

## 초등수학의 규칙성 영역 단원에 제시된 발문의 특성 분석

도주원(서울용암초등학교, 교사)

본 연구에서는 2015 개정 초등학교 수학 교과서의 규칙성 영역 단원에 제시된 발문의 유형과 기능을 학년군별로 비교 분석하여 발문의 특성을 파악하고 규칙성 영역 지도에 효과적인 발문 활용에 있어서 교수·학습상의 시사점을 얻고자 하였다. 연구 결과 교과서의 규칙성 영역 단원에 제시된 발문의 유형은 학년군별로 공통되게 추론 발문, 사실 발문, 열린 발문 순으로 출현 비율이 높게 나타났으며 특히 모든 학년군에서 추론 발문의 출현 비율이 가장 높게 나타났다. 규칙성 영역 단원에서는 규칙을 찾는 과정에서 추측, 발명, 해결 활동을 돕거나 수학적 추론을 돕는 기능으로 작용하는 발문이 상대적으로 많이 제시되었다. 이러한 발문의 유형과 작용 기능은 학년군별 학습 내용 및 학년군의 특성과 관련이 있음을 유추해볼 수 있다. 따라서 본 연구의 결과를 통하여 규칙성 영역 지도 시 발문 구안에 있어서 참고자료의 제공 및 나아가 규칙성 교수·학습을 발전적으로 유도하는데 기여할 수 있을 것이다.

### I. 서론

21세기의 4차 산업혁명 시대에 주역인 학생들로 하여금 능동적이며 창의적으로 적응할 수 있게 하기 위해서는 학생이 소지하고 있는 지식을 활용하여 주어진 문제 상황을 자력으로 해결할 수 있는 창의적인 사고를 길러줄 필요가 있다. 학생들이 다양한 상황에서 수학적 응용에 대해 이해하고 이를 자력으로 수행할 수 있는 능력을 개발시키기 위해서는(Common Core State Standards Initiative, 2010), 필요한 수학적 지식을 자력으로 구축할 수 있도록 의미 있고 관련성 있는 경험의 기회를 조성해 줄 필요가 있다. 따라서 교사는 학생들이 스스로 지식을 구성해 나가도록 적절한 환경을 만들어 주어야 할 뿐만 아니라, 학생 개개인의 생

각을 면밀하게 관찰, 분석하여 학생 스스로가 자신의 사고 과정에서 발생하는 오류를 반성할 수 있도록 적시에 관여하는 적극적 안내자의 역할을 해야 한다(백석윤, 2016). 교사는 수학 수업에서 안내자이자 조력자로서의 성공적인 역할 수행을 위하여 설명뿐만 아니라 때로는 학생의 능동적인 학습을 유도하는 발문을 제공할 필요가 있다. 이를테면, 문제해결 상황에서 필요로 하는 교사의 발문은 학생들의 수학적 사고를 자극하고 주어진 문제 상황에 대한 해법 찾기를 유도하며 나아가 인지적 갈등 상황을 유발시켜 인지적 불완전 상태를 극복하기 위한 보다 발전된 사고 활동을 촉진시키게 된다.

교사가 수업에서 행하는 교수 활동 중 약 80%가 발문일 정도로(Brualdi, 1998), 발문은 수학 교수·학습 활동의 필수 요소이자 학생들의 수학적 사고 발달에 도움이 되는 교실 분위기 조성에도 중요한 교육 전략이다(Burns, 1985). 많은 연구자들이 발문의 중요성에 주목하고 효과적인 발문이 학생의 학업성취도와 관련이 있음을 주장한다(Cotton, 1989; Perry et al., 1993). 또한 발문을 통하여 다양한 수준의 학생 사고를 이끌어 내는데 효과적임을 확인하기도 하였다(Brualdi, 1998; Newmann, 1990). 특히, 교사가 수업 중 제기하는 발문에 대한 연구(강완 외, 2011; 박만구, 김진호, 2006; 백소영 외, 2014; 이지승, 2017; 한정민, 박만구, 2010; Manouchehri & Lapp, 2003; Mason, 2010; Perry et al., 1993; Sahin & Kulm, 2008; Shahrill, 2013)가 주를 이루고 있으나, 수업의 기본 교재이자 교수 자료인 교과서에 제시된 발문에 대한 연구(도주원, 2021; 박만구, 2010)는 상대적으로 미흡한 상태이다. 하지만 수학 교과서에 제시된 발문이 설명에 못지않게 학습 내용의 이해나 문제해결을 효율적으로 유도하는데 중요한 역할을 수행함은 주지하는 바이다(백석윤, 2016). 교과서는 학생에게는 중요한 기초 학습 자료이며 동시에 교사에게는 유용한 기초 수업 자료이다. 교사는 교과서

\* 접수일(2021년 9월 15일), 심사(수정)일(2021년 10월 1일), 게재확정일(2021년 10월 13일)  
\* MSC2000분류 : 97U20  
\* 주제어 : 규칙성, 규칙 찾기, 패턴, 발문, 발문의 유형, 발문의 기능, 교과서 분석

를 기본 수업 자료로 활용하여 나름의 교수학적 의사 결정을 통해 수업 내용을 재구성하여 지도하게 된다. 이러한 의미에서 현행 초등학교 수학 교과서에 제시된 발문의 유형과 기능의 특징을 파악하기 위한 연구의 필요성이 제기된다.

한편, 수학적 발견은 관찰에서 얻은 정보를 활용한 개념적 추론을 통해 이루어질 수 있으며, 이것이 규칙성과 패턴을 찾는 활동과 밀접하게 관련되어 있다(권성룡, 2007). 강완 외(2013)에 의하면 규칙을 찾고 이를 수학적으로 표현하는 활동을 통해, 초등학생들은 주변 환경에서 수학이 어떻게 활용되고 있는지를 이해할 수 있으며, 주어진 정보를 분류하고 조직하는 능력을 향상시킬 수 있다. 수, 도형, 측정 등의 학습을 규칙성과 관련된 학습은 수학의 통합적 이해에 도움이 되며, 초등학교에서 학습하는 규칙성은 이후의 함수 및 대수 학습에 토대가 된다. 따라서 “이 규칙성은 어떻게 반복되고 확장되는가?”, “이 규칙성들은 어떤 점에서 비슷한가?” 등의 교과서에 제시된 발문은 학생이 규칙성 탐구를 토대로 수학적 사고인 일반화 형성 능력을 발달시키는데 도움을 줄 수 있다. 또한 규칙성과 수를 연결하는 활동을 토대로 “두 번째 도형은 무엇인가?”, “이 규칙성이 계속된다면 다음에 어떤 도형이 와야 하는가?” 등의 발문 제시로 초보적인 형태의 함수 개념을 경험시킬 수 있다(강완 외, 2013). 이처럼 규칙성 영역의 학습에 있어서 적절한 발문은 대수적 사고와 함수적 사고 등 수학적 사고력 배양에 중요한 역할을 하게 되므로 교과서의 규칙성 영역 단원에 제시된 발문의 특성을 파악하는 분석적인 연구가 필요성이 대두된다. 본 연구에서는 2015 개정 교육과정 초등학교 수학 교과서의 자료와 가능성 영역에 제시된 발문의 특징 파악에 대한 연구(도주원, 2021)에 이어서 규칙성 영역 단원에 제시된 발문의 유형과 기능을 학년군별로 비교 분석하여 발문의 특성을 파악하고 규칙성 영역 지도에 효과적인 발문 구안에 있어서 교수·학습상의 시사점을 얻고자 하였다.

## II. 이론적 배경

### 1. 발문의 유형과 기능

발문은 일반적으로 교사가 어떤 의도된 방향으로

수업을 이끌기 위해 의도적으로 하는 질문이며(한정민 & 박만구, 2010), 학생의 사고 활동을 촉진하는 문제의 핵심을 발견하고 그 문제의 해결을 안내하고 보조하기 위해 교사가 학생에게 하는 물음이다(이선영, 2003). 여러 연구자들이 발문의 중요성에 주목하고 다양한 유형의 발문을 제안하였다. 발문을 닫힌 발문과 열린 발문으로 구분하거나(Manouchehri & Lapp, 2003; Mason, 2010), 다양한 수준의 학생 사고를 이끌어내는 정도에 따라 낮은 인지 수준의 발문이지만 수업에서 가장 자주 사용되는 사실 회상 발문, 수렴 발문과 확산 발문으로 구분되는 개념적 발문, 평가 또는 높은 수준의 발문으로 구분하였다(Cunningham, 1987). 또는 높은 수준의 발문, 열린 발문, 사실 발문, 낮은 수준의 발문으로 구분하기도 하였다(Cotton, 1989). 높은 수준의 발문은 분석, 종합, 평가를 촉진하여 학생들의 비판적 사고를 신장시킬 수 있는 반면에 낮은 수준의 발문은 정보 기억에 의존하는 사실의 암기만을 다루게 된다(Wimer et al., 2001).

Barnes(1990)는 수학적 사실을 알고 있는지 여부를 확인하는 사실 발문(factual questions), 논리적으로 조직된 정보를 구성하거나 기억을 재구성하도록 요구하는 추론 발문(reasoning questions), 추론을 요구하지 않는 열린 발문(open questions not calling for reasoning)으로 구분하였다. 교사는 열린 발문을 통해 새로운 개념을 도입할 수 있으며, 학생의 개별적인 요구를 반영한 교육 계획 수립 시 활용 가능한 학생의 인지에 대한 정보를 얻을 수 있다(Barnes, 1990). Barnes(1990)가 제안한 발문 유형을 기반으로 수업 장면에서의 교사 발문을 분석하여 전문가용 수학 교수 기준(NCTM, 1991)의 실행 방안을 연구하기도 하였다(Vacc, 1993). Sahin & Kulm(2008)은 구체적인 사실이나 정의를 묻는 사실 발문, 학생들의 지식을 확장시키고, 설명을 권장하여 깊이 있는 사고를 촉진시키는 조사 발문(probing questions), 문제에 대해 토론하고 수학적 개념과 절차를 도출하도록 안내하는 안내 발문(guiding questions)으로 구분하였다.

한편, 전문가용 수학 교수 기준(NCTM, 1991)에서는 수학 수업 중 학생에게 제시하는 발문이 학생들의 수학 학습에 도움을 줄 수 있도록 [표 1]의 다섯 가지 기능으로 작용해야 함을 제안하고 있다. 수학 수업에서 발문은 학생들이 수학을 함께 이해하도록 돕는 기

능, 자신 있게 수학적으로 올바른 판단을 하도록 돕는 기능, 수학적으로 추론하는 방법을 배우도록 돕는 기능, 문제를 추측하고, 발명하고, 해결하는 방법을 배우도록 돕는 기능, 수학적 지식, 아이디어, 응용 등을 연결하도록 돕는 기능 등으로 작용해야 하며(NCTM, 1991), 발문 기능별 예시 발문은 [표 1]과 같다.

[표 1] 발문의 기능과 예시 발문(NCTM, 1991, pp.3-4)

발문의 기능	예시 발문
수학을 함께 이해하도록 돕기	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 제네가 말한 것에 대해 어떻게 생각하는가?</li> <li>• 같은 답이지만 다르게 설명할 수 있는 사람이 있는가?</li> <li>• 친구들이 하는 말을 이해했는가?</li> </ul>
자신 있게 올바른 수학적 판단을 하도록 돕기	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 왜 그렇게 생각했는가?</li> <li>• 그것은 왜 참인가?</li> <li>• 어떻게 그러한 결론에 도달했는가?</li> <li>• 그것을 보여주는 모델을 만들 수 있는가?</li> </ul>
수학적 추론 방법을 배우도록 돕기	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 그것은 항상 성립하는가?</li> <li>• 반례를 생각해낼 수 있는가?</li> <li>• 어떤 가정을 하고 있는가?</li> </ul>
문제를 추측, 발명, 해결하는 방법을 배우도록 돕기	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 만약 ~라면 어떤 일이 일어나는가? 만약 그렇지 않다면?</li> <li>• 규칙을 찾을 수 있는가?</li> <li>• 어떻게 해야 한다고 생각하는가?</li> <li>• 친구의 해결 방법과 너의 방법은 어디가 어떻게 다르고, 무엇이 같은가?</li> </ul>
수학적 지식, 아이디어, 응용을 연결하도록 돕기	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 이것은 ~에 어떻게 관련되어 있는가?</li> <li>• 전에 학습했던 아이디어 중 이 문제 해결에 유용한 아이디어가 있는가?</li> <li>• 어제 신문에서 어떤 수학의 유용함을 알 수 있었는가?</li> </ul>

본 연구에서는 발문을 교과서에 제시되어 학생의 사고 활동을 촉진하여 문제를 해결할 수 있도록 교사가 학생에게 제시하는 물음으로 규정하고, 교과서 자료와 가능성 영역에 제시된 발문의 유형과 기능을 분

석한 선행 연구(도주원, 2021)와 전문가용 수학 교수 표준(NCTM, 1991)의 실행 방안을 모색한 Vacc(1993)의 연구에서 사용한 Barnes(1990)의 세 가지 발문 유형과 NCTM(1991)에 제시된 발문 기능을 활용하여 연구를 수행하였다.

## 2. 규칙성

2015 개정 교육과정에 제시된 규칙성 영역의 내용 체계는 [표 2]에 제시된 바와 같이 규칙성과 대응의 핵심 개념으로 구성되어 있다. 규칙 찾기와 관련된 내용 요소가 각 학년군에 1개씩 제시되어 있다. 특히 5~6학년군에는 비와 비율, 비례식과 비례배분 등 내용 요소 2개가 추가로 제시되어 학년군 중 가장 많은 내용 요소를 다루고 있다.

[표 2] 2015 개정 교육과정 규칙성 영역의 내용 체계

핵심 개념	일반화된 지식	학년(군)별 내용 요소		
		1~2학년	3~4학년	5~6학년
규칙성과 대응	규칙성은 생활 주변의 여러 현상을 탐구하는데 중요하며 함수 개념의 기초가 된다.	• 규칙 찾기	• 규칙을 수나 식으로 나타내기	• 규칙과 대응 • 비와 비율 • 비례식과 비례배분

[표 3]에 제시된 바와 같이 1~2학년군에서는 도형의 배열에서 규칙을 찾는 학습을 하게 된다. 이어서 3~4학년군에서는 수식에서 규칙을 찾아보고, 규칙을 수와 식으로 나타내는 학습을 하게 된다. 5~6학년군에서는 두 수 사이의 규칙을 찾아 대응식을 세우는 학습을 하며 함수의 기초 개념을 학습하게 된다. 규칙성 영역의 성취기준 역시 [표 3]과 같이 1~2학년군과 3~4학년군에서는 각각 2개씩 제시되어 있다. 5~6학년군에서는 학습해야 하는 내용 요소가 많으므로 1~2학년군과 3~4학년군에 비해 성취기준이 2.5배 정도 많이 제시되어 있음을 알 수 있다.

[표 3] 2015 개정 교육과정 규칙성 영역의 성취기준

학년군	성취기준
1~2	<p>① 규칙 찾기</p> <p>[2수04-01] 물체, 무늬, 수 등의 배열에서 규칙을 찾아 여러 가지 방법으로 나타낼 수 있다.</p> <p>[2수04-02] 자신이 정한 규칙에 따라 물체, 무늬, 수 등을 배열할 수 있다.</p>
3~4	<p>① 규칙 찾기</p> <p>[4수04-01] 다양한 변화 규칙을 찾아 설명하고, 그 규칙을 수나 식으로 나타낼 수 있다.</p> <p>[4수04-02] 규칙적인 계산식의 배열에서 계산 결과의 규칙을 찾고, 계산 결과를 추측할 수 있다.</p>
5~6	<p>① 규칙과 대응</p> <p>[6수04-01] 한 양이 변할 때 다른 양이 그에 종속하여 변하는 대응 관계를 나타낸 표에서 규칙을 찾아 설명하고, □, △ 등을 사용하여 식으로 나타낼 수 있다.</p>
	<p>② 비와 비율</p> <p>[6수04-02] 두 양의 크기를 비교하는 상황을 통해 비의 개념을 이해하고, 그 관계를 비로 나타낼 수 있다.</p> <p>[6수04-03] 비율을 이해하고, 비율을 분수, 소수, 백분율로 나타낼 수 있다.</p>
	<p>③ 비례식과 비례배분</p> <p>[6수04-04] 비례식을 알고, 그 성질을 이해하며, 이를 활용하여 간단한 비례식을 풀 수 있다.</p> <p>[6수04-05] 비례배분을 알고, 주어진 양을 비례배분 할 수 있다.</p>

### 3. 규칙성과 대수적 사고

NCTM(2000)의 대수 기준을 살펴보면 유아원, 유치원~2학년 학생들은 소리 규칙성, 모양 규칙성, 간단한 수 규칙성 등 다양한 규칙성을 인식하고, 기술하고, 확장할 수 있으며, 하나의 방식으로 표현된 규칙성을 다른 방식의 표현으로 전환할 수 있어야 하며, 반복 규칙성과 증가 규칙성이 어떻게 만들어지는지 분석할 수 있어야 한다. 여러 양이 서로 어떻게 관련되는가에 대한 학생들의 관찰과 논의를 통해 함수 관계를 처음으로 경험하게 된다. 이때 교사는 “이 규칙성을 어떻게

설명할 수 있는가?”, “이 규칙성은 어떻게 반복되고 어떻게 확장되는가?”, “이 규칙성들은 어떤 점에서 비슷한가?” 등의 발문을 통해 학생들의 일반화 능력 발달을 도와야 한다.

3~5학년 학생들은 규칙성과 함수를 문장, 그래프로 나타내고 분석할 수 있어야 한다. 수 패턴과 기하 패턴을 탐구하고 문장이나 기호를 사용하여 수학적으로 표현해야 한다. 패턴의 구조와 패턴이 증가하고 변화하는 방식을 분석한 결과를 이용하여 패턴 속의 수학적 관계를 일반화하여 5학년 말이 되면 규칙성의 구조에 대해 추론하고 일반화할 수 있어야 한다. 또한 대수 기호를 이용하여 수학적 상황과 구조를 표현하고 분석할 수 있도록 미지의 양 의미의 변수를 문자나 기호로 나타낼 수 있어야 한다. 따라서 다양한 맥락에서 변화를 분석하기 위하여 한 변수의 변화가 다른 변수의 변화에 어떻게 관련되는지를 탐색할 기회를 제공해야 한다(NCTM, 2000).

이처럼 초등학교에서 대수를 가르친다는 것은 교육 과정에 있는 수학을 활용하여 학생들이 대수적 사고를 개발하도록 돕는 것을 의미한다. 대수 지도는 교육과정의 핵심적인 수학적 주제인 문제, 규칙성, 관계에 기초해야 하므로(Reys et al., 2015), 대수적 사고는 양들 사이의 관계를 분석하고 표현하는 능력으로, 그리고 규칙성을 탐구하고 인식하고, 이것을 언어 또는 기호로 일반화하는 능력이라 할 수 있다. 규칙성을 생성하는 규칙 찾기는 일종의 일반화로(Reys et al., 2015), 대수 도입에서 일반화 과정은 정당화 과정이다(김성준, 2003). 자신의 생각을 정당화하는 것은 대수적 추론의 한 부분으로서 매우 중요하다. 문제를 풀면서 규칙성을 기술하거나 모델링하게 할 때, 자신의 생각을 설명하게 하는 등 학생으로 하여금 정당화하게 함으로써 수학의 이해를 돕고, 지식과 기능 측면에서 자신감을 갖게 도울 수 있다(Reys et al., 2015).

학생 스스로 사고하는 교육을 강조할 때 규칙성에 대한 인식은 대수적 사고의 중요한 요소로 부각될 수 있으며 규칙성을 통해 수를 표현하고 이것을 대상으로 파악하고 그 결과 문자를 이끌어내는 일련의 과정이 강조되어야 한다(김성준, 2003). 남승인(2000)에 따르면 수학교육에서 규칙을 찾는 것은 문제를 해결하는 강력한 전략인 동시에 수학의 다른 영역을 학습하는데 유용할 뿐만 아니라 규칙성에 대한 탐구는 수학 학습에

대한 흥미와 동기를 유발하고 수학적 사고를 기르는 방법이 될 수 있다. 또한 귀납적 추론은 몇 가지 사례를 모아 그들 사이의 공통인 규칙이나 성질을 찾아내어 일반화하는 것이므로 규칙을 인식하고 기호화하는 능력은 귀납적인 사고의 본질이 되므로 수학적 추론 능력을 향상시킬 수 있다.

규칙성은 때때로 비로 연결되는데, 비의 진정한 의미는 단순히 두 양을 비교한 정적인 결과뿐만 아니라 상황이나 크기가 바뀌어도 그 안에 내재하는 관계가 같다는 구조 불변의 불변성을 인식하는 것이다. 비율과 비 개념 지도 시 지나치게 이른 대수화보다는 풍부한 맥락을 통해서 비에 대한 직관적 사고를 먼저 하도록 유도해야 한다. 따라서 속력, 농도, 인구밀도 등과 같이 타 교과 및 실생활에서 비율이 사용되는 예를 다루고 관련된 문제를 해결하도록 지도할 필요가 있다(강완 외, 2013). 비례식은 비와 함께 계산 능력은 물론 문제해결 능력을 신장시키는 기회를 제공한다. 비례 관계를 이해하고 이들 관계를 다루는 비례적 추론은 고등 수준의 사고를 요하며, 많은 대수적 주제와 직접 연결된다(Reys et al., 2015).

### III. 연구 방법

#### 1. 연구 대상

본 연구에서는 2015 개정 교육과정 1~6학년 수학 교과서의 규칙성 영역 단원의 본 차시에 제시된 발문을 연구 대상으로 설정하였다. [표 4]에 제시된 바와 같이 1학년 2학기 5. 시계 보기와 규칙 찾기 단원 중 규칙성 영역에 속하는 규칙 찾기 부분의 본 차시는 5개 차시이므로 학년군별 본 차시는 1~2학년군 2개 단원에 총 11개 차시, 3~4학년군 1개 단원에 총 7개 차시, 5~6학년군 3개 단원에 총 15개 차시이다. 학년군 중 [표 2]와 [표 3]에 제시된 바와 같이 2015 개정 교육과정의 규칙성 영역 중 가장 많은 내용 요소와 성취기준이 제시된 5~6학년군에서 규칙성 영역에 속하는 단원의 수와 본 차시의 수가 가장 많았다.

본 차시에 제시된 모든 문장 중 예시 응답에 해당하는 경우 연구 대상에서 제외하였다. 수학 용어를 정의하는 문장과 “주사위 1개를 굴려 나온 눈의 수를 확

인해 보세요.”와 같이 활동 진행 문장은 연구 대상에서 제외하였다. 캐릭터 말주머니에 제시되었더라도 “...에 있는 수에는 어떤 규칙이 있을까?”와 같이 학생의 응답을 유도하는 경우 연구 대상에 포함시켰다. 활동의 대표 발문 중에는 하위 발문을 아우르는 문제해결 기능의 발문도 있지만, 활동 진행 발문이나 하위 발문의 수준보다 낮은 수준의 발문도 있으므로 대표 발문과 하위 발문으로 구분하여 분석하지 않고 학년군별로 발문의 유형과 기능을 비교 분석하는 정량 연구 방법을 선택하였다.

[표 4] 2015 개정 교육과정 교과서의 규칙성 영역 단원

학년	학기	단원	본 차시 수
1	2	5. 시계 보기와 규칙 찾기	5
2	2	6. 규칙 찾기	6
4	1	6. 규칙 찾기	7
5	1	3. 규칙과 대응	4
6	1	4. 비와 비율	6
6	2	4. 비례식과 비례배분	5

#### 2. 자료 수집 및 분석

##### 1) 자료 수집

1~6학년 교과서 규칙성 영역 단원의 본 차시에 제시된 문장 중 발문에 대한 응답, 수학 용어 정의, 활동 진행 문장을 제외한 발문을 분석 대상으로 하여 자료를 수집하였다. 연구 대상인 1~2학년 교과서 2개 단원에 제시된 총 104개의 문장 중 발문은 총 91개로 전체 문장에 대한 발문의 비율이 87.5%로 나타났다. 3~4학년 교과서 1개 단원에 제시된 총 86개의 문장 중 발문은 총 67개로 전체 문장에 대한 발문 문장의 비율이 77.9%로 나타났다. 5~6학년 교과서 3개 단원에 제시된 총 222개 문장 중 발문은 총 184개로 전체 문장에 대한 발문 문장의 비율이 82.9%로 나타났다. 전체 문장에 대한 발문의 비율은 1~2학년군에서 가장 높게 나타났으며, 이어서 5~6학년군, 3~4학년군 순으로 높게 나타났다.

발문은 학생의 응답을 요구하는 의문문 형태이거나 의문문 형태가 아니더라도 의문문의 의미로 이해되는 문장으로 설정하였다. 예를 들어, “자신만의 규칙을 정

한 뒤 색칠해 봅시다.”와 같은 문장의 경우 “자신만의 규칙을 정한 뒤 색칠해 볼까요?”의 의미로 이해할 수 있으므로 발문에 포함시켜 분석하였다.

2) 자료 분석

본 연구에서는 전문가용 수학 교수 기준(NCTM, 1991)을 실행하기 위한 연구(Vacc, 1993)와 교과서 자료와 가능성 영역에 제시된 발문을 분석한 연구(도주원, 2021)에서 사용한 Barnes(1990)의 발문 유형을 분석틀로 활용하였다. [표 5]에 제시된 바와 같이 이름 또는 특정 정보와 같은 사실적인 정보를 묻는 ‘사실 발문’, 여러 정보를 논리적으로 구성하거나 기억에서 재구성하게 하는 ‘추론 발문’, 이전에 배운 지식을 도출하기 때문에 사실 발문으로 간주될 수 있지만 추론이 요구되지 않고 수용 가능한 다양한 답변이 존재하여 아직 학습하지 않은 관찰된 현상을 설명할 기회를 제공하는 ‘열린 발문’으로 구분하였다. 2015 개정 교육과정 교과서에 제시된 발문의 유형별 예시 발문은 [표 5]와 같다.

[표 5] 교과서에 제시된 발문 유형의 분석 기준

발문의 유형	교과서 예시 발문
사실 발문	<ul style="list-style-type: none"> <li>어떤 규칙을 찾았는지 말해 보세요.</li> <li>안내도에 있는 수의 배열에서 규칙을 발견했나요?</li> <li>나무의 높이와 그림자 길이만큼 각각 색칠해 보세요.</li> </ul>
추론 발문	<ul style="list-style-type: none"> <li>미술관 주변에서 규칙을 찾아봅시다.</li> <li>■, ●에 알맞은 수를 구해 보세요.</li> <li>사각판의 수와 바퀴의 수는 어떤 규칙으로 변하나요?</li> </ul>
추론을 요구하지 않는 열린 발문	<ul style="list-style-type: none"> <li>친구와 함께 다른 규칙을 만들어 몸으로 나타내어 보세요.</li> <li>모양 조각을 이용하여 다양한 대응 관계를 만들어 봅시다.</li> <li>주변에서 비율이 사용되는 경우를 찾아 친구들과 이야기해 봅시다.</li> </ul>

발문의 기능을 분석하기 위해서는 [표 6]과 같이 NCTM(1991)에 제시된 교사 발문의 기능을 교과서 분

석에 적합하게 수정한 도주원(2021)의 분석틀을 활용하였다. 발문의 기능은 수학의 이해를 돕는 기능, 수학적으로 올바른 판단을 돕는 기능, 수학적 추론을 돕는 기능, 문제의 추측, 발명, 해결을 돕는 기능, 수학적 지식, 아이디어, 응용 등을 연결하도록 돕는 기능 등으로 구분하고 있다. 2015 개정 교육과정 교과서에 제시된 발문의 기능별 예시 발문은 [표 6]과 같다.

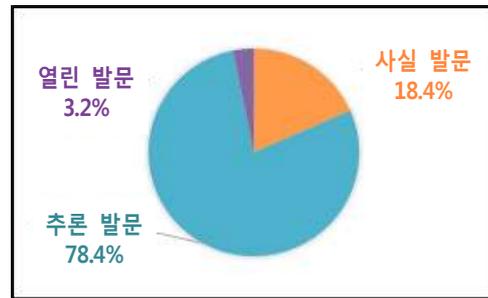
[표 6] 교과서에 제시된 발문 기능의 분석 기준

발문의 기능	교과서 예시 발문
수학의 이해	<ul style="list-style-type: none"> <li>색칠한 수에는 어떤 규칙이 있는지 말해 보세요.</li> <li>찾은 규칙을 친구들과 이야기해 보세요.</li> </ul>
수학적으로 올바른 판단	<ul style="list-style-type: none"> <li>규칙에 따라 빈칸에 알맞은 그림을 붙여 보세요.</li> <li>다섯째에 알맞은 모양을 그려 보세요.</li> </ul>
수학적 추론	<ul style="list-style-type: none"> <li>빈칸의 수를 어떻게 찾았는지 말해 보세요.</li> <li>규칙에 따라 계산 결과가 49가 되는 덧셈식을 찾아보세요.</li> </ul>
문제의 추측, 발명, 해결하기	<ul style="list-style-type: none"> <li>규칙에 따라 알맞게 그리고 규칙을 말해 보세요.</li> <li>짜이 만든 대응 관계를 표를 이용하여 추측해 보세요.</li> </ul>
수학적 지식, 아이디어, 응용 연결하기	<ul style="list-style-type: none"> <li>여러 가지 모양으로 규칙을 만들어 무늬를 꾸며 봅시다.</li> <li>빨셈으로 비교한 경우와 나눗셈으로 비교한 경우는 어떤 차이가 있는지 이야기해 보세요.</li> </ul>

본 연구에서는 교과서 규칙성 영역 단원에 제시된 모든 발문을 추출한 후 연구자와 수학교육학 박사학위를 소지한 수학교육전문가 2인이 삼각 검증법으로 비교 분석하여 신뢰도를 확보하였다. 연구자가 모든 발문을 코딩한 후 수학교육전문가 2인이 검토한 결과 발문 유형에 대해서는 수학교육전문가 1, 2와 각각 93.3%, 92.4%의 일치도를 나타냈다. 발문 기능에 대해서는 수학교육전문가 1, 2와 각각 88.3%, 87.7%의 일치도를 나타냈다. 1차 검증 후 일치하지 않은 발문에 대해서는 수학교육전문가 2인과 코딩된 발문의 유형과

기능에 대해 논의한 후 다시 코딩하였다. 예를 들어, 1학년 2학기 5. 시계 보기와 규칙 찾기(p.108)에서 활동 2와 활동 3의 “규칙에 따라 빈칸에 알맞은 수를 써 봅시다.” 발문의 경우 2학년 2학기 6. 규칙 찾기(p.130)에서 활동 4의 하위 발문에 제시된 “빈칸에 알맞은 모양을 그리고 색칠해 보세요.”와 마찬가지로 추론 발문 유형으로 빈칸에 알맞은 모양을 판단해서 색칠하도록 하는 수학적으로 올바른 판단을 돕는 기능으로 분류할 수 있다. 하지만 이 발문이 활동 2와 활동 3의 대표 발문이라는 점을 감안하면 제시된 삽화의 규칙을 찾아서 그 규칙에 따라 빈칸에 알맞은 수를 써넣을 수 있도록 수학적 추론을 돕는 기능으로 작용한 추론 발문으로 분류하였다. 수학교육전문가 2인이 2차 검토한 결과 발문 유형에 대해서는 연구자와 수학교육전문가 1, 2와 각각 99.1%, 99.4%의 일치도를 나타냈다. 발문의 기능에 대해서는 수학교육전문가 1, 2와 98.8%, 99.4%의 일치도를 나타냈다.

의 횟수는 1~2학년군의 경우 8.3개, 3~4학년군의 경우 9.6개, 5~6학년군의 경우 12.3개로 나타났다. 학년군이 높아질수록 본 차시 당 발문의 횟수가 늘어났으며, 특히 5~6학년군의 경우 다른 학년군에 비해 상대적으로 높게 나타났다. 학년군별로 제시된 발문의 횟수가 각기 다르므로 학년군별 발문 유형의 출현 비율을 비교하였다.



[그림 1] 교과서에 제시된 발문 유형의 출현 비율

#### IV. 연구 결과 및 논의

##### 1. 발문의 유형

2015 개정 교육과정 1~6학년 수학 교과서 규칙성 영역 단원에 제시된 발문을 유형별로 분류하여 학년군별로 정리한 자료는 [표 7]과 같다.

[표 7] 학년군별 발문 유형의 출현 빈도

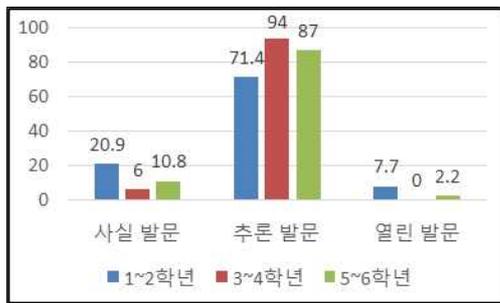
학년	빈도	사실 발문	추론 발문	열린 발문	합계
1~2	횟수(회)	19	65	7	91
	비율(%)	20.9	71.4	7.7	100.0
3~4	횟수(회)	4	63	0	67
	비율(%)	6.0	94.0	0	100.0
5~6	횟수(회)	20	160	4	184
	비율(%)	10.8	87.0	2.2	100.0
합계	횟수(회)	63	268	11	342
	비율(%)	18.4	78.4	3.2	100.0

학년군별 발문의 횟수는 5~6학년군, 1~2학년군, 3~4학년군 순으로 많이 나타났으며, 본 차시 당 발문

[그림 1]과 같이 규칙성 영역 단원에서는 추론 발문(78.4%)의 출현 비율이 가장 높게 나타났으며, 이어서 사실 발문(18.4%), 열린 발문(3.2%) 순으로 높게 나타났다. 이는 교사의 발문 중 80%는 기억 과정에 대한 발문이며 특히 저학년 학생 대상 발문은 정확하게 알고 있는지를 확인하는 발문이라는 Watson & Young(1986)의 연구 결과와는 다른 경향을 보이고 있다. 또한 교과서에 제시된 발문과는 달리 초임 교사의 규칙성 영역 수업에서 나타나는 발문을 분석한 이지승(2017)의 연구에서는 사실 확인형 발문, 폐쇄 논리적 비회상형 발문, 폐쇄 논리적 회상형 발문, 관찰적 논리형 발문, 발전적 논리형 발문, 발전적 개방형 발문 순으로 출현 비율이 높게 나타남을 비교할 수 있다. 교과서의 한정된 지면 안에 제시된 규칙성 영역의 정선된 핵심 발문은 학습한 내용을 확인하는 사실 발문이나 추론이 요구되지 않는 열린 발문보다는 수학적 사고를 이끌어내는 추론 발문의 출현 비율이 높게 나타난 것으로 보인다. 규칙성 영역의 내용 특성상 규칙 찾기는 규칙을 인식하고 기호화하는 추론의 과정이고 귀납적인 사고의 과정이다(남승인, 2000). 이로 인해 규칙성 영역의 수업에서 교사는 학생들이 표에서 다양한 규칙을 찾아내고 논리적으로 설명할 수 있게 유도

하는 발문을 주로 사용하게 되며(이지승, 2017), 교과서에 등장하는 발문 역시 추론 발문의 출현 비율이 가장 높게 나타난 것으로 보인다. 추론 발문이 주로 규칙성을 찾는 시점에서 이루어지는 발문이라면 사실 발문은 찾은 규칙성을 나타내는 과정에서 이루어지므로 규칙성 영역에서는 규칙을 찾는 활동이 중심을 이루고 있음을 알 수 있다.

규칙성 영역의 수업에서 이미 정해진 수, 무늬, 모양 등에서 규칙성을 찾아야 하므로 교사의 발문 중 실생활에서 규칙이 담긴 문제 상황을 찾아보거나 자신의 규칙을 창의적으로 만들어 보고 다른 사람들과 의사소통하는 장을 여는 발문은 매우 드물게 나타났다(이지승, 2017). 마찬가지로 이유로 교과서의 규칙성 영역 단위에서는 다양한 사고를 유도하는 열린 발문을 제시하기 어려우므로 [그림 1]과 같이 열린 발문의 출현 비율이 상대적으로 낮게 나타난 것으로 보인다.



[그림 2] 학년군별로 교과서에 제시된 발문 유형의 출현 비율

구체적으로 살펴보면, [그림 2]에 제시된 바와 같이 모든 학년군에서 추론 발문의 출현 비율이 가장 높게 나타났으며, 이어서 사실 발문, 열린 발문 순으로 높게 나타났다. 수학적 지식에 대한 이해를 확인하는 사실 발문은 1~2학년군(20.9%), 5~6학년군(10.8%), 3~4학년군(6.0%) 순으로, 추론 발문은 3~4학년군(94.0%), 5~6학년군(87.0%), 1~2학년군(71.4%) 순으로 높게 나타났다. 이는 [표 2]의 학년군별 내용 요소와 [표 3]의 학년군별 성취기준과 관련된 것으로 보인다. 즉, 규칙성 찾기는 추론과 밀접하므로 규칙을 찾아 수나 식으로 나타내는 학습을 하는 3~4학년군의 내용 특성상 논리적 사고를 요구하는 추론 발문이 주로 제시된 것

으로 파악된다. 5~6학년군의 경우 대응 관계를 나타낸 표에서 규칙을 찾아 식으로 나타내고, 비, 비율, 비례식, 비례배분 등 새로운 개념을 학습하므로 배운 개념을 확인하는 사실 발문이 제시될 필요가 있으므로, 규칙 찾기의 추론 속성을 지닌 발문의 출현 비율이 3~4학년군에 비해서는 상대적으로 낮게 나타난 것으로 보인다. 1~2학년군의 경우 다루는 학습 내용의 수준이나 학생들의 인지 발달 특성상 추론 발문을 많이 제시하기 어렵고 규칙성에 대해 처음 배우는 시기이므로 이를 확인하려는 사실 발문의 출현 비율이 다른 학년군에 비해 상대적으로 높게 나타난 것으로 유추할 수 있다. 5~6학년군의 경우 새로이 비와 비율, 비례식과 비례배분을 학습하므로 이에 대한 이해를 확인하는 사실 발문이 제시되어 1~2학년군 다음으로 사실 발문이 많이 나타난 것으로 보인다. 3~4학년군의 경우 1~2학년군에 이어서 규칙 찾기를 주로 학습하므로 다른 두 학년군에 비해 사실 발문의 출현 비율이 낮게 나타난 것으로 생각된다.

열린 발문은 1~2학년군(7.7%), 5~6학년군(2.2%) 순으로 출현 비율이 높게 나타났으며, 3~4학년군의 경우 전혀 나타나지 않았다. 1~2학년군의 경우 학년 특성상 고등 사고가 개입되는 발문을 제시하기 어려우므로 다른 학년군에 비해 논리적인 추론을 요구하지 않고 다양한 생각을 묻는 열린 발문이 제시된 것으로 보인다. 3~4학년군의 경우 주어진 수식에서 규칙성을 찾아야 하는 학습 내용 특성상 열린 발문은 전혀 제시되지 않았다. 5~6학년군의 경우 새롭게 학습하는 비, 비율, 비례식, 비례배분 등과 관련한 열린 발문이 거의 제시되지 않았다.

## 2. 발문의 기능

1~6학년 수학 교과서 규칙성 영역 단원에 제시된 발문을 기능별로 분류하여 학년군별로 정리한 자료는 [표 8]과 같다. 학년군별로 제시된 발문의 횟수가 다르므로 학년군별 발문 기능의 출현 비율로 비교하였다. 총 342개의 규칙성 영역 단원에 제시된 발문의 기능별 출현 비율은 문제의 추론, 발명, 해결을 돕는 기능(48.5%)이 가장 높게 나타났으며 이어서 수학적 추론을 돕는 기능(27.8%)이 높게 나타났다.

[표 8] 학년군별 발문 기능의 출현 빈도

학년군	빈도	수학의 이해	수학적으로 올바른 판단	수학적 추론	문제의 추측, 발명, 해결	수학적 지식, 아이디어, 응용 연결하기	합계
1~2	횟수 (회)	19	9	8	46	9	91
	비율 (%)	20.9	9.9	8.8	50.5	9.9	100.0
3~4	횟수 (회)	2	6	11	48	0	67
	비율 (%)	3.0	9.0	16.4	71.6	0	100.0
5~6	횟수 (회)	13	11	76	72	12	184
	비율 (%)	7.1	6.0	41.3	39.1	6.5	100.0
합계	횟수 (회)	34	26	95	166	21	342
	비율 (%)	9.9	7.6	27.8	48.5	6.2	100.0

[그림 3]에 제시된 바와 같이 발문의 기능 중 문제의 추론, 발명, 해결을 돕는 기능과 수학적 추론을 돕는 기능의 출현 비율이 높게 나타났으며, 수학의 이해를 돕는 기능, 수학적으로 올바른 판단을 돕는 기능, 수학적 지식, 아이디어, 응용 등을 연결하도록 돕는 기능은 상대적으로 낮게 나타났다. 규칙성 영역의 내용 특성상 주어진 문제 상황에서 규칙을 찾고 이를 설명하는 문제해결(남승인, 2000) 기능으로 작용하는 발문이 가장 많이 제시된 것임을 알 수 있다. 추론이 문제 해결과 근접하고, 규칙 찾기가 대수적 추론과 관련되므로(Reys et al., 2015), 수학적 추론을 돕는 기능으로 작용하는 발문이 그 다음으로 많이 제시되었다. 수학의 이해를 돕는 기능은 규칙 찾기의 내용 특성상 상대적으로 많이 제시되지 않았다. 규칙성 영역의 내용 특성상 수학적으로 올바른 판단을 돕는 기능보다는 주로 수학적 추론을 돕는 기능으로 작용하는 발문이 상대적으로 많이 제시된 것으로 파악된다. 규칙성의 경우 이미 정해진 규칙을 의미하므로 사고가 다양할 가능성이 낮으며, 따라서 수학적 지식, 아이디어, 응용 등을 연결하도록 돕는 기능으로 작용하는 발문은 적게 제시된

것으로 보인다.

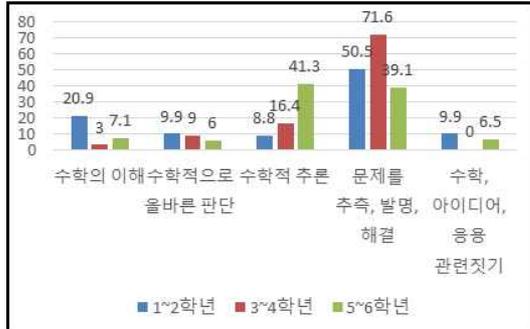


[그림 3] 교과서에 제시된 발문 기능의 출현 비율

구체적으로 살펴보면, [그림 4]에 제시된 바와 같이 발문의 기능별 출현 비율은 학년군에 따라 다르게 나타났다. 수학의 이해를 돕는 기능의 경우 출현 비율이 1~2학년군(20.9%), 5~6학년군(7.1%), 3~4학년군(3.0%) 순으로 높게 나타났다. 이는 1~2학년군에서 규칙 찾기를 처음 배우기 때문에 수학적 사실에 대한 확인, 이해 기능의 출현 비율이 다른 학년군에 비해 상대적으로 높게 나타난 것으로 보인다. 3~4학년의 경우 규칙을 찾아 수나 식으로 나타내고 결과를 추측하는 학습 내용 특성상 수학의 이해를 돕는 기능으로 작용하는 발문이 제시되기 어렵지만, 5~6학년군의 경우 비, 비율, 비례식, 비례배분 등을 학습하게 되므로 이에 대한 이해를 돕는 기능으로 작용하는 종류의 발문이 제시된 것으로 보인다. 이처럼 수학의 이해를 돕는 기능으로 작용하는 발문의 유형은 모두 사실 발문이었다.

수학적으로 올바른 판단을 돕는 기능의 경우 출현 비율이 1~2학년군(9.9%), 3~4학년군(9.0%), 5~6학년군(6.0%) 순으로 학년이 높아질수록 점차 낮게 나타났다. 1~2학년군 학생들의 인지 발달 특성상 논리적 추론을 요구하는 추론 기능으로 작용하는 발문을 제시하기 어려우므로 추론 기능보다 한 단계 낮은 수학적으 로 올바른 판단을 돕는 기능으로 작용하는 발문이 다른 학년군에 비해 많이 제시된 것으로 보인다. 반면에 5~6학년군의 경우 추론이 요구되므로 수학적 추론을 돕는 기능으로 작용하는 발문이 요구되고 수학적으로 올바른 판단을 돕는 기능은 상대적으로 적게 제시된 것으로 파악된다. 이처럼 수학적으로 올바른 판단을

듣는 기능으로 작용하는 발문의 유형은 사실 발문이나 추론 발문이었다.



[그림 4] 학년군별로 교과서에 제시된 발문 기능의 출현 비율

수학적 추론을 듣는 기능의 경우 출현 비율이 1~2학년군(8.8%), 3~4학년군(16.4%), 5~6학년군(41.3%) 순으로 학년이 높아질수록 점차 높게 나타났다. 학년군이 높아질수록 학습할 내용의 수준이 높아지고 수학적 추론이 요구되므로 수학적 추론을 듣는 기능으로 작용하는 발문이 점차 많이 제시된 것으로 보인다. 특히, 5~6학년군의 경우 규칙과 대응뿐만 아니라 비, 비율, 비례식, 비례배분 등 비례 관계에 대해 학습하므로 고등 수준의 사고를 요구하는 비례적 추론(Reys et al., 2015) 등 수학적 추론을 듣는 기능으로 작용하는 추론 발문이 상대적으로 많이 제시되었다. 이처럼 수학적 추론을 듣는 기능으로 작용하는 발문의 유형은 모두 추론 발문이었다.

문제의 추측, 발명, 해결을 듣는 기능의 경우 출현 비율이 3~4학년군(71.6%), 1~2학년군(50.5%), 5~6학년군(39.1%) 순으로 높게 나타났다. 1~2학년군의 경우는 규칙 찾기 내용을, 3~4학년군의 경우는 계산식의 배열표에서 규칙 찾기 내용 등 추측, 발명, 해결과 관련된 내용을 주로 다루게 되므로, 문제의 추측, 발명, 해결을 듣는 기능으로 작용하는 발문이 3~4학년군에서 가장 많이 제시되었으며, 이어서 1~2학년군에서 많이 나타났다. 비, 비율, 비례식, 비례배분 등을 학습하게 되는 5~6학년군의 경우 추측, 발명, 해결하는 것을 듣는 기능보다 추론 기능으로 작용하는 발문이 많이 제시되므로 문제의 추측, 발명, 해결을 듣는 기능은 다른 학년군에 비해 상대적으로 적게 제시된 것으로

보인다. 이처럼 문제의 추측, 발명, 해결을 듣는 기능으로 작용하는 발문의 유형은 추론 발문 또는 열린 발문이었다.

수학적 지식, 아이디어, 응용 등을 연결하도록 듣는 기능의 경우 출현 비율이 1~2학년군(9.9%), 5~6학년군(6.5%) 순으로 높게 나타났으며, 3~4학년군에서는 전혀 나타나지 않았다. 1~2학년군의 경우 규칙을 찾아 여러 가지 방법으로 나타내거나, 자신이 정한 규칙에 따라 물체, 무늬, 수 등을 배열하는 과정에서 연관된 수학 지식과 아이디어, 응용을 연결지어야 하므로 대응 관계, 비, 비율, 비례식, 비례배분 등을 다루는 5~6학년군의 경우보다 수학적 지식, 아이디어, 응용 등을 연결하도록 듣는 기능으로 작용하는 발문이 상대적으로 많이 제시된 것으로 보인다. 3~4학년군의 경우 계산식의 배열표에서 규칙 찾기 등 이미 정해진 규칙성에 대해 학습하게 되므로 수학적 지식, 아이디어, 응용 등을 연결해야 할 상황을 제시하기 어렵다는 점에 기인한 것으로 생각된다. 이처럼 수학적 지식, 아이디어, 응용 등을 연결하도록 듣는 기능으로 작용하는 발문의 유형은 모두 열린 발문이었다.

교과서에 제시된 발문의 기능은 [그림 4]에 제시된 바와 같이 학년군별로 출현 비율이 다르게 나타났다. 모든 학년군에서 공통되게 출현 비율이 높은 발문의 기능은 문제의 추측, 발명, 해결을 듣는 기능이다. 3~4학년군과 5~6학년군에서는 공통되게 수학적 추론을 듣는 기능의 출현 비율도 높게 나타났으나 1~2학년군에서는 여러 기능 중 가장 낮게 나타났다.

## V. 결론 및 제언

본 연구에서 2015 개정 교육과정에 따른 초등학교 수학 교과서의 규칙성 영역 단원에 제시된 발문의 유형과 기능을 학년군별로 비교 분석하여 파악한 발문의 특성과 이에 따른 시사점은 다음과 같다.

첫째, 교과서의 규칙성 영역 단원에서 등장하는 학년군별 발문의 횟수는 5~6학년군, 1~2학년군, 3~4학년군 순으로 많이 나타났지만 차시 당 발문의 횟수는 학년군이 높아질수록 점차 증가하였다. 이는 학년군이 높아짐에 따라 학습 내용의 양이나 사고의 수준에 있어서의 격차가 나타남으로 인해 발문의 횟수에서 차이

가 나타난 것으로 보인다. 교사의 발문 중 대부분이 기억 과정에 대한 발문이라는 Watson & Young(1986)의 연구 결과와 달리 규칙성 영역 단원에 제시되는 발문도 학습 내용을 지도하는데 필요한 정선된 핵심 발문이어야 하므로 한정된 지면 내에서 학생들의 수학적 사고를 이끌어내는 추론 발문의 출현 비율이 높게 제시된 것으로 보인다. 이어서 모든 학년군에서 사실 발문, 열린 발문 순으로 출현 비율이 높게 나타났다. 규칙성 영역의 내용 특성상 규칙성에 대한 탐구는 대수적 사고의 요소와 관련되고(김성준, 2003), 또한 추론의 과정이며 귀납적인 사고의 과정과 유사하므로(남승인, 2000), 학생들의 논리적 사고를 이끌어내는 추론 발문의 출현 비율이 높게 나타난 것이다.

사실 발문의 출현 비율은 1~2학년군에서 가장 높게 나타났으며, 추론 발문의 출현 비율은 3~4학년군에서 가장 높게 나타났다. 열린 발문의 출현 비율은 1~2학년군에서 가장 높게 나타났으며, 3~4학년군에서는 전혀 나타나지 않았다. 기초적인 규칙성 개념을 학습하는 1~2학년군에서는 학습한 내용에 대한 이해를 확인하는 사실 발문의 출현 비율이 다른 학년군에 비해 높게 나타난 것으로 보인다. 하지만 논리적 추론이 요구되는 규칙 찾기를 학습하는 3~4학년군의 경우 다른 학년군에 비해 논리적 추론을 유도하는 추론 발문의 출현 비율이 가장 높게 나타난 반면에 사실 발문은 낮게 나타났다. 5~6학년군의 경우 비, 비율, 비례식, 비례배분 등 새로운 학습 개념을 확인하는 사실 발문의 출현 비율이 높아지면서 추론 발문의 출현 비율이 3~4학년군에 비해 상대적으로 낮게 나타난 것으로 파악된다. 고등 사고가 개입된 발문을 사용하기 어려운 1~2학년군에서는 논리적인 추론을 요구하지 않고 다양한 생각을 묻는 열린 발문의 출현 비율이 다른 학년군에 비해 상대적으로 높게 나타난 것으로 보인다. 하지만 주어진 수식에서 이미 정해진 규칙을 찾는 학습을 하는 3~4학년군의 경우 다양한 사고를 유도하는 열린 발문을 제시하기 어려우므로 교과서에 열린 발문이 전혀 나타나지 않은 것으로 생각된다.

둘째, 규칙성 영역 단원에서는 주로 규칙을 찾는 과정에서 높은 사고의 수준이 요구되는 문제의 추측, 발명, 해결을 돕거나 수학적 추론을 돕는 기능으로 작용하는 발문이 상대적으로 많이 제시되었다. 규칙성 영역 내용 특성상 수학적 지식, 아이디어, 응용 등을 연

결하도록 돕는 기능과 수학의 이해를 돕거나 수학적으로 올바른 판단을 하도록 돕는 기능으로 작용하는 발문은 상대적으로 적게 제시되었다. 또한 주어진 문제 상황에서 규칙을 찾고 이를 설명하는 문제해결(남승인, 2000) 기능으로 작용하는 발문이 가장 많이 제시되었다. 추론이 문제해결과 근접하고, 규칙 찾기가 대수적 추론과 관련되므로(Reys et al., 2015), 수학적으로 올바른 판단을 돕는 기능보다는 주로 수학적 추론을 돕는 기능으로 작용하는 발문이 그 다음으로 많이 제시되었다. 정해진 규칙을 찾아야 하는 규칙성 영역의 특성상 사고 활동이 다양하기 어려우므로 수학적 지식, 아이디어, 응용 등을 연결하도록 돕는 기능으로 작용하는 발문은 상대적으로 적게 제시된 것으로 보인다.

교과서의 규칙성 영역 단원에 제시된 발문의 기능은 학년군에 따라 출현 비율이 서로 다르게 나타났으며, 각각의 발문 유형별로 주로 작용한 기능이 서로 다르게 나타났다. 기초적인 규칙 찾기를 학습하는 1~2학년군에서는 수학적 사실에 대한 이해를 돕는 기능으로 작용한 발문의 출현 비율이 다른 학년군에 비해 높게 나타났다. 수식에서 규칙성을 찾는 3~4학년군의 경우 주로 논리적 추론이 요구되므로 수학의 이해를 돕는 기능으로 작용하는 발문은 거의 제시되지 않았다.

수학적으로 올바른 판단을 돕는 기능으로 작용한 발문의 출현 비율은 학년군이 높아질수록 점차 낮게 나타났다. 1~2학년 학생들의 경우 인지 발달 특성상 논리적 추론을 유도하는 추론 기능으로 작용하는 발문을 사용하기 어려우므로 추론 기능보다 한 단계 낮은 수학적으로 올바른 판단을 돕는 기능으로 작용하는 발문이 다른 학년군에 비해 상대적으로 많이 제시된 것으로 파악된다.

학년군이 높아질수록 학습 내용의 수준이 높아지고 규칙 찾기 활동에 논리적 추론이 요구되므로 수학적 추론을 돕는 기능으로 작용하는 발문의 출현 비율이 점차 높게 나타난 것으로 파악된다. 특히 5~6학년군의 경우 대응표에서 규칙 찾기 전략뿐만 아니라 고등 수준의 사고가 요구되는 비례적 추론(Reys et al., 2015) 등 함수의 기초를 학습하게 되므로 수학적 추론을 돕는 기능으로 작용하는 발문의 출현 비율이 다른 학년군에 비해 2배 이상 높게 나타났으며 수학적으로 올바른 판단을 돕는 기능은 상대적으로 낮게 나타난 것으로 파악된다.

1~2학년군의 경우에는 도형의 규칙 찾기 내용을, 3~4학년군의 경우에는 수식에서 규칙 찾기 내용을 학습하게 되므로 문제의 추측, 발명, 해결을 돕는 기능으로 작용하는 발문의 출현 비율이 3~4학년군에서 가장 높게 나타났으며, 이어서 1~2학년군에서 높게 나타난 것으로 볼 수 있다.

1~2학년군의 경우 규칙을 찾아 여러 가지 방법으로 나타내거나, 자신이 정한 규칙과 연관된 수학 지식과 아이디어, 응용 등을 연결지어야 하므로 이들을 연결하도록 돕는 기능으로 작용한 발문이 상대적으로 많이 나타난 것으로 보인다. 3~4학년군의 경우 이미 정해진 규칙성에 대해 학습하게 되므로 수학적 지식, 아이디어, 응용 등을 연결하도록 돕는 기능으로 작용하는 발문은 전혀 나타나지 않은 것으로 파악된다.

본 연구의 결과를 바탕으로 규칙성 영역 지도 시 발문 구안과 관련하여 다음과 같은 시사점을 얻을 수 있다. 교사는 발문을 통해서 학생이 대수적 개념과 대수적 사고 습관을 개발하도록 도울 수 있으며(Reys et al., 2015), 학생의 인지 발달 특성 및 규칙성 영역의 학습 내용 특성에 따라 학년군별로 제시할 수 있는 발문의 유형과 기능이 가지고 있는 특성이 분명하게 구별되므로 이러한 발문의 특성을 규칙성 영역 내용 교수·학습에 참고자료로 활용할 수 있을 것이다. 아울러 본 연구의 결과로부터 발문의 유형별 특성과 이러한 발문이 작용하는 기능적 특징에 대한 이해를 바탕으로 학생들이 규칙을 일반화하도록 돕고 자신의 생각과 기술을 정당화하도록 유도함으로써 대수적 사고를 신장시킬 수 있는(Reys et al., 2015) 효과적인 학습을 유도할 수 있도록 학년군별 수준과 규칙성 영역 내용의 성격에 적합한 발문 구안 및 활용에 기여할 수 있을 것이다.

## 참 고 문 헌

- 강완, 나귀수, 백석운, 이경화 (2013). 초등수학 교수 단위 사전. 서울: 경문사.
- 강완, 장윤영, 정선혜(2011). 수학 수업 발문유형 분석 및 대안 탐색 - 신임 교사 사례 연구. 한국수학교육학회지 시리즈 C <초등수학교육>, 14(3), 293-302.
- 교육부(2015). 수학과 교육과정. 교육부 고시 제 2015-74호. 서울: 교육부.
- 교육부(2017a). 수학 1-2. 서울: 천재교육.
- 교육부(2017b). 수학 2-2. 서울: 천재교육.
- 교육부(2018). 수학 4-1. 서울: 천재교육.
- 교육부(2019a). 수학 5-1. 서울: 천재교육.
- 교육부(2019b). 수학 6-1. 서울: 천재교육.
- 교육부(2019c). 수학 6-2. 서울: 천재교육.
- 권성룡(2007). 초등 수학 교과서의 규칙성과 함수 영역의 활동 고찰. 한국수학교육학회지 시리즈 C <초등수학교육>, 10(2), 111-123.
- 김성준(2003). 패턴과 일반화를 강조한 대수 접근법 고찰. 학교수학, 5(3), 343-360.
- 남승인(2000). 수학적 사고력 신장을 위한 규칙성 영역의 학습 자료 개발. 수학·과학 교육연구, 23, 91-121.
- 도주원(2021). 초등수학 교과서의 자료와 가능성 영역에 제시된 발문의 유형과 기능 분석. 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, 60(3), 265-279.
- 박만구(2010). 초등 수학교과서의 창의성 신장을 위한 발문. 한국수학교육학회지 시리즈 C <초등수학교육>, 13(1), 25-35.
- 박만구, 김진호(2006). 학습자 중심의 수학 수업에서 교사의 발문 분석. 한국학교수학회논문집, 9(4), 425-457.
- 백석운(2016). 수학 문제해결 교육. 서울: 경문사.
- 백소영, 김도현, 이경언(2014). 수업 시연에 나타나는 예비 수학교사의 발문 유형과 특성 분석. 교사교육연구, 53(3), 400-415.
- 이선영(2003). 수학 학습에서 발문 유형에 따른 학생의 반응에 관한 연구. 부산교육대학교 석사학위논문.
- 이지승(2017). 초등 수학 수업에 나타나는 초임 교사의 발문 유형 분석. 서울교육대학교 석사학위논문.
- 한정민, 박만구(2010). 수학적 창의성 신장을 위한 교사의 발문 분석. 한국초등수학교육학회지, 14(3), 865-884.
- Barnes, D. (1990). Language in the secondary class- room: a study of language interaction in twelve lessons in the first term of secondary education. In D. Barnes, Britton, & H. Rosen(Eds.), *Langage, the Learner & the School* (pp. 11-77). Baltimore, Md.: Penguin Books.

- Brualdi, A. C. (1998). Classroom questions. ERIC/AE Digest. ERIC Clearinghouse on Assessment and Evaluation. Washington DC.
- Burns, M. (1985). The role of questioning. *The Arithmetic Teacher*, 32(6), 14-17.
- Common Core State Standards Initiative. (2010). *Common core state standards for mathematics (CCSSM)*. Washington, DC: National Governors Association Center for Best Practices and the Council of Chief State School officers.
- Cotton, K. (1989). *Classroom questioning. Northwest Regional Educational Laboratory: School improvement research series (SIRS)*. Retrieved from <http://www.nwrel.org/scpd/sirs/3/cu5.html>.
- Cunningham, R. T. (1987). What kind of question is that? In W. Wilen (Ed.), *Questions, questioning techniques, and effective teaching* (pp. 67-94). Washington DC: National Education Association.
- Mason, J. (2010). *Effective questioning and responding in the mathematics classroom* reworked and updated from: Mason, J. (2002). 'Minding Your Qs and Rs: effective questioning and responding in the mathematics classroom'. Aspects of teaching secondary mathematics: perspectives on practice. London.
- Manouchehri, A. & Lapp, D. A. (2003). Unveiling student understanding: the role of questioning in instruction. *The Mathematics Teacher*, 96(8), 562-566.
- National Council of Teachers of Mathematic (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. VA: Reston.
- National Council of Teachers of Mathematic (2000). *Principles and standards for school mathematics*. VA: Reston.
- Newmann, (1990). A test of higher-order thinking in social studies: persuasive writing on constitutional issues using NAEP approach. *Social Education*, 54(4), 369-373.
- Perry, M. VanderStoep, S. W. & Yu, S. L. (1993). Asking questions in first-grade mathematics classes: potential influences on mathematical thought. *Journal of Educational Psychology*, 85(1), 31-40.
- Reys, E. R., Lindquist, M., Lamdin, D. V., & Smith, N. L. (2015). *Helping children learn mathematic 11<sup>EDITION</sup>*. John Wiley & Sons. 박성신, 김민경, 방정숙, 권점례 공역(2017). 초등교사를 위한 수학과 교수법. 서울: 교우사.
- Shahrill, M. (2013). Review of effective teacher questioning in mathematics classrooms. *International Journal of Humanities and Social Science*, 3(17), 224-231.
- Sahin, A. & Kulm, G. (2008). Sixth grade mathematics teachers' intentions and use of probing, guiding, and factual questions. *Journal of mathematics teacher education*, 11(3), 221-241.
- Vacc, N. N. (1993). Implementing the "professional standards for teaching mathematics": questioning in the mathematics classroom. *Mathematics Teacher*, 41(2), 88-91.
- Watson, K. & Young, B. (1986). Discourse for Learning in the Classroom. In S. Murphy (Ed.), *Literacy through "language arts": Teaching and learning in context* (pp. 39-49). Urbana, IL: National Council of Teachers of English.
- Wimer J. W., Ridenour, C. S., Thomas, K., & Place A. W. (2001). Higher order teacher questioning of boys and girls in elementary mathematics classrooms. *Journal of Educational Research*, 95(2), 84-92.

## **An Analysis of the Questions Presented in Chapters of Pattern Area in Elementary School Mathematics**

**Do, Joowon**

Seoul Yongam Elementary School,  
Noksapyeong-daero 60-gil 39, Yongsan-gu, Seoul, Korea.  
E-mail : dojoowon@naver.com

The teacher's questions presented in the problem-solving situation stimulate students' mathematical thinking and lead them to find a solution to the given problem situation. In this research, the types and functions of questions presented in chapters of Pattern area of the 2015 revised elementary school mathematics textbooks were compared and analyzed by grade cluster. Through this, it was attempted to obtain implications for teaching and learning in identifying the characteristics of questions and effectively using the questions when teaching Pattern area. As a result of this research, as grade cluster increased, the number of questions per lesson presented in Pattern area increased. Frequency of the types of questions in textbooks was found to be high in the order of reasoning questions, factual questions, and open questions in common by grade cluster. In chapters of Pattern area, relatively many questions were presented that serve as functions to help guess, invent, and solve problems or to help mathematical reasoning in the process of finding rules. It can be inferred that these types of questions and their functions are related to the learning content by grade cluster and characteristics of grade cluster. Therefore, the results of this research can contribute to providing a reference material for devising questions when teaching Pattern area and further to the development of teaching and learning in Pattern area.

---

\* 2000 Mathematics Subject Classification : 97U20

\* Key Words : pattern, question, type of question, function of question, textbook analysis