

집단지성을 활용한 폴리매스(Polymath) 활동 사례 The Case of Polymath Activities Using Collective Intelligence

최수영 · 구아현 · 고희경¹⁾

ABSTRACT. Education for the future society should emphasize the experience of sharing, coexisting, and solving problems in cooperation with each other in the community. Accordingly, in addition to the problem-solving capability, which is the ultimate goal of mathematics education, it is necessary to strengthen the capability to solve unstructured problems through collaboration. This study attempted to suggest that solving complex problems through collaboration is used in school classes or gifted education by introducing polymath that solves problems using collective intelligence. Accordingly, a target problem was set and an example of polymath in which community members exert each other's intelligence to solve the problem. In addition, by investigating the perceptions of students who have experienced polymath, positive aspects and improvements of polymath were suggested. Through this, this study can contribute to revitalization of mathematics teaching and learning methods using collective intelligence.

I. 들어가는 말

교육은 빠르게 다가오는 격동의 시대에 핵심적인 부분이다(이주호, 2017). 최근 인공지능, 빅데이터, 사물인터넷(IoT) 등의 과학기술분야가 총체적으로 변화하는 제4차 산업혁명 시대의 도래에 따른 우리의 삶에 많은 변화가 예견되고 있다(조한국, 2017). 4차 산업혁명시대 사회는 일상에서의 창조적 혁신과 문제 해결에 대한 다양한 방안이 제시되는 사회(김진형, 2016)로 전환되기 때문에, 지능정보화 시대를 살아가는 사회의 구성

Received July 5, 2021; Accepted August 11, 2021.

2010 Mathematics Subject Classification: 97D30

Key words: polymath, collective intelligence, collaboration problem solving

1) Corresponding author.

원에게는 복합 문제 해결능력, 비판적 사고 능력, 창의력, 인적 자원 관리 능력, 의사결정 능력, 인지적 유연력과 더불어 협업 능력, 감성 능력, 협상 능력 등이 요구된다는 것이다(류태호, 2017).

이와 같은 사회의 변화에 따라 이 시대를 주도할 인재 양성을 위한 교육 패러다임 역시 전환이 필요한데(한국정보화진흥원, 2017), 지능정보사회의 다양한 특성과 이에 따른 역량에도 불구하고 인공지능과 기계가 흉내 낼 수 없는 ‘가장 인간다운 활동을 할 수 있는 인간’이 미래의 인재상이 될 것이다(류성창, 2017), 이는 4차 산업혁명 시대의 핵심은 각 분야의 지식과 기술을 융합하여 소통하고 융합하여 새로운 혁신을 만드는 것이 필요하기 때문이다(최호성, 2017).

이와 같은 사회적 변화의 맥락으로 초지능, 초연결 사회에서 필요한 교육이란 창의성을 기반으로 공동체 안에서 타인과의 공유, 공존, 협업 그리고 협동하는 데에 초점이 맞추어져 있다(교육부, 2018; 이영희 외, 2018; 이현주, 채유정, 2018; 이주호, 2017; 조난심, 2017; 김진형, 2016; WEF, 201). 이러한 주장은 최근 코로나19를 기점으로 뉴노멀시대가 도래하면서 교육적 변화의 속도에 더욱 가속이 붙을 것으로 예견되고 있다(김군수, 성영조, 한영숙, 2020).

이러한 사회적 변화에 맞춰 수학교육 분야에서도 이에 대비하고자 하는 노력을 기울여야 한다는 당위성과 함께 미래사회를 대비한 교육이란 무엇인가에 대한 논의가 활발히 일고 있다(진미르, 고호경, 2019). 수학교육계에서 역시 다른 어떤 교과보다 4차 산업혁명시대 대비라는 거대 담론 하에 다양한 측면에서의 변화를 예측하고 방향을 가늠하는 노력을 기울이고 있는데, 예를 들면, 수학교육에서 추구해야 하는 것이 무엇이며 학생들은 어떠한 역량을 함양해야 하는가에 대한 합의점을 도출하고 이를 적용하기 위한 방법들을 도출해 내하고자 하는 노력이다(예, 최은미, 2017; 나귀수 외, 2018).

즉, 과거와는 전혀 다른 제 4차 산업혁명의 시대에는 비판적이고 창의적인 사고력과 빠르게 변화하는 과학과 기술에 적응할 수 있는 능력이 필수적이고(박진해, 2017), 이를 위해서는 새로운 아이디어를 창출하고 수학적으로 의사소통하는 합리적인 의사결정 능력과 소통능력이 필요하다는 것이다.

폴리매스는 정형화되지 않은 난해한 문제를 집단지성을 활용하여 문제를 해결하는 방식으로 이미 수학계에서는 널리 활용되고 있다. 이는 구성원들이 타인과의 공유, 협업을 통해 다양한 통찰력과 지식을 연결하고 종합하여 집단지성 방식으로 문제를 해결하는 것이다. 본 연구는 이러한 집단지성의 방식을 수학교육의 교수·학습 방법으로 활용하기 위한 기저 연구를 위하여 그 활용 사례를 제시하고 폴리매스를 경험해 본 학생들의 인식을 조사하였다.

이는 미래사회 대비 수학교육의 주요 역량이 협업 문제해결 역량 함양이라는 관점 하에 학교 수학교육에서 집단지성을 활용한 교수·학습에 적용하기 위한 교육적 전략을 구안하는데 시사점을 제시함으로써 학교 수학의 협업적 문제해결의 지평을 넓히는데 기여하고자 한다.

II. 집단지성과 교육

1. 집단지성 관련 미래 사회 대비 교육의 핵심 역량

교육은 빠르게 다가오는 격동의 시대에 핵심적인 부분이다(이주호, 2017). 최근 인공지능, 빅데이터, 사물인터넷(IoT) 등의 과학기술분야가 총체적으로 변화하는 제4차 산업혁명 시대의 도래에 따른 우리의 삶에 많은 변화가 예견되고 있다(조한국, 2017). 4차 산업혁명시대 사회는 일상에서의 창조적 혁신과 문제 해결에 대한 다양한 방안이 제시되는 사회(김진형, 2016)로 전환되기 때문에, 지능정보화 시대를 살아가는 사회의 구성원에게는 복합 문제 해결능력, 비판적 사고 능력, 창의력, 인적 자원 관리 능력, 의사결정 능력, 인지적 유연력과 더불어 협업 능력, 감성 능력, 협상 능력 등이 요구된다는 것이다(류태호, 2017).

이와 같은 사회의 변화에 따라 이 시대를 주도할 인재 양성을 위한 교육 패러다임 역시 전환이 필요한데(한국정보화진흥원, 2017), 지능정보사회의 다양한 특성과 이에 따른 역량에도 불구하고 인공지능과 기계가 흉내 낼 수 없는 '가장 인간다운 활동을 할 수 있는 인간'이 미래의 인재상이 될 것이다(류성창, 2017), 이는 4차 산업혁명 시대의 핵심은 각 분야의 지식과 기술을 융합하여 소통하고 융합하여 새로운 혁신을 만드는 것이 필요하기 때문이다(최호성, 2017).

이와 같은 사회적 변화의 맥락으로 초지능, 초연결 사회에서 필요한 교육이란 창의성을 기반으로 공동체 안에서 타인과의 공유, 공존, 협업 그리고 협동하는 데에 초점이 맞추어져 있다(교육부, 2018; 이영희 외, 2018; 이현주, 채유정, 2018; 이주호, 2017; 조난심, 2017; 김진형, 2016; WEF, 201). 이러한 주장은 최근 코로나19를 기점으로 뉴노멀시대가 도래하면서 교육적 변화의 속도에 더욱 가속이 붙을 것으로 예견되고 있다(김군수, 성영조, 한영숙, 2020).

이러한 사회적 변화에 맞춰 수학교육 분야에서도 이에 대비하고자 하는 노력을 기울여야 한다는 당위성과 함께 미래사회를 대비한 교육이란 무엇인가에 대한 논의가 활발히 일고 있다(진미르, 고희경, 2019). 수학교육계에서 역시 다른 어떤 교과보다 4차 산업혁명시대 대비라는 거대 담론 하에 다양한 측면에서의 변화를 예측하고 방향을 가늠하는 노력을 기울이고 있는데, 예를 들면, 수학교육에서 추구해야 하는 것이 무엇이며 학생들은 어떠한 역량을 함양해야 하는가에 대한 합의점을 도출하고 이를 적용하기 위한 방법들을 도출해 내고자 하는 노력이다(예, 최은미, 2017; 나귀수 외, 2018).

즉, 과거와는 전혀 다른 제 4차 산업혁명의 시대에는 비판적이고 창의적인 사고력과 빠르게 변화하는 과학과 기술에 적응할 수 있는 능력이 필수적이고(박진해, 2017), 이를 위해서는 새로운 아이디어를 창출하고 수학적으로 의사소통하는 합리적인 의사결정 능력과 소통능력이 필요하다는 것이다.

폴리매스는 정형화되지 않은 난해한 문제를 집단지성을 활용하여 문제를 해결하는 방식으로 이미 수학교육에서는 널리 활용되고 있다. 이는 구성원들이 타인과의 공유, 협

업을 통해 다양한 통찰력과 지식을 연결하고 종합하여 집단지성 방식으로 문제를 해결하는 것이다. 본 연구는 이러한 집단지성의 방식을 수학교육의 교수·학습 방법으로 활용하기 위한 기저 연구를 위하여 그 활용 사례를 제시하고 폴리매스를 경험해 본 학생들의 인식을 조사하였다.

이는 미래사회 대비 수학교육의 주요 역량이 협업 문제해결 역량 함양이라는 관점에 학교 수학교육에서 집단지성을 활용한 교수·학습에 적용하기 위한 교육적 전략을 구안하는데 시사점을 제시함으로써 학교 수학의 협업적 문제해결의 지평을 넓히는데 기여하고자 한다.

2. 교육에서의 집단지성 활용

교육은 기술의 변화를 이해하고, 인간으로서 정체성 성찰을 통하여 오늘날의 과학기술 혁명을 더 나은 미래를 위한 방향으로 유도하는데 기여할 수 있다(이영희 외, 2018). 이를 위해서는 미래사회의 인재 양성을 위하여 협업, 소통, 창의성, 비판적 사고를 토대로 교육과정의 재구성이 필요하다(이선영, 2017). 인공지능의 발달로 인해 새로 생기는 직업은 이전과는 다른 새로운 역량을 요구하고, 특히나 이러한 변화가 심한 상황에서의 교육은 이전보다 더욱 중요한 역할을 맡게 되었다. 이에 따라 교육을 통하여 인공지능을 보완할 수 있는 역량으로의 전환이 필요하다(Gravemeijer, et al, 2017). 이는 4차 산업혁명 시대의 핵심은 각 분야의 지식과 기술을 융합하여 소통하고 융합하여 새로운 혁신을 만드는 것이기 때문이다(최호성, 2017). 따라서 이를 위한 교육은 의사소통능력, 협업능력, 비판적 사고력, 인성·감성교육 등과 같은 역량을 기반으로 문제를 해결할 수 있도록 미래교육이 변해야 한다는 것이다(이영희 외, 2018). 이는 앞으로의 사회에서 다루어질 복잡한 문제를 해결하기 위해서는 협업 능력 계발에 대한 중요성이 어느 때보다 강조되고 있기 때문이다(채유정, 이현주, 2018).

교육계는 이러한 협업능력을 함양하기 위하여 일찍이 협력학습을 강조한 다양한 교수·학습 방법을 구안해왔다. 정보기술사회의 환경에서도 다양한 협력 학습은 평생학습과 사회적 학습을 가능하도록 할 것이다(이영희 외, 2018).

협력학습은 과정 중심적으로, 자유로운 의견 제시를 통하여 집단지성까지 자연스럽게 이끌어낼 수 있다는 점이 수업에서 활용 가치가 크다고 볼 수 있다(김다원, 2013). 현재의 교과서 중심 교수·학습과 경쟁 지향적인 평가방법은 학습에 대한 의욕 증진이 어렵고, 비판적이고 창의적인 사고력을 기르는데 한계가 있다(김다원, 2014). 그러나 협력 학습의 과정 속에서 학습자들은 두 가지 의미를 얻을 수 있다. 우선, 각각의 구성원이 기여한 크고 작은 부분들을 통해 문제를 해결할 수 있다. 두 번째로 집단 내에서 의견을 공유하며 자신의 개념을 변화시키며 지식을 확대할 수 있다. 이 과정에서 문제해결 과정에 창의적 돌파구를 마련해 줄 새로운 지식구조 생성에 도움을 줄 수 있다(이지원, 김중복, 2013).

이와 같이 협력학습은 공동의 교육적인 목표를 도달하기 위한 교수·학습 방법으로,

집단 내 다른 구성원들과 역할을 나누어 수행하는 특성이 있다. 따라서 협력학습은 집단지성의 가치를 교육적으로 구현(양미경, 2011)한 것이라 할 수 있다. 학생 개인의 교과적인 지식 등의 개별학습도 중요하나 속해있는 학습 공동체 또는 사회 공동체의 구성원들과의 협업을 통하여 ‘집단지성’을 발휘할 수 있어야 한다(조난심, 2017). 현대 사회에 이르러 교육 수준의 비약적인 상승과 인터넷 등의 정보기술의 발달로 인한 협업, 집단지성이 가능하게 되었다. 집단지성을 구성하는 ‘집단’은 일반인으로 일상의 경험으로부터 얻은 지식을 공유하여 새로운 지식을 생산하는 것으로 정의할 수 있다(최항섭, 2009).

집단지성의 목적은 “중지(衆智)의 잠재력을 높이 평가하고, 이를 최대한 활용하는 방법을 모색(권찬호, 2018, p36)”하려는 데 있다. Leadbeater(2008)는 집단지성 프로젝트의 성공적 구현의 원칙으로 다섯 가지 원칙을 제시하였다. 구성원들의 자발적 참여 유도를 통한 창조적인 대화에서 나오는 핵심의 원칙, 다양한 사람들로 구성되어 각자의 능력을 기여하여 지식을 창출하는 기여의 원칙, 제시된 아이디어를 합하여 결과를 만들어내는 관계 맺기의 원칙, 구성원 개인의 다름을 인정하고 의견 합치를 이루어내는 협업의 원칙, 마지막으로 구성원들의 다양한 관점과 기술, 독립적인 능력과 각자의 도구를 가지고 하나의 목적으로 단합할 때 발생하는 집단적 창의성의 원칙 등이 있다.

성공적인 집단지성 프로젝트는 구성원들의 시간과 수단, 흥미와 호기심 그리고 도전 욕구를 불러일으킬 수 있는 흥미진진한 일이어야 함을 제안하였다. 또한 각 구성원이 지닌 사고가 독립적이고 다양성이 보장되어야 한다는 전제가 필요하다. 역동적인 상호작용 속에서 새롭고 의미 있는 시너지를 창출해낼 수 있다. 집단지성은 복잡한 조건들이 맞춰졌을 때 얻어낼 수 있다(양미경, 2011).

집단지성은 하나의 같은 목표 달성을 위해 구성원 개개인이 지닌 다양한 지식과 경험을 바탕으로 발생하는 시너지를 통하여 ‘집단적 창발성’을 끌어낼 수 있다. 이 모든 과정에서 집단은 물론이고 개인도 함께 도약할 수 있는 계기가 될 수 있다(전종희, 2013).

3. 집단지성을 활용한 영재 교육의 의미

영재교육진흥법(2000)에 따르면 영재란 ‘재능이 뛰어난 사람으로서 타고난 잠재력을 계발하기 위하여 특별한 교육을 필요로 하는 자’로 정의하고 있다. 수학영재는 문제를 해결과정에서 나타나는 사고의 특성으로 직관적이고 구조적인 문제 통찰, 뛰어난 정보 처리 과정의 재구성, 패턴의 일반화와 귀납적 추론, 시각적 처리 능력, 발산적인 사고와 독창성 그리고 우아한 해법을 찾으려는 경향이 있다고 그 특성을 보고하고 있다(홍진근, 강은주, 2009).

이러한 영재들의 보고된 특성 중에는 도전적인 성향이 강하고 성취동기가 높음 반면 내향적이고 독립성이 뚜렷하여 자기 주도적인 학습을 선호하나 사회성이 부족할 수 있다는 연구 결과들이 있으며, 이를 보완하기 위해 의사소통 능력과 협업 능력을 발전시

킬 수 있는 소집단 활동 등 교수학습 방법에 대한 고민이 필요하다는 것이다(한국교육개발원, 2017).

제3차 과학영재 발굴·육성 종합계획(과학기술정보통신부, 2018)에 따르면 미래사회의 우수인재에게 요구되는 역량으로 창의·비판적 사고력과 함께 의사소통과 협업능력을 언급하였다. 과거의 ‘똑똑한 개인의 육성’이 아닌 ‘협력적이고 역동적으로 소통하는 과학적 구성원’으로 길러낼 수 있는 새로운 패러다임으로의 전환이 필요하다는 것이다. 의사소통과 협업 능력은 ‘아이디어 표현능력’, ‘규칙 생성 능력’, ‘협업 수행 능력’과 ‘모니터링 능력’으로 구현할 수 있다(한국과학창의재단, 2019).

급격한 사회 변화는 영재에 대한 사회문화적 가치 변화도 끌어냈고, 영재 육성을 위한 교육방안 변화의 필요성도 초래한 바(박경빈, 이미순, 전미란, 2010), 문제를 해결하기 위한 협업 능력 계발에 대한 중요성이 어느 때보다 영재 교육에 강조되고 있다(채유정, 이현주, 2018)

영재교육진흥법이 공포된 2000년 이후 우리나라의 영재교육은 양적 성장을 거듭해왔다(최호성, 2017). 그러나 인지적 능력 교육에 비해 인성적 교육은 경시되어왔다. 지금의 교육 과정으로는 실제로 맞닥뜨리는 문제를 해결하기에는 한계가 있다. 현재 영재교육은 재능기부, 봉사 등의 인성 및 리더십 관련 프로그램이 부족한 상황(과학기술정보통신부, 2018)이다. 현대 사회를 포함하여 미래사회의 문제는 상황을 이해하고 공동체 구성원을 공감하지 못한다면 궁극적으로 해결할 수 없다. 또한, 산업의 고도화로 여러 사람의 역량을 조직하여 시너지 효과를 낼 수 있도록 팀워크가 강조되고 있다(박경빈, 이미순, 전미란, 2010). 인간(人間)은 생각을 하고 언어를 사용하며, 도구를 만들어 쓰고 사회를 이루어 사는 동물로서 타인과 어울려 살아가는 사회적 동물이다. 인성교육진흥법(2015.1.20)에서 정의한 인성이란 바르고 건전한 내면으로 타인·공동체·자연과 더불어 살아가는 데 필요한 인간다운 성품과 역량이다. 이를 정리하면 인간으로서 사회를 살아가는데 인성은 필수 조건이라는 것이다.

영재 인성 역량 함양에 대한 요구를 반영하고자 제4차 영재교육진흥종합계획 ‘1-3 영재교육 프로그램 질적 고도화’, 제3차 과학영재 발굴·육성 종합계획 ‘2-2 전인 교육 지원 프로그램 도입’ 등 세부 계획을 통하여 인성 교육을 구체적으로 추진하고자 하였다. 더불어 2015 개정 교육과정에서도 ‘바른 인성을 갖춘 창의·융합형 인재’의 양성을 기준으로 교육과정을 구성하였다. 이는 영재를 교육하면서 인지와 인성을 별개로 진행하는 것이 아니라 인성 교육을 통한 인지발달을 추구(박경빈, 이미순, 전미란, 2010)하는 것으로 이해할 수 있다. 이와 같은 맥락에서 공동의 문제를 해결하기 위하여 서로 협업하고 공유하며 의사소통하는 집단지성 발휘 경험은 영재교육에서도 매우 중요한 맥락이라 할 수 있다.

Ⅲ. 폴리매스 활동 사례

1. 영재교육에서 집단지성을 활용한 폴리매스 활동 사례

폴리매스(polymath)란 ‘집단지성을 이용해서 수학문제를 해결하는 것’으로써 집단지성을 이용해서 수학문제를 해결하는 것을 말한다. 이는 여러 명이 공동의 문제에 대하여 어떻게 풀까를 서로 고민하고 같이 해결해 나가는 과정을 거친다. 즉, 자신이 푼 방법을 공개하면 그 방법이 문제해결에 도움이 되는지에 대하여 다른 사람이 함께 검증해 가면서 최상의 방법을 선택하며 함께 문제 해결과정을 개선해 나간다.

역사적으로 폴리매스를 활용한 대표적인 사례는 쌍둥이 소수 가설인 ‘차이가 2인 서로 다른 소수의 쌍은 무한히 많다’를 해결해 나가는 과정이라 할 수 있다. Yitang Zhang (2014)은 쌍둥이 소수 가설 문제를 유계소수간극(Bounded gaps between primes) 문제로 ‘차이가 H_1 이하인 서로 다른 소수의 쌍은 무한히 많다’의 문제로 접근하여 $H_1 \leq 70,000,000$ 임을 보였다. 이후 인터넷을 통한 Polymath(2014) 프로젝트를 통해 전세계 많은 사람들의 집단지성을 이용하여 이 소수간극을 줄이는 것을 목표로 하였고 최종적으로 $H_1 \leq 246$ 범위까지 줄임으로써 비약적인 발전을 이룬바 있다.

이와 같은 수학 사례를 수학 영재 교육에서 접목하였는데, 이를 위한 교사와 학생의 교수·학습 활동의 특성은 다음과 같다.

먼저, 교사는 수학적 연구 가치가 있는 문제(목표 문제)를 선별하고 이를 학생들이 이해할 수 있는 언어로 변환한다. 이후 문제해결의 배경이 되는 지식을 설명함으로써 이에 대한 학습이 이루어질 수 있도록 한다. 또한 이와 더불어 목표 문제와 관련성이 있는 문제 중 학생들 인지수준에 맞는 문제를 선별, 학생들이 도전해 볼 수 있도록 제시한다.

이와 연관된 학생들의 활동은 먼저, 목표 문제와 관련하여 교사가 안내하는 배경 지식을 학습하고, 교사가 제시해주는 연습 문제들을 해결한다. 이와 더불어 목표 문제의 지향점을 갖도록 새로운 문제를 개발해본다. 이후 다른 학생들과 자신이 개발한 문제를 같이 해결해 보고 또 다시 이를 기반으로 새로운 문제를 개발하고 해결하며 그 결과를 기록하고 공유해 나간다.

예를 들면, 학생들이 해결해야 할 목표 문제를

‘단순그래프 G 의 점의 개수가 $2m$ 일 때, $a(G)$ 의 부호가 $(-1)^m$ 과 같음을 증명 또는 반증하여라.’로 정하고 교사는 <그림 1>의 내용인 문제와 관련된 수학적 배경을 설명하였다.

여기서 교사는 [그림 1]의 내용과 같이 그래프의 a -넘버는 어떤 특정한 위상공간의 불변값과 관련이 있고 해당 위상공간의 성질을 사용하면 목표 문제의 성질을 쉽게 증명할 수 있음을 설명한다. 이때 교사는 이 문제를 해결하는 데에 있어서 위상적 증명이 아닌 순수 조합적인 방법을 사용한 증명은 아직 알려져 있지 않았음을 설명하면서, 어

① (유한) 그래프는 유한한 점의 집합에 대해서 각 점의 쌍을 서로 변으로 연결한 것이다. 이때 어떤 두 점도 없어야 한 개의 변으로 연결돼 있고, 각 변은 항상 서로 다른 두 점을 잇는다면 이 그래프를 단순그래프라고 한다. 즉 단순그래프 $G = (V, E)$ 는 유한한 점의 집합 V 와 서로 다른 두 점의 쌍으로 이뤄진 변의 집합 E 로 구성돼 있다. 거점 집합 $V = \{1, 2, 3, 4\}$ 와 $E = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}\}$ 로 구성된 그래프 P_4 는 다음 모양과 같은 그래프다.

$$P_4 = \text{---} \circ \text{---} \circ \text{---} \circ \text{---} \circ$$

② 그래프가 연결돼 있다는 것은 그래프의 임의의 점의 쌍에 대해서 한 점에서 출발해 변으로만 이동해서 다른 점으로 갈 수 있다는 뜻이다. 그래프 G 가 연결된 몇 개의 성분으로 나뉠 때, 각 성분을 그래프 G 의 연결성분이라 부른다.

③ 단순그래프 $G = (V_G, E_G)$ 의 부분유도그래프 $H = (V_H, E_H)$ 란 G 에 포함되는 점의 부분 집합에 대해 그 부분집합으로 구성되는 모든 변을 다 모은 것이다. 즉 $V_H \subset V_G$ 이고, $E_H = \{\{u, v\} \in E_G \mid u, v \in V_H\}$ 를 만족하는 그래프다. 그래프 H 가 G 의 부분유도그래프일 때 간단히 $H \subset G$ 로 표현하자.

이제 그래프의 불변량을 정의할 준비가 되었다. 각각의 단순그래프 G 에 대해서 다음과 같은 귀납적인 방법으로 $a(G)$ 를 정의하자.

- (1) $a(\emptyset) = 1$ (집합 V 가 공집합인 경우는 $G = \emptyset$ 으로 표현한다.)
- (2) G 가 홀수 개수의 점을 가지는 연결 성분을 가진다면 $a(G) = 0$
- (3) $a(G) = -\sum_{H \subset G} a(H)$

예를 들어

$$a(\text{---} \circ \text{---} \circ) = -1$$

$$a(\text{---} \circ \text{---} \circ \text{---} \circ) = -a(\emptyset) - 3a(\text{---} \circ \text{---} \circ) = 2$$

이다. 또 다른 예로 만약 그래프가 홀수 개수의 점을 가진다면 반드시 어떤 연결 성분의 크기는 홀수여야 하므로 a 값은 항상 0이 돼야 한다.

[그림 1] 교사가 안내한 목표 문제 해결을 위한 관련 지식

편 참인 수학 명제에 대해 다양한 방법을 사용해 새로운 증명을 찾는 것은 가치가 있다는 것을 이야기하면서 문제 해결 동기와 수학의 가치에 대하여 설명한다.

그 다음 단계로 교사는 [그림 2]와 같이 연관된 하위 문제를 제시하고, 학생들이 그 문제를 협력하여 해결할 수 있도록 안내한다. 이는 해당 문제들을 해결하면서 a -넘버에 대한 이해도도 높이고 문제 해결의 실마리를 찾기 위함이다.

문제 1. 점의 개수가 4개인 그래프를 모두 찾고, 이 그래프들의 a 값을 구하여라.

문제 2. 그래프 G 가 두 개의 연결성분 H_1, H_2 으로 구성돼 있을 때, $a(G) = a(H_1) \times a(H_2)$ 가 성립함을 보여라. 일반적으로 그래프 G 가 k 개의 연결성분 H_1, \dots, H_k 로 구성돼 있을 때 다음이 성립함을 보여라.

$$a(G) = a(H_1) \times \dots \times a(H_k)$$

문제 3. (1) ①에서 주어진 P_4 를 일반화해 경로그래프 $P_n = (V, E)$ 를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$V = \{1, 2, \dots, n\}, E = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}, \dots, \{n-1, n\}\}$$

경로그래프 P_{2m} 에 대해 $a(P_{2m})$ 을 m 에 대한 수열로 나타내고, 이 수열이 가진 성질에 대해 조사해 보라.

[그림 2] 교사가 제시한 목표 문제와 연관된 부분 문제 예시

이에 따라 학생들은 교사가 제시한 문제를 해결해 나가면서 이 과정에서 자신의 풀이에 대하여 동료 또는 교사와 상호 피드백을 주고받을 수 있다. [그림 3]에서와 같이 학생들은 교사가 제시한 문제를 풀어서 올리고 이를 서로 피드백하거나 자신이 제작한 문제를 서로 올리고 해결해 나간다. 궁극적으로 해결해야 할 목표 문제를 해결하는 데 있어서 문제를 제작하여 해결하거나 피드백을 하는 부분이 문제해결에 매우 중요한 과정이라 할 수 있는데, 이 과정에서 서로의 의견을 공유하고 발전시켜 나가는 집단지성이 발휘된다.

2. 폴리매스에 대한 학생들의 인식도 조사



[그림 3] 집단지성을 활용하여 문제를 해결하는 과정

본 연구에서는 향후 폴리매스에 대한 활동 지속성 및 개선 여지 부분을 탐지하기 위하여 폴리매스에 참여한 학생들을 대상으로 폴리매스 활동에 대한 인식 조사를 실시하였다.

폴리매스데이²⁾ 활동에 참여한 학생은 총 295명 이었으며, 참여한 학생들의 특성은 [표 1]과 같다.

2) 동아시아언스가 발행하는 수학잡지 수학동아가 2017년부터 온라인에서 진행하고 있는 폴리매스 프로젝트의 첫 오프라인 공개 행사인 폴리매스데이 행사가 2019년 8월 3일 A대학교에서 개최되었다.

구분		빈도(명)	비율(%)
성별	남	218	73.9
	여	74	25.1
	무응답	3	1.0
학교급	초등학교	135	45.8
	중학교	147	49.8
	고등학교	12	4.1
	무응답	1	0.3
	폴리매스 일반회원	94	31.9
소속	영재교육원	127	43.1
	KMO 여름학교	37	12.5
	수학동아	8	2.7
	기타	22	7.5
	무응답	7	2.4
	전체	295	100.0

[표 1] 폴리매스 인식조사 대상자 특성

폴리매스데이 활동에 참여한 학생 중 초등학생은 45.8%(135명), 중학생은 49.8%(147명), 고등학생은 4.1%(12명)로 중학생과 초등학생의 참여비율이 높게 나타났다.

폴리매스 데이 활동에 참여한 전체 학생에 대하여 활동에 대한 만족도는 5문항으로 구성하여 5점 likert 척도를 사용하였다. 전체 학생의 만족도 조사 결과, 5문항의 평균은 4.23으로 높은 평균을 나타냈으며, 문항에 따른 결과는 <표2>와 같다.

문항	평균	표준편차
나는 폴리매스를 통해 새로운 수학적 지식이나 원리를 알게 되었다.	4.23	0.929
나는 폴리매스를 통해 새로운 문제를 해결할 수 있었다.	4.14	1.022
나는 폴리매스를 통해 나의 수학적 능력을 향상시켰다고 생각한다.	4.25	0.976
나는 오늘 출제된 폴리매스 문제에 도전 의식이 느껴졌다.	4.33	1.004
나는 다음 폴리매스 오프라인 행사에도 참가하고 싶다.	4.19	1.050

[표 2] 폴리매스 만족도 결과

각 문항에 대하여 무응답(2명)을 제외한 결과를 살펴보면 다음과 같다. 우선, 문항 '나는 폴리매스를 통해 새로운 수학적 지식이나 원리를 알게 되었다.'에 대하여 '매우 그렇다'는 46.8%(137명), '그렇다'가 37.9%(111명)로 높게 나타났다.

나는 폴리매스를 통해 새로운 수학적 지식이나 원리를 알게 되었다.						
	전혀 않다	그렇지 않다	보통이다	그렇다	매우 그렇다	전체
빈도(명)	7	10	28	111	137	293
비율(%)	2.4	3.4	9.6	37.9	46.8	100.0

[표 3] 수학적 지식이나 원리관련 문항에 대한 결과

‘나는 폴리매스를 통해 새로운 문제를 해결할 수 있었다.’에 대하여 ‘매우 그렇다’는 46.8%(137명), ‘그렇다’가 30.4%(89명)로 높게 나타났다.

나는 폴리매스를 통해 새로운 문제를 해결할 수 있었다.						
	전혀 않다	그렇지 않다	보통이다	그렇다	매우 그렇다	전체
빈도(명)	10	9	48	89	137	293
비율(%)	3.4	3.1	16.4	30.4	46.8	100.0

[표 4] 문제해결력에 대한 결과

‘나는 폴리매스를 통해 나의 수학적 능력을 향상시켰다고 생각한다.’에 대하여 ‘매우 그렇다’는 51.5%(151명), ‘그렇다’가 29.4%(86명)로 높게 나타났다.

나는 폴리매스를 통해 나의 수학적 능력을 향상시켰다고 생각한다.						
	전혀 않다	그렇지 않다	보통이다	그렇다	매우 그렇다	전체
빈도(명)	10	3	43	86	151	293
비율(%)	3.4	1.0	14.7	29.4	51.5	100.0

[표 5] 수학적 능력 문항에 대한 결과

‘나는 오늘 출제된 폴리매스 문제에 도전 의식이 느껴졌다.’에 대하여 ‘매우 그렇다’는 58.7%(172명), ‘그렇다’가 24.9%(73명)로 높게 나타났다.

나는 오늘 출제된 폴리매스 문제에 도전 의식이 느껴졌다.						
	전혀 않다	그렇지 않다	보통이다	그렇다	매우 그렇다	전체
빈도(명)	11	6	31	73	172	293
비율(%)	3.8	2.0	10.6	24.9	58.7	100.0

[표 6] 출제 문제 문항에 대한 결과

‘나는 다음 폴리매스 오프라인 행사에도 참가하고 싶다.’에 대하여 ‘매우 그렇다’는 52.6%(154명), ‘그렇다’가 24.9%(73명)로 높게 나타났다.

나는 다음 폴리매스 오프라인 행사에도 참가하고 싶다.						
	전혀 그렇지 않다	그렇지 않다	보통이다	그렇다	매우 그렇다	전체
빈도(명)	10	11	45	73	154	293
비율(%)	3.4	3.8	15.4	24.9	52.6	100.0

[표 7] 재참여 의사 문항에 대한 결과

만족도에 대한 각 문항에 대하여 긍정적 결과가 80% 이상을 보이는 것으로 나타났다. 재참여 의사에 대한 마지막 문항에 대하여 77.5%가 긍정적으로 응답한 것을 통하여 폴리매스 데이 활동에 대하여 전반적으로 높은 만족을 나타내는 것을 확인할 수 있다.

학생들이 인식하는 폴리매스의 장점에 대한 인식을 알아보기 위하여 <표 8> 과 같이 조사하였다. 조사 결과는 4명의 결측치를 제외하고 활동에 참여한 학생들이 생각하는 장점으로 ‘새로운 수학문제를 접할 수 있었다는 점’이 65.6%(177명)로 가장 높게 나타났고, ‘어려운 수학 문제에 도전 할 수 있었다는 점’이 60.8%(177명), ‘새로운 수학지식을 알게 되었다는 점’이 45.4%(132명)로 높게 나타났다.

구분	빈도(명)	비율(%)
새로운 수학지식을 알게 되었다는 점	132	45.4%
어려운 수학 문제에 도전 할 수 있었다는 점	177	60.8%
새로운 수학문제를 접할 수 있었다는 점	191	65.6%
혼자서는 풀지 못했을 문제를 해결한 점	93	32.0%
다른 사람들과 충분히 이야기하고, 다른 친구들의 생각을 들을 수 있다는 점	107	36.8%
다른 사람(팀)과 선의의 경쟁을 할 수 있다는 점	43	14.8%
기타	10	3.4%
전체	753	

[표 8] 폴리매스의 장점에 대한 조사 결과(중복응답)

기타 의견 중에는 여러 강연과 폴리매스의 분위기에 대한 긍정적인 내용이 있었다. 이를 통해 학생들은 폴리매스 활동이 평소 접하는 수학 수업과는 다른 방향을 통하여 수학을 접할 수 있는 기회의 장이 되었음을 알 수 있다.

또한 폴리매스를 개선하기 위하여 폴리매스를 참가하면서 힘들거나 어려운 점에 대하여 학생들의 인식을 조사하였다. 22명의 결측치를 제외하고 학생이 폴리매스에 참여

하면서 겪은 어려운 점에 대하여 ‘문제가 너무 어려웠음’이 57.1%(156명)로 가장 높게 나타났고, ‘장소, 진행 방식 등 환경적인 면’이 35.2%(96명)로 높게 나타났다.

구분	빈도(명)	비율(%)
다른 사람(팀)과의 정보 공유	42	15.4%
문제가 너무 어려웠음	156	57.1%
다른 사람들과의 협업하는 방식	40	14.7%
다른 사람(팀)들과의 경쟁	30	11.0%
장소, 진행 방식 등 환경적인 면	96	35.2%
기타	31	11.4%
전체	395	

[표 9] 폴리매스에서 어려웠던 점에 대한 조사 결과(중복응답)

기타 의견을 살펴보면 크게 물리적 공간, 협업 등에 대한 내용이 있었다. 구체적으로 살펴보면 책상과 활동 공간이 작다는 의견이 있었으며, 처음 만난 사람과 함께 활동하는 것에 대하여 팀을 구성하는 과정과 방법에 대한 어려움을 호소하고 있는 것으로 나타났다.

IV. 나가는 말

교육부(2015)에서는 미래인재 양성을 4차 산업혁명시대와 연결 짓고 빅데이터 분석, 인공지능(AI), 가상(VR) 증강현실(AR) 등 지능정보기술을 활용하여 개인의 흥미, 수준에 따른 맞춤형 교육 서비스 제공, 컴퓨팅 사고, 창의·융합형 사고, 인성, 감성 등 미래사회에서 요구되는 역량 교육 강화를 위한 교육으로 그 방향을 설정하고 있다.

이에 많은 연구에서는 미래 사회에 필요한 역량으로 복합적 문제해결에 필요한 협업 능력, 감성 능력, 협상 능력 등이 요구되며(류태호, 2017), 이에 따라 교육에서는 공동체 안에서 타인과의 공유, 공존, 협업할 수 있고 서로 협동하여 문제를 해결하는 경험을 강조할 필요가 있다는 제안을 하고 있다(교육부, 2018; 이현주, 채유정, 2018; 이주호, 2017; 조난심, 2017; 김진형, 2016)

본 연구는 집단지성을 활용한 폴리매스를 소개함으로써 학생들이 복잡한 문제를 협업을 통해 문제를 해결하는 것을 학교 수업이나 영재교육에서 활용하는 것을 제안하고자 하였다.

폴리매스란 정형화되지 않은 복잡한 목표 문제를 설정하고 이를 공동체 구성원이 서로의 지성을 발휘하여 문제를 해결하는 것을 일컫고 있다. 따라서 이러한 과정에서 자신의 아이디어를 타인과 공유하는 것이 필요하며 개인이 공표한 지식에 대해 비판적 사고를 발휘하여 내용의 타당성을 함께 검증해 나가고 결과를 개선해 나가게 된다.

목표 문제를 집단지성을 활용하여 해결해 나가는 경험을 학생들에게 제공하기 위한

교사의 역할 중 하나는 목표 문제를 해결하는 과정에서 하위 문제를 학생들에게 제시하는 것이다. 이때 교사가 설정한 하위 문제가 목표 문제와 부합될 때 학생들의 성공률을 높인다고 할 수 있다. 또한 학생들도 하위 문제를 제작하여 공유하며 함께 해결해 나갈 수 있는데, 이때 교사의 가장 중요한 역할 중 하나는 학생들이 제작한 문제와 피드백 내용이 목표 문제와 얼마나 관련이 있는가를 판단하는 방향성 관리에 있다. 주어진 문제가 단순 정형화된 문제가 아니라 학생 입장에서 매우 복잡하고 열려있는 문제이니만큼 학생들이 동기를 유지해 나감과 동시에 성공적인 문제 해결을 위해 관련 지식과 문제를 연관지어 문제 해결 아이디어를 초점화 할 수 있도록 안내된 활동을 해 나가는 것이 필요하다.

본 연구에서 수행한 폴리매스를 경험한 학생들의 인식 조사에 따르면, 학생들은 폴리매스를 통해 문제에 대한 도전의식이 생기거나 새로운 수학적 지식이나 원리를 알게 되고 자신의 수학적 능력을 향상시키는데 긍정적이라고 생각하고 있었고 대부분의 학생들이 다시 참가할 의사를 밝히고 있었다.

이러한 긍정적인 인식의 배경에는 폴리매스가 새로운 수학문제를 접할 수 있으면서 문제에 도전하고 이를 통해 새로운 수학적지식을 알게 되고 다른 사람들과 충분히 이야기하면서 다른 친구들의 생각을 들을 수 있다는 점을 긍정적인 면으로 꼽고 있었으며, 이 과정들을 경쟁으로 바라보는 학생들은 매우 드물었다.

단지, 폴리매스를 참가하면서 힘들거나 어려운 점에 대해서는 문제가 너무 어려웠음을 지적하였고 그 외 장소, 진행 방식 등 환경적인 면을 지적하였다.

난이도 있는 목표는 그렇지 않은 목표보다 노력과 과제 집착이 필요(Locke, Shaw, Saari & Latham, 1981)하다는 점을 생각하여 학생들에게 적당한 인지적 부담이 부과되는 문제를 제시할 필요는 있으나, 과제의 난이도가 개인의 기술 수준과 일치하거나 약간 높을 때, 명확한 목표가 제공될 때 그리고 즉각적인 정확한 피드백이 전달될 때 몰입 촉진의 정도에 영향을 줄 수 있다고 한다(Csikszentmihalyi, 1990). 따라서 향후 폴리매스를 학생들에게 활동으로 활용하기 위해서는 적정 난이도의 목표 문제와 하위 문제를 개발하는 것이 무엇보다 중요한 일이라 할 수 있다.

또한 학생들은 몰입을 위한 환경적인 면을 지적하였는데, 대면 방식으로 이러한 폴리매스 활동을 하기 위해서는 몰입을 위한 적절한 환경을 고려하는 것이 무엇보다 필요한 일이라 할 수 있다. 학생들의 인지와 학습의 모든 과정에서 주의집중력은 영향력을 발휘한다(이슬기, 이광호, 2019)는 것을 고려한다면 특히 적절한 장소와, 진행 방식들에 대한 경험을 축적하고 이런 노하우를 공유하고 개선시켜 나갈 필요가 있을 것이다.

본 연구는 비정형화된 목표 문제를 공유와 협업의 집단지성을 발휘하여 문제를 해결하는 폴리매스 활동을 수학 교수·학습 방법으로 제안하고자 하였다. 정형화된 문제 해결을 위한 방법을 익히는 것보다 더 중요한 건 해결방법을 스스로 깨우치기 위하여 수학적 사고를 함양하는 것이며(임영빈, 2018), 동일한 목표 문제를 가지고 타인의 다양한 전략에 대해 의사소통하는 것은 수학교육의 중요한 역량이다(고상숙, 노지연, 2007). 각자의 생각과 정보를 공유하고 평가하며 주어진 문제를 해결하는 집단지성 경험은 문

제를 해결하는 과정에서 자기 생각을 정리하며 발전할 수 있는 교육적 효과가 있고, 사고의 범위를 확장하여 창의적 돌파구를 마련하는 등 새로운 지식구조를 생성하여 미래 사회를 이끌어갈 영재들에게 교육적인 의미가 있는 바(이지원, 김종복, 2013), 수학교육이 미래 사회를 대비하는 방향과 보다 밀접해지기 위해서는 이러한 집단지성을 활용한 교수·학습 방법을 활성화할 필요가 있다.

참고문헌

- [1] 고상숙, 노지연(2007). 중학교 기하단원의 개방형문제에서 학생의 문제해결과정의 사고 특성에 관한 연구. 한국학교수학회논문집, 10(3), 303-322.
- [2] 과학기술정보통신부(2018). 문재인 정부의 과학영재 성장지원 계획 -제3차 ['18~'22] 과학영재 발굴·육성 종합계획(안)
- [3] 과학기술정보통신부(2018). 문재인 정부의 과학영재 성장지원 계획 -제3차 ['18~'22] 과학영재 발굴·육성 종합계획(안)
- [4] 교육부(2018). 제4차 영재교육진흥종합계획(2018~2022)
- [5] 권찬호(2018). 집단지성의 이해. 서울: 박영사
- [6] 김군수, 성영조, 한영숙(2020). 포스트 코로나19, 뉴노멀 시대의 산업 전략. 이슈&진단.
- [7] 김다원(2014). 개인별 책무성 강화에 따른 협력학습의 긍정적 상호 의존성 효과 분석. 교양교육연구, 8(5), 485-515.
- [8] 김다원(2013). 집단지성 구현을 위한 토의 수업에서 "월드카페형 대화법"의 적용 가능성 모색. 한국지역지리학회지, 19(4), 787-804.
- [9] 김래영, 김구연, 권나영(2012). 연구 설계 및 연구 방법의 최근 동향: 초·중등 수학과 교육과정에 관한 연구를 중심으로. 학교수학, 14(3), 395-408.
- [10] 김진형(2016). 4차산업혁명, 인공지능 시대의 교육. STSS지속가능과학회 학술대회, (), 21-29.
- [11] 김진형(2016). 4차산업혁명, 인공지능 시대의 교육. STSS지속가능과학회 학술대회(2016), 21-29.
- [12] 김환남, 이영주(2012). 과학영재에게 요구되는 핵심역량에 대한 교사와 학생 인식. 한국과학교육학회지, 32(7), 1241-1250.
- [13] 나귀수, 박미미, 김동원, 김연, 이수진(2018). 미래 시대의 수학교육 방향에 대한 연구. 수학교육학연구, 28(4), 437-478.
- [14] 류태호(2017). 4차 산업혁명 교육이 희망이다. 서울: 경희대학교 출판문화원.

- [15] 박경빈, 이미순, 전미란(2010). 미래사회 영재의 창의·인성 교육을 위한 예비 연구. 영재교육연구, 20(3), 681-701.
- [16] 박진해(2017). 제 4차 산업혁명에 대비한 교양기초교육으로서의 수학교육의 방향. 한국교양교육학회 학술대회 자료집, 27-29.
- [17] 신동조, 권대용, 심재권(2019). 정보영재와 수학영재의 특성 분석 - 과흥분성과 지능을 중심으로 -. 영재교육연구, 29(2), 165-189.
- [18] 양미경(2010). 집단지성의 특성 및 기제와 교육적 시사점의 탐색. 열린교육연구. 18(4), 1-30.
- [19] 양미경(2011). 집단지성의 구현을 위한 협력학습의 원리 탐색. 교육방법연구, 23(2), 457-483.
- [20] 양지선, 이경숙(2018). Bloom의 신교육목표 분류체계에 기초한 4차 산업혁명 시대에 요구하는 지식과 역량 분석. 한국가정과교육학회지, 30(3), 129-149.
- [21] 영재교육진흥법(2000). 제정 2000. 1. 28, 법률 제6215호.
- [22] 이선영(2017). 제4차 산업혁명 시대의 교육심리학 한국교육학연구, 23(1), 231-260
- [23] 이슬기, 이광호. (2019). 수학 패턴 유형에 따른 5학년 일반학생과 수학영재 학생의주의집중과 주의전환, 22(1), 1-12.
- [24] 이영희, 윤지현, 홍섭근, 임재일, 백병부(2018). 미래교육 관련 연구 메타분석을 통한 미래교육의 방향. 교육문화연구, 24(5), 127-153.
- [25] 이용률(2015). 과제와 문제. 경인초등수학교육연구회 합동발표대회 자료집 16권, 29-30.
- [26] 이주호(2017). 제4차 산업혁명에 대응한 교육 대전환. 선진화 정책시리즈, 158-189.
- [27] 이지원, 김중복(2013). 과학영재들은 협업적 문제해결과정에서 무엇을 공유하는가. 영재교육연구, 23(6), 1099-1115.
- [28] 이현주, 채유정(2018). 중등 과학영재와 일반학생의 사고양식 유형에 따른 학습흥미 및 자기조절학습의 차이 분석. 한국과학교육학회지, 38(1), 57-68.
- [29] 인성교육진흥법. [http://www.law.go.kr/법령/인성교육진흥법/\(13004,20150120\)](http://www.law.go.kr/법령/인성교육진흥법/(13004,20150120))
- [30] 임영빈, 홍진곤(2019). 수학 기반의 융합 문제해결 과정에 나타나는 초등영재학생의 수학적 사고와 태도 분석. 학습자중심교과교육연구, 19(8), 239-257.
- [31] 임영빈(2018). 삼각부등식 개념형성을 위한 문제해결 과정에 나타나는 초등학생의 수학적 사고와 교사의 역할. 수학교육학연구, 28(2), 203-220.
- [32] 전종희(2013). 공과대학 대학원에서의 집단지성(Collective Intelligence)양상 탐색. 교육심리연구, 27(1), 1-34.

- [33] 조난심(2017). 제4차 산업혁명과 교육. 교육비평, (39), 330-347.
- [34] 조상식(2016). '제4차 산업혁명'과 미래 교육의 과제. 미디어와 교육, 6(2), 152-185.
- [35] 조현국(2017) 4차 산업혁명에 따른 미래사회와 교육환경의 변화, 그리고 초, 중등 과학교육의 과제. 초등과학연구. 36(3). 286-301
- [36] 진미르, 고희경(2019). 최근 수학교육 연구 논문에서 나타나는 키워드 분석. East Asian Math. J., 35(4), 512-523.
- [37] 채유정, 이현주(2018). 중등 과학영재와 일반학생의 사고양식 유형에 따른 학습흥미 및 자기조절학습의 차이 분석. 한국과학교육학회지, 38(1), 57-68.
- [38] 채유정, 이현주(2018). 중등 과학영재와 일반학생의 사고양식 유형에 따른 학습흥미 및 자기조절학습의 차이 분석. 한국과학교육학회지, 38(1), 57-68.
- [39] 최은미(2017). 4차 산업혁명에서의 STEAM과 기초수학 교육의 방향 연구. 한국교양교육학회 학술대회 자료집, 22-26.
- [40] 최지웅(2017). 4차 산업혁명이 다가온 미래 사회의 수학교육 동향 고찰. 교과교육연구, 10(1), 59-72.
- [41] 최항섭(2009). 레비의 집단지성: 대중지성을 넘어 전문가지성의 가능성 모색. 사이버커뮤니케이션학보, 26(3), 287-322.
- [42] 최항섭(2009). 레비의 집단지성: 대중지성을 넘어 전문가지성의 가능성 모색. 사이버커뮤니케이션학보, 26(3), 287-322.
- [43] 최호성(2017). 사회변화에 부응하는 영재성, 영재 판별 및 영재교육 프로그램의 재개념화와 법 개정 방향의 시사점. 영재교육연구, 27(3), 255-276.
- [44] 최호성(2017). 사회변화에 부응하는 영재성, 영재 판별 및 영재교육 프로그램의 재개념화와 법 개정 방향의 시사점. 영재교육연구, 27(3), 255-276.
- [45] 최호성(2017). 사회변화에 부응하는 영재성, 영재 판별 및 영재교육 프로그램의 재개념화와 법 개정 방향의 시사점. 영재교육연구, 27(3), 255-276.
- [46] 한국과학창의재단(2019). 미래세대 과학교육표준[단계별 수행기대] 개발 연구
- [47] 한국과학창의재단(2019). 미래세대 과학교육표준[단계별 수행기대] 개발 연구.
- [48] 한국교육개발원(2017). 제1차 KEDI 미래교육 정책포럼_4차 산업혁명과 미래 교육의 변화. CRM 2017-92.
- [49] 한국교육개발원(2017). 국가 영재교육 프로그램 기준 초·중학교 수학. 연구자료 CRM 2017-16.
- [50] 한국정보화진흥원(2017). 4차 산업혁명과 지능정보사회의 정책과제 100선. 대구 한국정보화진흥원.

- [51] 한국정보화진흥원(2017). 4차 산업혁명과 지능정보사회의 정책과제 100선. 대구: 한국정보화진흥원.
- [52] 홍진근, 강은주(2009). 사고구술법을 이용한 수학 영재의 사고 특성 연구. 대한수학교육학회지 수학교육학연구, 19(4), 545-562.
- [53] Csikszentmihalyi, M. (1990). *Optimal experience*. New York, NY: Harper and Row.
- [54] Gravemeijer, K., Stephan, M., Julie, C., Lin, F. L., & Ohtani, M. (2017). What Mathematics Education May Prepare Students for the Society of the Future? *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15, 105-123. <https://doi.org/10.1007/s10763-017-9814-6>
https://stdict.korean.go.kr/search/searchView.do?word_no=473106&searchKeywordTo=3
- [55] Leadbeater, C.(2008). We-think: mass innovation, not mass production. 이순희 역(2009). *집단지성이란 무엇인가*. 서울: 21세기북스.
- [56] Locke, E. A., Shaw, K. N., Saari, L. M., & Latham, G. P. (1981). Goal setting and task performance: 19
- [57] OECD. (2018). *The future of education and skills education 2030*. OECD. Retrieved from <http://www.oecd.org/education/2030>.
- [58] UNESCO. (2015). *Global citizenship education: Topics and learning objectives*. United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization.
- [59] World Economic Forum.(2015). *New vision for education: Unlocking the potential of technology*. Colony/Geneva: World Economic Forum.
- [60] Yitang Zhang(2014). Bounded gaps between primes. *Annals of Mathematics*. 179 (3): 1121-1174.
- [61] Polymath, D. H. J. (2014), The "bounded gaps between primes" Polymath project: A retrospective analysis, *Newsletter of the European Mathematical Society*, 94: 13-23

Choi, Suyoung
Ajou University
Suwon, 16499 Korea
E-mail address: schoi@ajou.ac.kr

Goo, A-Hyun
Graduate School of Education Ajou University
Suwon, 16499 Korea
E-mail address: ahyungoo@ajou.ac.kr

Ko, Ho Kyoung
Ajou University
Suwon, 16499 Korea
E-mail address: kohoh@ajou.ac.kr