



J. Korean Soc. Aeronaut. Space Sci. 49(5), 365-372(2021)

DOI: <https://doi.org/10.5139/JKSAS.2021.49.5.365>

ISSN 1225-1348(print), 2287-6871(online)

가변 연속사격 시간을 고려한 근접 방어 시스템의 최적 무장 할당 알고리즘

김보석¹, 이창훈², 탁민제³, 김다솔⁴, 김상현⁵, 이현석⁶

Optimal Weapon-Target Assignment Algorithm for Closed-In Weapon Systems Considering Variable Burst Time

Bosoek Kim¹, Chang-Hun Lee², Min-Jea Tahk³, Da-Sol Kim⁴, Sang-Hyun Kim⁵ and Hyun-Seok Lee⁶

Korea Advanced Instituted of Science and Technology^{1,2,3}, LIG Nex1^{4,5,6}

ABSTRACT

This paper deals with an optimal Weapon-Target Assignment (WTA) algorithm for Closed-In Weapon Systems (CIWS), considering variable burst time. In this study, the WTA problem for CIWS is formulated based on Mixed Integer Linear Programming (MILP). Unlike the previous study assuming that the burst time is fixed regardless of the engagement range, the proposed method utilizes the variable burst time based on the kill probability according to the engagement range. Thus, the proposed method can reflect a more realistic engagement situation and reduce the reaction time of CIWS against targets, compared to the existing method. In this paper, we first reformulate the existing MILP-based WTA problem to accommodate the variable burst Time. The proposed method is then validated through numerical simulations with the help of a commercial optimization tool.

초 록

본 논문에서는 가변 연속사격 시간을 고려한 근접 방어 시스템(Closed-In Weapon System, CIWS)의 최적 무장 할당 알고리즘에 대해 다룬다. 본 연구에서 근접 방어 시스템의 무장 할당 문제는 혼합정수계획법(Mixed Integer Linear Programming, MILP)을 기반으로 정식화된다. 제한한 방법은 연속사격 시간을 교전 사거리와 관계없이 일정하다고 가정한 기존 연구와 달리 사 거리에 따른 요격확률을 바탕으로 가변 연속사격 시간을 고려한다. 따라서 기존의 방법대비 보다 현실적인 교전상황을 반영할 수 있을 뿐만 아니라 표적 대응시간을 향상할 수 있다. 본 논문에서는 가변 연속사격 시간이 반영되도록 기존의 혼합정수계획법 기반 무장 할당 문제를 변형시켰으며, 상용 최적화 프로그램을 활용한 수치 시뮬레이션을 통해 제안한 방법의 성능을 검증하였다.

Key Words : Closed-In Weapon System(근접 방어 시스템), Weapon-Target Assignment(무장 할당), Mixed Integer Linear Programming(혼합정수선형계획법), Variable Burst Time(가변 연속사격 시간), Optimization(최적화)

† Received : October 6, 2020 Revised : March 12, 2021 Accepted : March 29, 2021

¹ Graduate Student, ² Assistant Professor, ³ Emeritus Professor, ^{4,5} Chief Research Engineer, ⁶ Chief Manager

² Corresponding author, E-mail : lckdgn@kaist.ac.kr, ORCID 0000-0002-0758-1974

© 2021 The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences

I. 서 론

현대 해상 전투의 핵심으로 여겨지는 함정은 자신을 방어하기 위한 수단으로 계층적 방어 시스템을 구축하고 있다. 먼저 방어용 요격 미사일을 이용해 중장거리에서 위협과 교전하고, 잔여 위협에 대해 근접 방어 시스템(Closed-In Weapon System, CIWS)이라는 명칭의 자동으로 표적을 추적, 공격하는 기관포 시스템을 이용하여 교전하는 방식이다. 이러한 함정 방어 시스템을 무력화시키기 위하여 공격 시스템의 다양한 발전이 있었다. 대표적인 예로 유도 법칙의 발전으로부터 기인한 다수의 대함 유도 미사일이 다양한 방향에서 거의 동시에 함정에 도달하도록 하는 Salvo 공격방식이 있다[1,2]. 또한 저고도 해면밀착(Sea Skimming) 비행을 통해 레이더에 의한 탐지확률을 최소화하고 종말 회피기동을 수행하는 등 개별 대함 유도 미사일의 생존성 또한 향상되었다[3,4].

지속적으로 발전하는 공격 시스템은 함정의 생존을 점점 위협하고 있으며, 이에 따라 근접 방어 시스템의 성능 개선을 위해 한정된 방어 자산을 다수의 위협에 적절히 할당하여 최선의 방어 성능을 얻기 위한 무장-표적 할당(Weapon-Target Assignment, WTA) 문제의 중요성이 대두되고 있다. 무장-표적 할당 문제는 NP(Non-deterministic Polynomial Time) 문제 중 하나로 문제의 복잡도에 따라 계산 시간이 기하급수적으로 증가하는 특성이 있는데, 이는 실시간 최적화를 요구하는 현대 전장의 상황에 적절하지 않다는 문제점이 있다.

이러한 문제 인식에 따라 무장 할당 문제의 계산 복잡도를 해결하기 위한 다양한 연구가 진행되고 있다. 참고문헌 [5,6]에서는 적절한 근사를 활용한 휴리스틱 기법이 제시되었으며, 참고문헌 [7]에서는 기하학적 특성을 활용한 무장 할당 기법도 연구되었다. 또한 참고문헌 [8,9]에서는 진화 연산을 활용한 최적 무장 할당 알고리즘을 개발하였으며, 참고문헌 [10]과 [11]에서는 강화 학습과 MDP(Markov Decision Process) 기반의 최적 무장 할당 기법이 제시되었다. 위의 기법들은 계산 복잡도를 줄이는 데 효과적이거나 무장 할당 문제의 전역 최적해를 구하지 못한다는 단점이 있다. 이러한 문제를 해결하고자 최근 참고문헌 [12]에서는 CIWS의 무장-표적 할당 문제를 혼합 정수 선형 최적화(Mixed-Integer Linear Programming, MILP) 문제로 변형하여 전역 최적 해를 빠르게 찾아내는 기법을 제안하였다.

위 연구에서는 MILP를 기반으로 CIWS의 물리적 제약 조건을 고려한 무장 할당 문제를 다루었는데, CIWS의 연속사격 시간(Burst Time)을 교전 사거리에 관계없이 일정하다고 가정하였다. 하지만 실제 CIWS 교전에서는 표적과의 교전 사거리가 증가함에 따라 명중률이 감소하는 특징이 있다. 따라서 교전 사거리

에 따른 가변 연속사격 시간을 최적 무장 할당 문제에 고려하면 보다 현실적인 교전상황을 반영할 수 있을 뿐만 아니라 일정한 연속사격 시간을 가정했을 때보다 표적 대응시간을 향상할 수 있고 불필요하게 소모되는 기관포 탄환의 수를 줄일 수 있을 것으로 보인다.

이러한 전제를 기반으로 본 논문에서는 CIWS 교전의 주요한 특성 중 하나인 위협과의 교전 사거리가 증가함에 따라 명중률이 감소한다는 점을 고려한 CIWS 무장-표적 할당 문제를 해결하고자 한다. 즉 본 논문에서는 참고문헌 [12]에 기술된 MILP 기반 무장 할당 문제로부터 기관포의 연속사격 시간을 가변적으로 이용하는 경우에 대해 CIWS 무장 할당 문제를 재구성한다. 또한 재구성된 문제에 대해 선형화 과정을 거쳐 준실시간 내 전역 최적 해가 보장되는 MILP 문제로 변형해 풀어내고자 한다. 최종적으로 수치 시뮬레이션을 통해 가변 연속사격 시간을 고려했을 때 기존의 방법 대비 표적 대응시간을 줄이는데 성능 개선 효과가 있음을 보인다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2.1장에서는 교전 사거리와 명중률과의 관계를 기술한다. 2.2장에서는 기존의 CIWS 기관포의 고정된 사격시간 운용 시 MILP 문제로 변형된 무장-표적 할당 문제를 제시한다. 2.3장에서는 CIWS 기관포의 가변적인 연속사격시간 운용 시 무장-표적 할당 문제를 재구성하고 선형화하여 MILP 문제로 변형하는 방법을 제시한다. 2.4장에서는 2.3장에서 정의한 MILP 문제의 최적화 결과와 전수 조사 기법을 비교하여 최적 해의 타당성을 검증한다. 또한, 2.2장과 2.3장에서 제시한 MILP 문제의 최적 해를 비교함으로써 제안한 방법의 성능을 확인한다. 3장에서는 결론을 서술한다.

II. 본 론

2.1 교전 사거리와 명중률과의 관계

본 장에서는 본 연구의 중요한 전제가 되는 교전 사거리와 명중률의 관계에 대해 살펴보도록 한다. 참고문헌 [13]에 따르면 기관포에서 발사된 탄의 탄착 오차의 요인은 크게 레이더의 표적 추적 오차, 예상 명중점(Predicted Hitting Point, PHP) 오차, 기관포의 기계적 오차 등이 있다(Fig. 1 참조). CIWS는 표적을 요격하기 위해 추적 레이더에서부터 표적 정보를 받아 예상명중점을 산출한다. 이때 표적의 현재 위치, 속도, 가속도 정보를 활용하여 표적의 예상 비행 궤적을 산출하고 이 궤적 상의 하나의 위치를 예상명중점으로 선정하게 되는데, 표적의 비행시간과 기관포에서 발사된 탄의 비행시간이 같아야 한다는 제약조건을 통해 최종 예상명중점이 결정된다. 따라서 이 과정에서 레이더 추적 오차와 예상하지 못한

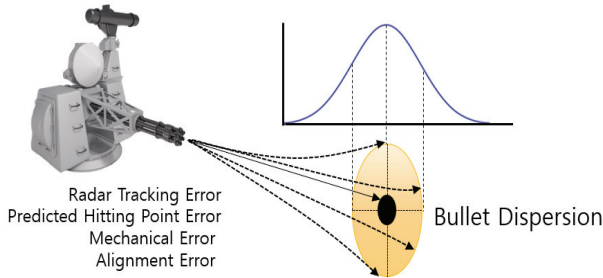


Fig. 1. Ballistic dispersion due to several error sources

표적의 기동 가속도로 인해 예상명중점 오차가 발생할 수 있다. 또한 기관포에서 발사된 탄 모델의 오차로 인해서 추가적인 예상명중점 오차가 유발된다. 특히 탄의 사거리가 증가할수록 중력에 의한 영향을 많이 받는 곡사 구간에서 모델 오차가 크게 증가한다. 이외에도 기관포에서 탄이 발사될 때 함포의 기계적인 오차 등으로 인해 최종 탄착 오차가 발생하게 된다.

이러한 오차 요인들로 인해 CIWS의 교전 사거리가 증가할수록 명중률이 현저하게 감소한다. Fig. 2는 교전 사 거리에 따른 명중률의 일반적인 패턴을 도시하고 있으며, 일반적으로 탄의 직사 구간에서는 명중률이 높고 사거리 증가에 따라 곡사 구간에서는 명중률이 현저하게 감소한다. 즉, 탄의 단발명중확률을 P_{ss} 라 정의할 때 교전 사거리가 짧은 구간에서는 P_{ss} 의 값이 상대적으로 크기 때문에 연속사격 시간이 짧더라도 누적명중확률이 1이 될 수 있다. 반대로, 교전 사거리가 긴 구간에서는 P_{ss} 의 값이 작아서 누적명중확률이 1이 되기 위해서는 연속사격 시간이 길어야 한다.

하지만 기존의 무장 할당 알고리즘에서는 CIWS의 연속사격 시간의 길이를 명중률과 관계없이 약 4~6 초 정도로 고정되어 있다고 가정하고 있다. 따라서 위의 결과를 바탕으로, 탄의 장전용량을 효과적으로 관리하고 탄 발사에 소요되는 시간을 줄이기 위해

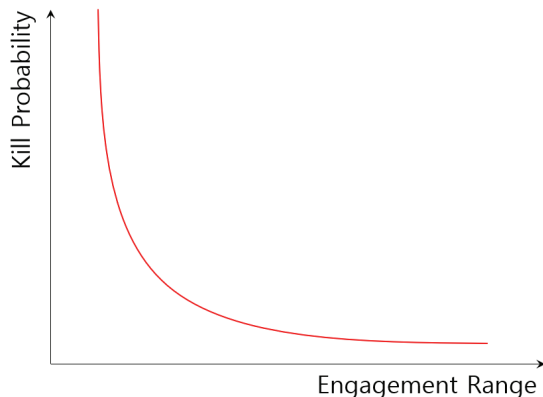


Fig. 2. The kill probability vs. engagement range

명중률 또는 교전 사 거리에 따라 연속사격 시간의 길이를 가변적으로 운용하는 것이 필요하다. 이러한 전제를 기반으로 본 연구에서는 가변 연속사격 시간을 고려한 최적 무장 할당 문제를 다루기로 한다.

2.2 기존 CIWS의 무장-표적 할당 문제

본 장에서는 연속사격 시간이 고정된 기존 MILP 기반의 CIWS 무장-표적 할당 문제에 대해서 간략히 살펴보기로 한다.

2.2.1 기호 정의

먼저 MILP를 통해 정식화된 무장-표적 할당 문제에 활용되는 변수들의 정의는 다음과 같다.

- 공용 상수 및 인덱스

- I : 방어 자산의 개수
- J_i : 각 방어 자산의 최대 공격 가능 횟수
 $J_i \leq K \forall i$
- K : 위협의 개수
- i : 방어 자산의 번호, $i \in \{1, \dots, I\}$
- j : 각 공격의 순번, $j \in \{1, \dots, J_i\}$
- k : 위협의 번호, $k \in \{1, \dots, K\}$

- 방어 자산의 제원

- θ_{0i} : 각 방어 자산의 초기 회전각
- w_{0i} : 각 방어 자산의 회전 각속도
- TL_i : 방어 자산별 Lock-on 소요시간
- TF_i : 방어 자산별 교전 소요시간
- TC_i : 방어 자산별 교전 결과 확인 소요시간

- 위협 정보

- D_k : 위협별 진입 방위각
- CT_{ik} : 위협 k 가 방어 자산 i 의 교전 가능 영역에 진입하는 시각
- TA_{ik} : 위협 k 가 방어 자산 i 에 도달할 것으로 예측되는 시각

- 최적화 변수

- X_{ijk} : i 번 방어 자산의 j 번째 교전 대상이 위협 k 이면 1, 아니면 0인 이진 최적화 변수,
 $X_{ijk} \in \{0, 1\}$
- T_{ijk} : i 번 방어 자산의 j 번째 공격이 위협 k 와의 교전을 끝낸 시각, $T_{ijk} \geq 0$
- T_{risk} : $TA_k - T_{ijk}$ 중 최솟값, 즉 교전 후 위협 파괴 실패 시 추가 대응 가능한 잔여 시간의 최솟값

- 기타 최적화 변수

- M : 선형 변환에 사용되는 충분히 큰 상수
 l_{ijk} : 교전 종료 시각 $T_{ijk}X_{ijk}$ 의 선형화를 위해 사용되는 변수
 m_{ij} : 방어 자산의 회전 시간 선형화를 위해 사용되는 변수
 p_{ij} : j 번째 교전 대상이 교전 영역에 진입할 때까지 대기하는 시간을 나타내는 변수
 r_{ij} : 교전 간 시간 간격 제약 조건의 선형화에 사용되는 변수
 s_{ij} : $\sum_{k=1}^K X_{ijk}$ 에 해당하는 새 변수
 t_{ij} : $\sum_{k=1}^K l_{ijk}$ 에 해당하는 새 변수

2.2.2 기존 혼합 정수 선형 최적화 문제

이 문제의 최적화 목표는 교전 실패 시 대응 가능한 시간에 해당하는 T_{risk} 를 최대화하는 것이다. 최적화 목표와 CIWS의 제약 조건을 고려한 무장-표적 할당은 다음과 같은 혼합 정수 선형 최적화(MILP) 문제로 변형될 수 있다[12].

maximize:

$$T_{risk} \quad (1)$$

subject to:

$$s_{ij} \leq 1 \quad \forall i, j \quad (2)$$

$$s_{i,j+1} \leq s_{ij} \quad \forall i, j \neq J \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J X_{ijk} = 1 \quad \forall k \quad (4)$$

$$TA_{risk} \leq TA_k - \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J l_{ijk} \quad \forall k \quad (5)$$

$$\sum_{k=1}^K CT_{ik} X_{i,j+1,k} \leq \sum_{k=1}^K l_{ijk} + m_{i,j+1} + TL_i + p_{i,j+1} \quad \forall i, j \quad (6)$$

$$\sum_{k=1}^K CT_{ik} X_{i,1,k} \leq 0 + m_{i,1} + TL_i + p_{i,1} \quad (7)$$

$$t_{ij} \geq r_{ij} \quad \forall i, j \quad (8)$$

$$\begin{aligned} MX_{ijk} &\geq l_{ijk}, -MX_{ijk} \leq l_{ijk} \\ l_{ijk} &\geq T_{ijk} - M(1 - X_{ijk}) \\ l_{ijk} &\leq T_{ijk} + M(1 - X_{ijk}) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} m_{i,j+1} &\geq + \frac{1}{w_{0,i}} \left(\sum_{k=1}^K D_k X_{ijk} - \sum_{k=1}^K D_k X_{i,j+1,k} \right) \\ m_{i,j+1} &\geq - \frac{1}{w_{0,i}} \left(\sum_{k=1}^K D_k X_{ijk} - \sum_{k=1}^K D_k X_{i,j+1,k} \right) \end{aligned} \quad (10)$$

$$m_{i,1} \geq + \frac{1}{w_{0,i}} \left(\theta_{i,0} - \sum_{k=1}^K D_k X_{i,1,k} \right) \quad (11)$$

$$m_{i,1} \geq - \frac{1}{w_{0,i}} \left(\theta_{i,0} - \sum_{k=1}^K D_k X_{i,1,k} \right)$$

$$X_{ijk}, s_{ij} \in \{0,1\} \quad (12)$$

$$s_{ij} = \sum_{k=1}^K X_{ijk} \quad \forall i, j \quad (13)$$

$$t_{ij} = \sum_{k=1}^K l_{ijk} \quad \forall i, j \quad (14)$$

$$T_{ijk}, T_{risk}, l_{ijk}, m_{ij}, p_{ij}, r_{ij}, t_{ij} \geq 0 \quad (15)$$

$$\begin{aligned} Ms_{ij} &\geq r_{ij}, -Ms_{ij} \leq r_{ij} \\ r_{ij} &\geq t_{i,j-1} + m_{ij} + TL_i + p_{ij} + TF_i + TC_i - M(1 - s_{ij}) \\ r_{ij} &\leq t_{i,j-1} + m_{ij} + TL_i + p_{ij} + TF_i + TC_i + M(1 - s_{ij}) \\ r_{i,1} &\geq 0 + m_{ij} + TL_i + p_{ij} + TF_i + TC_i - M(1 - s_{ij}) \\ r_{i,1} &\leq 0 + m_{ij} + TL_i + p_{ij} + TF_i + TC_i + M(1 - s_{ij}) \\ &\forall i, j \neq 1 \end{aligned} \quad (16)$$

2.3 재구성된 무장-표적 할당 문제

본 장에서는 가변 연속사격 시간을 고려한 MILP 기반의 CIWS 무장-표적 할당 문제에 대해 기술한다. 가변적인 연속사격 시간은 CIWS의 교전 소요시간의 차이를 발생시킨다. 따라서 이후부터는 가변 연속사격 시간을 가변 교전 소요시간과 동일한 의미로 사용하기로 한다.

2.3.1 가변 교전 소요시간

2.2.1장에서 정의한 방어 자산별 교전 소요시간 (TF_i)은 각 방어 자산에 대해 항상 일정한 값을 가진다. 이런 가정은 앞서 이야기한 바와 같이 교전 사거리가 증가함에 따라 명중률이 감소하는 교전 특성을 반영하지 못한다. 따라서 본 장에서는 식 (17)과 같이 가변적인 교전 소요시간을 이용한다. TF_{ij} 는 i 번째 방어 자산의 j 번째 교전 소요시간에 해당한다.

$$TF_{ij} = \left(1 - \frac{R_{ij}}{R_{\max,i}} \right) TF_i \quad (17)$$

Figure 3과 같이 식 (17)에서 $R_{\max,i}$ 는 i 번째 방어 자산의 최대 사거리를 나타낸다. 각 방어 자산의 교전은 최대 사거리 내부 영역에서만 가능하다. R_{ij} 는 j 번째 교전 시작 시 교전 대상이 i 번째 방어 자산의 최대 사거리로부터 방어 자산까지 접근한 거리를 의미한다. 최대 사거리의 정의로부터 $R_{ij} \geq 0$ 을 만족한다. 식 (17)은 최대 사거리 교전에 해당하는 $R_{ij} = 0$ 일 때의 교전 소요시간은 유지하되, 위협이 명중률이 높은 근거리로 진입함에 따라 교전 소요시간을 선형으로 감소시킨다. 각 위협의 속도가 일정하다고 가정

하면 식 (17)을 다음과 같이 변형할 수 있다.

$$TF_{ij} = \left(1 - \frac{T_{ij}}{TTG_{ij}}\right) TF_i \quad (18)$$

식 (18)에서 TTG_{ij} 는 j 번째 교전 대상이 i 번째 방어 자산의 최대 사거리로부터 방어 자산에 도달하는데 걸리는 시간으로, 2.2.1장에 정의된 위협 정보를 이용해 나타낼 수 있다.

$$TTG_{ij} = \sum_{k=1}^K X_{ijk} (CT_{ik} - TA_{ik}) \quad (19)$$

식 (18)의 T_{ij} 는 j 번째 교전이 시작될 때 교전 대상이 i 번째 방어 자산의 최대 사거리로부터 현재 위치까지 비행한 시간을 나타낸다. R_{ij} 와 같은 이유로 $T_{ij} \geq 0$ 을 만족한다. T_{ij} 를 나타내기 위해 새로운 변수 q_{ij} 를 정의한다.

$$q_{ij} = \sum_{k=1}^K l_{i,j-1,k} + m_{ij} + TL_i - \sum_{k=1}^K CT_{ik} X_{ijk} \quad \forall i, j \neq 1 \quad (20)$$

$$q_{i,1} = m_{i,1} + TL_i - \sum_{k=1}^K CT_{ik} X_{ijk} \quad \forall i \quad (21)$$

q_{ij} 는 j 번째 교전 준비를 마친 시각과 교전 대상이 방어 자산의 교전 가능 영역에 도달한 시각 사이의 간격을 나타낸다. j 번째 교전 준비를 마친 시각은 $j-1$ 번째 교전이 끝난 후 방어 자산의 조준과 Lock-on을 마친 시각에 해당한다. q_{ij} 와 T_{ij} 는 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$T_{ij} = \max(0, q_{ij}) \quad (22)$$

$q_{ij} < 0$ 인 경우는 j 번째 교전 준비를 마친 시점에 j 번째 교전 대상이 방어 자산의 교전 가능 영역 밖에 있음을 의미한다. 이 경우, j 번째 교전 대상이 방어 자산의 최대 사 거리에 도달한 후 교전이 일어나게 되어 $T_{ij} = 0$ 이 된다.

2.2.1장에서 정의된 최적화 변수 p_{ij} 를 이용하면 T_{ij} 를 다음의 관계식으로 나타낼 수 있다.

$$T_{ij} = p_{ij} + q_{ij} \quad (23)$$

$q_{ij} \geq 0$ 인 경우 j 번째 교전까지의 대기 시간 $p_{ij} = 0$ 이고, $q_{ij} < 0$ 인 경우 j 번째 교전까지의 대기 시간 $p_{ij} = -q_{ij}$ 이므로 식 (22)와 (23)은 동치이다. 식 (19), (23)을 식 (18)에 대입해 다음의 관계식을 얻는다.

$$TF_{ij} = \left(1 - \frac{p_{ij} + q_{ij}}{\sum_{k=1}^K X_{ijk} (CT_{ik} - TA_{ik})}\right) TF_i \quad (24)$$

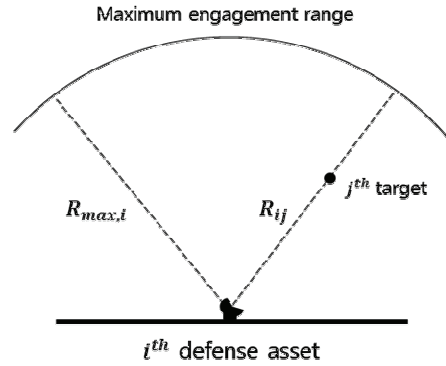


Fig. 3. Engagement geometry

2.3.2 가변 교전 소요시간의 선형화

식 (24)는 나눗셈이 포함된 비선형 관계식이다. 하지만 X_{ijk} 가 이진 변수라는 조건을 활용하면 선형 관계식으로 변형할 수 있다. 선형화를 위해 식 (24)의 우변의 나눗셈을 포함한 항을 α_{ij} 로 정의한다.

$$TF_{ij} = TF_i (1 - \alpha_{ij}) \quad (25)$$

$$\alpha_{ij} = \frac{p_{ij} + q_{ij}}{\sum_{k=1}^K X_{ijk} (CT_{ik} - TA_{ik})} \quad (26)$$

식 (26) 우변의 분모를 양변에 곱하고 새로운 변수 β_{ijk} 를 식 (28)과 같이 정의하면 (26)의 관계식은 (27)의 관계식으로 표현된다.

$$\sum_{k=1}^K X_{ijk} \beta_{ijk} = p_{ij} + q_{ij} \quad (27)$$

$$\beta_{ijk} = \alpha_{ij} (CT_{ik} - TA_{ik}) \quad (28)$$

상수 M 에 대하여 $M > |\beta_{ijk}|$ 이 성립하면 다음의 선형 제약조건은 $w_{ijk} = X_{ijk} \beta_{ijk}$ 을 보장한다.

$$\begin{aligned} MX_{ijk} &\geq w_{ijk}, & -MX_{ijk} &\leq w_{ijk} \\ w_{ijk} &\geq \beta_{ijk} - M(1 - X_{ijk}) \end{aligned} \quad (29)$$

$$w_{ijk} \leq \beta_{ijk} + M(1 - X_{ijk})$$

식 (24)~(29)로부터 TF_{ij} 를 다음의 선형 제약조건으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} TF_{ij} &= (1 - \alpha_{ij}) TF_i \\ \beta_{ijk} &= \alpha_{ij} (CT_{ik} - TA_{ik}) \\ \sum_{k=1}^K w_{ijk} &= p_{ij} + q_{ij} \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} MX_{ijk} &\geq w_{ijk}, & -MX_{ijk} &\leq w_{ijk} \\ w_{ijk} &\geq \beta_{ijk} - M(1 - X_{ijk}) \\ w_{ijk} &\leq \beta_{ijk} + M(1 - X_{ijk}) \end{aligned}$$

2.3.3 재구성된 혼합 정수 최적화 문제

2.3.2장에서 식 (17)로 정의된 가변 교전 소요시간 TF_{ij} 를 식 (30)의 선형 제약조건으로 나타낼 수 있을을 보였다. 따라서 가변 교전 소요시간 TF_{ij} 를 이용할 때의 혼합 정수 최적화 문제는 식 (16)의 선형 제약조건을 식 (31), (32), (33)의 선형 제약조건으로 바꿔줌으로써 구성될 수 있다. 따라서 CIWS 기관포의 명중률을 고려한 무장-표적 할당 문제는 식 (1)~(15), (31), (32), (33)으로 구성된 혼합 정수 선형 최적화 문제가 된다. 재구성된 혼합 정수 선형 최적화 문제를 다양한 상용 MILP 솔버에 적용함으로써 CIWS 기관포의 명중률을 고려한 무장-표적 할당 문제의 전역 최적 해를 신속하게 산출할 수 있다.

$$q_{ij} = \sum_{k=1}^K l_{i,j-1,k} + m_{ij} + TL_i - \sum_{k=1}^K CT_{ik} X_{ijk} \quad \forall i, j \neq 1 \quad (31)$$

$$q_{i,1} = m_{i,1} + TL_i - \sum_{k=1}^K CT_{ik} X_{i,1,k} \quad \forall i$$

$$TF_{ij} = (1 - \alpha_{ij}) TF_i$$

$$\beta_{ijk} = \alpha_{ij} (CT_{ik} - TA_{ik})$$

$$\sum_{k=1}^K w_{ijk} = p_{ij} + q_{ij} \quad (32)$$

$$MX_{ijk} \geq w_{ijk}, \quad -MX_{ijk} \leq w_{ijk}$$

$$w_{ijk} \geq \beta_{ijk} - M(1 - X_{ijk})$$

$$w_{ijk} \leq \beta_{ijk} + M(1 - X_{ijk})$$

$$Ms_{ij} \geq r_{ij}, \quad -Ms_{ij} \leq r_{ij}$$

$$\begin{aligned} r_{ij} &\geq t_{i,j-1} + m_{ij} + TL_i + p_{ij} + TF_{ij} + TC_i - M(1 - s_{ij}) \\ r_{ij} &\leq t_{i,j-1} + m_{ij} + TL_i + p_{ij} + TF_{ij} + TC_i + M(1 - s_{ij}) \\ r_{i,1} &\geq 0 + m_{ij} + TL_i + p_{ij} + TF_{ij} + TC_i - M(1 - s_{ij}) \\ r_{i,1} &\leq 0 + m_{ij} + TL_i + p_{ij} + TF_{ij} + TC_i + M(1 - s_{ij}) \\ &\forall i, j \neq 1 \end{aligned} \quad (33)$$

2.4 시뮬레이션 및 결과

2.4.1 최적 해의 타당성 검증

본 장에서는 2.3장에서 정식화된 MILP 문제의 타당성을 검증하고자 한다. 이를 위해 예시 시나리오에 대한 MILP 문제의 최적 해와 모든 경우의 수에 대해 목적 함수를 계산하는 전수 조사 기법(Exhaustive Search)으로 구한 최적 해를 비교하였다. 두 방법 모두 MATLAB 스크립트로 구현하였고, MILP 솔버로는 MATLAB Optimization toolbox의 내장 함수인 'Intlinprog'을 이용하였고, 솔버의 설정값은 내장 함수의 기본값을 활용하였다. 최적 해의 검증을 위해 고려한 시나리오는 다음과 같다.

$$I = 1, J = 8, K = 8 \quad (34)$$

Table 1. Verification of optimal solution

	Threat number (k)	Exhaustive Search	MILP
Time of Engagement ($\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J X_{ijk} T_{ijk}$)	1	19.9973s	19.9973s
	2	23.9696s	23.9696s
	3	27.9154s	27.9154s
	4	10.0000s	10.0000s
	5	38.6285s	38.6285s
	6	15.3636s	15.3636s
	7	35.3947s	35.3947s
	8	32.0919s	32.0919s
Objective function (T_{risk})		21.3715s	21.3715s

$$TL_1 = 0, \quad TF_1 = 4, \quad TC_1 = 1 \quad (35)$$

$$\theta_{0,1} = 0 \text{ (deg)}, \quad w_{0,1} = 100 \text{ (deg/sec)} \quad (36)$$

$$D_{1k} = [-50, -30, -10, +40, +100, -20, +80, +60] \text{ (deg)} \quad (37)$$

$$CT_{1k} = [9, 7, 11, 5, 12, 8, 10, 13] \text{ (sec)} \quad (38)$$

$$TA_{1k} = [49, 50, 53, 50, 60, 52, 57, 60] \text{ (sec)} \quad (39)$$

위의 시나리오에 대해 MILP 기법과 전수 조사 기법을 이용해 최적화를 진행하였고, 그 결과로 각 위협과의 교전이 종료된 시각과 목적 함수를 Table 1에 나타내었다.

Table 1의 결과를 통해 제안한 MILP 문제의 최적 해와 전수 조사 기법의 최적 해가 일치함을 확인할 수 있다. 전수 조사 기법은 정확한 최적 해를 보장하기 때문에 2.3장에서 정식화한 MILP 문제가 타당하다는 결론을 얻는다.

2.4.2 가변 연속 사격시간 운용 효과 분석

본 장에서는 2.2장에서 정의된 MILP 문제와 2.3장에서 정의된 MILP 문제의 최적 해를 비교함으로써 CIWS 기관포의 연속사격 시간을 가변적으로 운용할 때의 효과를 분석한다. 참고문헌 [12]에서는 2.2장에서 정의된 연속사격 시간을 고정한 MILP 문제를 다루었으며, 해당 MILP 문제의 최적성은 전수 조사 기법과 비교를 통해 검증되었다. 따라서 본 논문에서는 기존 방법의 최적성 검증은 생략하기로 한다. 본 분석에서는 2.4.1장과 동일한 시나리오에 대해 시뮬레이션을 진행하였고 최적화 결과 비교는 Table 2와 같다.

Table 2. Optimization result comparison, fixed burst time versus variable burst time

	Fixed burst time	Variable burst time
T_{risk}	12.6000s	21.3715s
Order of Engagement	[4,1,2,6,3,8,7,5]	[4,6,1,2,3,8,7,5]

Table 3. Burst time for each engagement

Order of Engagement	Burst time (TF_{ij})
1	4.0000s
2	3.7636s
3	3.3336s
4	2.7723s
5	2.7458s
6	2.4765s
7	2.1028s
8	2.0038s

Table 2의 결과로부터 가변적인 연속사격 시간을 운용할 경우 교전 순서의 변화가 관찰되었고 8.775s의 추가적인 T_{risk} 를 확보할 수 있었다. 이는 Table 3과 같이 기존의 4s로 고정된 기관포 연속사격 시간을 위협과의 교전 사거리에 따라 변화시킨 것에서 기인한 결과이다. 잔여 대응시간 T_{risk} 의 추가적인 확보는 곧 주어진 방어 자산으로 더 많은 위협과의 교전이 가능하다는 것과 동시에 예기치 못한 공격 상황에 대한 대응능력 향상을 의미하기도 한다. 따라서 위의 결과와 같이 가변적인 연속사격 시간의 운용은 합정의 방어 성능 향상으로 이어진다는 것을 확인할 수 있다.

III. 결 론

본 논문에서는 근접 방어 시스템(CIWS) 기관포의 연속사격 시간을 가변적으로 운용하는 경우에 대해 무장-표적 할당 문제를 정의하였고 선형화 과정을 통해 MILP 문제로 변형하는 방법을 제안하였다. 변환된 MILP 문제의 최적 해와 전수 조사에 의한 최적 해를 비교함으로써 제안한 MILP 문제의 타당성을 검증하였다. 이후 기존의 방식인 고정된 연속사격 시간을 운용할 경우의 최적 해와 비교함으로써 가변 연속사격 시간 운용의 유용성을 확인하였다. 본 연구는 근접 방어 시스템의 교전 특성을 반영하여 무장-표적 할당 문제를 정의했다는 점과 이를 선형화하여 전역 최적 해를 빠르게 찾을 수 있는 MILP 문제로 변형했다는 점에서 의의가 있다. 본 논문에서는 편의

성을 위해 교전 거리와 기관포의 연속 사격시간을 선형의 관계로 가정하였지만, 이를 바탕으로 추후의 연구에서 CIWS 기관포의 실제 명중률을 고려하여 문제를 구성한다면 더 현실적이고 실용적인 무장-표적 할당 문제를 해결할 수 있을 것으로 기대된다.

후 기

본 연구는 LIG Nex1의 지원에 의해 수행되었습니다(계약번호 : YD20-2022).

References

- 1) Lee, J. I., Jeon, I. S. and Tahk, M. J., "Guidance Law to Control Impact Time and Angle," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 43, No. 1, January 2007, pp. 301~310.
- 2) Kim, T. H., Lee, C. H. and Tahk, M. J., "Augmented Polynomial Guidance With Impact Time and Angle Constraints," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 49, No. 4, October 2013, pp. 2806~2817.
- 3) Tahk, M. J., Shim, S. W., Hong, S. M., Lee, C. H. and Choi, H. L., "Impact time control based on time-to-go prediction for sea-skimming anti-ship missiles," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 54, No. 4, August 2018, pp. 2043~2052.
- 4) Kim, Y. H., Ryoo, C. K. and Tahk, M. J., "Guidance synthesis for evasive maneuver of anti-ship missiles against close-in weapon systems," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 46, No. 3, July 2010, pp. 1376~1388.
- 5) Ma, F., Ni, M., Gao, B. and Yu. Z., "An Efficient Algorithm for the Weapon Target Assignment Problem," *Proceeding of the 2015 IEEE International Conference on Information and Automation*, August 2015, pp. 2093~2097.
- 6) Xin, B., et al., "An Efficient Rule-Based Constructive Heuristic to Solve Dynamic Weapon Target Assignment Problem," *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics - Part A: Systems and Humans*, Vol. 41, No. 3, 2011, pp. 598~606.
- 7) Leboucher, C., et al., "Optimal Weapon Target Assignment Based on an Geometric Approach," *Proceedings of the 19th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace*, Vol. 46, Issue 19, 2013, pp. 341~346.

8) Leboucher, C., et al., "Novel Evolutionary Game Based Multi-Objective Optimization for Dynamic Weapon Target Assignment," *Proceedings of the 19th IFAC World Congress*, Vol. 47, Issue 3, 2014, pp. 3936~3941.

9) Park, J. M., Rho, H. and Tahk, M. J., "Co-evolutionary Method for Dynamic Weapon Target Assignment," *Advances in Control and Optimization of Dynamic Systems*, Hyderabad, India, February 2018.

10) Mouton, H., Roodt, J. and le Roux, H., "Applying Reinforcement Learning to the Weapon Assignment Problem in Air Defence," *Scientia Militaria, South African Journal of Military Studies*, Vol. 39, No. 2, 2011, pp. 123~140.

11) Ma, Y. and Chou, C., "Weapon Target Assignment Decision Based on Markov Decision Process in Air Defense," *System Simulation and Scientific Computing*, Vol. 327, 2012, pp. 353~360.

12) Roh, H., Oh, Y. J., Tahk, M. J. and Jung, Y. R., "Optimal Weapon-Target Assignment of Multiple Dissimilar Closed-In Weapon Systems Using Mixed Integer Linear Programming," *Journal of the Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 47, No. 11, November 2019, pp. 787~794.

13) Hwang, K. C., "A Study on the Gun-Oriented Anti Air Warfare Capability of the Patrol Killer Combat System," *Journal of the Korea Institute of Military Science and Technology*, Vol. 10, No. 4, December 2017, pp. 62~72.