



J. Korean Soc. Aeronaut. Space Sci. 49(5), 389-397(2021)

DOI:https://doi.org/10.5139/JKSAS.2021.49.5.389

ISSN 1225-1348(print), 2287-6871(online)

한 개의 제어모멘트자이로 고장에 따른 위성 각속도 안정화 분석

진재현¹, 이현재²

Analysis of Angular Velocity Stabilization of Spacecraft After One Control Moment Gyroscope's Failure

Jaehyun Jin¹ and Henzeh Leeghim²Dept. Aerospace Engineering/Center for Aerospace Engineering, Sunchon National University¹,Dept. of Aerospace Engineering, Chosun University²

ABSTRACT

The control characteristics after the failure of the control moment gyros, the actuators for satellite attitude control, were analyzed. In particular, the situation where one out of four failed was considered. For the most commonly used pyramids and box-90 structures, the singularities and singular surfaces after failure were analyzed and compared. Dynamic equations for the process of reducing the wheel speed after the failure were derived. The process of stabilizing the angular velocity of a satellite while absorbing the momentum of the faulty module by the three normal modules was analyzed. For singular shapes, the remaining CMGs may be locked or excessively shake. The authors proposed that it can be prevented by rearranging the gimbal angles.

초 록

인공위성의 자세제어 구동기인 제어모멘트자이로의 고장에 따른 제어 특성을 분석하였다. 특히, 4개 중에 한 개가 고장난 상황을 고려하였다. 가장 많이 사용되는 피라미드와 box-90 구조를 고려하였으며, 고장 발생 이후의 특이점 및 특이면을 분석하고 비교하였다. 모듈이 고장나고 휠 속도를 줄이는 과정에 대한 동역학 방정식을 유도하였다. 정상인 세 모듈이 고장난 모듈의 모멘텀을 흡수하면서 위성의 각속도를 안정화하는 과정을 분석하였는데, 특이형상에서 나머지 CMG가 교착되거나 과도하게 요동할 수 있는데, 짐벌각 재조정을 통하여 방지할 수 있음을 제시한다.

Key Words : Control Moment Gyroscope(제어 모멘트 자이로), Singularity Analysis(특이점 분석), Fault(고장), Angular Velocity Stabilization(각속도 안정화)

1. 서 론

1.1 배경

인공위성의 자세제어에 사용되는 제어모멘트자이

로(CMG, Control Moment Gyroscope)는 대부분 4개 이상의 모듈을 한 세트로 운영한다[1,2]. 예기치 못한 고장과 특정방향으로 토크를 발생하지 못하는 특이점에 능동적으로 대응하기 위한 것이다.

† Received : December 28, 2020 Revised : March 2, 2021 Accepted : March 15, 2021

^{1,2} Professor

¹ Corresponding author, E-mail : donworry@scnu.ac.kr, ORCID 0000-0001-7558-6331

© 2021 The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences

본 논문에서는 4개 중 한 개의 CMG 모듈이 고장난 상황을 분석한다. 기존의 연구는 두 개 모듈이 고장난 경우를 많이 다루고 있는데, 두 개가 고장나면 부족구동 상태이고 이러한 악조건에서도 자세제어 기능을 유지하려는 문제에 많은 관심을 가졌다[3]. 한 개가 고장 나더라도 제한된 3 자유도 제어는 가능하기 때문에 주요 관심대상은 아니었다.

그러나 확률적으로는 한 개가 고장난 경우가 훨씬 높은 것은 자명하다. 2개가 고장 내려면 반드시 한 개가 고장난 상황을 거쳐야 하며, 2개가 동시에 고장나는 것은 확률적으로 낮다. 그래서 한 개가 고장났을 때 전체 자세제어 시스템의 성능과 동작 특성을 면밀히 분석하고 적절한 대응을 준비할 필요가 있다.

1.2 문헌 조사

Zhang 등[4]은 한 개 모듈의 고장에도 강인하게 동작하는 제어기 설계 연구결과를 제시하였다. 고장이 나면 수용 가능한 각운동량 체적의 반경이 정상보다 1.6배 줄어들고 특이점도 더 많아진다. Meng 등[5]은 CMG 모듈의 고장(2개까지)을 마그네틱 토크로 보완하는 방안을 제시하였다. Yoshimura[6]는 고장을 고려한 최적배치 형상을 제시하였는데 시스템의 신뢰도를 이용하여 가중치를 결정하는 방법을 제안했다. Jin 등[7]은 6개의 CMG에서 2개 모듈이 고장나는 경우에 대하여 특이면(singular surfaces)과 재형상 기법을 연구하였다.

한편, 2개의 모듈에 대한 연구결과는 상대적으로 많은데 위성각속도 안정화 사례[3,8], 시선각의 방향 제어 사례[9], 위성의 rest-to-rest 기동 사례[10,11], 스위칭 기법을 이용한 자세제어와 특이점 회피 사례[12] 등이 있다.

1.3 수행 내용

본 논문에서는 두 가지의 배치 구조를 고려하였으며, 각각의 구조에서 한 개의 CMG 모듈이 고장난 상황을 비교분석하였다. 고려한 것은 많이 사용되는 피라미드(pyramid)와 box-90 구조이다[13,14]. 수행한 내용을 요약하면 다음과 같다.

- 각 구조에서 한 개의 모듈이 고장난 이후의 특이점을 분석하고 비교하였다.
- 한 개의 모듈이 고장나고 휠 속도를 줄이는 과정에 대한 동역학 방정식을 유도하고, 이를 활용하여 시뮬레이션을 수행하였다.
- 정상인 세 모듈들이 모멘텀을 흡수하면서 위성의 각속도를 안정화하는 과정을 분석하였다.
- 특이형상인 경우에 CMG가 과도하게 요동할 수 있는데, 짐벌 각 재조정을 통하여 요동을 방지할 수 있음을 확인하였다.

CMG의 구조에 따라 제어 특성이 달라지기 때문에 이러한 분석 결과는 위성에 적합한 구조를 설계하는

데 도움이 될 것으로 판단하며, 모듈의 고장에 대응하기 위하여 여러 관점에서 제어 특성 및 각속도 안정성을 분석한 것이 본 논문의 주요 결과이다.

II. 시스템 모델링

2.1 CMG 배치 형상

Figure 1은 피라미드 구조의 배치인데, 모듈을 구분하는 인덱스 i 는 1,2,3,4가 적용된다. 직교 단위벡터 $\hat{r}_i, \hat{s}_i, \hat{t}_i$ ($\hat{t}_i = \hat{r}_i \times \hat{s}_i$)는 짐벌 회전축 벡터, 휠 회전축 벡터, 토크 방향 벡터를 나타낸다. 실제로는 CMG가 위성에 가하는 토크 방향은 $-\hat{t}_i$ 이다. γ_i 는 짐벌 축에 대한 회전각인데 그림처럼 \hat{s}_i 벡터가 $X_B Y_B$ 평면에 나란할 때를 0° 로 정한다.

휠 각속도는 Ω 로 일정하고, \hat{r}_i 은 $X_B Y_B$ 평면에 대하여 $90^\circ - \beta$ 의 각도로 기울어져 있다. $\beta = 54.7^\circ$ 를 선택하였는데, 모든 축 방향으로 비슷한 수준의 제어 토크를 제공하고 전체 각운동량 범위(envelope) 혹은 접근 가능한(accessible) 모멘텀 영역이 크다[2].

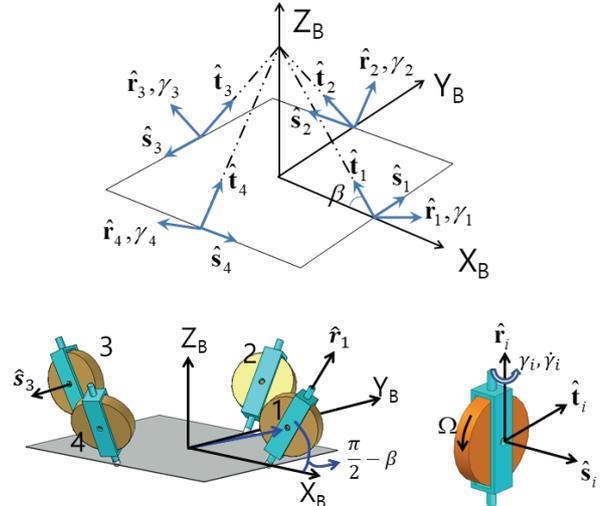


Fig. 1. Pyramid structure and definitions

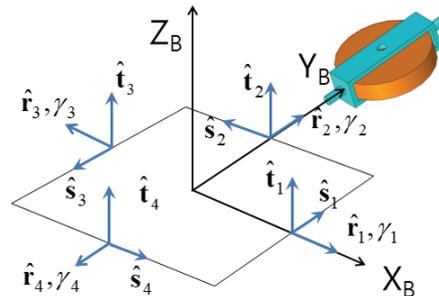


Fig. 2. Box-90 structure

Figure 2는 $\beta=90^\circ$ 인 경우이고 이를 box-90이라고 하는데, 짐벌 축이 X_B 혹은 Y_B 축에 나란하다[2]. 이는 4-CMG 루프 배열과 실질적으로 동일한 구조이다.

동체축에 대한 행렬 R , S , T 는 식 (1)과 같이 정의되며, 부록에 상세히 정리하였다. 행렬 R 은 고정이며, S 와 T 행렬은 짐벌각(γ_i)에 따라 변한다.

$$\begin{aligned} R &= [\hat{r}_1, \hat{r}_2, \hat{r}_3, \hat{r}_4] \\ S &= [\hat{s}_1, \hat{s}_2, \hat{s}_3, \hat{s}_4] \\ T &= [\hat{t}_1, \hat{t}_2, \hat{t}_3, \hat{t}_4] \end{aligned} \quad (1)$$

2.2 CMG 고장 모드와 안정화

2.2.1 고장 모드 분석

CMG는 두 개의 모터로 구성되어 있으며, 가능한 고장 모드는 Table 1에 보인다.

휠 모터가 고장나면 시간이 지나면서 휠이 멈춘다. 짐벌 모터만 고장나더라도 회전하는 휠은 위성의 자세제어에 영향을 줄 수 있다. 그래서 휠 모터를 멈추는 것이 바람직하다. 결국 두 경우 모두 CMG 모듈이 없어지는 것과 같다.

2.2.2 위성 각속도 안정화

CMG 모듈의 고장이 발생하면 정상적인 자세제어가 어렵기 때문에 임무 수행을 중단하고 안전 모드로 진입해야 한다. 이를 위해 제일 먼저 위성의 회전을 멈추어야 한다. 본 논문에서는 3개의 모듈로 위성의 회전을 멈추는 문제를 살펴보고자 한다. 소형위성을 대상으로 하며, CMG만 사용한다고 가정한다.

III. 제어특성 비교

3.1 특이점과 특이값의 관계

토크 벡터행렬 T 의 특이값(singular values)을 크기 순서로 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 라고 할 때 이는 행렬 TT^T 의 고유값이다. $TT^T = A$ 라고 할 때 $\det(A - \sigma I) = 0$ 를 만족하는 σ 값이며, 다음 관계식이 성립한다[13].

$$\begin{aligned} \det(TT^T) &= |A| = (\sigma_1\sigma_2\sigma_3)^2, \\ \text{tr}(TT^T) &= \text{tr}(A) = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 = 4 \end{aligned} \quad (2)$$

CMG의 특이 형상(singular configuration) 혹은 특이점(singularity)은 일시적으로 특정한 방향의 토크를 만들지 못하는 형상을 의미하며, 수학적으로는 $\text{rank}(T) < 3$ 이 되는 경우이다. 이를 판별하는 조건은 기본적으로 행렬 T 의 특이값과 관련 있다(식 (3) 참고). 계산한 값이 허용범위보다 작거나 혹은 크면 특

Table 1. CMG fault mode

Part	Fault Mode	Comment
Wheel	stop	$\Omega \rightarrow 0$
Gimbal	stuck	arbitrary angle
	free	not controlled

이점에 가까워진 것이라고 판별한다. 첫 번째 값은 행렬 T 의 조건수(condition number)라고 한다.

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} \rightarrow \infty, \quad \sigma_3 \rightarrow 0, \quad \det(A) = (\sigma_1\sigma_2\sigma_3)^2 \rightarrow 0 \quad (3)$$

3.2 특이면(singular surfaces) 분석

특이점 분석을 위해 많이 사용하는 방법으로 특이형상 상태에서의 각운동량을 도식하는 것이다(Fig. 3 참고). 짐벌 각도는 4개의 변수이기 때문에 그림으로 나타내기 힘들지만 각운동량은 벡터이기 때문에 3차원 공간에 표현할 수 있다[2]. 특이형상일 때 각 모듈의 각운동량 벡터를 합한 것(식 (4))을 3차원 공간에 표시한 것이 Fig. 3과 같다. ($I_{w,s}$ 는 부록 A.2 참고)

$$h_{CMG} = h_w \sum_i \hat{s}_i, \quad h_w = I_{w,s} \Omega \quad (4)$$

연속이기 때문에 실제로는 면을 구성한다. 최외각(external)은 전체 각운동량(angular momentum) 범위(envelope) 혹은 접근 가능한(accessible) 모멘텀 영역이며, 내부의 점(혹은 면, internal)은 영역 내에서 발생하는 특이형상이 갖는 모멘텀 벡터를 의미한다.

Figure 3은 피라미드 구조에서 4개 모듈(위)과 3개 모듈(아래, 4번 모듈 고장)이 정상일 때 특이점을 보인 것인데, 좌측은 external, 우측은 internal 특이점

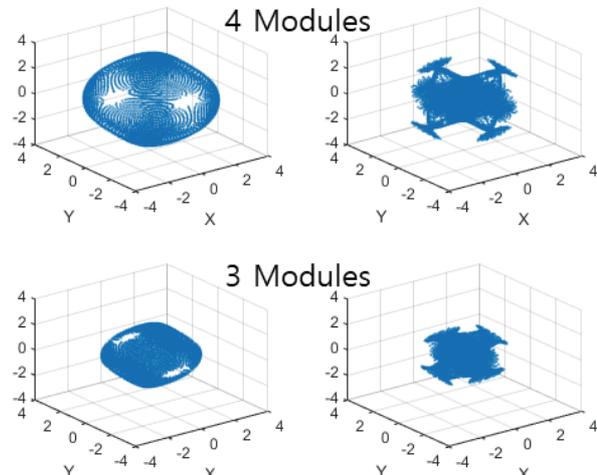


Fig. 3. Singular surfaces: pyramid structure

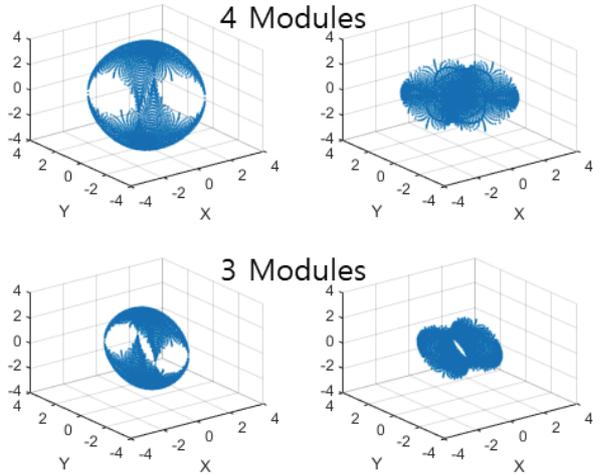


Fig. 4. Singular surfaces: box-90 structure

이다($h_w=1$ 로 가정). Fig. 4는 box-90 구조에 대한 특이점이다. 부록에 더 자세한 모습을 제시한다.

피라미드 구조의 경우 고장이 나면 각운동량의 형상이 비대칭이 된다[5]. Box-90의 경우에는 Z_B 축 방향의 접근 가능한 각운동량 영역이 더 크다. 특정 축에 대한 제어 성능을 높이고자 할 때 유리한 구조이다. 모듈 한 개가 고장나면 중심부에 특이점이 없는 영역이 존재한다. 특이점(특이면)을 비교한 결과를 Table 2에 정리하였다.

특이점의 개수는 두 구조 모두 무한개이지만 면적은 차이가 있다. 그러나 면적계산이 쉽지 않아 간접적인 방법으로 계산해본다. 4번 모듈을 제외하고 3개 모듈의 짐벌각($\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$)을 일정하게 변화시키면서($0 \sim 360$ 도, $\Delta\gamma$), 행렬 T 에서 4번째 열(고장난 모듈에 해당)을 삭제한 행렬 $T_{[1:3]}$ 의 조건수를 계산한다. 이 중에서 조건수가 기준 이상인 형상의 비를 구한다. Table 3은 이 결과인데 각 구조에서 조건수가 100 이상인 형상의 비와 구조간의 비를 보인 것이다. 변화시키는 각도($\Delta\gamma$)가 작아질수록 비율은 수렴한다. Box-90 구조가 피라미드 구조에 비하여 약 1.8배 많다. 그래서 box-90 구조의 특이면 넓이가 피라미드 구조보다 약 1.8배 더 넓으며, 그만큼 특이 형상이 더 많다고 해석할 수 있다. Fig. 5에 두 구조의 특이점에 해당하는 짐벌각을 도시하였다. 피라미드 구조

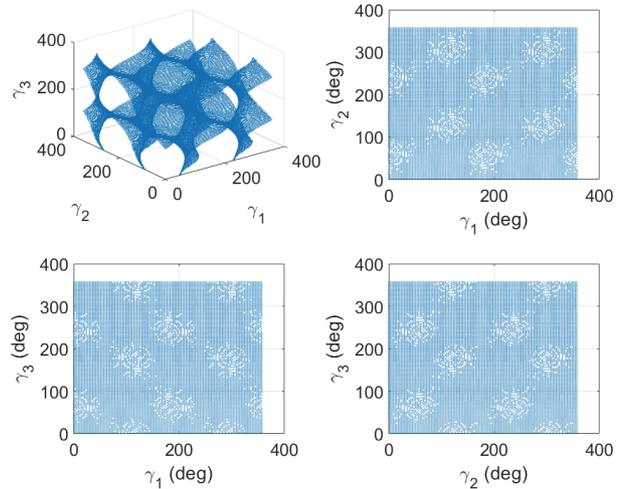
Table 2. Comparison of singular surfaces

Type	After the loss of one CMG
Pyramid	<ul style="list-style-type: none"> - reduced momentum envelope - non-symmetric envelope - non-symmetric control authority
Box-90	<ul style="list-style-type: none"> - reduced momentum envelope - symmetric envelope - singularity-free region in the inside

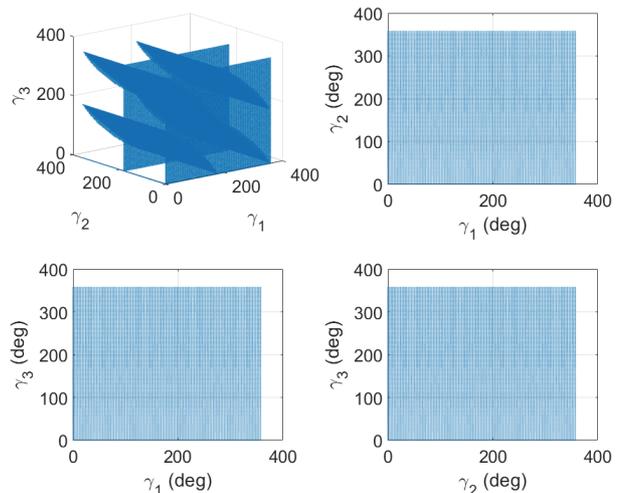
Table 3. Estimated singular surfaces' area ratio

$\Delta\gamma$ (deg)	Type	Pyramid (A)	Box-90 (B)	Ratio (B/A)
5		0.0246	0.0609	2.476
3		0.0237	0.0447	1.886
2		0.0235	0.0394	1.677
1		0.0237	0.0463	1.954
0.5		0.0236	0.0438	1.856

는 골고루 분포되어 있고, box-90 구조는 몰려있는 모습이다. 짐벌각을 제한해서 사용한다면 내부 특이점이 없게 만드는 것도 가능한데, 사용 범위는 피라미드가 구조가 더 작아 보인다. 즉, 피라미드 구조의 제어성능 손실이 더 클 것으로 예상된다.



(a) Pyramid structure



(b) Box-90 structure

Fig. 5. Gimbal angles of singularity ($\Delta\gamma=3^\circ$)

3.3 토크 분석

CMG가 만드는 토크는 각 모듈의 자이로스코픽 토크의 합이다(부록 식 (11) 참고).

$$\tau_{CMG} = -h_w \sum_i (\dot{\gamma}_i \hat{t}_i) = -h_w \mathbf{T} \dot{\boldsymbol{\gamma}}, \quad h_w = I_{w,s} \Omega \quad (5)$$

\hat{s}_i 와 \hat{t}_i 는 $\hat{t}_i(\gamma_i) = \hat{s}_i(\gamma_i + 90^\circ)$ 의 관계인데, 모든 γ_i 에 대해서는 동일한 원을 그린다. 그러면 가능한 토크는 특이평면의 맨 바깥쪽 형상과 비슷하다. 그리고 $\dot{\gamma}_i$ 는 연속적이기 때문에 내부가 꽉 찬 모습이다.

3.4 3축 각속도 안정화 분석

3.4.1 시뮬레이션 조건 설정

Table 4는 시뮬레이션을 위하여 선정한 값이다. 일부 파라미터는 부록에 정의되어 있다. 위성의 초기 각속도는 전체 각운동량(h_T)이 0이 되도록 정하는데, CMG의 초기 형상에 따라 달라진다. $\dot{\boldsymbol{\gamma}}(0) = \ddot{\boldsymbol{\gamma}}(0) = 0$ 로 할 때 계산한 초기 각속도는 다음과 같다(부록 식 (11) 참고).

$$\boldsymbol{\omega}(0) = -\mathbf{J}_T^{-1} \left(\sum_{i=1}^4 h_w \hat{s}_i(\gamma_i(0)) \right) \quad (6)$$

짐벌각은 조건수가 작은 것(좋은 형상)과 큰 것(특이형상)을 고려한다. 시뮬레이션에서 RK4를 이용해서 미분방정식을 적분하며, 적분 간격은 0.001초이고 제어입력은 0.1초 주기로 생성하였다.

3.4.2 휠 속도 감속 및 위성 각속도 안정화

어느 순간에 4번 모듈이 고장나면서 짐벌각은 고정되고 휠 각속도가 0으로 줄어드는 과정이다. 적용한 제어기는 식 (7)과 Fig. 6의 구조이다.

$$\mathbf{u} = -\frac{1}{h_w} \mathbf{T}_{[1:3]}^{-1} \mathbf{J}_T \left(K_P \mathbf{e}_\omega + K_I \int \mathbf{e}_\omega dt \right) \quad (7)$$

$$\tau_g \ddot{\boldsymbol{\gamma}} + \dot{\boldsymbol{\gamma}} = \mathbf{u}^c, \quad u_i^c = u_{\max} \times \text{sat}(u_i/u_{\max})$$

\mathbf{u} 는 짐벌 각속도 $\dot{\boldsymbol{\gamma}}$ 에 대한 명령이며, PI 제어이다. 입력은 크기가 제한되며($|u_i| \leq u_{\max}$), 제한된 u_i^c 가 짐벌 모터에 명령이 된다. 짐벌 모터는 1차 시스템으로 가정하였다. $\mathbf{e}_\omega = \boldsymbol{\omega}^c - \boldsymbol{\omega}$ 인데 안정화의 경우 $\boldsymbol{\omega}^c = 0$ 이다. 적분기의 anti wind-up은 고려하지 않는다. $\mathbf{T}_{[1:3]}$ 은 4번째 열을 제외한 \mathbf{T} 행렬이다. 특이점에서 $\mathbf{T}_{[1:3]}$ 의 역행렬은 존재하지 않기 때문에 의사 역행렬(pseudo inverse)을 사용해야 한다.

4번 휠의 감속 메카니즘을 1차 시스템으로 가정하였으며(부록 식 (12) 참고), 시상수는 $I_{w,s}/b_r$ 이다. 시상수는 초기 속도가 37%로 줄어드는 시간이다.

Table 4. Parameters for simulations

Parameters	Unit	Parameters	Unit
$\mathbf{J}_S = \text{diag}[50, 50, 30]$	kg-m ²	$I_{c,r} = 0.0005$	kg-m ²
$I_{c,s} = 0.001$	kg-m ²	$I_{c,t} \doteq I_{c,r}$	kg-m ²
$I_{w,s} \doteq I_{c,s}$	kg-m ²	$\tau_g = 0.05$	
$\Omega = 600$	rad/s	$b_r = 0.000001$	Nm-s
$u_{\max} = 1$	rad/s ²	$K_P = 0.2, K_I = 0.02$	
initial gimbal angles: $\boldsymbol{\gamma}(0)$ (degree)			
non singular	[45,45,45,45],	[10,55,45,-10]	
singular	[90,0,-90,5],	[-90,90,90,95]	

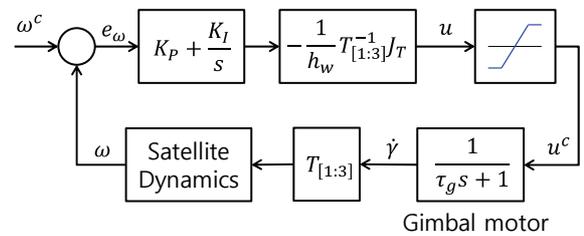


Fig. 6. Control Structure

3.4.3 피라미드 구조 사례

Figure 7은 $\boldsymbol{\gamma}(0)=[45,45,45,45]$ 로 설정하고 시뮬레이션 한 결과이다. 이는 조건수가 제일 작은 형상이다. 초기 기동과 함께 $\mathbf{T}_{[1:3]}$ 의 조건수가 짧은 시간 동안에 증가했다가 다시 감소하였다. 적절하게 각속도가 안정화되었다.

$\boldsymbol{\gamma}(0)=[90,0,-90,0]$ 는 내부의 impassable한 특이점 형상이며 Fig. 8의 결과를 얻는다. 짐벌이 움직이지 못하는 교착(lock) 상태가 된다.

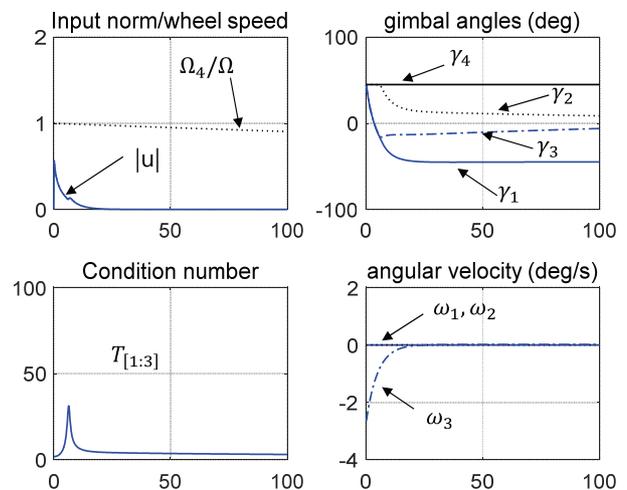


Fig. 7. Stabilization for $\boldsymbol{\gamma}(0)=[45,45,45,45]$ (deg)

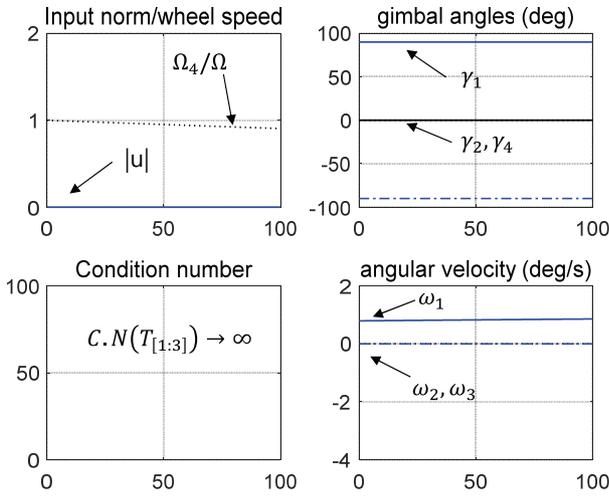


Fig. 8. Stabilization for $\gamma(0)=[90,0,-90,0]$ (deg)

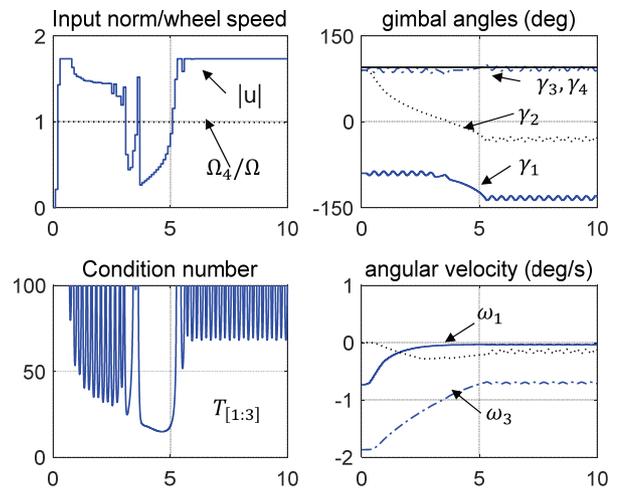


Fig. 10. Stabilization for $\gamma(0)=[-90,90,90,95]$ (deg)

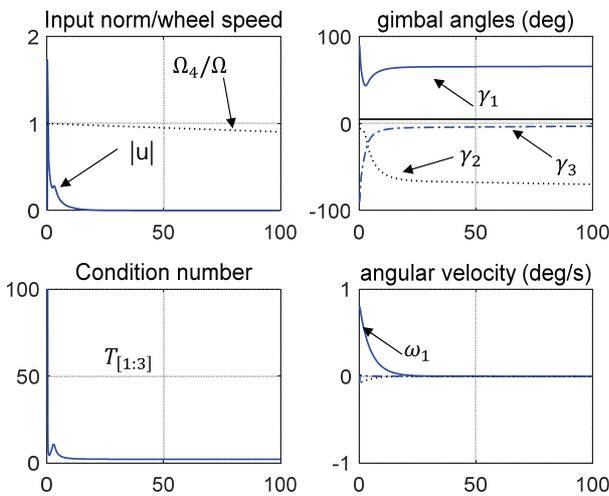
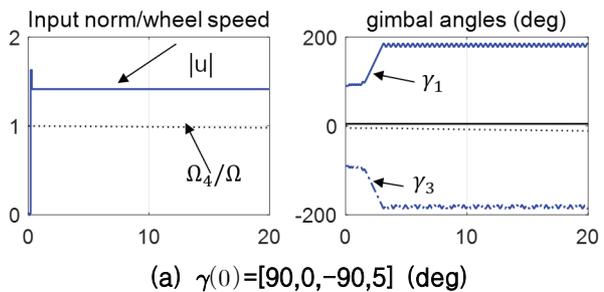
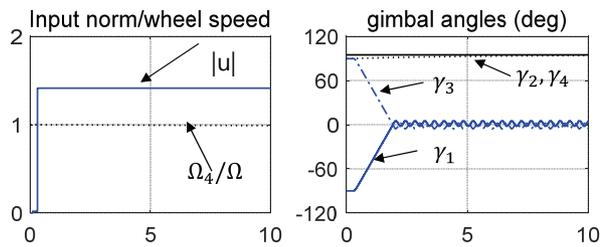


Fig. 9. Stabilization for $\gamma(0)=[90,0,-90,5]$ (deg)



(a) $\gamma(0)=[90,0,-90,5]$ (deg)



(b) $\gamma(0)=[-90,90,90,95]$ (deg)

Fig. 11. Stabilization for box-90 structure

그러나 4개의 모듈이 정상이면 특이점 회피 기능 때문에 특이점에는 이르지 않을 것이다. Fig. 9는 특이점이 아닌 $\gamma(0)=[90,0,-90,5]$ 에서 고장이 발생한 것으로 가정하고 시뮬레이션한 결과이다. 세 개의 정상 모듈은 특이점 상태이지만 $T_{[1:3]}$ 의 의사 역행렬에 의해서 계산된 입력이 교착이나 발산을 일으키지 않는다. Fig. 10은 특이점이 아닌 $\gamma(0)=[-90,90,90,95]$ 에서는 고장난 상황인데 앞의 경우와는 달리 짐벌이 심하게 요동한다. 각속도 변화는 작지만 위성에 심한 충격이 가해지기 때문에 대응이 필요하다.

3.4.4 Box-90 구조 사례

$\gamma(0)=[45,45,45,45]$ 와 $[10,55,45,-10]$ 인 경우에는 피라미드 구조와 비슷하게 적절하게 수렴하는 결과를 얻는다. $\gamma(0)=[90,0,-90,5]$ 와 $[-90,90,90,95]$ 인 경우에는 Fig. 11에 보인 것처럼 CMG가 심하게 요동한다.

3.4.5 짐벌각 재조정

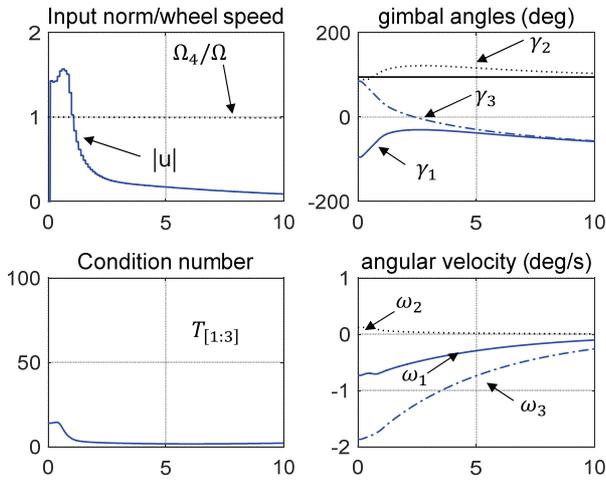
앞의 사례에서 $T_{[1:3]}$ 이 특이행렬인 경우에 CMG가

요동하는 결과를 살펴보았다. 이를 방지하기 위하여 정상인 세 개의 짐벌각을 변경하여 특이형상에서 벗어나게 한다. $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ 의 값을 각각 $-5^\circ, 0^\circ, +5^\circ$ 씩 변경하면서 그중에서 $T_{[1:3]}$ 의 조건수가 최소가 되는 형상을 다음과 같이 찾는다.

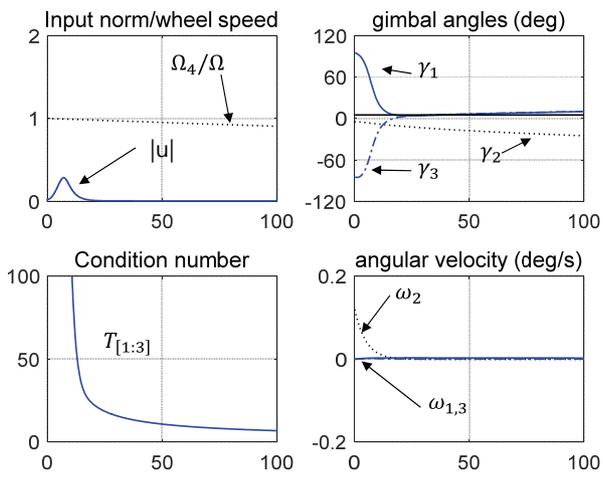
- 피라미드(Fig. 10): $[-90,90,90,95] \rightarrow [-95,90,85,95]$
- Box-90(Fig. 11(a)): $[90,0,-90,5] \rightarrow [95,-5,-85,5]$
- Box-90(Fig. 11(b)): $[-90,90,90,95] \rightarrow [-95,90,85,95]$ 이에 대한 결과는 Fig. 12에 제시하였다.

초기 짐벌각이 달라지면 식 (6)에 의하여 위성의 초기 각속도도 달라진다. 대부분 심한 요동은 사라지고, 적절한 수렴특성을 보인다. Table 5에 결과를 정리하였다. 특이상황에서 적절한 짐벌각 재조정을 통하여 제어력을 회복하고 위성의 각속도를 안전하게 줄일 수 있다. 재조정은 비상모드로 전환하여 자체제

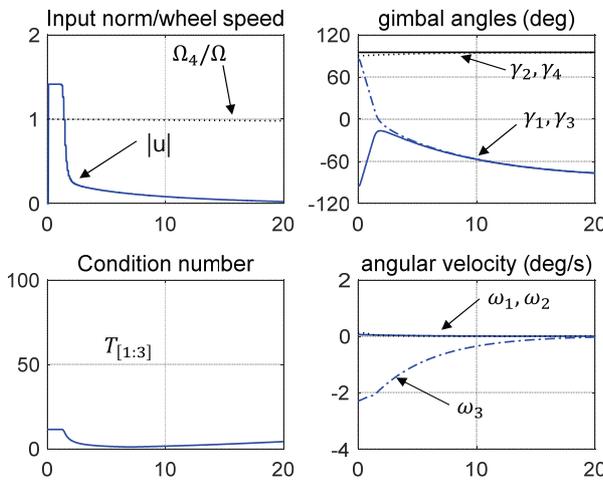
어 기능을 멈추고 짧은 시간 내에 짐벌각을 변경한다고 가정하였다. 재조정하는 짐벌각의 변위는 5도 이내로 제한하였다.



(a) pyramid: $\gamma(0)=[-95,90,85,95]$ (deg)



(b) box-90: $\gamma(0)=[95,-5,-85,5]$ (deg)



(c) box-90: $\gamma(0)=[-95,90,85,95]$ (deg)

Fig. 12. Simulation results of rearrangements

Table 5. Summary of simulation results

$\gamma(0)$ (deg)	pyramid	box-90
[45,45,45,45]	- not singular	- not singular
[10,55,45,-10]	- proper response	- proper response
[90,0,-90,5]	- singular - proper response	- singular - fluctuation - rearrangement: [95,-5,-85,5]
[-90,90,90,95]	- singular - fluctuation - rearrangement: [-95,90,85,95]	- singular - fluctuation - rearrangement: [-95,90,85,95]

IV. 결론

제어모멘트자이로의 고장 문제를 다루고 있는데 4개의 모듈에서 한 개가 고장난 이후의 제어 특성을 분석하였다. 많이 채택되는 구조인 피라미드와 box-90을 고려하였다. 제어모멘트자이로에는 특이점이라는 문제가 있는데 3개 모듈의 특이점(특이형상)을 분석하고 비교하였다. 특이점은 box-90 구조가 더 많지만 물려있으며, 피라미드 구조는 골고루 퍼져있다. 짐벌각에 제한을 두어 특이점이 없는 방식으로 고장 대응을 한다면 box-90 구조가 유리하지만 제어능력은 많이 줄어든다.

그리고 고장 이후의 위성 각속도 안정화를 분석하였다. 정상인 3개 모듈이 고장난 모듈의 모멘텀을 흡수하면서 위성의 각속도를 안정화할 때 특이형상에서 CMG가 과도하게 요동하는 현상이 나타났다. 정상인 모듈의 짐벌각을 약간만(5도 정도) 재조정하면 이러한 현상을 방지할 수 있음을 확인하였다.

향후 연구내용으로 3개의 모듈로 특이점을 극복하는 자세제어 알고리즘 개발을 계획하고 있다.

후 기

이 논문은 순천대학교 교연비 사업에 의하여 수행된 연구의 결과입니다.

Appendix

A.1 CMG와 관련된 벡터 행렬

CMG의 짐벌 회전축 벡터, 휠 회전축 벡터, 토크 방향 벡터이며, s와 c는 각각 sine과 cosine 함수를 의미한다.

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{r}}_1 & \hat{\mathbf{r}}_2 & \hat{\mathbf{r}}_3 & \hat{\mathbf{r}}_4 \\ s\beta & 0 & -s\beta & 0 \\ 0 & s\beta & 0 & -s\beta \\ c\beta & c\beta & c\beta & c\beta \end{bmatrix} \\ &= \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{S} &= \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{s}}_1 & \hat{\mathbf{s}}_2 & \hat{\mathbf{s}}_3 & \hat{\mathbf{s}}_4 \\ -s\gamma_1 c\beta & -c\gamma_2 & s\gamma_3 c\beta & c\gamma_4 \\ c\gamma_1 & -s\gamma_2 c\beta & -c\gamma_3 & s\gamma_4 c\beta \\ s\gamma_1 s\beta & s\gamma_2 s\beta & s\gamma_3 s\beta & s\gamma_4 s\beta \end{bmatrix} \\ &= \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T} &= \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{t}}_1 & \hat{\mathbf{t}}_2 & \hat{\mathbf{t}}_3 & \hat{\mathbf{t}}_4 \\ -c\gamma_1 c\beta & s\gamma_2 & c\gamma_3 c\beta & -s\gamma_4 \\ -s\gamma_1 & -c\gamma_2 c\beta & s\gamma_3 & c\gamma_4 c\beta \\ c\gamma_1 s\beta & c\gamma_2 s\beta & c\gamma_3 s\beta & c\gamma_4 s\beta \end{bmatrix} \\ &= \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (10)$$

A.2 위성의 운동방정식

휠, 짐벌, CMG의 관성 모멘트는 $I_{w,x}, I_{g,x}, I_{c,x}$ 로 나타낸다($I_{c,x} = I_{w,x} + I_{g,x}$). 아래첨자 x는 기준 축을 의미하며, \mathbf{r} , \mathbf{s} , \mathbf{t} 가 된다. 위성의 운동방정식은 식 (11)과 같다[15,16].

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_T \dot{\boldsymbol{\omega}} &= -\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{h}_T + \boldsymbol{\tau}_{CMG} + \boldsymbol{\tau}_{in} \\ \mathbf{h}_T &= \mathbf{J}_T \boldsymbol{\omega} + \sum_{i=1}^4 (h_w \hat{\mathbf{s}}_i + I_{c,r} \dot{\gamma}_i \hat{\mathbf{r}}_i), \quad h_w = I_{w,s} \Omega \\ \mathbf{J}_T &= \mathbf{J}_S + I_{c,r} \mathbf{R} \mathbf{R}^T + I_{c,s} \mathbf{S} \mathbf{S}^T + I_{c,t} \mathbf{T} \mathbf{T}^T \\ \boldsymbol{\tau}_{in} &= -I_{c,r} \sum_{i=1}^4 \ddot{\gamma}_i \hat{\mathbf{r}}_i \\ &\quad - (I_{c,s} - I_{c,t}) \sum_{i=1}^4 \dot{\gamma}_i (\hat{\mathbf{t}}_i (\hat{\mathbf{s}}_i \cdot \boldsymbol{\omega}) + \hat{\mathbf{s}}_i (\hat{\mathbf{t}}_i \cdot \boldsymbol{\omega})) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\boldsymbol{\tau}_{CMG} = -h_w \sum_{i=1}^4 (\dot{\gamma}_i \hat{\mathbf{t}}_i) = -h_w \mathbf{T} \dot{\boldsymbol{\gamma}}, \quad \dot{\hat{\mathbf{s}}}_i = \dot{\gamma}_i \hat{\mathbf{t}}_i, \quad \dot{\hat{\mathbf{t}}}_i = -\dot{\gamma}_i \hat{\mathbf{s}}_i$$

\mathbf{J}_S 와 \mathbf{J}_T 는 각각 위성 및 위성 전체의 관성 모멘트 행렬이고, $\boldsymbol{\omega}$ 는 위성의 각속도, \mathbf{h}_T 는 위성 전체의 각운동량이다. $\boldsymbol{\tau}_{in}$ 은 교란 토크이며, $\boldsymbol{\tau}_{CMG}$ 는 제어 토크이다.

4번 모듈이 고장나면 해당 짐벌을 고정하고 휠의 속도를 줄인다. 4번 휠에는 속도(Ω_4)에 비례하는 감속 토크를 가하며, 이것의 반작용 토크가 위성에 가해진다($\boldsymbol{\tau}_{in}$ 의 첫 제항). $\dot{\gamma}_4 = \ddot{\gamma}_4 = 0$ 을 적용하여 식 (11)을 다시 정리한다.

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_T &= \mathbf{J}_T \boldsymbol{\omega} + \sum_{i=1}^3 (h_w \hat{\mathbf{s}}_i + I_{c,r} \dot{\gamma}_i \hat{\mathbf{r}}_i) + I_{w,s} \Omega_4 \hat{\mathbf{s}}_4 \\ \mathbf{J}_T &= \mathbf{J}_S + \sum_{i=1}^4 (I_{c,r} \hat{\mathbf{r}}_i \hat{\mathbf{r}}_i^T + I_{c,s} \hat{\mathbf{s}}_i \hat{\mathbf{s}}_i^T + I_{c,t} \hat{\mathbf{t}}_i \hat{\mathbf{t}}_i^T) \\ \boldsymbol{\tau}_{CMG} &= -h_w \sum_{i=1}^3 (\dot{\gamma}_i \hat{\mathbf{t}}_i) = -h_w \mathbf{T}_{[1:3]} \dot{\boldsymbol{\gamma}}_{[1:3]} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_{in} &= -\tau_{br} \hat{\mathbf{s}}_4 - I_{c,r} \sum_{i=1}^3 \ddot{\gamma}_i \hat{\mathbf{r}}_i \\ &\quad - (I_{c,s} - I_{c,t}) \sum_{i=1}^3 \dot{\gamma}_i (\hat{\mathbf{t}}_i (\hat{\mathbf{s}}_i \cdot \boldsymbol{\omega}) + \hat{\mathbf{s}}_i (\hat{\mathbf{t}}_i \cdot \boldsymbol{\omega})) \end{aligned}$$

$$I_{w,s} \dot{\Omega}_4 = \tau_{br} = -b_r \Omega_4, \quad \Omega_4(0) = \Omega$$

A.3 형상별 특이면

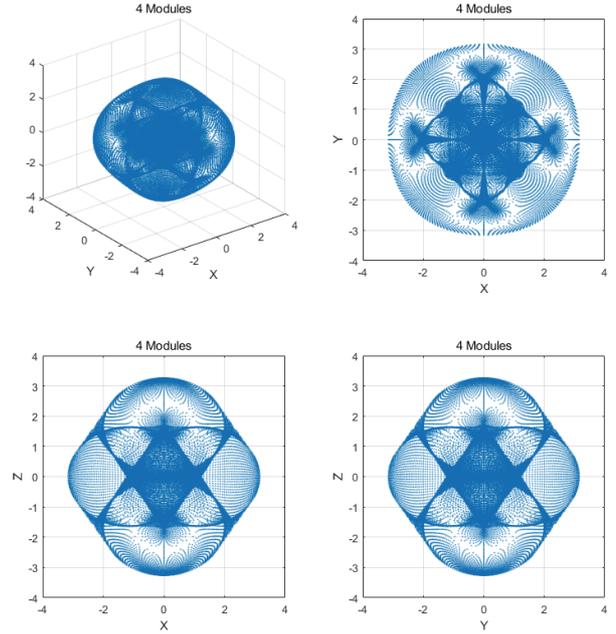


Fig. 13. Singular surfaces: pyramid structure

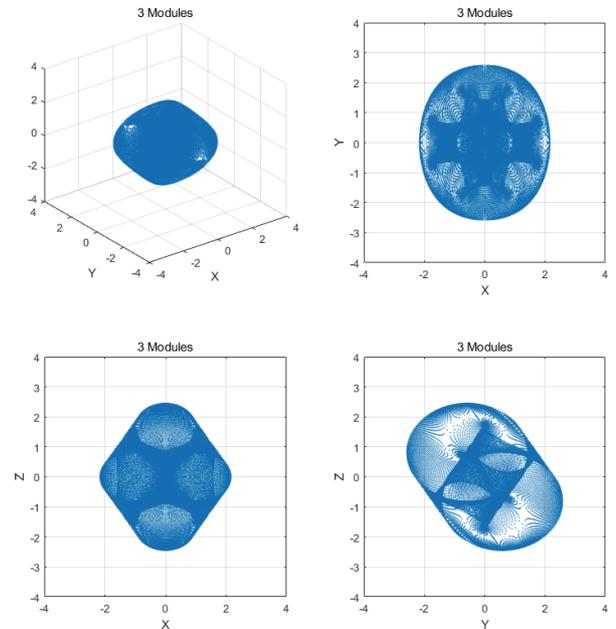


Fig. 14. Singular surfaces: pyramid structure with the loss of one CMG module

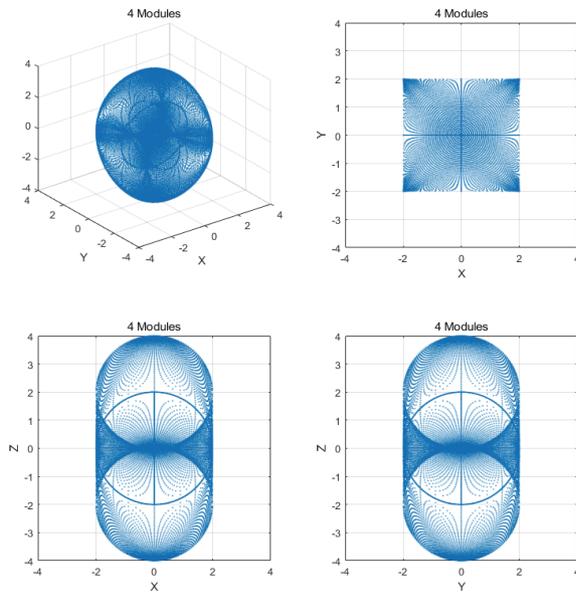


Fig. 15. Singular surfaces: box-90 structure

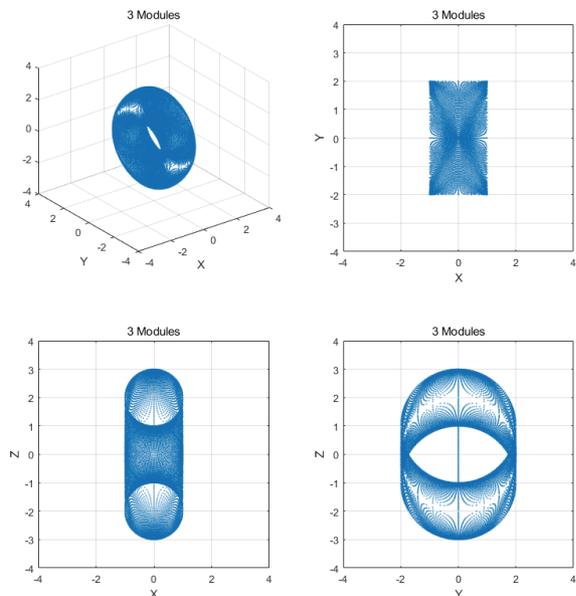


Fig. 16. Singular surfaces: box-90 structure with the loss of one CMG module

References

- 1) Kurokawa, H., "Survey of Theory and Steering Laws of Single Gimbal Control Moment Gyros," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 30, No. 2, 2007, pp. 1331~1340.
- 2) Leve, F., Hamilton, B. and Peck, M., *Spacecraft Momentum Control Systems*, Springer, 2015.
- 3) Yamada, K., Jikuya, I. and Kwak, O., "Rate Damping of a Spacecraft Using Two Single-gimbal Control Moment Gyros," *Journal of Guidance, Control,*

and Dynamics, Vol. 36, No. 6, 2013, pp. 1606~1623.

4) Zhang, R., Rachid, A. and Zhang, Y., "Attitude Control for Part Actuator Failure of Agile Small Satellite," *Acta Mechanica Sinica*, Vol. 24, No. 4, 2008, pp. 463~468.

5) Meng, T. and Matunaga, S., "Failure Tolerant Control For Small Agile Satellites Using Single-gimbal Control Moment Gyros and Magnetic Torquers," *Acta Mechanica Sinica*, Vol. 28, No. 2, 2012, pp. 551~558.

6) Yoshimura, Y., "Optimal Fault-Tolerant Configurations of Control Moment Gyros," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 38, No. 12, 2015, pp. 2460~2466.

7) Jin, L. and Xu, S., "An Improved Constrained Steering Law for SGCMGs with DPC," *Acta Mechanica Sinica*, Vol. 25, 2009, pp. 713~720.

8) Gui, H., Vukovich, G. and Xu, S., "Attitude Stabilization of a Spacecraft with Two Parallel Control Moment Gyroscopes," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 39, No. 3, 2015, pp. 724~731.

9) Kwon, S., Shimomura, T. and Okubo, H., "Pointing Control of Spacecraft Using Two SGCMGs via LPV Control Theory," *Acta Astronautica*, Vol. 68, No. 7-8, 2011, pp. 1168~1175.

10) Kasai, S., Kojima, H. and Satoh, M., "Spacecraft Attitude Maneuver Using Two Single-gimbal Control Moment Gyros," *Acta Astronautica*, Vol. 84, 2013, pp. 88~98.

11) Gui, H., Jin, L. and Xu, S., "Maneuver Planning of a Rigid Spacecraft with Two Skew Control Moment Gyros," *Acta Astronautica*, Vol. 104, No. 1, November 2014, pp. 293~303.

12) Hermes, H., "Large and Small Time Local Controllability," *Proceeding of the 33rd IEEE Conference on Decision and Control*, Florida, USA, Vol. 2, December 1994, pp. 1280~1281.

13) <https://earth.esa.int/web/eoportal/satellite-missions/p/pleiades>

14) <https://directory.eoportal.org/web/eoportal/satellite-missions/v-w-x-y-z/worldview-2>

15) Jin, J., "Suitability of Singularity Indices for Steering Law Design of Control Moment Gyros," *Journal of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 42, No. 12, 2014, pp. 1020~1027.

16) Schaub, H. and Junkins, J., "Singularity Avoidance Using Null Motion and Variable-Speed Control Moment Gyros," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 23, No. 1, 2000, pp. 11~16.