al.(2011)은 수리계획 모형의 사용이 불가능한 경우에 대체적으로 활용 가능한 Simulated Annealing (SA) 기반의 휴리스틱 방법론을 제시하였으며, 해당 논문의 실험환경에서 1% 미만의 Worst Case Optimality Error가 발생함을 확인하였다. Kim and Moon(2003)에서도 수리계획 모형과 SA 기반의 휴리스틱 방법론을 제시하였으며, 3일 이내의 계획기간에 대해 근사 최적해를 짧은 계산시간 내에 도출할 수 있음을 확인하였다. Mauri et al.(2016)에서는 Adaptive Large Neighborhood Search 기반의 휴리스틱 방법론을 제시하였으며, Cordeau et al.(2005)에서는 Tabu Search 휴리스틱을 Branch-and-Bound 기반의 최적화 알고리즘과 비교하여 효율성을 검증하였다.

본 연구에서는 다양한 항만 운영 환경 및 조건들을 고려함과 동시에 계산복잡도 또한 개선된 Time-Indexed Formulation 기반의 수리모형을 제안한다. 특히, 조수조건을 고려한 벌크항만 환경의 경우, 대부분의 스케줄링 및 할당 문제에서 필연적으로 고려되어야 하는 Big-M 제약식을 대체할 수 있음을 검증하고 이를 통해 계산복잡도가 크게 개선될 수 있음을 확인한다.

3. 문제정의 및 가정사항

3.1 Parameters

본 연구에서 다루는 하역 최적화 문제의 운영 환경 및 조건들은 Table 1을 통해 확인할 수 있다. 접안 대상 선박의 집합에 속한 각 선박은 종류 및 크기에 따라 접안가능 선석이 다를 수 있으며, $B(v) \subset B$ 은 임의의 선박 $v \in V$ 가 접안 가능한 선석의 집합을 나타낸다. 앞서 설명한 조수조건에 의한 접안가능 시점은 집합 T 로 주

Table 1 Parameters

Sets	Meaning
V	Set of vessels to be scheduled for berthing
$V(m)$	Set of vessels carrying the bulk cargo type $m \in M$
B	Set of candidate berths to be allocated for each vessel in V
$B(v) \subset B$	Set of berths for which the berthing of vessel $v \in V$ is available
M	Set of bulk cargo types
T	Set of time points satisfying the tidal constraints (i.e., set of available tidal time windows)
$T(v) \subset T$	Set of tidal time windows for which the berthing of vessel $v \in V$ is available considering its arrival and ready time
ω_m	Minimum inventory level for bulk cargo m (i.e., safety stock)
$D_{m,t}$	Demand (consumption) rate of bulk cargo m at time t
$S_{v,b,m}$	Supply (discharge) rate of bulk cargo when vessel $v \in V$ is berthed at $b \in B$
$WT_{v,b}$	Total work time for completing the discharge of all cargo types from vessel v at berth $b \in B$
TT_v	Turn time of vessel v
C_v^+, C_v^-	Demurrage cost rate and dispatch cost rate of vessel v
τ_v	Allowed discharging time for vessel v
R_v	Arrival (or ready) time of vessel v

Table 2 Decision Variables

Variables	Meaning	Indices
$x_{v,t,b}$	Binary variable to represent whether vessel v enters berth b at tidal time window t	$v \in V, t \in T(v), b \in B(v)$
e_v	Quay side entrance time of vessel v for berthing	$v \in V$
l_v	Departure time of vessel v after completing the discharge of all bulk cargo types	$v \in V$
δ_v^+, δ_v^-	Demurrage time and dispatch time of vessel v	$v \in V$
$w_{m,t}$	Inventory (or stock) level of bulk cargo m at time t	$m \in M, t \in T$

어지며, $T(v) \subset T$ 의 경우 선박 $v \in V$ 의 외항 도착 및 접안 준비시간을 고려한 접안가능 시점의 집합이다. 선박의 외항 도착시간은 R_v 로 나타낸다. 전체 벌크화물 종류는 집합변수 M 으로 주어지며, 각 화물 종류 $m \in M$ 의 재고는 최소재고량 ω_m 에 의해 관리되어야 한다. 선박 v 가 싣고 있는 벌크화물들은 선박의 선석 정박기간 동안 일정하게 하역되며, 선석의 종류 및 크기에 따른 하역속도는 $S_{v,b,m}$ 로 주어진다. 즉, $S_{v,b,m}$ 는 선박 v 가 선석 b 에 접안 중인 동안 벌크화물 m 의 시간당 재고 증가량을 의미하며, 반대로

$D_{m,t}$ 는 고객사의 시간당 화물 사용량으로 시간당 재고 감소량을 나타낸다. 선박 v 가 선석 b 에 접안할 경우, 모든 화물에 대한 하역을 완료하기 위한 작업시간은 $WT_{v,b}$ 로 전처리 과정을 통해 확정적 값으로 주어진다. 선박 v 의 체선료 및 조출료 계산을 위한 요율은 C_v^+ 그리고 C_v^- 로 나타내며, 실제 항만 환경을 고려하여 $C_v^+ \geq C_v^-$ 임을 가정한다. 체선료가 발생하지 않는 계약상의 허용 정박기간은 τ_v 로 나타낸다.

3.2 Decision Variables

본 최적화 문제의 핵심 의사결정 변수는 Table 2와 같이 정리할 수 있다. 이진변수 $x_{v,t,b}$ 를 통해, 선박 v 를 진입가능 시점 $t \in T(v)$ 에 선석 b 에 할당 및 접안시킬 것인지 결정한다. 각 선박 v 의 접안 시작시점(i.e., 내항 진입시점)은 e_v 로 정의하며, 해당 선박의 하역작업 종료시점은 l_v 로 정의한다. 선박 v 의 체선료 및 조출료 계산에는 δ_v^+ 와 δ_v^- 를 사용하며, 각 변수는 체선 시간과 조출시간을 의미한다. 화물 $m \in M$ 의 시간 $t \in T$ 에서의 재고수준은 $w_{m,t}$ 로 나타낸다.

4. 혼합정수계획 모형

4.1 선박 접안 순서 결정

계획 대상 선박들은 전체 계획기간(T) 중 정확하게 하나의 접안가능 시점에 할당되어 진입 및 접안하도록 하며, 하나의 접안시점 $t \in T$ 에는 2개 이상의 선박이 동시에 진입하지 못해야 한다. 이러한 제약은 아래 식 (1), (2)를 통해 반영될 수 있다.

$$\sum_{b \in B(v)} \sum_{t \in T(v)} x_{v,t,b} = 1 \quad (1)$$

$$\sum_{b \in B(v)} \sum_{v \in V} x_{v,t,b} \leq 1 \quad t \in T \quad (2)$$

4.2 선석 할당

계획 대상 선박들에 대한 선석할당은 전통적인 자원할당(Resource Allocation) 문제의 변형으로 볼 수 있으며, 따라서 자원의 중복점유(Resource Conflict) 방지를 위해 기존 선행연구들에서는 Big-M 제약식을 사용하는 것이 일반적이다 (Ernst et al., 2017; Cheimanoff et al., 2022). 본 연구에서 다루는 항만 환경에서 이러

한 전통적인 자원할당 제약식을 적용할 경우 식 (3)과 같이 표현될 수 있다.

$$M \times (1 - x_{v',t',b}) \geq \sum_{v \neq v'} \sum_{t=t'}^{t'+WT_{v',b}} x_{v,t,b} \quad (3)$$

for all $v' \in V, t' \in T, b \in B$

그러나 Big-M 제약식은 수리모형의 계산복잡도를 크게 증가시킨다. 특히, Time-Indexed Formulation의 경우 Big-M 제약식은 모든 접안가능 시간대(조수조건을 만족하는 모든 계획 대상 시점)에 대해 설정되어야 하며, 따라서 Big-M 제약식의 수는 계획기간의 길이에 따라 폭발적으로 증가하게 된다.

따라서 본 연구에서는 Big-M을 사용하지 않는 식 (4)의 선석할당 제약식을 제안하며, 이러한 접근방법은 자원 점유가능 시점 간의 시차가 충분히 큰 경우에 사용할 수 있다.

$$\sum_{v \in V} \left(\sum_{\substack{t' \geq \max(0, t - WT(v,b)) \\ t' \leq t, t' \in T}} x_{v,t',b} \right) \leq 1 \quad (4)$$

$\forall t \in T, b \in B$

즉, 자원의 중복 점유를 방지하기 위한 기존의 Big-M 제약식을 식 (4)로 대체할 경우, 자원에 대한 점유가 발생할 수 있는 모든 시점에 해당 제약식이 적용되어야 한다. 따라서 만약 점유가능 시점 간의 시차가 충분히 크다면 식 (4)에 의해 추가되는 제약식의 수가 많지 않다고 볼 수 있으며, Big-M 제약식 대비 낮은 계산복잡도를 발생시키게 된다. 그러나 만약 점유가능 시점이 연속적이거나 시점 간의 시차가 충분히 크지 않다면, 식 (4)에 의한 제약식의 수는 급격하게 증가하며 이 경우 계산복잡도의 감소 효과는 크지 않다고 볼 수 있다.

본 연구에서 다루는 항만 운영 환경의 경우, 조수조건에 의해 자원의 점유가능 시점이 결정된다. 즉, 조수시간을 고려하여 1일 최대 2회의 자원 점유가능 시점이 존재하며, 점유가능 시점 간의 간격은 선박의 대상 자원(선석) 점유시간(하역시간) 대비 충분히 크다고 볼 수 있다. 따

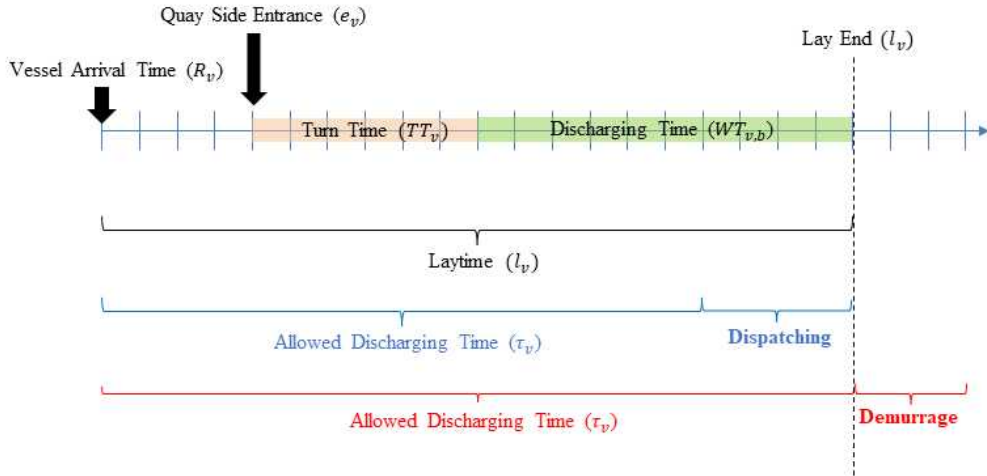


Fig. 1 Dispatching and demurrage time depending on the value of τ_v

라서, 위의 식 (4)로 전통적인 Big-M 제약식을 대체할 경우 최종 수리모형에서 큰 폭의 계산복잡도 감소가 가능하며, 이는 5장의 실험결과에서 확인할 수 있다. 조수조건이 적용되지 않는 하역계획 모형의 경우, 선박의 접안가능 시점이 연속적이거나 분 단위의 연속 접안이 가능해질 수 있다. 이러한 모형에서는 식 (4)에 의한 추가 제약식의 수 증가가 계산시간에 어떠한 영향을 주는지 정량적으로 분석할 필요가 있으며, 추후 연구에서 자세하게 다룰 예정이다.

4.3 정박기간(Laytime)

선박별 정박기간은 체선 및 조출 여부를 파악하고, 최종 목적함수인 하역비용을 산정하기 위해 사용된다. 선박 v 의 진입시점이 $t \in T(v)$ 인 경우, 선박 v 가 접안 가능한 특정 선석 $b \in B(v)$ 에 대해서만 양의 $x_{v,t,b}$ 값이 할당되어야 한다. 따라서 진입시점 e_v 는 식 (5)의 조건을 만족해야 한다.

$$e_v = \sum_{t \in T(v)} \left(t \times \sum_{b \in B(v)} x_{v,t,b} \right) \quad (5)$$

$v \in V$

하역 종료시점의 경우 진입시점 e_v 에 전체 하역시간을 더하여 식 (6)과 같이 구할 수 있다.

$$l_v = e_v + \sum_{t \in T(v)} \sum_{b \in B(v)} (WT_{v,b} \times x_{v,t,b}) \quad (6)$$

$v \in V$

따라서 선박의 정박기간은 하역 종료시점과 선박의 외항 도착시점을 고려하여 $l_v - R_v$ 로 계산할 수 있다.

4.4 체선료 및 조출료

선박의 체선 또는 조출 여부는 하역 작업시간의 계약상 허용 정박기간 τ_v 대비 지연 또는 단축 여부에 의해 결정된다. Fig. 1에는 계약상 허용 정박기간의 길이에 따른 체선료 또는 조출료 계산 방법이 정리되어 있다. 선사별 계약 내용에 의해 다를 수 있으나 선박의 실제 정박기간 중 하역대기시간(Turn Time; TT_v)은 체선료 및 조출료 산정에서 제외되는 것이 일반적이다. 요약하면, 선박 v 의 체선료 또는 조출료 산정 대상 시간은 식 (7)과 같이 계산할 수 있다.

$$\delta_v = (l_v - R_v - TT_v) - \tau_v \quad v \in V \quad (7)$$

식 (7)에서 δ_v 가 양의 값을 가지면 해당 선박에는 지연에 의한 체선료가 부과되며, 음의 값일 경우에는 정박기간 단축에 의한 조출료가 지

급된다. 그러나 채선료 및 조출료 계산을 위한 요율 C_v^+ 와 C_v^- 는 동일하지 않은 경우가 일반적이다. 따라서 만약 요율 C_v^+ 와 C_v^- 가 임의의 값을 가질 수 있는 상황이라면, 하역비용 계산을 위해서는 δ_v 값의 부호 판별을 위해 별도의 이진변수가 고려되거나 비선형 목적함수를 도입해야 한다.

그러나 본 연구에서 다루는 벌크항만의 운영 환경에서는 일반적으로 $C_v^+ = 2C_v^-$ 인 경우가 일반적이며, 예외적인 경우들에서도 대부분 부등식 $C_v^+ \geq C_v^-$ 이 만족된다. 따라서 δ_v 를 식 (8)과 같이 정의할 경우, 목적함수인 하역비용 최소화를 위해 도출된 최적해에서 δ_v^+ 그리고 δ_v^- 값은 각각 채선료 및 조출료 산정 대상 정박기간을 나타내게 된다.

$$\delta_v = \delta_v^+ - \delta_v^- \quad \text{where } \delta_v^+ \geq 0 \text{ and } \delta_v^- \geq 0 \quad (8)$$

결과적으로 하역비용 계산을 위한 제약식 식 (9)와 같이 정리할 수 있다.

$$\delta_v^+ - \delta_v^- = (l_v - R_v - TT_v) - \tau_v \quad v \in V \quad (9)$$

4.5 최소재고 제약조건

벌크화물 종류별 최소재고 제약조건은 식 (10), (11)의 재고 균형식(Inventory Balance Equation)을 통해 만족된다.

$$w_{m,t} \geq \omega_m \quad m \in M, t \in T \quad (10)$$

$$w_{m,t_i} = w_{m,t_{i-1}} - \sum_{t=t_{i-1}}^{t_i} D_{m,t} + \sum_{v \in V(m)} \sum_{b \in B(v)} \sum_{t \in T(v)} \Delta_{v,b}(i,t) S_{v,b,m} x_{v,t,i} \quad (11)$$

where $i \in \{1, \dots, |T|\}$, $t_n \in T$, $m \in M$,
 $\Delta_{v,b}(i,t) = \max\{0, \min(t_i, t + WT_{v,b}) - \max(t_{i-1}, t)\}$.

4.6 MIP Formulation

본 연구에서 다루는 벌크항만 하역 최적화 문제는 아래의 MIP 모형을 통해 해결할 수 있다.

$$\text{Minimize } \sum_{v \in V} (C_v^+ \delta_v^+ - C_v^- \delta_v^-)$$

Subject to

$$\text{Equations (1) - (2), (4) - (6), (9) - (11)}$$

$$x_{v,t,b} \in \{0,1\}, \quad e_v \geq 0, \quad l_v \geq 0,$$

$$\delta_v^+ \geq 0, \delta_v^- \geq 0$$

5. 실험결과

4장에서 제안한 정수계획모형의 효과성 및 효율성을 검증하기 위해 실제 벌크항만의 12개월 입항 데이터를 사용하였다. 참조(Reference) 방법론으로는 실제 항만 솔루션 기업에서 개발 중인 수리계획모형을 활용하였다. 참조 방법론에서는 수리모형의 단순화 및 계산속도 개선을 위해 채선료 및 조출료 산정 요율이 동일하다는 추가적인 가정이 사용되고 있다. 따라서, 참조 방법론에 의해 제공되는 최소 채선료는 부등식 $C_v^+ \geq C_v^-$ 이 만족되는 실제 환경에서의 채선료 대비 상대적으로 낮게 계산될 수 있다. 다시 말

Table 3 Computation Time (seconds)

Scheduling Horizon (# of vessels)	Proposed MIP Model	Reference Model
1 month (23)	<1	3
2 months (45)	5	625
3 months (73)	32	-
4 months (95)	178	-
5 months (119)	725	-
6 months (146)	1143	-

하면, 참조 방법론에 설정된 목적함수 값은 실제 체선료 계산식과 다르다고 볼 수 있으며, 아래 실험결과에서는 본 연구의 주요 목적 중 하나인 솔루션 해상도 개선에 대한 성능비교를 위해 참조 방법론에 설정된 목적함수 값을 그대로 사용했다고 볼 수 있다. 참조 방법론에 의해 구해진 최적 솔루션을 실제 환경에서의 체선료 계산식에 적용하여 재계산할 경우 참조 방법론의 목적함수 값은 항상 본 논문에서 제시한 모형 대비 큰 값으로 도출되는 것을 확인할 수 있다.

Table 3의 결과를 통해 기존 수리계획모형 대비 계산효율성이 크게 개선된 것을 확인할 수 있다. 계획 대상 기간 및 선박수 모두 기존 모형 대비 2배 이상 증가한 것을 확인할 수 있다. 또한 참조 방법론의 경우 3개월 이상의 계획기간에 대해서는 3600초 이상의 높은 계산시간으로 인하여 계산효율성 비교가 불가함을 확인할 수 있다.

Table 4는 본 연구의 MIP 모형과 참조 모형의 최적값 차이를 나타낸 것으로, 본 연구에서 제시하는 실제 전역 최적해의 정박비용과 참조 방법론에서 계산된 정박비용을 비교하여 Optimality Error를 측정하였다.

Table 4 Accuracy (Optimality Error of Ref.)

Period (month)	Optimality Error of Ref.		
	Scheduling Horizon		
	1 month	3 months	6 months
1	1.4%		
2	2.5%	46.6%	
3	2.0%		40.5%
4	0.3%		
5	2.0%	1.5%	
6	8.6%		
7	N/A		
8	7.9%	-3.6%	
9	1.1%		0.7%
10	0.6%		
11	0.7%	-0.1%	
12	15.0%		
Average	3.8%	11.1%	20.6%

$$Optimality\ Error = \frac{\text{참조모형 최적값} - \text{본 논문의 최적값}}{\text{참조모형 최적값}} \times 100$$

Table 4에서 Optimality Error는 크게 2개 요인에 의해 발생한다고 볼 수 있다. 먼저, 참조 모형의 경우 체선료 계산을 위한 목적함수에서 체선료 및 조출료의 효율 차이를 반영하지 못하기 때문에 전역최적성이 보장되지 않는다. Table 4에서 Optimality Error가 음수인 부분이 이러한 경우에 해당한다. 두 번째로, 기존 모형의 경우 고려 가능한 계획 대상기간(Scheduling Horizon)이 짧기 때문에, 2개월 이상의 계획기간에 대해서는 Rolling Horizon 방식을 적용해야 하며 이는 탐색공간을 한정시키게 된다. 결과적으로 Table 4의 Optimality Error가 양수인 경우들이 발생하게 된다. Table 4에서 Period 7의 1개월 계획기간의 경우 기존 참조 방법론의 Optimality Error가 100% 이상으로 관측되었으며, 기존 방법론의 모델링 오류로 인한 이상치로 판단하여 통계처리에서 제외하였다.

결론적으로 본 연구에서 제안하는 수리계획모형은 기존의 참조 모형 대비 높은 전역최적성과 계산효율성을 가진다고 볼 수 있다.

6. 결론

본 연구에서는 벌크항만의 하역 최적화 문제를 다루었다. 실제 항만 환경에서 선박의 선석 접안가능 시점을 결정하는 조수조건, 고객사의 벌크화물 수요량 만족을 위한 최소재고 조건 그리고 체선료 및 조출료의 효율 차이를 반영한 수리계획모형을 제안하였으며, 실험을 통해 전역최적성이 기존 모형 대비 크게 개선된 것을 확인하였다. 또한 선석할당의 경우 전통적인 자원할당 모형의 Big-M 제약식을 대체하여 계산 복잡도 또한 크게 감소시킬 수 있음을 확인하였다.

추후 연구에서는 실시간 의사결정과 더 높은 계산 효율성을 위해 강화학습 기반의 탐색 알고리즘을 제안할 계획이며, 추가적으로 항만의 육상 하역장비 및 물류설비를 고려한 통합 최적화

모형도 제안할 계획이다 (Choi et al., 2005; Cho et al., 2006; De León et al., 2017; Robenek et al., 2014). 특히, 선행연구에서 수행된 통합 최적화 모형에 본 연구의 핵심 결과물들을 적용하여 항만의 통합 최적화 관점에서 스케줄 해상도와 계산효율성을 개선하는 후속 연구를 진행할 계획이다.

References

- Barros, V. H., Costa, T. S., Oliveira, A. C., & Lorena, L. A. (2011). Model and Heuristic for Berth Allocation in Tidal Bulk Ports with Stock Level Constraints. *Computers & Industrial Engineering*, 60(4), 606-613.
- Bierwirth, C., & Meisel, F. (2010). A survey of berth allocation and quay crane scheduling problems in container terminals. *European Journal of Operational Research*, 202(3), 615-627.
- Buhrkal, K., Zuglian, S., Ropke, S., Larsen, J., & Lusby, R. (2011). Models for the discrete berth allocation problem: A computational comparison. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 47(4), 461-473.
- Cho, J.-H., Kim, H.-S., Choi, H.-R., Park, N.-K. & Kang, M.-H. (2006). An Optimal Intermodal-Transport Algorithm using Dynamic Programming. *Journal of the Korea Industrial Information Systems Research*, 11(3), 20-33.
- Choi, H.-R., Park, N.-K., Kwon, H.-K. & Yoo, D.-Y. (2005). Analysis on the Supply Chain of Port & Logistics Industry from the Viewpoint of its Relationship. *Journal of the Korea Industrial Information Systems Research*, 10(3), 38-47.
- Cheimanoff, N., Fontane, F., Kitri, M. N., & Tchernev, N. (2021). A Reduced VNS Based Approach for the Dynamic Continuous Berth Allocation Problem in Bulk Terminals with Tidal Constraints. *Expert Systems with Applications*, 168, 114215.
- Cheimanoff, N., Fontane, F., Kitri, M. N., & Tchernev, N. (2022). Exact and Heuristic Methods for the Berth Allocation Problem with Multiple Continuous Quays in Tidal Bulk Terminals. *Expert Systems with Applications*, 201, 117141.
- Cordeau, J. F., Laporte, G., Legato, P., & Moccia, L. (2005). Models and tabu search heuristics for the berth-allocation problem. *Transportation science*, 39(4), 526-538.
- De León, A. D., Lalla-Ruiz, E., Melián-Batista, B., & Moreno-Vega, J. M. (2017). A Machine Learning-based System for Berth Scheduling at Bulk Terminals. *Expert Systems with Applications*, 87, 170-182.
- Ernst, A. T., Oğuz, C., Singh, G., & Taherkhani, G. (2017). Mathematical Models for the Berth Allocation Problem in Dry Bulk Terminals. *Journal of Scheduling*, 20(5), 459-473.
- Kim, K. H., & Moon, K. C. (2003). Berth scheduling by simulated annealing. *Transportation Research Part B: Methodological*, 37(6), 541-560.
- Ku, W. Y., & Beck, J. C. (2016). Mixed Integer Programming Models for Job Shop Scheduling: A Computational Analysis. *Computers & Operations Research*, 73, 165-173.
- Liu, C., Xiang, X., & Zheng, L. (2017). Two decision models for berth allocation problem under uncertainty considering service level. *Flexible Services and Manufacturing Journal*, 29(3), 312-344.
- Mauri, G. R., Ribeiro, G. M., Lorena, L. A. N., & Laporte, G. (2016). An adaptive large neighborhood search for the discrete and

continuous berth allocation problem. *Computers & Operations Research*, 70, 140-154.

Rha, J. S. (2022). Analysis of Factors Affecting Surge in Container Shipping Rates in the Era of Covid19 Using Text Analysis. *Journal of the Korea Industrial Information Systems Research*, 27(1), 111-123.

Ribeiro, G. M., Mauri, G. R., de Castro Beluco, S., Lorena, L. A. N., & Laporte, G. (2016). Berth allocation in an ore terminal with demurrage, despatch and maintenance. *Computers & Industrial Engineering*, 96, 8-15.

Robenek, T., Umang, N., Bierlaire, M., & Ropke, S. (2014). A branch-and-price algorithm to solve the integrated berth allocation and yard assignment problem in bulk ports. *European Journal of Operational Research*, 235(2), 399-411.

Umang, N., Bierlaire, M., & Vacca, I. (2013). Exact and heuristic methods to solve the berth allocation problem in bulk ports. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 54, 14-31.



유태선 (Tae-Sun Yu)

- 한국과학기술원 산업및시스템공학과 공학사
- 한국과학기술원 산업및시스템공학과 공학박사
- (현재) 부경대학교 공과대학 시스템경영안전공학부 조교수

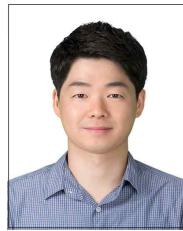
- 관심분야: 스케줄링, 최적화, 반도체제조, 항만물류



이유신 (Yushin Lee)

- 한국과학기술원 기계공학과 공학사
- 서울대학교 산업·조선공학부 공학박사
- (현재) 부경대학교 공과대학 시스템경영안전공학부 조교수

- 관심분야: 인간공학, 작업안전, HCI



박현곤 (Hyeongon Park)

- 연세대학교 전기전자공학 공학사
- 서울대학교 전기컴퓨터공학부 공학박사
- (현재) 부경대학교 공과대학 시스템경영안전공학부 조교수

- 관심분야: 전기안전, 전력계통, 스마트그리드



김도희 (Do-Hee Kim)

- 부산대학교 공과대학 산업공학과 공학사
- (현재) 부산대학교 공과대학 산업공학과 박사과정 박사수료
- 관심분야: 딥러닝, 빅데이터, 최적화



배혜림 (Hye-Rim Bae)

- 서울대학교 공과대학 산업공학과 공학사
- 서울대학교 공과대학 산업공학과 공학석사
- 서울대학교 공과대학 산업공학과 공학박사

- (현재) 부산대학교 공과대학 산업공학과 교수
- 관심분야: 스마트항만, 빅데이터, 인공지능, 프로세스 분석