

난류 파이프 유동 내 응집 구조의 횡 방향 성장

안준선* · 이진영** · 황진율†

Spanwise growth of coherent structures in turbulent pipe flow

Junsun Ahn*, Jinyoung Lee**, Jinyul Hwang†

Abstract The spanwise growth of turbulence structures in turbulent pipe flow was investigated using the direct numerical simulation data of $Re_\tau = 544, 934$ and 3008 . Two-point correlations and pre-multiplied energy spectra of streamwise velocity fluctuations were examined along the spanwise direction. The arclength direction is defined as $r\theta$, which is useful for an analogy with the spanwise direction for channels or boundary layers; here, r and θ are the radial distance from the core and the azimuthal angles, respectively. Both analyses showed that the arclength scales increased with increasing the wall-normal distance. It showed that the coherent structures were confined in the core region due to the crowding effect of a circular pipe geometry. The pipe flow simulation could describe a realistic geometrical flow along the azimuthal direction, unlike the simulations of turbulent channel or boundary layer flow using periodic boundary conditions along the spanwise direction. The present results provided the spanwise organization of energy-containing motions over a broad range of scales in turbulent pipe flow.

Key Words : Turbulent pipe flow (난류 파이프 유동), Turbulence structure (난류 구조), Direct numerical simulation (직접수치모사)

1. 서론

최근 벽 난류 유동(wall-bounded turbulent flow) 중 난류 파이프 유동(turbulent pipe flow)에 대한 연구가 활발하게 이루어지고 있다. 벽 난류 유동에 속하는 다른 형상인 난류 경계층 및 채널 유동(turbulent boundary layer and channel flows)의 경우, 실험 연구에서는 횡 방향 양 쪽 끝에 벽이 위치하여 그 영향을 무시하려면 충분히 큰 횡 방향 폭을 가져야 한다. 수치 연구에서는 일반적으로 횡 방향으로 외부영역길이 스케일의 3배이상의 도메인 크기와 함께 주기 경계 조건(periodic boundary condition)을 사용하여 인위적으로 유동을 모사한

* Department of Railway Vehicle System Engineering, Korea National University of Transportation, 157 Cheoldobangmulgwan-ro, Uiwang-si, Gyeonggi-do 16106, Korea, Assistant Professor
E-mail: junsunahn@ut.ac.kr

** Department of Mechanical and Aerospace Engineering, Princeton University, Princeton, NJ 08544, USA, Ph.D Candidate

† School of Mechanical Engineering, Pusan National University, Geumjeong-gu, Busan 46241, Korea, Assistant Professor
E-mail: jhwang@pusan.ac.kr

다. 그 결과 횡 방향 도메인의 크기가 충분치 않다면 난류 경계층 및 채널 유동의 경우 유동장을 정밀하게 수치 모사하지 못하는 한계가 존재한다.

난류 구조는 유동이 흐르는 방향(streamwise direction)과 벽면의 점착 조건(no-slip condition) 사이 전단 응력으로 인해 유동 방향으로 길게 늘어나는 형태로 발달하며, 대형 및 거대 난류 구조(large- and very-large-scale motion)의 발견⁽¹⁾으로 이들은 모사하기 위해선 유동 방향으로 매우 긴 영역이 고려되어야 한다. 계산 영역의 크기에 따른 난류 구조의 에너지 스펙트럼을 살펴보면, 계산 영역의 유동 방향 길이가 늘어날수록, 더욱 긴 난류 구조들이 존재하는 것을 볼 수 있다.⁽²⁾ 또한 이들은 동시에 횡방향으로도 외부영역 길이 스케일의 크기를 가진다. 따라서 이들은 충분히 수치모사하기 위해서는 기존에 알려진 횡 방향 도메인 크기보다 더 큰 크기를 가져야 한다.

이에 반해, 단면이 원형인 파이프는 구조적으로 완벽하게 갇힌 형상으로서 실험 및 수치 연구에서 실제 유동을 모사하기에 용이하다.⁽³⁾ 특히, 유동 방향의 수직한 평면(cross-stream plane)에서 바라본 난류 구조에 대한 연구를 수행하기에 파이프 형상은 매우 적합하다.^(4,5) 뿐만 아니라 유동은 연속체의 성질을 가지므로, 난류 구조의 횡 방향 성질을 이해한다면, 상호 작용하는 유동 방향의 구조적 성질을 예측하는 데 도움이 될 것으로 생각한다. 최근 Ahn et al.⁽⁶⁾은 $Re_\tau (\equiv u_\tau R/\nu, \nu$: 유체의 동점성계수, u_τ : 마찰속도) = 3008의 난류 파이프 유동 직접수치모사(direct numerical simulation; DNS) 결과를 이용하여 난류 구조의 유동 방향 및 횡 방향 크기 사이 선형적인 상관 관계를 보였다. Han et al.⁽⁷⁾은 횡 방향으로 유동을 완전히 모사하는 반면 유동 방향으로 최소 계산 영역을 사용하는 최소 파이프 유동(minimal pipe flow) 분석을 통해 횡 방향 난류 구조가 시간에 따라 유동 방향으로 발달하는 현상을 규명하였다.

본 연구에서는 난류 구조의 횡 방향 크기와 레이놀즈 수 사이 관계를 보이고자 한다. 유동 방향 난류 섭동(streamwise velocity fluctuation)의 두 점 사이 상관 관계(two-point correlation)와 에너지 스펙트럼 분석을 통해 난류 구조의 횡 방향 크기를 선정하고, 레이놀즈 수에 따라 이에 대한 경향성을 분석한다.

2. 직접수치모사

본 연구에서는 이전에 보고된 직접수치모사 기법으로 얻은 $Re_\tau = 544, 934, 3008$ 의 난류 파이프 유동 데이터를 분석하였다.^(8,9) Fig. 1은 레이놀즈 수에 따른 유동 방향 난류 섭동을 보여주는 cross-stream plane으로 난류 구조의 순간적인 형상을 보여준다. 벽면 근처의 작은 난류 구조와 함께 파이프 중심부까지 뻗어 있는 큰 구조가 동시에 관측된다. 특히 레이놀즈 수가 증가함에 유동현상은 더욱 복잡해진다. 그림에서 보이듯이 더욱 작은 난류 구조가 관측됨과 동시에 파이프 반지름의 크기를 가지는 큰 구조가 존재하는 것을 알 수 있다.

완전 발달한 난류 파이프 유동을 모사하기 위해 층류 유동의 중심 속도와 파이프 반지름(R)으로 무차원된 Navier-Stokes 방정식과 연속방정식을 지배방정식으로 사용하였다. 직접수치모사를 위한 지배방정식의 차분에는 공간에 대해 staggered 격자 기반 2차 정확도의 중심 차분 기법과 시간에 대해 Crank-Nicolson 기법을 사용하였다. 또한, 지배방정식의 속도와 압력 항을 분리하기 위해 fully implicit fractional step method를 사용하였다.⁽¹⁰⁾ 벽에서는 미끄럼 방지 조건을, 유동 방향과 원주 방향으로는 주기 조건을 적용하였다.

원통 좌표계에서는 반지름 방향, 유동 방향, 원주 방향의 길이는 각각 r, z, θ 로 표현되고, 각 방향의 속도는 u_r, u_z, u_θ 로 표현한다. 편의 상 본문에서는 다음과 같이 직교 좌표계로 변환하여 사용한다. 유동 방향, 벽 높이 방향, 횡 방향의 길이: $x = z, y = 1 - r, z = r\theta$, 각 방향의 속도: $u = u_z, v = -u_r, w = u_\theta$.

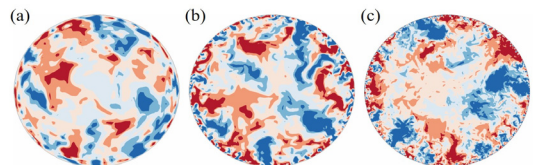


Fig. 1. Instantaneous streamwise velocity fluctuations in turbulent pipe flow in the cross-stream plane for (a) $Re_\tau = 544$, (b) 934 and (c) 3008.

3. 결과 및 고찰

유동 방향 난류 섭동(u)이 이루는 난류 구조를 통계적으로 분석하기 위해 두 점 사이 상관 관계(two-point correlation)를 구하였다. 두 점 사이 상관 관계는 다음 식 (1)으로 구할 수 있다.

$$R_{uu} = \frac{\langle u(x, y_{ref}, z)u(x+r_x, y, z+r_z) \rangle}{u_{rms}(y_{ref})u_{rms}(y)} \quad (1)$$

$\langle \cdot \rangle$ 는 시간과 공간에 대한 평균을 의미하며, u_{rms} 는 유동 방향 난류 섭동의 제곱평균제곱근(root mean square) 값을 의미한다. Fig. 2는 벽면으로부터의 기준 높이($y_{ref} = y/R$) $y_{ref} = 0.05, 0.2, 0.6$ 에서 얻은 cross-stream plane의 R_{uu} 값을 보여준다. 기준 위치 주위로 양의 상관 관계가 존재하고, 좌우에서 음의 상관 관계가 나타난다. 이는 유동 방향 속도 섭동은 양의 값과 음의 값이 교대로 존재함을 의미한다. 기준 높이가 벽으로부터 멀어질수록, 양의 상관 관계는 벽에서 떨어지게 되고, 이 때 양 쪽에 위치한 음의 상관 관계는 파이프 중심 부근에서 이어져서 지붕 형태를 이루게 된다.⁽¹¹⁾ 이는 기준 점으로부터 90° 이상 떨어진 영역에서는 난류 구조 사이 상관 관계가 보이지 않는다는 Bailey et al.⁽⁵⁾의 결과와는 다르다.

Fig. 2의 $R_{uu} = 0.05$ 실선을 기준으로 기준 높이($y = y_{ref}$)에서 펼친 난류 구조의 횡 방향 크기(l_z/R)를

측정하여 Fig. 3에 표시하였다. 엄밀히 말하면 구조의 통계적인 크기는 $R_{uu} = 0$ 이 되는 지점을 바탕으로 측정해야하나 충분히 수렴이 되지 않을 수 있기에 $R_{uu} = 0.05$ 의 값을 통해 구조의 크기를 측정하였다.^(4,7,11,14) 벽으로부터 멀어질수록 난류 구조의 횡 방향 크기는 증가한다. 그러나 같은 벽 난류 내부 유동인 채널 유동에서는 계속해서 증가하지만,⁽¹²⁾ 파이프 유동 내 난류 구조의 횡 방향 크기는 증가하다가 수렴한다. 파이프 중심 부근으로 갈수록 원주 방향의 공간이 제한되어 난류 구조의 성장을 방해하는데, 이를 crowding effect라고 한다.⁽¹³⁾ 수렴한 난류 구조의 횡 방향 크기는 레이놀즈 수에 상관없이 $l_z/R = 0.56$ 정도이다. 하지만, 벽으로부터 가까운 영역에서 난류 구조의 횡 방향 크기는 레이놀즈 수에 따라 차이를 보인다. 벽 근처에서는 레이놀즈 수에 커짐에 따라 난류 구조의 크기가 커진다. 이는 벽으로부터 멀리 떨어진 영역에서 존재하는 거대 구조가 벽 근처까지 영향을 미쳐 난류 구조 크기에 대한 scaling을 방해하기 때문이다. 이를 확인하기 위해 난류 구조의 크기 별 에너지의 분포를 살펴보았다.

Fig. 4는 유동 방향 속도 섭동으로 이루어진 난류 구조의 횡 방향 크기에 대한 에너지 스펙트럼($k_z \Phi_{uu}^+ = k_z \Phi_{uu}^- / u_r^2$)을 나타낸다. 스펙트럼(Φ_{uu})의 정의는 다음 식 (2)과 같으며,

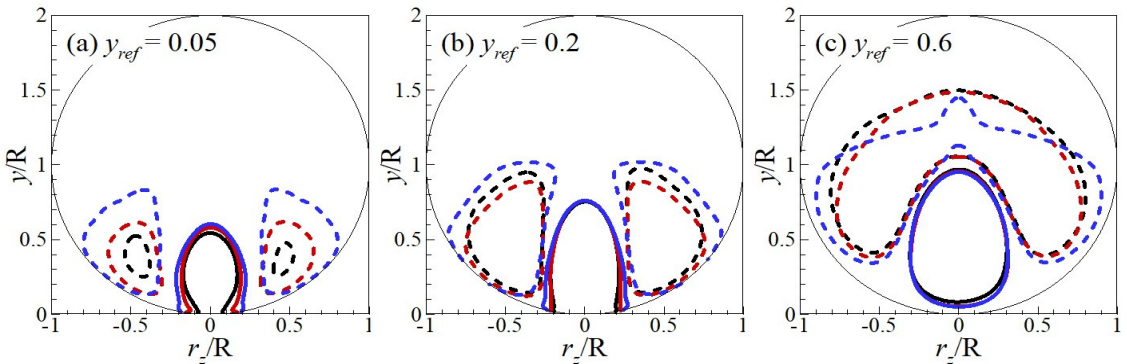


Fig. 2. Two-point correlations of the streamwise velocity fluctuations at (a) $y_{ref} = 0.05$, (b) 0.2 and (c) 0.6. Black, red and blue colors indicate $Re_\tau = 544, 934$ and 3008, respectively, and solid and dashed lines indicate the threshold values of $R_{uu} = 0.05$ and -0.04 , respectively.

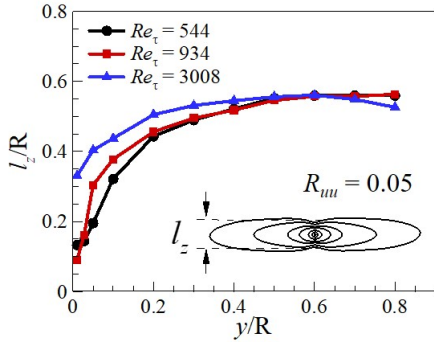


Fig. 3. Spanwise length scales for $R_{muu} = 0.05$ along the wall-normal distance.

$$\Phi_{muu}(k_z; y) = 2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\sqrt{-1}k_z r_z} R_{muu}(r_z; y) dr_z \right\} \quad (2)$$

로그 스케일로 스펙트럼을 분석하기 위해 횡 방향 파수(spanwise wavenumber, k_z)를 곱한 pre-multiplied energy spectra를 확인한다. 모든 레이놀즈 수에 대해 벽 근처 위치인 $y^+ (= u_y y/\nu) \approx 15$ 에서 $\lambda_z^+ (= u_z \lambda_z/\nu) \approx 100$ 의 크기 난류 구조가 높은 에너지를 가지는 inner site가 보인다.

이는 self-sustaining near-wall cycle에 의한 결과이다.⁽¹⁴⁾ 또한, $Re_\tau = 934$ 와 3008 에서는 벽에서 멀리 떨어진 영역인 $y/R \approx 0.2$ 에서 $\lambda_z/R \approx 1.2\sim 1.3$ 의 거대 난류 구조가 높은 에너지를 가지는 outer site를 관찰하였다.

Outer site의 거대 난류 구조는 벽면 근처까지 영향을 주는 것을 확인할 수 있다. 심지어 $Re_\tau = 3008$ 에서는 $y/R \approx 0.05$ 지점에서 국부적으로 높은 에너

지를 가지는 $\lambda_z/R \approx 0.6$ 크기의 대형 난류 구조를 발견하였다. 이렇듯 레이놀즈 수가 증가할수록 높은 에너지를 가지는 대형 및 거대 난류 구조가 활발해지고, 이들이 벽면 근처에 영향을 주기 때문에, 벽으로부터 가까운 영역에는 멀리 떨어진 곳보다 다양한 크기의 난류 구조들이 상대적으로 훨씬 복잡하게 존재한다. 이런 이유로 Fig. 3에서 나타나는 것과 같이 벽 근처의 난류 구조의 크기는 한 가지 length scale로 표현하기 어렵다.

벽면 근처에서부터 높이마다 국부적으로 최대 에너지를 가지는 구조들을 빨간색 십자가로 표시하였다. 그리고 이 값들을 Fig. 5에서 한꺼번에 표현하였다. 난류 구조의 크기를 outer length scale (R)로 표현하였지만, 전체적으로 레이놀즈 수에 따른 경향이 잘 일치하는 것을 볼 수 있다. Inner site와 outer site 사이에서 국부적으로 최대 에너지를 가지는 구조들의 횡 방향 크기는 벽으로부터 떨어진 거리에 선형적으로 비례하여 증가하는 것을 확인하였다. 또한, 레이놀즈 수가 높아질수록 대형 및 거대 난류 구조가 활발해짐에 따라 특정 높이에서 난류 구조의 크기가 유지되는 듯한 현상이 보인다. 이 두 가지는 attached eddy의 크기는 벽으로부터 떨어진 거리에 비례하고 이들은 크기 별로 계층 구조를 형성한다는 Townsend의 attached eddy hypothesis⁽¹⁵⁾를 만족하는 결과다.

$Re_\tau = 544$ 의 경우 $y/R = 0.2$ 이상에서부터 maximum spanwise wavelength가 높이게 관계없이 대략 $\lambda_z/R \approx 1$ 의 값을 가지는 것을 알 수 있다. $Re_\tau = 934$ 의 경우 $y/R = 0.2$ ($y^+ \approx 200$) 이상에서

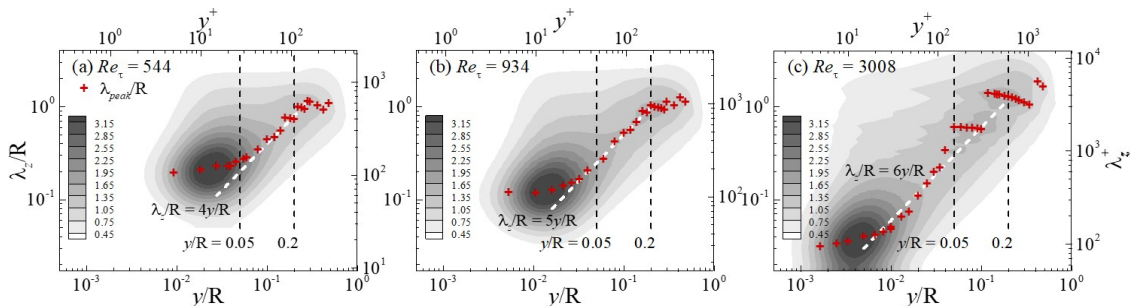


Fig. 4. Pre-multiplied spanwise energy spectra of the streamwise velocity fluctuations for (a) $Re_\tau = 544$, (b) 934 and (c) 3008. Symbols indicate the local maximum spanwise wavelength at each wall-normal distance.

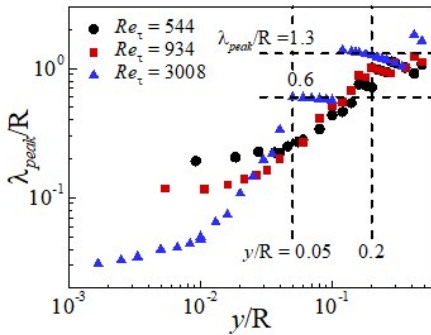


Fig. 5. Variations of the local maximum spanwise length scales only along the wall-normal distance obtained from the energy spectra in Fig. 4.

maximum spanwise wavelength가 거의 $\lambda_z/R \approx 1$ 로 일정해지는 것을 볼 수 있다. 즉, $Re_\tau = 544$ 와 934 모두 높이에 따른 maximum spanwise wavelength가 outer unit으로 scaling 되는 영역은 $y/R = 0.2$ 이상인 외부 영역임을 알 수 있다. 이는 logarithmic region의 upper limit과 어느정도 일치한다. $Re_\tau = 3008$ 의 경우에서도 $y/R = 0.2$ 이상에서 maximum spanwise wavelength가 outer unit으로 일정해지는 영역이 똑같이 관측이 된다. 하지만 $y/R \approx 0.05$ ($y^+ \approx 150$)에서도 maximum spanwise wavelength가 일정해지는 구간이 존재한다. 이는 logarithmic region 내에도 outer unit으로 특징지어지는 난류 구조가 지배적임을 의미한다. 이는 앞서 언급했듯이 2개의 outer site가 존재하기 때문이다. 낮은 레이놀즈 수 유동과 마찬가지로 외부영역에서 $\lambda_z/R \approx 1.3$ 에서 outer site가 존재하지만 대략 절반의 wavelength인 $\lambda_z/R \approx 0.6$ 에서도 outer site가 존재한다. 레이놀즈 수가 커짐에 따라 난류 구조의 스케일이 확장되기 때문에, 더 넓은 범위에서 난류 구조가 분포하게 된다. 하지만 파이프 유동의 경우 원형 형상의 제한으로 인하여 large scale이 $\lambda_z/R \approx 1.3$ 보다 더 큰 크기를 가질 수 있는 공간이 부족해진다. 두 점 사이 상관관계에서는 난류 구조의 크기 별 분석이 불가능하여 이를 확인하지 못하였다. 하지만, 스펙트럼 분석을 통해 $\lambda_z/R \approx 1.3$ 보다 작은 스케일의 large scale ($\lambda_z/R \approx 0.6$)이 우세해지고 그에 따른 outer site를 추가로 발견하였다.

4. 결론

본 연구에서는 레이놀즈 수에 따라 난류 파이프 유동 내 존재하는 난류 구조의 횡 방향 성장을 두 점 상관 관계와 에너지 스펙트럼을 이용하여 살펴 보았다. 벽으로부터 멀어질수록 난류 구조의 횡 방향 크기는 증가하다가 파이프 중심 부근에서는 수렴하여 일정한 크기를 가지게 된다. 특히, 에너지 스펙트럼에서는 국부적으로 높은 에너지를 가지는 난류 구조의 횡 방향 크기는 벽면으로부터 떨어진 거리에 선형적으로 증가하는 것을 확인하였다.

두 점 상관 관계와 에너지 스펙트럼 분석 결과는 완벽하게 일치하지 않는다. 상관 관계 분석에서는 난류 구조의 성장에 대한 대략적인 경향만을 파악할 수 있지만, 에너지 스펙트럼은 구조의 크기 별 에너지 분포를 보여준다. 난류 구조의 횡 방향 크기를 정확하게 모델링하기 위해서는 난류 구조의 크기와 각 구조의 에너지 뿐 아니라 각 구조의 출현 빈도를 고려해야한다. 이들을 가중치로 부과하여 종합적으로 고려한다면, 각 높이에 따른 난류 구조의 크기를 예측할 수 있을 것이라 생각된다. 특히 난류 구조의 높이가 파이프 반지름에 이르는 경우 외부영역에서 횡 방향 크기가 제한되기에 주위에 존재하는 또 다른 거대구조와의 상호작용에 대한 고려가 필요할 것으로 예상된다.

후 기

이 연구는 2019학년도 부산대학교 신입교수정착금 지원으로 이루어졌음.

REFERENCE

- 1) Kim, K.C. and Adrian, R.J., 1999. "Very large-scale motion in the outer layer," *Phys. Fluids*, 11, 417-422.
- 2) Lozano-Durán, A. and Jiménez, J., 2014, "Effect of the computational domain on direct simulations of turbulent channels up to $Re_\tau = 4200$," *Phys. Fluids*, 26, 011702.
- 3) Kim, J., 2012, "Progress in pipe and channel flow

- turbulence, 1961–2011,” *J. Turbulence*, 13, 1–19.
- 4) Monty, J.P., Stewart, J.A., Williams, R.C. and Choung, M.S., 2007, “Large-scale features in turbulent pipe and channel flows,” *J. Fluid Mech.*, 589, 147–156.
 - 5) Bailey, S.C.C., Hultmark, M., Smits, A.J. and Schultz, M.P., 2008, “Azimuthal structure of turbulence in high Reynolds number pipe flow,” *J. Fluid Mech.*, 615, 121–138.
 - 6) Ahn, J. and Sung, H.J., 2017, “Relationship between streamwise and azimuthal length scales in a turbulent pipe flow,” *Phys. Fluids*, 29, 105112.
 - 7) Han, J., Hwang, J., Yoon, M., Ahn, J. and Sung, H.J., 2019, “Azimuthal organization of large-scale motions in a turbulent minimal pipe flow,” *Phys. Fluids*, 31, 055113.
 - 8) Ahn, J., Lee, J.H., Jang, S.J. and Sung, H.J., 2013, “Direct numerical simulations of fully developed turbulent pipe flows for $Re_\tau = 180, 544, \text{ and } 934$,” *Int. J. Heat Fluid Flow*, 44, 222–228.
 - 9) Ahn, J., Lee, J.H., Lee, J., Kang, J.-H. and Sung, H.J., 2015, “Direct numerical simulation of a 30R long turbulent pipe flow at $Re_\tau = 3008$,” *Phys. Fluids*, 27, 065110.
 - 10) Kim, K., Baek, S.-J. and Sung, H.J., 2002, “An implicit velocity decoupling procedure for the incompressible Navier–Stokes equations,” *Int. J. Numer. Method Fluids*, 38, 125–138.
 - 11) Lee, J.H., Sung, H.J. and Adrian, R.J., 2019, “Space–time formation of very-large-scale motions in turbulent pipe flow,” *J. Fluid Mech.*, 881, 1010–1047.
 - 12) Del Álamo, J.C., Jiménez, J., Zandonade, P. and Moser, R.D., 2004, “Scaling of the energy spectra of turbulent channels,” *J. Fluid Mech.*, 500, 135–144.
 - 13) Chung, D., Marusic, I., Monty, J.P., Vallikivi, M. and Smits, A.J., 2015, “On the universality of inertial energy in the log layer of turbulent boundary layer and pipe flows,” *Exp. Fluids*, 56, 141.
 - 14) Hutchins, N. and Marusic, I., 2007, “Evidence of very long meandering features in the logarithmic region of turbulent boundary layers,” *J. Fluid Mech.*, 579, 1–28
 - 15) Townsend, A.A., 1976, “The Structure of Turbulent Shear Flow,” Cambridge University Press, 2nd ed.