

수학문제에 대한 예비교사의 인식분석

박만구(서울교육대학교, 교수)

이 연구의 목적은 예비교사들에게 초등학교 수준의 좋은 수학문제를 만들고 초등학교 학생들에게 적용해 보도록 하면서 예비교사들이 수학문제에 대하여 어떻게 인식하는지를 분석하는 것이다. 이 연구에서 A교육대학교 2학년과 3학년 재학 중인 예비교사 86명은 자신들이 생각하는 좋은 수학문제를 제시하였다. 그리고 이 예비교사들은 제시한 수학문제에 대하여 초등학교 학생의 해결전략을 예상하고, 초등학교 학생들의 문제해결 과정을 관찰하면서 교사의 전문성에 대하여 기술하였다. 연구 결과, 예비교사들은 좋은 수학문제로 수학 개념이나 알고리즘의 활용, 동기유발, 개방형의 문제의 유형을 선호하였고 일부 전략에 집중하는 경향이 있었다. 이들은 학생들의 문제해결 과정에 대한 심층적인 관찰과 분석 경험이 교사의 문제해결에 대한 전문성 향상에 도움을 줄 수 있다고 생각하였다. 그리고 교사의 수학 문제해결에 대한 전문성 신장을 위해 예비교사들에게 학생들의 수학 문제해결 과정에 대한 관찰과 질 높은 수학문제의 개발 경험을 제공하고 교과서의 문제와 연계한 양질의 수학문제의 보급을 제안하였다.

I. 서론

이 연구의 목적은 초등학교 수준에서 수학문제에 대하여 예비교사들이 어떻게 인식하는지를 분석하고 예비교사 교육을 위한 시사점을 얻기 위한 것이다. 문제해결은 수학교육에서 가장 핵심적으로 강조하는 영역이다(교육부, 2015; National Council of Teachers of Mathematic[NCTM], 2000; Posamentier & Krulik, 2009; Silver, 1994).

문제해결은 학생들로 하여금 미래 사회에 능동적으로 대처하도록 하기 위해 교육에서 지속적으로 강조하는 역량이다(Organisation for Economic Co-operation

and Development[OECD], 2018). OECD(2018, p.6)는 미래 핵심 역량으로 문제해결을 가장 기본적으로 필요한 역량으로 강조하고 있다. 문제해결은 그 자체로 수학 학습의 가장 핵심적인 것이라고 할 수 있다(Ontario Public Service, 2016; NCTM, 1989, 2000).

학생들이 수학을 학습하면서 다양한 문제해결의 전략을 경험하는 것은 일상생활 속에서 해결해야 할 일상적인 문제에 대해서도 수학적으로 사고하여 보다 합리적이고 현명한 결정을 하는데 도움을 준다(NCTM, 2000). 따라서 문제해결을 학교수학의 핵심적인 역량의 하나로 설정하고 학생들로 하여금 다양한 문제를 접하며 다양한 문제해결 전략에 익숙해지도록 하고, 더 나아가 수학문제를 만들어 보는 기회를 제공할 필요가 있다(NCTM, 1989; Schoenfeld, 1992). 수학 문제해결의 지도와 관련하여 NCTM(1991)은 학생들에게 “주어진 조건을 변형하여 새로운 문제 만드는 기회를 제공할 필요성”(p.95)을 강조하고 있다. 이를 위하여 학교에서 수학을 지도하면서 교사가 먼저 좋은 수학문제의 특징에 대해 알고 있어야 하고 어떻게 변형하는 것이 의미가 있는지에 대해서도 알아야 한다.

교사는 학생들이 수학문제를 해결하면서 수학의 개념이나 기능을 의미 있게 익힐 수 있는 좋은 수학문제 또는 풍부한 수학문제를 학생들에게 제공할 필요가 있다. 동시에 학생들이 다양한 문제해결 전략을 경험하도록 할 필요가 있다. 이를 위해서 교사가 먼저 다양한 문제해결 전략을 이해하고 여러 가지 문제해결의 전략을 경험할 필요가 있다. 그런데 국내외 연구를 보면, 초등과 중등의 예비교사나 교사들은 모두 수학과 일상생활의 관련성을 파악하거나, 수학적으로 풍부한 문제를 만들거나, 교과서적인 문제를 변형하여 보다 흥미 있고 의미 있는 수학문제를 만드는데 어려움을 가지고 있다고 주장하고 있다(김동원 외, 2019; 박진형, 2019, 2020; 방승진, 이상원, 황동주, 2002; 이동환, 2017; 이동환 외, 2017; 이명화, 김선희, 2018; 이해림,

* 접수일(2021년 12월 22일), 심사(수정)일(2022년 1월 12일), 게재확정일(2022년 1월 28일)

* MSC2000분류 : 97C70

* 주제어 : 문제해결, 예비교사, 인식

* 이 논문은 2021학년도 서울교육대학교 교내연구비에 의하여 연구되었음.

김구연, 2013; Ellerton, 2013; Mallar, Font, & Diez, 2018; Schoenfeld, 1992).

학교 현장에서 학생들에게 수학 문제해결을 효과적으로 지도하기 위해 교사는 좋은 수학문제에 대한 의미를 알고 양질의 풍부한 수학 문제해결 자료를 제공할 수 있어야 한다. 이 연구에서는 초등 예비교사들이 수학문제와 수학 문제해결 전략, 그리고 교사의 전문성에 대하여 어떻게 인식하고 있는지 분석하여 수학 문제해결 지도 및 교사의 전문성 신장에 주는 시사점을 알아보았다.

II. 이론적 배경

1. 문제와 문제해결

일반적으로 문제(問題, Problem)는 사전적인 의미로는 ‘해답을 요구하는 물음’, 또는 ‘해결하기 어렵거나 난처한 대상 또는 그런 일’로 정의한다. 그런데 수학교육에서는 Krulik과 Rudnick(1993)이 정의한 것과 같이 문제를 “답에 대한 길이 알려지지 않은 개인이나 단체가 해결해야 할 양적이나 또는 다른 형태로 주어진 상황”(p.6)으로 정의한다. 이들은 문제와 유사한 의미로 ‘질문’은 기억을 떠올려 바로 해결할 수 있는 물음이고, ‘연습’은 바로 전에 배운 기능이나 알고리즘을 이용하여 풀 수 있는 물음을 의미한다고 주장했다. 그런데 ‘문제’는 좀 더 복잡한 상황에서 주어지는 문제의 해결을 위하여 선행에 배운 지식을 종합하도록 요구하는 물음으로 설명한다.

문제는 ‘과제(task)’로 명명하기도 한다. ‘풍부한 수학 과제’는 학생들에게 수학이 무엇이고 수학 문제해결을 어떻게 할 수 있는지에 대하여 배울 수 있는 좋은 기회를 제공할 수 있는 상황(Lappan, Smith, & Jones, 2012, p.3)으로 정의할 수 있다. 문제해결은 이런 상황에서 요구하는 답을 얻는 과정을 말한다. 문제해결의 과정은 간단한 연산 문제에서부터 복잡한 문장제 상황에서 답을 얻는 것까지 복잡도는 다양할 수 있다. 교사는 학생들에게 수학의 개념을 적절하게 적용하면서 문제를 해결할 수 있도록 질 높은 수학문제를 개발하여 적절하게 제공할 필요가 있다.

2. 문제해결의 전략

초등학교 수준에서도 수학 문제해결 전략은 다양하게 생각할 수 있다. Posamentier와 Krulik(2009, p.6)은 초등학교 수준에서 생각해 볼 수 있는 수학 문제해결 전략을 9가지로 제시했다. 여기에 인용의 표시를 하지 않은 전략의 예는 연구자가 새롭게 제시한 것이다.

가. 표 만들기(Making a Table)

문제를 해결하기 위해 표를 만드는 전략은 자료를 정리하는 것으로 여러 가지 경우의 수를 체계적으로 나열하고 점검할 수 있도록 한다. 예를 들면, 10원, 50원, 100원짜리 동전이 자루에 많아 들어 있는데 이 중에서 3개를 꺼냈을 때, 나올 수 있는 금액을 모두 말하라는 문제의 경우 표를 만들어 모든 경우를 확인하여 해결할 수 있다.

[표 1] 표 만들기 전략의 예

10원	50원	100원	금액(원)
3	0	0	30
2	1	0	70
2	0	1	120
1	2	0	110
1	1	1	160
1	0	2	210
0	3	0	150
0	2	1	200
0	1	2	250
0	0	3	300

[표 1]을 보면, 만들 수 있는 금액은 30, 70, 110, 120, 150, 160, 200, 210, 250, 300으로 모두 10가지가 된다는 것을 알 수 있다.

나. 지적으로 예상하고 점검하기(Intelligent Guessing and Testing)

이 전략은 많은 초등학교 학생들이 사용하는 전략으로, 시행착오(Trials and Errors)전략이라고도 한다. 그런데 무작위로 예상하고 점검하는 것이 아니라 ‘지적’으로 예상하는 것이 보다 시간을 절약할 수 있는 방법이다. 이는 보통 표 만들기 전략과 함께 사용하기도 한다. 예를 들면, 주머니 안에 50원짜리와 100원짜

리가 들어 있는 경우를 제시할 수 있다. 50원짜리가 100원짜리보다 4개 더 많고 동전의 금액이 모두 800원 이라면, 100원짜리는 몇 개인지를 구하라는 문제를 생각해 볼 수 있다. 이 문제를 해결할 때, 표와 함께 지적으로 예상하고 점검하기 전략을 사용할 수 있다.

[표 2] 지적으로 예상하고 점검하기의 예

100원	금액 (원)	50원	금액 (원)	총 금액 (원)
1	100	5	250	350(너무 적음)
2	200	6	300	500(아직 적음)
3	300	7	350	650(가까워짐)
4	400	8	400	800(맞음!)
5	500	9	450	950(너무 많음)

가장 적은 경우와 가장 많은 경우 등을 점검해 보고 얼마 정도로 잡아야 하는지 지적으로 생각하여 수를 조정하면서 점검해 갈 수 있다.

다. 단순화하기(Solving a Simpler Equivalent Problem)

문제해결에서 단순화하기 전략은 주어진 조건에서 수를 보다 적게 만들거나 경우의 수를 줄여서 생각해 보는 것이다. 예를 들면, 탁자와 접하는 면과 쌓기나무 끼리 접하는 면은 색이 칠해지지 않는다고 할 때, 20개의 직육면체 모양의 쌓기나무를 한 줄로 붙여 놓고 색칠을 하면 모두 몇 개의 면이 색칠이 될지 구하라는 문제를 생각해 볼 수 있다.

[표 3] 단순화하기의 예

쌓기나무의 개수	색칠된 면의 개수	색칠된 면의 개수 증가
1개	5면	+3
2개	8면	+3
3개	11면	+3
...

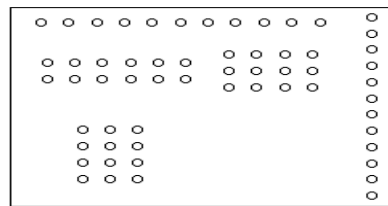
이를 해결하기 위해서는 쌓기나무의 개수를 3개인 경우를 생각해 보면 다음과 같다.

이 표에서 보면 쌓기나무의 개수가 1개씩 증가할 때마다 색칠된 면의 개수는 3면씩 늘어난다는 것을 알 수 있다. 이와 같이 간단한 경우에서 규칙을 발견하여 더 많은 쌓기나무인 경우에 적용하여 문제를 해결할

수 있다.

라. 실제로 시행해보기(Simulating the Action)

문제해결에서 실제로 시행해보기는 구체적인 조작 등을 해 가면서 패턴을 발견하는 전략이다. 예를 들어, 구슬 12개를 직사각형 모양으로 배열할 수 있는 방법은 모두 몇 가지인지 구하라는 문제는 실제로 시행해 보기의 전략을 사용할 수 있다.



[그림 1] 실제로 시행해보기의 예

마. 거꾸로 풀기(Working Backwards)

이 전략은 학생들이 사용하기 쉽지 않은데, 이는 학생들은 대부분 문제를 앞에서부터 단계적으로 해결하는데 익숙하기 때문이다. 예를 들면, 주머니에 음료수가 몇 개인가 들어 있는데, 4사람이 이틀 동안 매일 아침, 점심, 저녁에 한 개씩 마셨다. 남아 있는 음료수의 반을 어머니가 경로당에 가져가셨다. 셋째 날 4명이 각자 하나씩 마셨더니, 7개의 음료수가 남았다. 이 상황에서 원래 주머니에 있었던 음료수는 몇 개였는지 구하라는 문제는 거꾸로 풀기 전략을 사용할 수 있다.

[표 4] 거꾸로 풀기의 예

음료수 개수	음료수의 개수의 변화에 미치는 일
7	최종으로 남아 있는 음료수의 개수
+4	셋째 날에 4명이 하나씩 마신 음료수 개수
11	남아 있는 음료수의 개수
+11	음료수의 반을 어머니가 가져간 개수
22	둘째 날에 남아 있는 음료수의 개수
+24	4명이 이틀 동안 마신 음료수의 개수 (4×2×3=24)
46	처음에 있었던 음료수 개수

[표 4]와 같이 생각하면 원래 있었던 음료수의 개수는 46개가 된다.

바. 규칙찾기(Finding a Pattern)

수학 문제해결은 기본적으로 규칙성(Pattern)을 찾는 것으로, 규칙찾기 전략은 문제해결에서 가장 기본적인 전략이라고 할 수 있다. 예를 들면, 다음과 같이 일정한 규칙을 가지는 수의 배열에서 마지막에 올 수 있는 수 두 개를 써 보라는 문제는 규칙찾기 전략으로 해결할 수 있다.

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...

이 수들의 규칙성을 보면, 이 수들은 앞에 있는 두 수의 합으로 된 수의 피보나치수열이다. 그러므로 다음에 오는 두 수는 34, 55가 된다.

사. 논리적 추론하기(Logical Reasoning)

학생들이 수학 문제해결할 때 기본적으로 많이 사용하는 사고가 논리적 추론이다. 예를 들면, [그림 2]의 문제를 만족하는 자연수 A, B, C, D의 값을 구하라는 문제(Posamentier & Krulik, 2009, p.91)는 논리적 추론 전략을 사용하는 경우이다.

$A \times B = 24$ $A + B = 14$ $C \times D = 48$ $A \times D = 192$ $B \times C = 6$
--

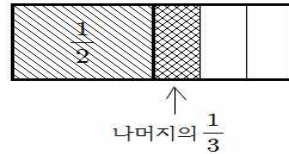
[그림 2] 논리적 추론하기의 예

이 문제의 해결과정을 보면, $A \times B = 24$ 에서, (A, B)는 (1, 24), (2, 12), (3, 8), (4, 6)으로 생각할 수 있다. 그리고 $A + B = 14$ 에서, (2, 12)인 경우가 된다. 그리고 작은 수의 곱을 먼저 생각하는 것이 쉬우므로, $B \times C = 6$ 에서 $B=2$ 이고 $C=3$ 이고, $A=12$ 가 된다. $C \times D = 48$ 에서 $D= 16$ 이 된다. 그러므로 $A=12$, $B= 2$, $C= 3$, $D= 16$ 이 된다.

아. 그림 그리기(Making a Drawing)

그림 그리기 전략은 초등학교 학생들이 많이 사용하는 전략의 하나로, 문제의 상황을 그림으로 그려서 해결하는 전략이다. 예를 들면, 발의 $\frac{1}{2}$ 에는 배추를 심고, 나머지의 $\frac{1}{3}$ 에는 무를 심었을 때, 남아 있는 부분은 밭 전체의 얼마인지 구하라는 문제는 그림 그리

기 전략을 사용하게 되는 경우일 수 있다.



[그림 3] 그림 그리기의 예

이 문제를 해결하기 위해 [그림 3]과 같이 가장 큰 직사각형이 밭 전체라고 생각하고 반인 $\frac{1}{2}$ 에는 배추를 심은 부분을 색칠하고, 나머지의 $\frac{1}{3}$ 에는 무를 심었으므로 해당되는 부분을 색칠을 하면, 나머지는 밭 전체의 $\frac{1}{3}$ 이 됨을 쉽게 알 수 있다.

자. 관점 바꾸기(Adopting a Different Point of View)

이 전략은 일반적으로 보는 관점과는 다르게 보아 효과적이고 빠른 해법을 찾아낼 수 있는 방법이다. 예를 들면, 100까지의 모든 짝수들의 합과 홀수들의 합의 차는 얼마인지를 구하라는 문제의 해법은 관점 바꾸기 전략의 예라고 할 수 있다. 이 문제를 해결할 때, 보통은 아래와 같이 각각 계산하여 그 차를 구할 것이다.

$$2+4+6+\dots+98+100 = 2550$$

$$1+3+5+\dots+97+99 = 2500$$

그런데 이 문제의 해결 방법을 서로 이웃하는 수의 차가 1이라는 관점에서 보면 다음과 같이 생각할 수 있다.

$$(2-1)+(4-3)+(6-5)+\dots+(100-99) = 1+1+1+\dots+1 = 50$$

이렇게 접근하면 쉽고 빠르게 50이라는 답을 얻을 수 있게 된다.

이런 해법 이외에도 식 만들기(Making a Mathematical Sentence)를 알면 쉽고 빠르게 답을 얻을 수 있는 경우가 많이 있다. 문제를 해결할 때는 문제의 성격에 따라서 적절한 전략을 선택하여 사용하는 것도 수학적 능력이라고 할 수 있다.

3. 좋은 수학문제

좋은 수학문제는 학생들이 문제를 해결하면서 수학에 대한 이해를 깊게 하도록 할 수 있는 동시에 학생들의 수학적 사고를 평가할 수 있는 문제일 것이다. 좋은 수학문제는 “풍부한 수학문제(rich mathematical problems)” 또는 “풍부한 수학 과제(rich mathematical tasks)”(Grootenboer, 2009, p.1)로 명명하기도 하는데, 학생들에게 보다 지적으로 수학적 탐구를 하도록 하는 문제를 말한다. 좋은 과제는 “누구나 참여하여 수학적 탐구가 가능한 개방형 협력과제”(이동환 외, 2017, p.27) 또는 “생산적인 수학적 탐구를 건전하게 촉진할 수 있는 과제”(김동원 외, 2018, p.19)라고 할 수 있다. Krulik과 Rudnick(1993)은 초등학교 학생들에게 좋은 수학문제의 특징(pp.10-23)을 제시하였는데, 이들이 제시한 내용을 중심으로 간단히 살펴보면 다음과 같다.

가. 흥미 있고 도전적이며 비판적 분석과 관찰 기술을 요구한다.

어린 학생들에게 흥미를 주려면 소재 자체도 기린이나 고양이 등과 같은 어린 학생들이 좋아하는 동물의 소재와 이 동물들이 걷는 모습에서 개방형 문제로 규칙성을 묻는 도전적인 문제들을 생각해 볼 수 있다.

그리고 여러 구기 종류의 공(야구공, 농구공, 럭비공, 볼링공...)들의 모양을 제시하고 서로 다른 점을 말하도록 하거나 분류를 하도록 할 수 있다. 그리고 세밀한 관찰을 하면서 문제를 해결하도록 하기 위해 일정한 규칙으로 구슬이 한 줄로 꿰어져 있는 것의 일부만이 보이지 않는 상황을 그림으로 제시하여 전체 구슬의 개수를 구해 보도록 할 수 있다.

나. 학생 간 활발한 의사소통을 제공한다.

문제해결 학습에서 개방형 수학문제는 학생 간 논의 및 상호작용을 촉진할 수 있다. 예를 들면, 1, 3, 5 다음에 올 수 있는 두 수를 말하도록 할 때, 학생들은 7, 9(홀수)도 될 수 있고, 1, 3(1, 3, 5가 반복), 3, 1(5를 중심으로 대칭), 11, 13(10을 더함)의 규칙 등 다양한 답을 모둠에서 논의하여 발표해 보도록 할 수 있다. 그리고 메뉴와 각 음식의 가격을 제시하고, 정해진 돈으로 먹을 수 있는 음식을 선택하도록 하여 여러 경우의 수를 생각해 보도록 하면서 학생들 간에 문제의 해

결 방법을 토론해 보도록 할 수 있다.

다. 문제를 해결하면서 수학적 개념이나 기능을 적용하도록 하거나, 수학적 일반화를 이끌어내도록 요구한다.

학생들에게 경험할 수 있는 상황인 놀이공원에서 학생들이 놀이기구를 타려고 30명이 기다리고 있고 놀이기구 한 칸에 6명씩 탈 수 있는 경우를 생각할 수 있다. 내 친구와 내가 각각 25번째와 26번째 기다리고 있다면, 내가 친구와 같은 놀이기구를 탈 수 있는지 알아보도록 하는 문제를 생각해 볼 수 있다. 이 문제를 해결하기 위해 학생들은 곱셈 또는 나눗셈을 적용하여 간단히 답을 얻을 수 있을 것이다. 그리고 수학적 일반화를 이끌어 내도록 하는 경우는, 세발자전거를 만들 때 필요한 바퀴의 개수를 구하는 문제의 경우, 자전거의 대수를 \square 개라면 바퀴의 개수는 $\square \times 3$ 개임을 생각해 내도록 하는 문제를 생각해 볼 수 있다.

라. 다양한 해결 방법이나 여러 가지 답을 요구한다.

좋은 수학문제는 답에 이르는 다양한 해결 방법과 때로는 답도 여러 가지가 있을 수 있다. 예를 들면, 어느 농장에 닭과 돼지의 머리 개수는 모두 80개, 다리의 개수는 모두 220개였다면, 닭과 돼지는 각각 몇 마리씩인지를 묻는 문제를 생각해 볼 수 있다. 이에 대한 전략으로 예상하고 확인하기, 그림 그리기, 방정식 활용하기, 간단히 생각하여 해결하기 등 다양하게 생각해 볼 수 있다. 여러 가지 답을 요구하는 문제는 자연수, 분수, 소수 등의 수를 제시하고 나름의 기준을 만들어 분류해 보도록 하는 문제를 생각해 볼 수 있다.

4. 선행연구

학생들의 수학 문제해결 능력을 신장하도록 하기 위하여 교사는 좋은 수학문제를 개발하여 학생들에게 적절하게 제공할 필요가 있다. 수학교육에서 좋은 수학문제와 관련한 연구들을 간단히 살펴보면 다음과 같다. 외국의 경우, Sullivan과 Liburn(2002, p.1, p.3)은 좋은 질문 또는 문제를 제시하는 것은 학생들이 수학적으로 사고하고 추론하도록 자극할 수 있기 때문에 중요하다고 주장하였다. 그리고 좋은 수학문제의 특징으로, 단순히 기억한 것이나 기능을 떠올리는 것 이상

이어야 하고, 학생들은 질문을 하거나 문제를 해결하면서 배울 수 있게 하고 교사는 학생을 수학을 이해하도록 하며, 여러 가지의 답을 할 수 있는 문제라는 특징이 있다고 주장하였다. 그리고 교사들은 수학문제를 학생에게 어떻게 적용할 것인지에 대한 실행 능력도 필요하다고 주장하였다.

Crespo와 Sinclair(2008)는 캐나다의 초등 예비교사들을 대상으로 한 강의에서 어떻게 수학적으로 흥미 있는 문제를 만들 수 있는지 연구하였다. 예비교사들의 수학적 문제 만들기의 선행 행위로서 수학적 상황 탐색에 교수자의 개입이 어떤 영향을 주는지와 제기된 문제의 수학적 질을 판단하기 위한 기준을 조사하는 연구를 진행하였다. 연구 결과, 교수자의 개입이 초등 예비교사들의 수학문제를 제기하는 것을 개선시키고 무엇이 학생들에게 보다 ‘맛있는’(p.412) 문제로 만들 수 있는지와 수학적으로 더 풍부한 이해를 이끌어낼 수 있는 문제를 만들 수 있는지 알 수 있게 하였다고 주장한다. Mallar, Font와 Diez(2018, p.1477)는 스페인의 예비교사 10명을 대상으로 이들의 수학 수업에 대하여 수업 관찰, 과제 제시, 설문지, 학생 포커스 그룹 토론 등을 사용하여 사례연구를 수행하였다. 이 사례 연구에서 예비교사들은 수학문제가 일상생활과 관련이 있다고 인식하는 능력, 특정 수준의 학생들에게 수학 문제를 적용하는 능력, 주어진 문제를 보다 의미 있게 수정하거나 변환하는데 어려움을 가지고 있었다.

우리나라의 경우, 박진형(2020, p.901)은 초등 예비교사들이 수학 과제를 어떻게 변형하는지에 대하여 분석하였는데, 대부분의 예비교사들은 원본 과제에 비교적 간단한 사례만을 추가하였고, 과제에서 산출하는 과정보다는 결과에만 집중하는 경향이 있다고 주장하였다. 교사에게는 수학문제의 성격을 판별할 수 있는 지식과 학생들의 수준과 요구에 적절하게 수학문제를 활용할 수 있는 능력도 필요하다. 이동환(2017)은 “격자점 정삼각형 만들기”(p.688)라는 사례를 통하여 수학적 과제 설계를 하면서 초등 예비교사들이 수학 개념을 어떻게 연결하고, 변형하고, 관점을 바꾸는지 등에 대하여 알아보았다. 그는 수학적 과제의 설계의 경험은 예비교사뿐만 아니라 이들을 지도하는 교수자에게 수학적 지식 및 수학교육적인 면에서 보다 깊게 생각하면서 반성해 볼 수 있는 기회를 제공했다고 주장하였다.

이혜림, 김구연(2013, p.366)은 중등교사의 경우에도

좋은 수학문제의 성격을 수준이 높은 문제만으로 제한하여 인식하고 있었고, 교육과정의 성격과 목표에 부합하는 문제를 판별하는데 어려움을 가지고 있었다고 주장하였다. 이들은 교사는 수학 교과서의 수학문제를 학생들에게 적용할 때 교사의 역할이 중요하므로, 예비교사들에게 문제의 특성과 수준을 정확히 이해하도록 하는 기회를 제공해야 한다고 주장하였다. 이명화, 김선희(2018, p.406)는 예비교사들의 수학문제 만들기 경험은 예비교사들의 수학 학습에도 도움이 되었다고 주장하였으나, 수학문제 만들기 활동이 예비교사들에게 의미가 있으려면 해당 문제를 어떻게 활용할 것인지를 고려해 보도록 하는 내용을 포함해야 한다고 주장하였다. 또한 문제 만들기는 창조적인 활동으로 항상 오류의 가능성이 있으므로 문제를 만들 때는 수용적인 분위기를 조성하여 창의적인 수학문제를 만들도록 할 필요하다고 강조하였다.

그리고 학생들의 수학 문제해결 활동을 효과적으로 돕기 위해서 교사에게 단순히 학습자의 수학적 지식을 아는 것보다 더 많은 지식과 실행에 대한 능력이 요구됨을 알 수 있다(김동원 외, 2018, p.126).

이상에서 살펴보면, 좋은 수학문제는 학생들과의 수학 교수·학습 과정에서 중요한 역할을 하는데, 국내외의 많은 예비교사들은 교수 경험의 부족으로 교실에서 학생들과 해당 수학문제를 어떻게 활용해야 할지에 대한 아이디어가 부족하여 적절한 수학 문항을 제시하고 지도하는데 어려움을 겪고 있음을 알 수 있다. 문제해결에서 교사의 수학 문제해결에 대한 전문성 향상을 위해서 교사들로 하여금 다양한 과제의 특성을 아는 것을 넘어 현장에서 이를 어떻게 적용해 가야 하는지도 알아야함을 알 수 있다. 그리고 교사는 학생이 수학문제를 보다 더 잘 이해하도록 돕고 수업에서 어떻게 수학문제를 학생에게 적용할 것인지 효과적인 실행에 대한 역량을 키워가도록 할 필요가 있다.

이 연구에서는 초등 예비교사들이 좋은 수학문제에 대하여 어떤 인식을 하고 있고, 이들이 예상한 문제해결 전략과 초등학생들의 해결 전략을 비교하면서 반성하는 경험이 교사의 수학 문제해결 지도에 대한 전문성 신장에 어떤 의미를 주는지 알아보았다.

III. 연구방법

1. 연구참여자

연구참여자는 2020년 2학기에 A교육대학교 초등수학문제해결 강좌에 등록한 2학년 26명과, 초등수학교육의 실제 강좌에 등록한 3학년 두 개 반 60명의 예비교사들이었다. 초등수학문제해결 강좌를 수강한 학생들은 문제해결의 기본적인 내용에 대하여 논의를 한 상태이나 초등수학교육의 실제에 등록한 학생들은 특별히 수학 문제해결에 대하여 논의를 하지는 않은 상태였다. 이들은 각자 자신들이 제기한 수학문제에 적합한 초등학교 학생을 자율적으로 선정(모두 86명)하여 문제를 해결해 보도록 하면서 초등학교 학생들의 문제해결 과정을 관찰하였다. 질문지에 답을 한 후, 각 강좌에서 자원한 예비교사 2명씩 모두 6명을 대상으로 집단면담을 실시하였다.

2. 자료 수집 및 분석

이 예비교사들에게 수강 중에 있는 2주 간의 실습 중에 자신들이 제기한 수학문제를 해결할 초등학생을 개인적으로 선정하여 초등학교 학생들의 문제해결 과정을 관찰하면서 [표 5]와 같은 질문지의 내용을 답변

[표 5] 질문지

1. 초등학교 수준에서 내가 생각하는 “좋은 수학문제”를 하나를 만들어 보세요.
 A. 아래 제시한 문제가 본인의 순수 창작 문제이다. ()
 B. 아래 제시한 문제가 기존의 문제를 숫자나 상황만 약간 바꾼 문제이다. ()
 C. 아래 제시한 문제가 보통 수준의 초등학교 몇학년 학생들에게 적절한 문제라고 생각합니까? ()학년
2. 제시한 문제가 왜 초등학교 수준에서 “좋은 수학문제”라고 생각하는지 써 주세요.
3. 만약 제시한 문제를 보통 수준의 초등학교 ()학년 학생은 어떻게 해결할 것이라고 생각하는지 예상하여 과정을 자세히 써 주세요.
4. 제시한 초등학교 학생의 실제 풀이 방법을 넣어 주세요.
 * 문제를 풀 학생 정보: ()초등학교 ()학년, 우리나라 전체 같은 학년 학생 중 수학성취도 수준 (상, 중, 하)
5. 해당 문제에 대하여 본인이 예상했던 풀이 방법과 실제 해당 학생의 풀이 방법의 유사점과 차이점 등에 대하여 기술해 주세요.
6. 1) 본 풀이과정의 비교를 통하여 알게 된 점과 소감, 2) 그리고 교사의 전문성은 어떻게 신장될 수 있다고 생각하는지 간단히 기술해 주시기 바랍니다.

을 하도록 하였다. 물론 실습 기간 중 여의치 않은 예비교사들은 개인적으로 과외 교습 등으로 지도하는 초등학생들을 대상으로 문제를 해결해 보도록 하였다.

수집한 자료는 1)문제 출처, 2)좋은 수학문제 정의, 3) 목표 학년, 4)학생 수학성취 수준, 5)예비교사 예상 문제해결 전략, 6)초등학생의 문제해결 전략, 7)문제해결 전략 비교, 8)전략 비교와 교사전문성에 대한 생각을 수집하였다.

좋은 수학문제에 대한 분석들은 [표 6]과 같이 Krulik과 Rudnick(1993)이 제시한 좋은 수학문제의 특성 중 흥미와 호기심을 끌 수 있는 동기유발을 하는 문제, 수학 개념이나 알고리즘을 활용하는 문제, 다양한 답이 있는 개방형이나 다양한 전략을 갖는 다전략 문제, 일반화가 가능한 확장성이 있는 문제, 학생 간 협력적으로 해결할 수 있는 문제를 포함하였다. 또 추가적으로 포함한 것으로, ‘문제의 낮은 진입점’은 김동원 외(2019)에서 강조한 것으로 문제를 해결하는데 선행지식이 크게 요구되지 않는 문제로 특정한 수학 지식이 없더라도 문제해결을 시도할 수 있는 문제로 보았다. ‘정보과잉불비’의 문제는 2015 개정 수학과 교육과정에서 강조한 것으로 문제를 해결하는데 정보가 남거나 부족한 문제로 분석 틀에 추가하였다. 그리고 ‘동

[표 6] 수학문제 분석틀

문제 분석 관점	문제 관점의 내용
문제의 낮은 진입점	낮은 진입가능성 낮아 선행지식이 많이 요구되지 않는 문제
동기유발	학생들의 흥미와 호기심을 끌 수 있는 문제
연결성	수학 내적 연결성 문제
	수학 외적_타 교과 연결성 문제 수학 외적_실생활 연결성 문제
수학 개념이나 알고리즘 활용	수학 개념이나 알고리즘을 활용하는 문제
개방형	다양한 답이 있는 개방형 문제
다전략	다전략, 다양한 표현을 요구하는 문제
확장성	확장 가능성, 일반화 가능한 문제
협력적 해결	협업 및 협력적으로 문제해결 하는 문제
정보과잉불비	정보의 과잉 또는 불비 문제
시뮬레이션	조작 또는 실제로 시행해 보도록 하는 문제

기유발'은 학생들의 흥미와 호기심을 끌기 위한 문제로 수학적 사실만을 물어보기보다는 맥락을 제공하는 문제로 보고 분류를 하였다. 단순히 문장제로 제시를 하더라도 수학적 사실만을 물어보는 문제는 동기유발로 분류하지 않았다.

예비교사들이 제시한 좋은 수학을 문제를 문제 분석틀에 따라 해당 항목에 따라서 빈도를 분석하였다. 그리고 예비교사와 초등학생 간 문제해결 방법에 대한 일치도도 양적으로 분석하였다. 예비교사들이 좋은 수학을 문제로 제시한 문제와 예비교사가 진술한 내용이 불일치하는 경우 제시한 수학을 문제를 분석한 내용으로 분류하였다.

그리고 질문지의 답변 이외에 초등학생들을 지도하면서 겪는 어려움, 좋은 수학을 문제가 가지고 있는 특징, 수학을 문제의 선결과 초등학생들의 문제해결 관찰과 교사전문성과의 관계 등에 대해 질문지 완성 후에 6명의 예비교사를 대상으로 60분 동안 집단면담을 통하여 자유롭게 이야기하도록 하였다. 이 자료는 연구결과의 진술에 포함하였다. 답변한 내용을 중심으로 예비교사들이 좋은 수학을 문제에 대해 가지는 인식에 대하여 Krulik과 Rudnick(1993)과 김동원 외(2019)가 제시한 좋은 문제의 특징과 비교하여 유사점과 차이점을 분석하였고, 문제해결의 경험과 교사의 수학을 문제해결에 대한 전문성에 대한 인식은 Schoenfeld(1992)와 Shulman(1986)이 제시한 교사의 전문성에 비추어 예비교사의 문제 제기 및 초등학생의 문제해결 관찰 경험이 주는 영향을 설명하였다.

예비교사와 초등학생의 수학을 문제해결 전략의 분석을 위하여 Posamentier와 Krulik(2009)의 수학을 문제해결 전략의 분류에 따라서 1)자료 정리하기, 표 만들기(Making a Table), 2)지적으로 예상하고 점검하기(Intelligent Guessing and Testing), 3)단순화하기(Solving a Simpler Equivalent Problem), 4)실제로 시행해보기(Simulating the Action), 5)거꾸로 풀기(Working Backwards), 6)규칙찾기(Finding a Pattern), 7)논리적 추론하기(Logical Reasoning), 8)그림 그리기(Making a Drawing), 9)관점 바꾸기(Adopting a Different Point of View)로 분류하였다. 여러 전략을 함께 사용한 경우 가장 대표적인 전략만을 횡수로 산정하였다. 예비교사 및 초등학생이 선택한 문제해결 전략의 빈도 분석과 사용한 구체적인 전략의 예를 연

구의 결과 부분에 제시하였다.

IV. 결과

1. 초등 예비교사들의 수학을 문제 제시 유형

예비교사들이 자신이 제시한 문제에 대하여 스스로 답한 것을 토대로, [표 7]에서 보면 본 연구에 참여한 초등 예비교사들은 수학을 문제는 자체 개발이 36건(41.9%), 기존 교과서나 문제집 등의 문제를 약간 수정한 것을 50건(58.1%)이었다. 물론 자체 개발한 문항도 전혀 새로운 문제들이라기보다는 나름대로의 맥락을 만들어 스토리를 제시한 문항이 대부분이었다.

그리고 제시한 문제의 목표 수준으로 고학년인 4~6학년 수준의 문제가 전체의 65문제(75.6%)로 예비교사들은 '좋은 수학을 문제'로 고학년의 문제를 많이 선정하였다. 이는 예비교사들이 좋은 문제로 가능한 난도가 더 요구되는 문제를 고려했을 수 있다. 이런 경향은 이들이 '좋은 수학을 문제'라고 생각하는 이유를 진술한 면담에서도 밝혔다. 즉, 여러 가지 전략이나 다양한 여러 수학적 개념을 복합적으로 적용하여 해결할 수 있는 문제를 좋은 수학을 문제로 선정하는 예가 많았다. 이들은 자신들이 선정한 문제를 해결할 대상 초등학생들의 수준도 수학 성취 수준이 상인 학생을 46명(53.5%)으로 선정하였다.

[표 7] 문제 출처 및 대상자 분포

문제 정보	구분	횟수(%)
문제 출처	자체 개발	36(41.9)
	기존 문항 수정	50(58.1)
목표 학년	1학년	1(1.2)
	2학년	5(5.8)
	3학년	15(17.4)
	4학년	12(14.0)
	5학년	29(33.7)
	6학년	24(27.9)
학생의 수학 성취 수준	상	46(53.5)
	중	36(41.9)
	하	4(4.6)

[표 8]의 예비교사들이 제시한 수학을 문제에 대한 문제 유형별 빈도 내용을 보면, 문제의 낮은 진입점을

가지는 문제는 7문제(8.1%)로 예비교사들이 제시한 수학 문항은 대부분 특정한 학년의 수학 내용을 알고 있어야만 해결할 수 있는 수학문제를 제시하였다. 그리고 학생들에게 흥미 있고 호기심을 유발할 수 있는 문항은 24문제(27.9%)로 재미있는 스토리로 상황을 제시하는 유형이었다.

[표 8] 문제 유형별 빈도 분석

문제 유형		횟수(%)
문제의 낮은 진입점		7(8.1)
동기유발		24(27.9)
연결성	수학 내	40(46.5)
	타 교과	3(3.5)
	일상생활	43(50.0)
수학 개념이나 알고리즘 활용		62(72.1)
개방형		10(11.6)
다전략		4(4.7)
확장성		2(2.3)
협력적 해결		1(1.2)
정보의 과잉불비		0(0.0)
시뮬레이션		7(8.1)

그 외에는 별다른 동기유발을 위한 문제를 제시하지 않고 간단한 문제의 조건만을 제시하였다. 연결성의 관점에서 보면, 간단한 실생활의 상황을 문장제로 제시한 경우가 43문제(50.0%)이었고, 타 교과와의 연계성을 제시한 것은 3문제(3.5%)밖에 되지 않았다. 그 외에는 수학 내의 문제 상황은 40문제(46.5%)으로 제시하였다. 그리고 문제의 문제해결 전략에서 수학 개념이나 알고리즘을 활용하는 비율이 가장 많은 부분이 62문제(72.1%)을 차지하였다. 다음으로 개방형 문제가 10문제(11.6%)였고, 나머지는 시뮬레이션, 다전략, 확장성이 있는 문제해결 전략이었다. 그런데 협력적 문제 해결을 하도록 하는 문제는 1문제를 제시하였고, 정보의 과잉불비의 문제는 제시하지 않았다.

그런데 정보과잉이나 불비의 문제는 2015 개정 수학과 교육과정(교육부, 2015)에서 “문제 상황에서 문제 해결 전략 비교하기, 주어진 문제에서 필요 없는 정보나 부족한 정보 찾기, 조건을 바꾸어 새로운 문제 만들기, 문제해결 과정의 타당성 검토하기 등을 통하여 문제해결 능력을 기르게 한다”(p.22)고 제시하면서 각 수학 영역의 문제해결에서 정보의 과잉불비의 문제를 강조하고 있다. 수학문제를 만들 때, 정보의 과잉이나

불비의 문제를 고려하도록 할 필요가 있다.

[표 9] 예비교사와 초등학생의 문제해결 전략

문제해결 전략	예비교사 명(%)	초등학생 명(%)
표 만들기	1(1.2)	2(2.3)
지적으로 예상하고 점검하기	3(3.5)	10(11.6)
단순화하기	1(1.2)	3(3.5)
실제로 시행해보기	7(8.1)	10(11.6)
거꾸로 풀기	0(0.0)	0(0.0)
규칙찾기	12(14.0)	6(7.0)
논리적 추론하기	50(58.1)	40(46.5)
그림 그리기	9(10.5)	12(14.0)
관점 바꾸기	3(3.5)	3(3.5)

문제해결의 전략을 보면, [표 9]에서 제시한 것처럼, 예비교사가 예상한 전략이나 실제로 초등학생들의 문제해결 전략이 모두 ‘논리적 추론하기’가 각각 50명(58.1%)과 40명(46.5%)으로 가장 많았고, 다음 그림 그리기 전략이 각각 9명(10.5%)과 12명(14%)으로 많았다. 특히, ‘거꾸로 풀기’ 전략은 사용하지 않았고, ‘표 만들기’, ‘단순화하기’, ‘관점 바꾸기’ 등의 전략도 아주 작은 비율로 사용하였다. 이는 예비교사들이 좋은 수학문제를 선정할 때 몇 가지 전략만을 선호하는 것으로 볼 수 있다.

초등 예비교사들이 예상한 전략과 초등학교 학생들이 실제로 해결한 전략 사이의 일치 정도나 불일치 정도가 각각 43명(50%)씩으로, 연구자가 예상했던 것보다는 문제해결 전략의 높은 일치도를 보여 주었다. 이는 예비교사들이 제시한 수학문제 자체가 다양한 전략을 사용할 여지가 많지 않았던 점으로 추론할 수 있다.

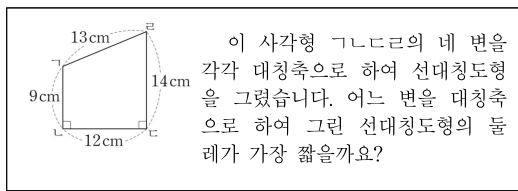
2. 초등 예비교사들의 좋은 수학문제에 대한 인식

초등 예비교사들은 질문지에 자신들이 생각하는 ‘좋은 수학문제’에 대하여 다양하게 제시하였는데 제시한 문제의 빈도수가 많은 순으로 정리하였다. 그 내용은 수학의 개념이나 알고리즘을 활용하는 문제, 수학적 연결성을 고려하는 문제, 맥락을 스토리로 제시하는 문제, 다양하게 생각하여 해결할 수 있는 문제, 실생활과 관련이 있거나 맥락을 제시하는 문제, 학생들에게

해결의 필요성 느끼도록 하는 문제, 수학과 교과 역량을 기를 수 있는 문제 등 그 구체적인 사례를 보면 다음과 같다.

가. 수학의 개념이나 알고리즘을 활용하는 문제

예비교사들은 좋은 수학문제로 평범하다고 볼 수 있는 교과서적인 문제를 많이 제시하였다. 이 문제들은 학생들이 배운 수학의 개념과 알고리즘을 적용하여 해결할 수 있는 문제를 좋은 수학문제로 제시하였다.



[그림 4] 수학의 개념을 활용하는 문제의 예

[그림 4]는 평면도형의 대칭과 사다리꼴의 둘레의 개념을 활용하여 해결할 수 있는 문제이다. 예비교사들은 이와 같이 하나의 수학적 개념이나 알고리즘 또는 2가지의 수학적 개념을 활용하여 문제를 해결할 수 있는 문제를 좋은 문제로 제시하였다.

이런 유형의 문제는 일정한 간격으로 가로등을 설치하는 문제(나눗셈 개념 응용), 직육면체의 둘레를 따라 도는 굴러쇠의 문제(원주율 개념 활용), 지구상이 답수의 비율을 구하는 문제(비율 개념 활용), 시계에서 시침과 분침의 관계 문제(시각 개념 활용), 벨트의 회전수 구하는 문제(원주율과 비율 개념 활용) 등이었다.

나. 수학적 연결성을 고려하는 문제

예비교사들은 좋은 수학문제는 수학적 연결성을 고려하여 학생들이 문제를 해결하면서 배운 수학 개념을 적절히 활용하도록 하는 문제라고 보았다. 한 예로, [그림 5]에서 제시한 문제는 평면도형의 둘레기와 시각의 크기를 연결하여 해결하는 문제의 예이다.

예비교사들은 두 가지 이상의 수학 개념을 사용하면서 수학 연결성을 고려하여 해결하는 문제를 좋은 문제로 인식하고 있었다. 수학 연결성을 고려한 또 다른 문제로, 사다리꼴의 넓이 공식의 적용과 분수의 나눗셈을 동시에 활용하는 문제, 비와 비율과 원주의 길

이를 구하여 문제, 운동장에서 상대적인 거리와 속력을 활용하는 문제, 자연수와 퍼센트를 연계하여 청소년의 하루 수분권장량 구하는 문제, 생활 속의 상황에서 분수들의 비율을 계산하는 문제 등을 제시하였다.

성진이는 아침에 비몽사몽 일어나 거꾸로 뒤집혀 있는 전자시계를 통해 시간을 보았어요. 바로 일어났지만 9시 온라인 수업은 들을 수 없었고 11시 수업은 들을 수 있었답니다.

성진이가 뒤집혀있는 시계를 통해 시간을 확인했을 때, 시는 알파벳 Eh로 읽었고 분은 50보다 큰 숫자로 읽었어요. 성진이가 시간을 확인했을 때, 실제 시간은 몇 시 몇 분이었을까요?

*원래 시계와 성진이가 확인한 뒤집힌 시계

0 1 2 3 4
5 6 7 8 9

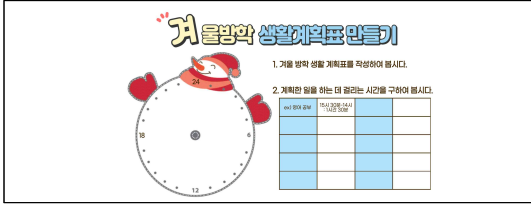
*전자시계의 숫자 표기 참고

[그림 5] 수학적 연결성을 고려하는 문제의 예

이들은 학생들이 이미 학습한 내용을 적용하여 문제를 해결하면서 수학 개념을 복습하고 확인해 가는 문제를 제시하였다. 이들은 문제에서 제시한 수학적 요소를 확인하고 문제의 상황을 그림이나 식을 이용하여 해결하는 문제도 제시하였다. 이는 수학적 구조와 개념들 사이의 연결성을 학생들이 이해하여 문제를 해결하도록 하는 경우이다. 그런데 이런 이유로 문제의 형태가 다소 복잡해지고, 난도는 올라가게 되는 요인이 되었다.

다. 다양하게 생각하여 해결할 수 있는 문제

예비교사들은 개방형 문제로 다양하게 생각하여 해결하는 문제는 학생들의 창의적인 사고를 기를 수 있는 좋은 수학문제로 보았다. [그림 6]의 문제는 겨울방학 생활 계획을 학생 나름대로 작성한 후 계획한 일을 하는데 걸리는 시간을 구하도록 하는 개방형 문제의 예이다.



[그림 6] 다양하게 생각하여 해결할 수 있는 문제의 예

예비교사들이 제시한 다양하게 생각하여 해결할 수 있는 예로, 정육면체와 원기둥의 전개도 그리는 문제, 심청전의 이야기에서 공양미 300석의 가짓수 구하는 문제, 암호문의 규칙을 발견하고 자신만의 암호를 만드는 문제, 주어진 숫자를 활용하여 그림으로 표현하기 문제, 삼각형의 두 각을 알려주고 다양한 둔각삼각형 그리는 문제, 학급의 규칙을 보고 건의문 작성하는 문제 등이 있었다.

라. 맥락을 스토리로 제시하는 문제

예비교사들은 좋은 수학문제는 실생활과 관련이 있거나 스토리를 통하여 풍부한 맥락을 제시하는 문제로 인식하고 있었다.

[그림 7]의 문제는 일기형식으로 일정표를 만들고 이를 이용하여 시간의 계산을 하도록 하고 있다. 그리고 학생들의 실생활과 가까운 문제로 학생들로 하여금 도덕과 수학을 통합적으로 생각할 수 있는 문제나 우유 급식 소재를 사용하여 실제 반의 학생 수를 문제에 대입할 수 있도록 하여 스토리텔링 형식으로 흥미를 유발하도록 하는 문제를 제시하기도 하였다. 그리고 제시한 수학은 단순히 계산을 연습해 보도록 하는 것이 아닌, 실제로 일어날 법한 상황을 제시하여 수학적 문제해결을 통하여 합리적인 판단 경험을 제공하는 문제를 제시하였다.

기타 맥락을 스토리로 풍부하게 제시한 문제로, 축구경기장을 역할 분담하여 그리는 문제, 지문과 단서를 보고 범행 시각을 찾아내는 문제, 자신만의 암호문을 만드는 상황, 전통놀이 체험에서 콩 주머니의 개수 구하는 문제 등이 있었다.

10월 22일 목요일

요즘은 매일 오후 9시와 자정 사이의 정확히 중간인 시간에 자고 매일 오전 6시와 9시 사이의 정확히 중간 시간에 일어난다.

오늘도 같은 시간에 자고 있어났다!

일어나서 아침 식사를 했다. 아침은 엄마가 크로와상을 구워주셨다. 아침을 먹고 9시에 온라인 클래스에 들어가서 수업을 들었다.

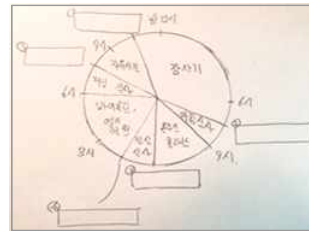
오늘 온라인 클래스 수학시간에는 비례식을 배웠다. 배운 내용을 활용해 본 나의 잠자는 시간과 온라인 클래스를 듣는 시간의 비는 3:1이다.

온라인 클래스를 듣고 나니 벌써 점심 식사 시간이다. 점심은 엄마와 집 앞에서 돈가스를 먹었다. 아침 식사 시간과 같은 시간 동안 점심 식사를 했다.

점심을 먹고 바이올린 학원, 영어학원을 갔다가 집에 오니까 벌써 오후 6시다. 6시면 저녁 식사 시간이다! 저녁은 내가 좋아하는 카레라이스!

저녁 식사를 먹고 자유시간을 가지면 오늘 하루도 끝이다. 저녁을 먹은 시간의 2배만큼 자유시간을 가지고 어제와 같은 시간에 잠을 자야겠다. 모두 안녕!

(1) 일기를 보고 원그래프로 나타내어 보았습니다. 일정표의 빈칸을 채워 넣으세요.



(2) 식사시간의 합은 몇 시간입니까? 분수로 나타내시오.

(3) 온라인 클래스를 듣는 시간과 학원에 있었던 시간의 합은 몇 시간입니까? 분수로 나타내시오.

(4) 식사시간의 합과 온라인 클래스를 듣는 시간과 학원에 있었던 시간의 합의 비를 간단한 자연수로 나타내시오.

[그림 7] 맥락을 스토리로 제시한 문제의 예

마. 해결의 필요성을 느끼도록 하는 문제

모든 문제가 풀어야할 필요성이 있기는 하지만, 여기에서 '해결의 필요성'은 학생들에게 맥락 안에서 해결해야하는 미션이 부여되어 해결해야 하는 상황으로

제시되는 문제 상황을 말한다.

예비교사들은 좋은 수학문제란 학생들이 마치 게임에서 미션을 수행해야 하는 것처럼, 학생들이 문제를 왜 풀어야 하는지 문제해결의 필요성을 느끼고 다양한 방법으로 도전할 수 있도록 하는 문제라고 생각하는 경우가 있었다. [그림 8]과 같이 스토리텔링 형식으로 문제해결의 필요성을 느낄 수 있도록 하고 있다.

<외딴 섬 탈출기>
 “무슨 일이시죠?”
 “탐정님, 저희 좀 구해주세요. 저는 아영이라고 하는데요. 친구들과끼리 우정 여행을 떠나기 위해 배를 탔다가 폭풍우가 들이닥쳐 어느 외딴 섬에 갇히게 되었어요.”
 “일단 진정하세요. 섬을 탈출할 수 있는 구명조끼나 보트 같은 건 없나요?”
 “노랑 보트가 있긴 있는데요. 문제는 이 보트가 130kg까지만 버틸 수 있다는 거예요. 그보다 넘게 실으면 가라앉아요. 하지만 저희는 성인 4명이라 두 사람이 타도 될까 말까라고요!”
 “저는 60kg, 수미는 75kg, 영희는 50kg, 민수는 80kg예요. 모두 합하면 265kg이구요. 하지만 구명보트에는 130kg까지만 탈 수 있어요.”
 난감한 상황일수록 침착해야 한다. 네 사람이 동시에 보트를 탈 수는 없지만, 꼭 모두가 동시에 탈출할 필요는 없다. 아, 마침내 알아냈다! 나는 기쁨에 차 수학기에 말했다.
 “아영씨, 네 분 모두 노 저을 줄 알죠?”
 “네, 알니다만 왜 물어보시나요?”
 “네 분 모두 안전하게 큰 섬으로 돌아갈 수 있는 방법을 찾았어요. 다만 몇 번 왔다 갔다 해야 할 거예요.”

[그림 8] 해결의 필요성을 느끼도록 하는 문제의 예

이들은 실생활에서 접할 수 있을 법한 수학문제 상황을 제시함으로써 학생들로 하여금 보다 몰입해서 문제를 해결하도록 유도할 수 있다고 보고, 실생활 상황의 수학문제가 학생들이 수학에 흥미를 갖게 해주고 동시에 학생들의 수학적 이해를 돕는다고 생각하는 경우가 있었다. 이 외에 해결할 필요성을 느끼도록 하는 문제로, 원기둥 모양 케이크 잘린 선을 전개도에 그리는 문제, 규칙에 따라 자신의 의사를 발표하기 위한 방법을 제시하는 문제, 도시 시설 관리자가 되어 조건에 따라 설치물 배치하기 문제 등을 제시하였다.

바. 수학과 교과 역량을 기를 수 있는 문제

예비교사들은 좋은 수학문제는 수학과 교과역량을 기를 수 있도록 하는 문제로 생각하는 경우가 있었다. 즉, 이들은 문제해결, 추론, 창의·융합 역량과 같은 교과 역량을 기르도록 하는 문제를 제시하였다. 이는 어떤 수학문제에도 적용할 수 있는 것이지만 예비교사들

이 이를 면담에서도 언급하여 강조하였다.

단비네 반 학생 수를 반올림하여 십의 자리까지 나타내면 30명입니다. 학생 수를 같게 하여 6모둠으로 나누었더니 5명이 남았습니다. 단비네 반 학생은 몇 명입니까?

[그림 9] 수학과 교과 역량을 기를 수 있는 문제의 예

[그림 9]와 같이 학생들이 평소에 모둠 구성을 하는 경험 속에서 반올림, 배수, 몫과 나머지의 개념을 이용하여 ‘문제해결’과 ‘추론’ 역량 및 학급에서 모둠을 구성할 때 이런 개념을 다양하게 적용할 수 있는 ‘창의·융합’ 역량을 기를 수 있도록 하는 문제로 제시하였다.

이런 수학과 교과역량을 기를 수 있는 문제로 제시한 것으로, 다양한 전개도를 자유롭게 그려보도록 하는 문제와 창 밖에 새의 다리가 9개만 보이는 경우를 제시하고 상황을 설명하도록 하는 문제 등의 창의 역량을 기르는 문제가 있었다. 그리고 소프트웨어 교육과 융합하여 제시한 알고리즘과 분수의 덧셈을 연계한 문제, 지구과학의 지식을 연계한 태양계와 관련한 큰수의 문제 등의 융합 역량을 기르는 문제가 있었다.

사. 기타

기타 예비교사들이 제시한 좋은 수학문제로 단원에서 요구하는 목표를 달성할 수 있도록 하는 문제, 계산 과정이 복잡하지 않은 문제, 문제를 해결하면서 자신의 오류를 수정하며 수학적 개념을 학습할 수 있도록 하는 문제 등을 제시하였다.

3. 초등 예비교사들이 인식하는 교사의 수학 문제 해결에 대한 전문성

질문지에서 답변한 내용과 면담 자료를 토대로 분석한 초등예비교사들의 수학 문제해결에 대한 교사의 전문성에 대한 인식을 보면 다음과 같다. 예비교사들이 인식하는 교사의 전문성을 위한 조건으로 학생에 대한 철저한 이해, 교육과정, 교수·학습 방법과 수학 내용에 대한 지식과 다양한 수업 경험, 문제해결 과정에서 적절한 피드백과 수학적으로 사고하도록 격려하기, 학생들과의 원활한 상호작용과 다양한 교수 경험 및 연구 등으로 정리할 수 있다.

가. 학생에 대한 철저한 이해

이 연구에 참여한 예비교사들은 수학 문제해결을 효과적으로 돕기 위해서는 학생에 대한 철저한 이해를 기본으로 해야 한다고 인식하고 있다. 교사의 전문성은 학생 개개인의 특성을 파악하여 학생의 실제 수준보다 조금 높은 단계의 자극을 주면서 학생들이 적극적으로 문제해결 과정에 참여하도록 유도할 수 있어야 한다고 보았다. 집단면담에서 한 예비교사는 교사의 전문성에 대하여 아래와 같이 답변하였다.

교사의 전문성은 학생 개개인의 특성을 조사하고, 이를 바탕으로 연구함으로써 신장될 수 있습니다. 평소 학생들을 관찰하며 학생 개개인에 대한 정보를 얻고, 적절한 수준의 문제를 제공하고, 학생의 풀이과정을 바탕으로 어떤 사고가 일어나는지 유추하여 알맞은 수준의 문제를 주기 위해 노력하는 과정을 되풀이해야 합니다.

예비교사들은 학생들을 잘 지도할 수 있는 능력은 학생들의 입장에서 생각해보고 배려하는 마음에서 시작되고, 학생들의 학습동기를 자극할 수 있게 된다고 보았다. 많은 예비교사들은 교사의 전문성은 학생들의 눈높이에 맞춘 수업을 할 수 있는 능력을 가장 중요한 요소로 보았다. 그런데 예비교사들은 이는 초등학교 학생들의 수학 문제해결의 심층적인 관찰과 반성을 통한 좀더 세밀한 시각으로 학생들을 관찰하는 기회를 통하여 교사의 수학 문제해결에 대한 전문성을 함양할 수 있을 것으로 보았다.

그리고 많은 예비교사들이 자신이 예상한 문제해결 전략과 실제 학생의 전략의 차이를 확인하면서 학생들의 수학 문제해결에 대한 이해 부족을 언급하였다. 집단면담에서 이들은 학생들의 해결전략을 예상하는 것의 어려움이 있지만, 효과적인 수학 문제해결 지도를 위하여 선제적으로 학생들의 수준과 요구를 이해할 필요가 있다는 점을 강조하였다.

나. 교육과정, 교수·학습 방법과 수학 내용에 대한 지식과 다양한 수업 경험

예비교사들은 교육과정과 교수·학습 방법에 대하여 숙지하고, 수업 환경에 맞게 문제와 자료를 사용하고 학생들의 수학에 대한 오류를 처리하면서 수업을 진행하면서 교수 내용 지식을 활용할 수 있는 능력을 수학 문제해결에서 교사의 전문성으로 보았다. 다음은 집단

면담에서 한 예비교사가 말한 내용이다.

교사의 전문성은 교육과정의 재구성, 그리고 수업에 맞는 다양한 기법과 교구의 사용, 학생에 대한 이해를 바탕으로 신장될 수 있다고 생각합니다. 수학에 있어서 생각해본다면, 아동의 수학적 사고방식을 빠르게 캐치해서 발생할 수 있는 오류나 적합한 방법에 대해 스스로 깨닫고 느끼게 해주는 것이 중요하다고 합니다.

이들은 교사의 수학 문제해결에 대한 전문성은 교과 내용에 대한 지식과 다양한 수업 경험을 통하여 신장될 것으로 보고 있었다. 또한 교사의 전문성은 교육 과정에 따른 교과서 재구성 능력, 그리고 해당 수업에 적절한 다양한 교수 방법과 교구의 사용 방법에 대한 지식 등을 포함하는 것으로 보았다.

다. 문제해결 과정에서 적절한 피드백과 수학적으로 사고하도록 격려하기

예비교사들은 수학 문제해결에서 교사의 전문성은 학생의 이해뿐만 아니라 학생들에게 적절하게 피드백을 할 수 있는 능력을 포함하는 것으로 보았다. 이들은 학생의 풀이 과정과 사고를 잘 파악하고 학생들이 어려움을 느끼는 부분이 무엇인지 예측하고 이에 맞게 학습 전략을 구상하고 학생의 반응에 적절하게 피드백 하면서 모든 학생이 가진 잠재력을 극대화하는 능력으로 보았다. 한 예비교사는 질문지의 답변에서 교사의 전문성에 대하여 아래와 같이 말하였다.

교사는 끊임없이 개별 학생들의 수준에 맞게 지도하여야 교사의 전문성을 신장시킬 수 있다고 생각합니다. 하나의 문제를 만들더라도 개별의 학생들에게 다르게 피드백 될 수 있는 문제를 만들고 학생들을 지도해야한다고 생각합니다. 상, 중, 하 수준마다 다른 피드백을 통해 학생들은 자신의 수준에 맞는 문제를 해결해나가고 성장하며, 교사 또한 이러한 과정 속에서 함께 성장할 수 있다고 생각합니다.

그리고 교사의 적절한 피드백은 학생들의 학습 동기유발을 위한 적절한 발문, 수학적 사고를 촉진하는 수학문제의 제공, 학생간의 원활한 의사소통의 활성화, 수학적 오류의 처치를 위한 적절한 힌트의 제공, 정의적 측면에서의 학생들을 격려하는 것 등을 포함하였다.

예비교사들은 수학문제를 적절히 선정하고 활용하는 교사는 학생들의 호기심, 흥미, 자신감과 같은 정의적 요소들을 어떻게 이끌어 낼 것인가를 포함하여 학

생들을 격려하는 방법을 알고 학생들의 잠재력을 극대화할 수 있는 능력을 교사의 전문성으로 보았다. 다음은 한 예비교사가 집단면담에서 언급한 내용이다.

학생들의 수준을 파악하여 그에 맞는 수학적 예시와 문제들을 제시하고, 학생들이 흥미를 느끼고 스스로 해결하려는 의지를 가지도록 수업을 재구성하는 능력이 교사의 전문성이라고 생각합니다.

또한 이 예비교사들은 학생들의 생활에 관심을 가지고 소통하며 학생의 생활이나 관심사를 소재로 하여 흥미 있으면서도 효과적인 문제를 설정하거나 수업을 구성하는 것을 교사의 전문성으로 보았다. 그리고 학생들이 흥미 있게 서로의 생각을 공유하도록 하는 모둠활동을 구성하는 것도 포함하였다.

라. 학생들과의 원활한 상호작용과 교수 경험 및 연구
 예비교사들은 학생들과의 원활한 상호작용과 교수·학습에 대한 다양한 경험과 진지한 반성적 연구가 교사의 수학 문제해결과 관련한 전문성 신장의 방법이라고 보았다. 이들은 학생과 교사의 충분한 레포가 형성되어야 효과적인 교수·학습이 가능하다고 보았다. 다음은 한 예비교사가 집단면담에서 교사의 전문성에 대하여 언급한 것이다.

교사의 전문성은 다양한 교육방법과 과목에 대한 지식을 더해가면서도 신장되었지만, 직접적인 '경험'과 '관찰'의 중요성 또한 중요합니다. 또한 학생들과의 레포 형성으로서도 신뢰하는 관계 속에서 학습이 이루어진다면, 배움에 대한 즐거움과 행복함이 가득한 교실을 만들어 나갈 수 있습니다.

그리고 학생들과의 상호작용 속에서 수업 및 학습 지도에 대한 자기반성을 통하여 다양한 경험을 하고 관련된 연구를 해 가면서 교사의 전문성을 신장을 해 갈 수 있다고 보았다.

예비교사들의 인식을 종합해 보면, 이들이 생각하는 문제해결과 관련한 교사의 전문성은 Shulman(1986)이 주장한 PCK(Pedagogical Content Knowledge, p.9)의 개념과도 크게 다르지 않음을 알 수 있었다. 특히, 이들은 수학 내용에 대한 지식에 수학문제의 특징을 분석하고 문제의 난이도를 파악하고 학생들의 문제해결 전략을 예측하는 능력이나 자주 범하는 오류를 규명하

고 이를 적절하게 처치할 수 있는 능력도 포함하고 있었다.

V. 결론 및 제언

교사가 학생들의 수학 문제해결 하는 과정을 심층적으로 관찰하는 것은 학생들의 수학적 이해를 들여다 볼 수 있는 “창(window)”(Silver, 1993, p.24)과 같은 역할을 한다. 좋은 문제를 선택할 수 있는 능력은 좋은 수업을 위해 필수적이라는 주장(Alon, 2009)과 같이, 좋은 수학문제를 선택할 수 있는 능력은 교사가 좋은 수업을 하기 위해서 필요한 조건이라고 할 수 있다. 이 연구의 목적은 초등 예비교사들이 수학문제에 대해 어떤 인식을 가지고 있고, 이 예비교사들의 수학 문제의 개발 또는 선정 및 초등학교 학생들의 수학 문제의 해결 전략을 관찰하는 경험으로부터 예비교사들이 인식하는 좋은 수학문제에 대한 인식과 수학 문제 해결에 대한 교사의 전문성 신장에 대하여 어떻게 생각하고 있는지를 알아보고 시사점을 얻기 위한 것이다.

이 연구 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

첫째, 예비교사들은 좋은 수학문제를 제시할 때, 수학 개념이나 알고리즘의 활용, 동기유발, 개방형의 문제의 유형을 선호하였다. 예비교사들은 좋은 수학문제로 이전에 배운 수학개념이나 알고리즘을 활용하도록 하는 수학문제를 많이 제시하였다. 그리고 학생들에게 스토리 형식으로 학생들의 흥미를 끌기 위한 문제 유형과 다양한 답을 요구하는 개방형 문제를 선호하였다. 그런데 이들이 제시한 좋은 수학문제는 이동환(2017)의 연구에서 좋은 과제의 조건으로 강조한 ‘낮은 진입점’을 갖는 문제를 제시한 빈도는 상대적으로 낮았다. 그리고 이해립, 김구연(2013)의 연구에서처럼 이 예비교사들은 어느 정도 복잡도를 가지고 있는 문제를 좋은 수학문제로 인식하고 있는 것으로 나타났다. 교사는 학생들에게 수학문제를 제시할 때, 학생들이 선행 지식의 영향을 덜 받으면서 문제해결에 참여할 수 있는 진입점이 낮은 문제도 제공할 필요가 있다. 특히, 초등학교 학생들에게 제시하는 수학문제에 정보과잉이나 정보불비의 문제(교육부, 2015, p.22)도 포함할 필요가 있다. 그리고 비판적 사고력이나 협업 능력을 포함하여 미래 역량을 신장하도록 하는 문제, 온오프라인

도구를 활용하거나 실험이나 시뮬레이션을 하여 문제를 해결하도록 하는 수학문제 등을 포함하여 보다 다양한 유형의 수학문제를 문제해결 지도에서 활용하도록 할 필요가 있다.

둘째, 예비교사들은 좋은 수학문제의 문제해결 전략으로 일부 문제해결 전략에만 집중하는 경향이 있었다. 이 예비교사들은 주로 ‘논리적 추론하기’, ‘규칙찾기’, ‘그림그리기’, ‘실제로 시행해보기’ 등의 전략을 사용하는 문제들을 좋은 수학문제로 선택하였다. 그런데 ‘표만들기’, ‘단순화하기’, ‘관점 바꾸기’ 등의 전략을 포함한 문제는 아주 적었으며, ‘거꾸로 풀기’ 전략을 사용하는 문제는 제시하지 않았다. 이는 어찌 보면 다양하게 제시하라고 하지 않고 한 문제만 제시하는 상황에서 자연스럽게 나타날 수 있는 결과일 수 있다. 그런데 교사가 학생들에게 문제해결을 보다 효과적으로 하도록 하기 위하여 다양한 전략에 익숙해질 필요가 있다 (Posamentier & Krulik, 2009, p.3; Schoenfeld, 1992, p.64).

셋째, 학생의 수학 문제해결 과정에 대한 심층적인 관찰과 분석 경험은 교사의 문제해결 지도를 위한 전문성 향상에 도움을 줄 수 있다. 예비교사들은 초등학생들의 문제해결 과정에 대한 심층적인 관찰과 분석 경험이 학생들의 문제해결을 돕는데 효과적인 방법으로 보았다. 유능한 교사가 되기 위하여 교사가 직접 좋은 수학문제를 만들어 보고 학생들이 문제를 해결하는 과정을 관찰할 필요가 있다(Sullivan & Liburn, 2016, p.3). 교사의 전문성 개발을 위해 Hattori, Fukuda와 Baba(2021, p.373)의 주장처럼 수학을 보는 관점이나 수학문제에 대한 관점을 보다 깊게 가질 필요가 있다. 교사의 전문성은 교과에 대한 지식뿐만 아니라 수업에서의 실행 능력을 포함한다고 할 수 있다 (Shulman, 1986). 따라서 교사의 수학 문제해결을 위한 전문성을 신장을 위하여 수학 수업이나 학생의 수학 지도를 위해 수학문제를 어떻게 활용할 것인지에 대한 실행 능력도 키워갈 필요가 있다.

이 연구의 결과로부터 다음과 같은 제언을 하고자 한다.

첫째, 예비교사들에게 학생들의 수학 문제해결 과정에 대한 심층적인 관찰의 경험을 제공할 필요가 있다. 이는 교육대학의 강좌나 교육실습 기간을 통하여 경험해 보도록 할 수 있다. 이런 경험은 전체 학급의 학생

들을 대상으로 한 수업을 진행할 때는 파악하기 쉽지 않은 개별 학생에 대한 세세한 정보를 알 수 있게 한다. 즉, 학생의 문제해결 과정을 심층적으로 관찰하면서 교사는 학생이 어떻게 문제를 인식하고 어떤 전략과 오류를 일으키는지 등에 대해 새롭게 알아갈 수 있게 된다.

둘째, 예비교사들에게 양질의 다양한 수학문제를 만들어보는 기회를 제공할 필요가 있다. 예비교사들은 좋은 수학문제를 만들 때, 몇 가지 유형에만 집중하는 경향이 있었고 정보과잉불비 문제나 협력적 해결을 하는 문제는 거의 사용하지 않았다. 따라서 예비교사들에게 수학문제를 만들어 보면서 좋은 수학문제의 특성 및 수학 문제해결 전략을 이해하고, 학생들의 오류 유형을 파악하고 수학 문제해결 지도에서 학생의 수준이나 요구에 맞게 적절하게 수학문항을 활용해 보는 기회를 가지도록 할 필요가 있다. 특히, 문제를 해결하면서 학생들이 서로 협력하면서 문제를 해결하도록 할 필요가 있으므로(Brown & Walter, 2005, p.167), 예비교사가 수학 문제를 만드는 과정에 학생들이 협력적으로 수학문제를 해결하도록 하는 문제도 포함할 필요가 있다. 그리고 대부분의 초등학교 학생들은 개방형 문제의 경우라도 “~가지 방법으로 해결하시오”와 같이 구체적으로 물어보지 않으면 한 가지 전략만을 제시하므로, 교사들이 수학문제의 진술에 대한 세밀한 차이를 이해하도록 할 필요가 있다.

셋째, 예비교사들에게 수학교과서의 내용과 연계한 다양한 양질의 수학문제를 개발하여 보급할 필요가 있다. 수학교과서의 문제는 대부분 수업에서 보통 수준의 학생들이 새로운 수학 개념이나 기능을 학습하는데 활용을 하기 때문에, 가장 간결하고 간단한 전략을 사용하여 해결할 수 있도록 구성하는 특성이 있다. 그런데 한 학급에도 다양한 수준의 학생들이 있기 때문에, 교과서의 문제와 대응하여 학생들에게 보다 다양한 유형과 여러 문제해결 전략을 사용해 보도록 하는 문제를 개발·보급하여 교사들이 유용하게 활용할 수 있도록 할 필요가 있다. 그리고 미래사회에 대비하여 수학 문제는 온라인상에서 문제를 해결하거나 김민희, 장혜원(2020)의 연구에서 권고한 것처럼 비판적 사고력을 기를 수 있는 문제를 포함할 필요가 있다. 특히, 예비교사들에게는 초등학교 저학년을 위하여 난도가 낮고 간결하지만 좋은 수학문제가 될 수 있음을 이해하고

개발해 보도록 하는 경험도 제공할 필요가 있다. 또한 예비교사들에게 구체적 조작 도구를 사용하는 수학기제뿐만 아니라 GeoGebra나 Algeomath와 같은 수학 프로그램 등을 활용하는 문제를 포함하여 초등 수준에서도 다양한 제시 방법을 활용하는 수학기제를 제시해 보도록 할 필요가 있다.

참 고 문 헌

- 교육부(2015). 2015 개정 수학과 교육과정. 교육부 고시 제 2015-74호 [별책8].
- 김동원 외(2019). 좋은 수학과제 지도 가이드 개발 연구. 한국과학창의재단 연구보고서.
- 김민희, 장혜원(2020). 퍼즐 확대 과제에 대한 초등학교 6학년의 협력적 수학 문제해결 특징 탐색. 학교수학, 22(1), 103-124.
- 방승진, 이상원, 황동주(2002). 초등학교 수학 문제해결 교육에 대한 연구. 수학교육논문집, 14(8), 1-25.
- 박진형(2019). 초등 예비교사들이 수학 과제 변형에서 겪는 어려움에 대한 사례 연구: 분수 과제를 중심으로. 수학교육학연구, 29(4), 551-575.
- 박진형(2020). 초등 예비교사들의 수학 과제 변형 사례 연구: 일반화 촉진 방식을 중심으로. 학교수학, 22(4), 885-904.
- 이동환(2017). 초등 예비교사의 수학적 문제제기 사례 분석. 학교수학, 19(1), 1-18.
- 이동환, 고은성, 권석일, 김동원, 김연, 박진형, 구나영, 이경화(2017). 좋은 수학과제 분석 발굴 연구. 한국과학창의재단 연구보고서.
- 이명화, 김선희(2018). 예비수학교사의 문제 만들기 유형과 교수학습에 대한 인식. 학교수학, 20(3), 395-408.
- 이혜림, 김구연(2013). 수학교과서 문제에 대한 예비중등교사의 이해 및 변형 능력. 수학교육학연구, 23(3), 353-371.
- Alon, U. (2009). How to choose a good scientific problem. *Molecular Cell*, 35, 1-3.
- Brown, S., & Walter, M. (2005). *The art of problem posing*(3rd ed.). Mahwah, New Jersey: Erlbaum.
- Crespo, S., & Sinclair, N. (2008). What makes a problem mathematically interesting? Inviting prospective teachers to pose better problems. *J. Math Teacher Educ*, 11, 395-415.
- Ellerton, N. F. (2013). Engaging pre-service middle-school teacher-education students in mathematical problem posing: Development of an active learning framework. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 87-101.
- Grootenboer, P. (2009). *Rich mathematical tasks in the maths in the Kimberley(MITK) project*. Available from <https://www.researchgate.net/publication/45109580>
- Hattori, Y., Fukuda, H., & Baba, T. (2021). *Development of socio-critically open-ended problems for critical mathematical literacy: A Japanese case*. Available from <https://doi.org/10.29275/jerm.2021.31.3.357>
- Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1993). *Reasoning and problem solving: A handbook for elementary school teachers*. Boston, MA: Allyn & Bacon.
- Lappan, G. Smith, M. S., & Jones, E. (eds.) (2012). *Rich and engaging mathematical tasks: Grades 5-9*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Mallar, A., Font, V., & Diez, J. (2018). Case study on mathematics pre-service teachers' difficulties in problem posing. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(4), 1465-1481.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Ontario Public Service (2016). *21st century competencies*. Document of the Ontario Public Service.

- Organisation for Economic Co-operation and Development[OECD] (2018). *The future of education and skills: Education 2030*. A OECD report.
- Posamentier, A. S., & Krulik, S. (2009). *Problem solving in mathematics, grades 3-6: Powerful strategies to deepen understanding*. Thousand Oaks, CA: Corwin.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grows (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). New York: Macmillan.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19-28.
- Sullivan, P., & Liburn, P. (2002). *Good questions for math teaching: Why ask them and what to ask [K-6]*. Sausalito, CA: Math Solutions Publications.

An Analysis of the Pre-service Teachers' Conceptions on Mathematical Problems

Park, Mangoo

Seoul National University of Education

E-mail : mpark29@snue.ac.kr

The purpose of this study is to analyze how pre-service teachers perceive mathematics problems by making good mathematics problems at the elementary school level and applying them to elementary school students. In this study, 86 pre-service teachers enrolled in the second and third grades of A University of Education presented good mathematics problems they thought of. In addition, these pre-service teachers predicted the solution strategies of elementary school students for the proposed mathematics problem and described the teacher's expertise while observing the problem-solving process of elementary school students. As a result of the study, pre-service teachers preferred mathematical problems needed for using mathematical concepts or algorithms, motivation, and open-ended problems as good mathematics problems, and thought that students' in-depth observation and analysis experiences could help improve teachers' problem-solving expertise. In order to enhance teachers' expertise in solving mathematics problems, the researcher proposed for pre-service teachers to observe students' mathematics problem-solving processes, to experience in developing high-quality mathematics problems, and also to distribute high-quality mathematics problems linked to textbook problems.

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97C70

* Key Words : problem solving, pre-service teacher, conceptions