

확률교육에 관한 국내 연구논문의 동향 분석

박민선¹⁾ · 이은정²⁾

본 연구는 확률교육 실제의 개선 방향을 제시하기 위해 2000년 이후 출간된 국내 확률교육 연구논문 85편을 분석하였다. 연구 결과, 지난 20년 동안 국내 확률교육에 관한 논문의 양이 상당히 적은 것으로 나타났으며, 인간 대상 연구가 인간 비대상 연구 비중보다는 조금 더 높았으나 더 많은 교수실험 연구가 필요함을 확인하였다. 연구 주제별 분석 결과, 독립성과 조건부확률, 조합과 세기가 많이 다루어지고 있었는데 국외에서는 이 주제들이 어린 아동들을 대상으로 다루어져야 하고 직관적인 수준에서 어떻게 교수-학습이 가능할지 많이 연구되고 있는 것에 비해, 국내에서는 대부분 고등학생 이상을 대상으로 이루어졌음을 확인하였다. 이러한 결과를 바탕으로 향후 국내 확률교육 연구의 과제와 발전 방향에 대한 시사점을 도출하였다.

주요용어 : 확률교육, 연구 동향 분석, 확률에서의 핵심 아이디어, 독립성과 조건부확률, 조합과 세기

I. 서론

확률은 개념 자체에 다양한 관점이 있으며, 확률적 사고는 반직관적이고 오류 가능성이 높기 때문에 확률 교수-학습은 쉽지 않다(우정호, 2001). 확률에서는 임의성을 다룬다는 점에서도 결정론적 사고를 따르는 수학의 다른 영역에 비해 인지적 부담이 있다(Jones, 2005). 확률교육 연구들은 1950년대를 기점으로 활발하게 확률 교수-학습 관련 연구가 나타나고 고전적 관점뿐만 아니라 도수적 관점과 주관적 관점도 통합하는 연구들이 이루어졌다(Jones & Thornton, 2005). 이에 따라 확률교육과 관련한 교육과정 개정의 필요성이 제기되고 확률을 수학 교육과정의 주요 영역으로 구성하는 연구들이 이루어지면서(예를 들어 Australian Education Council[AEC], 1991; National Council of Teachers of Mathematics[NCTM], 1989, 2000) 그 이후로 학생들의 확률적 추론을 보는 인지적 연구, 교수 실험 연구, 공학과의 결합 연구 등 다양한 연구로 확장되어 갔다(Jones & Thornton, 2005).

또한, 확률에서의 핵심 아이디어에 대한 논의도 많이 이루어지고 있다. 확률에서의 핵심 아이디어란 확률을 지도할 때 초등교육부터 고등교육에 이르기까지 포함되어야 할 주요 주제들을 반영하는 것으로, 이후 확률적 소양을 갖추기 위해서도 반드시 필요한 것이다(Batanero, Henry, & Parzysz, 2005; Gal, 2005). Heitele(1975)이 확률론 역사에서 중요한 비중을 차지했던 근본적인 개념들을 바탕으로 제시한 것을 시작으로, 이후 Batanero, Chernoff, Engel, Lee, and Sánchez(2016)에 이르기까지 계속해서 논의되면서 정교화되었다. 이렇게 제시된 핵심 아이디어는 확률교육 연구 분석이나 교육과정 분석, 그

* MSC2010분류 : 97C99

- 1) Dwight Morrow High School 교사 (minsun26@gmail.com), 제1저자
- 2) 광주교육대학교 교수 (mymel13@daum.net), 교신저자

리고 교사교육 방향 논의 등에서 바탕이 되어 사용되어 왔다(예를 들어 Batanero, Godino, & Roa, 2004; Borovcnik, 2011; Borovcnik & Kapadia, 2009 등).

우정호(2001)에 따르면, 오늘날 우리나라 학교 수학에서는 고전적 관점을 중심으로 하여 도수적 관점을 간단히 다루고 구조적 관점을 확률의 기본 성질로 다루고 있으며, 확률 개념의 지도보다 형식적인 알고리즘 중심의 지도가 이루어지고 있다. 이에 따라 학생들은 우연 현상과 확률에 대한 추론 능력, 일상적인 문제 상황에서의 확률적인 판단 능력을 기르기가 쉽지 않다. 확률교육 실재를 개선하기 위해서는 확률교육 관련 연구의 분석을 통해 현재 확률교육 현상을 기술, 예측, 설명해보는 과정이 필요할 것이다(탁병주, 이경화, 2017). 그러나 국내에서 확률교육 연구 동향을 분석한 연구는 많지 않다. 이영하, 심효정(2003)은 1963년부터 2002년까지 국내 학술지에서 다루어진 확률, 통계 영역 논문들을 내용, 연구방법, 교수-학습 방법, 측정 및 평가라는 기준으로 경향성을 분석한 바 있다. 그러나 2000년대 이후에도 계속해서 확률교육 연구가 이루어졌기에 그 이후에는 어떤 경향을 보이는지, 어떤 변화가 나타났는지 분석해야 할 필요가 있다. 또한, 국외 연구에서 주로 논의되고 다양한 학교급에 걸쳐서 반드시 다루어져야 한다고 주장하는 확률에서의 핵심 아이디어의 관점에서 우리나라 확률교육 연구를 비추어 보는 것도 의미가 있을 것이다.

이에 따라 본 연구에서는 2000년부터 2020년까지 국내 학술지에서 출간된 확률교육 연구를 여러 기준에 따라 범주화하여 우리나라 확률교육 연구 동향을 분석하고자 한다. 특히, Batanero 등(2016)이 제시하는 확률에서의 핵심 아이디어를 바탕으로 어떤 아이디어를 비중 있게 다루고 있는지, 비중 있게 다루는 경우 국외 연구에서 주로 논의되는 내용과 차이점은 무엇인지 분석하고자 한다. 이를 통해 이후 우리나라 확률교육 및 연구 방향을 설정하는 데 있어서 시사점을 제시하고자 한다.

II. 이론적 배경

1. 확률교육 연구

Jones와 Thornton(2005)은 지난 50년간 이루어진 확률 교수-학습 연구를 분석한 바 있다. 연구자들은 확률 관련 연구를 역사적으로 분석함으로써 오늘날의 연구에 어떠한 의미를 주는지, 학교 교육과정에 시사하는 바가 무엇인지 알 수 있다고 하였다. 연구들을 살펴본 결과 연구자들은 세 시기로 구분할 수 있다고 보았다. 첫 번째는 피아제 시기의 연구, 두 번째는 포스트 피아제 시기의 연구, 세 번째는 현대의 연구이다. Nikiforidou(2018) 또한 이러한 세 시기에 맞춰 초등학생 및 아동들을 대상으로 어떠한 확률적 사고 관련 연구가 이루어졌는지를 확인하였다.

Jones와 Thornton(2005)에 따르면, 먼저 피아제 시기는 1950년대, 1960년대에 Piaget와 Inhelder, 심리학자들의 연구를 바탕으로 한다. 초기의 연구들은 인간의 확률적 사고 및 직관에 대한 발달 및 구조를 살펴보고, 임의성에 관한 과제를 제시했을 때 어떤 패턴의 반응을 보이는지에 관한 연구가 이루어졌다. 피아제 이론에서는 확률적 사고의 발달을 “조작과 우연 사이의 종합”으로 보며 세 수준의 발달 단계를 제시하였다(Nikiforidou, 2018). 이 시기는 아직 학교 교육과정으로서의 확률은 다루지 않았으나, 이후 확률 교수-학습 연구에 많은 영향을 주었다. 두 번째로 포스트 피아제 시기는 주로 1970년대, 1980년대에 Piaget 연구의 연장선에서 이루어진 연구를 바탕으로 한다(Jones & Thornton, 2005). Fischbein(1975)의 확률 개념 및 직관에 관한 연구가 대표적이며, 그는 확률적 사고에 대해 더 교육적으로 접근했을 뿐만 아니라 확률적 개념의 이해를 발달시키는 데 직관의 역할을 강조하였다

(Nikiforidou, 2018). 또한 Tversky와 Kahneman(1974)의 사람들이 확률적 판단을 내릴 때 사용하는 발견술 및 전략에 관한 연구도 의미 있게 다루어졌다. 이 시기부터 수학교육 연구자들도 등장하기 시작하여, 교육이 이루어지기 전에 다양한 연령대의 학생들이 어떤 확률적 사고를 보이는지에 관한 연구나 확률 교수-학습에 주목한 연구가 많이 이루어졌다. 세 번째로 현대의 연구 단계에서는 전 세계적으로 학교수학에서 이루어진 교육과정 개정 결과 확률 및 통계가 수학 교육과정의 한 갈래로 다루어지기 시작한 시기로, 다양한 학년 학생들을 대상으로 하는 확률 교수-학습에 관한 연구와 교실 현장에서의 학생들의 학습, 학생들의 개별적, 집단적 확률 추론의 발달 등에 대해 많은 연구가 이루어졌다(Jones & Thornton, 2005). 이 단계에서 선구자적인 역할을 한 연구는 Jones, Langrall, Thornton, and Mogill(1997; 1999)의 학생들의 확률적 사고의 발달 단계에 대한 연구이다(Nikiforidou, 2018). 연구자들은 표본공간, 사건의 확률, 확률 비교, 조건부확률이라는 네 가지 구인에 대해 다양한 학교급 학생들의 발달 수준을 제시하였다. 이 시기의 연구는 크게 교육과정 관련 연구(예를 들어 Ahlgren & Garfield, 1991; Callingham, Watson, & Oates, 2021; Langrall, 2018 등), 확률 학습 관련 연구(예를 들어 Garfield & Ahlgren, 1988; Biehler & Pratt, 2012; Watson & Kelly, 2007 등), 확률 지도 환경 관련 연구(Batanero et al., 2004; Koparan & Yilmaz, 2015; Stohl, 2005 등)로 구분해볼 수 있다(Jones & Thornton, 2005). 특히 Jones와 Thornton은 확률 학습과 관련하여 어떤 연구가 있었는지 초등학생, 중학생, 고등학생, 대학생 및 예비교사와 같이 다양한 학교급별로 구분해서 살펴보고, 임의성, 운, 공정성, 가능성 언어, 표본공간, 확률 측도, 조건부확률과 독립, 복합 사건, 확률분포, 기댓값, 변이, 직관과 오개념, 시뮬레이션과 같이 다양한 주제들로 구분해서 살펴보았다.

Batanero 등(2016)은 오늘날 사회에서 살아가는 데 필요한 확률적 소양을 강조하며, 이를 위해 확률 교육에 관한 연구가 꽤 오랜 기간에 걸쳐 이루어졌고, 이론적 분석 및 경험적 연구 모두 잘 나타난다고 하였다. 연구자들은 그동안 출간된 연구를 분석한 결과, 연구들을 주요 주제로 분류하여 제시하였다. 우선 첫 번째로는 우연 및 확률의 특성에 관한 연구들로 인식론적 분석을 기반으로 하는 것이다. 오늘날 확률에 대한 관점은 직관적, 고전적, 도수적, 주관적, 논리적, 성향적, 공리적 해석으로 이루어지며 각각의 관점은 상호보완적이다. 그렇기에 한 가지 관점만 교육과정 또는 학교수학에서 다루는 것은 학생들에게 학습에서의 어려움을 일으킬 수 있으며 이후 확률적 소양이 필요한 상황에서 적절하지 않은 한 가지 해석만을 계속해서 적용하는 문제점이 나타날 수 있다. 1970년 이전에는 주로 고전적 관점이, 이후 현대 수학 시기에 들어오면서는 공리적 관점이 교육과정에서 주도적으로 드러났으며, 오늘날에는 통계와의 연결성을 보여주는 도수적 관점이나 초등 수준에서는 직관적 관점 등이 주로 강조된다고 하였다.

두 번째로는 확률적 지식 및 추론에 관한 연구들로, 이는 확률적 소양으로서 일상생활에서 의사결정을 내리거나 표집 및 통계적 추리에 대한 이해에서 필수적이다. 연구자들은 확률적 추론이 논리적 추론, 인과적 추론, 통계적 추론을 포함하며, 확률적 사고의 지도가 중요하다는 것을 보여준다고 하였다. 이러한 연구들에 이어 세 번째로는 학교 교육과정에서 다루어지는 확률에 관한 연구들이다. 확률에서의 핵심 아이디어가 서로 다른 나라들에서 또는 서로 다른 학년에서 어떻게 교육과정이 반영되었는지 조사하는 것이 주요 연구이다. 네 번째로는 학생들의 직관과 학습에서의 어려움에 관한 연구들, 다섯 번째로는 확률에서의 공학 도구 사용에 관한 연구들, 마지막으로 교사교육에 관한 연구들이 제시되었다.

요약하면, 확률 교수-학습에 관한 연구들을 확인했을 때, 오늘날 연구들은 Gal(2005)이 주장하는 확률적 소양, 즉 실세계에서 확률 관련 문제를 다루면서 필수적으로 갖추어야 할 확률적 지식 및 성향들을 향상시키고 촉진시키기 위해 다양한 핵심 아이디어를 바탕으로 하는 확률적 추론을 강조하고 있음을 알 수 있었다. 다음 절에서는 확률에서의 핵심 아이디어로 제시되는 것이 무엇인지를 살펴보고자 한다.

2. 확률에서의 핵심 아이디어

Batanero 등(2016)은 확률 지도에서의 핵심은 서로 다른 학교급에서 다루어야 하는 확률의 주요 개념들이 무엇인지를 논의하고 결정하는 것이라고 주장하며, 학교 교육에서 다루어야 하는 8가지의 핵심 확률 아이디어를 제시하였다. 8가지 핵심 확률 아이디어는 다음과 같다: 사건과 표본공간, 임의성, 조합과 세기, 독립성과 조건부확률, 확률분포와 기댓값, 큰 수의 법칙, 표집과 표집분포, 모델링과 시뮬레이션(<표 II-1> 참조). 핵심 확률 아이디어는 확률 이론이 역사에 걸쳐 발달하는 데 도움이 되었던 개념이며, 이러한 핵심 아이디어는 직관적인 이해에서 출발하여 형식화에 이르기까지 점진적으로 발달하여야 한다(Batanero et al., 2005). 즉, 초등학교 시기에서부터 학생들이 이러한 핵심 확률 아이디어에 대한 직관적인 모델을 구축하고, 이를 토대로 이후 형식적인 학습에서 학생들이 올바른 확률 개념을 형성하도록 점진적으로 확률을 지도하는 것이 바람직하다는 것이다.

<표 II-1> 확률에서의 핵심 아이디어

핵심 아이디어	설명
사건과 표본공간	<ul style="list-style-type: none"> · 결정론적인 사고를 하는 어린 아동들이 확률 상황을 다룰 때 가능한 결과들의 전체 집합을 생각하기보다 단일 사건에 집중하는 경향이 있다. · 확률적 사고의 발달을 위해서는 표본공간과 관련된 오개념을 극복하는 것이 필요하다.
임의성	<ul style="list-style-type: none"> · 임의성은 확률에서 기초가 되는 개념이지만 교과서에서 잘 다루어지지 않고 있으며, 그 정의 또한 모호한 경우가 많다. 이른 시기부터 학생들의 임의성에 대한 이해를 강화시킬 필요가 있다.
조합과 세기	<ul style="list-style-type: none"> · 조합적 추론은 복합 실험에서 사건들이 어떻게 형성되는지 이해하거나 모집단으로부터 표본이 어떻게 선택될 수 있는지를 이해하는데 도움이 된다. · 어린 아동들도 수형도와 같은 전략의 사용을 통해 조합적 추론을 발달시킬 수 있고 조합적 과제를 해결할 수 있다.
독립성과 조건부확률	<ul style="list-style-type: none"> · 독립성의 직관적 관념과 형식적 정의 사이에서 나타나는 어려움은 학생들이 조건부확률 문제를 해결할 때 장애가 된다. · 조건부확률 및 독립성은 형식적으로만 다루어질 것이 아니라, 이른 시기부터 도입하여 직관적인 수준으로부터 형식적인 수준으로 발달되어야 한다.
확률분포와 기댓값	<ul style="list-style-type: none"> · 이른 시기부터 확률변수와 기댓값 개념을 직관적으로 도입하는 것은 이후 확률분포를 형식적으로 이해하는 데 도움이 된다.
큰 수의 법칙	<ul style="list-style-type: none"> · 큰 수의 법칙은 확률과 통계 사이를 연결해주며, 통계가 실험 과학에서 방법론적 도구로 사용될 수 있는 타당성을 제공한다. · 학생들은 독립적인 결과가 예측 불가능하다는 것과, 규칙성은 오로지 수많은 시행에 의해 나타남을 이해해야 한다.
표집과 표집분포	<ul style="list-style-type: none"> · 모집단을 전수 조사하는 것은 불가능하기 때문에 모집단에 대한 지식은 표본에 기반을 두어 나와야 한다. · 학생들은 표본 대표성과 표집 변이성을 이해해야 한다.
모델링과 시뮬레이션	<ul style="list-style-type: none"> · 시뮬레이션은 실제와 수학적 모델 사이의 중재자 역할을 하며, 확률 상황 탐구를 가능하게 한다. · 시뮬레이션은 학생들의 확률 직관을 향상시키는 것에 도움이 된다.

Ⅲ. 연구 방법

1. 분석 대상

본 연구는 분석 대상을 선정하기 위해 2000년부터 2020년까지 국내 수학교육 학술지 및 기타 학술지에 게재된 확률교육 관련 논문들을 검색하였다. 한국연구재단(KCI) 등재지를 기준으로 수학교육 학술지와 기타 학술지를 검색하여 지난 20년간 확률교육 관련 논문이 한 편 이상 게재된 학술지를 추출하였다. 확률교육 관련 논문들을 찾기 위해 한국교육학술정보원에서 운영하는 학술연구정보서비스에 ‘확률’ 또는 Batanero 등(2016)이 제시한 핵심 확률 아이디어 8가지 각각을 키워드로 활용하여 검색하였다. 그 결과, 수학교육 학술지 7종과 수학교육 전문 학술지는 아니지만 수학교육 관련 논문이 게재된 기타 학술지 2종에 확률교육 관련 논문이 게재된 것으로 나타났다. 9종의 학술지 각각의 사이트에 들어가서 2000년부터 2020년까지 확률 관련 논문을 다시 검색하여 총 85편의 논문을 찾았으며, 이들을 본 연구의 분석 대상으로 선정하였다.

2. 분석 기준

본 연구에서는 분석 대상인 85편의 논문을 연도 및 학술지별, 연구 대상별, 연구 주제별로 분석하였다. 이러한 분석 기준은 국내 연구 동향을 분석하는 연구에서 기본적으로 사용하는 기준(탁병주, 이경화, 2017)을 따른 것이다.

먼저, 85편의 논문을 연도별, 학술지별로 분류하여 확률교육 논문이 각 연도별, 학술지별로 게재된 편수와 각각에서 확률교육 논문이 차지하는 비중을 분석하였다. 다음으로, 연구 대상별 분석을 하기 위해 탁병주, 이경화(2017)에서 사용한 분석 범주에 따라 연구 대상을 인간 대상 연구와 인간 비대상 연구로 나누었다. 인간 대상 연구는 초등학생, 중학생, 고등학생, 교사(예비교사, 현직교사)로 재분류하였으며, 이를 통해 연구 대상별 연구 동향뿐만 아니라 연구 주제와 결합하여 주제별로 어느 학교급을 대상으로 연구가 주로 이루어지고 있는지를 자세히 살펴보고자 하였다. 인간 비대상 연구에는 문헌 분석이나 교수학습 자료를 설계한 연구 등이 포함되었다.

마지막으로 연구 주제별 분석을 위해 전술한 바와 같이 Batanero 등(2016)이 제시한 8가지 핵심 확률 아이디어인 ‘임의성, 사건과 표본공간, 조합과 세기, 독립성과 조건부확률, 확률분포와 기댓값, 큰수의 법칙, 표집과 표집분포, 모델링과 시뮬레이션’에 따라 연구 주제를 분류하였다.

연구 주제를 분류하는 과정에서 두 가지 이슈가 나타났는데, 그중 하나는 한 연구가 두 가지 이상의 아이디어를 다루는 경우이다. 예를 들어, 이소연, 김원경(2001)은 초등학교 확률 학습 프로그램을 개발하고 적용한 사례를 분석하였는데, 이 연구에서는 표본공간과 독립성의 아이디어가 둘 다 중점적으로 다루어졌다. 따라서 이처럼 한 연구에서 두 가지 이상의 핵심 확률 아이디어를 중점적으로 다룬 경우에는 복수로 코딩하는 것으로 결정하였다. 또 다른 이슈는 8가지 핵심 확률 아이디어로 분류되지 않는 연구 주제(가능성, 패러독스)가 나타났다는 것이다. 가능성은 우리나라 초등학교에서 2009 개정 교육과정에서부터 확률을 가능성으로 다루게 되면서 관련 연구가 주로 이루어진 것으로 나타났으며, 패러독스는 영재 학생들에게 확률에서의 패러독스 문제를 적용해보거나 문헌 분석을 통해 학교 확률 교육에서 활용 가능한 역사적 패러독스를 찾는 연구가 주로 이루어진 것으로 나타났다. 즉, 가능성은 초등학교라는 특정 학교급에서 확률을 비형식적으로 다루기 위한 방식으로 논의되고 있으며, 패러독스는 학생들에게 확률의 모호성이라는 특징을 잘 드러낼 수 있는 활용 가능한 하나의 소재로 논의되

고 있다는 점에서 두 가지 주제는 별도로 구분하지 않고 8가지 핵심 확률 아이디어 이외에 연구된 주제로 간주하여 기타로 분류하였다. 결과적으로 연구 주제는 8가지 핵심 확률 아이디어와 기타로 총 9가지 범주로 구분하였다.

IV. 연구 결과

본 장에서는 확률교육 관련 논문의 분석 기준에 따라 연도 및 학술지별, 연구 대상별, 연구 주제별로 분석한 결과를 제시하고자 한다.

1. 연도 및 학술지별

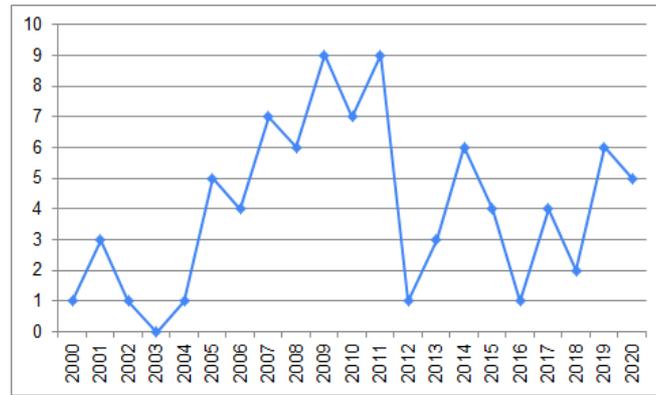
<표 IV-1>은 2000년부터 2020년까지 지난 20년간 KCI 등재지에 게재된 확률교육 관련 논문을 학술지별로 분류한 결과이다. 수학교육 관련 학술지에서 총 85편만이 확률교육 관련 논문인 것으로 나타났다. 이 논문을 연도별로 살펴보면, 2009년부터 2011년 사이에 논문이 가장 많이 게재되었으며 그 이후에는 해마다 편차가 존재하지만 양적으로 감소하는 경향을 보였다([그림 IV-1] 참조).

<표 IV-1> 학술지별 확률교육 연구논문 편수(2000년~2020년)

발행기관	학술지명	확률교육 논문 수
대한수학교육학회	수학교육학연구	16
	학교수학	27
한국수학교육학회	수학교육	14
	수학교육논문집	11
	초등수학교육	2
한국초등수학교육학회	한국초등수학교육학회지	3
한국학교수학회	한국학교수학회논문집	4
한국수학사학회	한국수학사학회지	5
한국영재학회	영재교육연구	3
합계		85

가장 많은 확률교육 연구가 이루어진 3년 동안에는 확률교육을 주된 분야로 연구하는 연구자들의 논문(예를 들어, 이경화, 2010; 이정연, 우정호, 2009; 이정연, 이경화, 2010; 조차미, 2009; 2010)이 여러 편 게재되었다. 이러한 경향성은 우리나라 통계교육 연구 동향을 분석한 탁병주, 이경화(2017)의 연구에서도 지적된 바 있다. 즉, 일부 연구자에 의해 논문의 편수가 영향을 받기 때문에 특정 시기에 논문이 일시적으로 증가한다는 것이다. 이러한 점을 고려하면 확률교육에 관한 연구의 양적, 질적 향상을 위해서는 확률교육의 전문 연구자가 확대될 필요가 있어 보인다.

확률교육에 관한 국내 연구논문의 동향 분석



[그림 IV-1] 국내 확률교육 연구논문의 연도별 분포

2. 연구 대상별

확률교육에 관한 85편의 논문을 연구 대상별로 분류한 결과, 인간 대상 연구논문은 약 61%(52편), 인간 비대상 연구논문은 약 39%(33편)으로 나타나 인간 대상 연구가 인간 비대상 연구 비중보다 좀 더 높다는 것을 알 수 있다. 인간 비대상 연구논문은 주로 문헌 분석을 통해 확률 개념을 분석하거나(예를 들어, 유윤재, 2009; 이종학, 2010) 교수학습 자료를 개발(예를 들어, 이동근, 2019; 주미경, 박정숙, 오혜미, 김영기, 박윤근, 2013)하였으며, 또는 확률 단위 교과서 혹은 교육과정을 비교·분석(예를 들어, 이영하, 허지영, 2010; 허남구, 2019) 하였다.

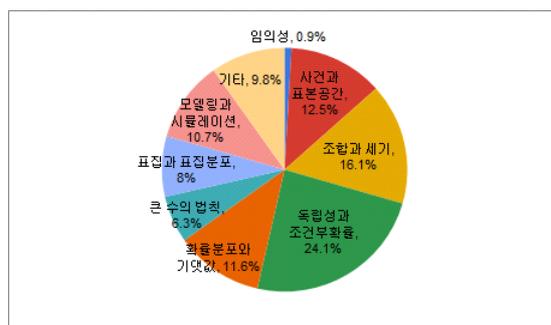
[그림 IV-2]는 인간 대상 연구논문을 학교 급별로 세분화한 결과를 보여준다. 분류하는 과정에서, 한 논문이 각기 다른 학교급을 대상으로 한 경우에는 각각을 중복하여 세었다. 분류한 결과, 고등학생을 대상으로 한 경우가 30.4%로 가장 비중이 높았으며, 다음으로 초등학생과 예비·현직 교사를 대상으로 한 경우가 각각 26.8%와 28.6%로 거의 비슷한 비중을 차지하였다. 반면 중학생을 대상으로 한 연구는 14.2%로 인간 대상 연구논문 중 가장 낮은 비중을 차지하는 것으로 나타났다. 초등학생과 중학생을 대상으로 한 연구 중에는 영재 학생을 대상으로 한 경우가 다수 포함되어 있어서 해당 학교급에 비해 연구 주제가 다소 어렵다. 또한, 영재 학생과 일반 학생이 보이는 특성이 다를 수 있어서 이들 연구 결과를 일반 학생들에게 일반화시키기는 어렵다. 이러한 점을 고려하면, 일반 초등학생과 중학생을 대상으로 한 연구논문의 비중이 [그림 IV-2]에서 제시된 것보다 실제적으로는 좀 더 낮다고 볼 수 있다. 초등학교 시기에서부터 확률 개념에 대한 직관적인 이해의 형성을 강조한 연구자들(예를 들어, Batanero et al., 2005; English, 2005)의 주장에 비추어 보면, 확률을 비형식적으로 다루는 초등학교 시기와 확률이 형식적으로 도입되는 중학교 시기의 학생들을 대상으로 한 연구가 좀 더 활성화될 필요가 있을 것으로 보인다.



[그림 IV-2] 국내 확률교육 연구논문의 연구 대상별 비중

3. 연구 주제별

전술한 바와 같이, 연구 주제는 8가지 핵심 확률 아이디어로 분류하였으며 그 결과는 [그림 IV-3]과 같다. 연구 방법에서 기술하였듯이, 한 논문에서 두 가지 이상의 확률 아이디어를 중점적으로 다루었을 경우에는 각각 중복하여 분류하였으며 그 결과 확률 아이디어가 총 112회 다루어진 것으로 나타났다. 독립성과 조건부확률은 전체의 24.1%(27회)로 확률교육 연구에서 가장 많이 다루어진 주제였으며, 두 번째로 많이 다루어진 주제는 조합과 세기(16.1%)인 것으로 나타났다. 다음으로 사건과 표본공간, 확률분포와 기댓값, 모델링과 시뮬레이션이 각각 12.5%, 11.6%, 19.7%의 비중으로 다루어졌으며, 큰 수의 법칙과 표집과 표집분포가 10% 미만을 차지하는 것으로 나타났다. 8개의 확률 아이디어 중 가장 낮은 비중으로 다루어진 주제는 임의성(0.9%)으로 한 편의 연구 논문(고은성, 이경화, 2010)만이 게재 된 것으로 나타났다. 임의성은 확률에서의 핵심 개념이며(Batanero et al., 2016), 확률과 통계 영역의 교수·학습에서 필수적인 것으로 다루어온 개념이다(고은성, 이경화, 2010), 이러한 중요성에도 불구하고 임의성은 국내 확률교육 연구에서 거의 다루어지지 않고 있다고 볼 수 있다. 임의성에 대한 학생들의 오개념이 존재한다는 사실이 보고되어온 바(Batanero et al., 2016), 국내 확률교육 연구에서도 다양한 학교급의 학생들을 대상으로 임의성에 대한 학생들의 이해를 조사하는 연구도 필요할 것으로 보인다.



[그림 IV-3] 국내 확률교육 연구논문의 연구 주제별 비중

확률교육에 관한 국내 연구논문의 동향 분석

다음으로 확률의 핵심 아이디어에 관한 연구논문이 학교급별로 어떻게 분포되어있는지 알아보기 위해 연구 주제를 학교 급별로 분류하였으며, 그 결과는 아래 <표 IV-2>와 같다.

<표 IV-2> 국내 확률교육 연구논문의 연구 대상과 주제별 분포

	초등학생	중학생	고등학생	예비,현직교사	문헌	총합
입의성	0	0	0	1	0	1
사건과 표본공간	4	2	1	2	5	14
조합과 세기	2	1	7	3	5	18
독립성과 조건부확률	4	1	4	7	11	27
확률분포와 기댓값	1	0	3	4	5	13
큰 수의 법칙	1	1	1	1	3	7
표집과 표집분포	3	1	1	1	3	9
모델링과 시뮬레이션	1	2	1	1	7	12

<표 IV-2>에 나타난 특징 중의 하나는 문헌 연구논문의 비중이 상당히 큰 주제들이 있다는 것이다. 그중 하나가 독립성과 조건부확률이며, 전체 27편 중 11편이 문헌 연구에 해당하였다. 또 다른 연구 주제는 모델링과 시뮬레이션으로, 전체 12편 중 7편이 문헌 연구에 해당하였다. 특히 모델링과 시뮬레이션은 다수의 교수학습 자료 개발 연구논문이 문헌 연구에 포함되어 있다(예를 들어, 신보미, 이경화, 2006; 이동근, 2019; 이종학, 2010; 장대홍, 2007). 문헌 연구논문에 비해 학생들을 대상으로 한 논문이 상대적으로 많지 않은 이러한 주제들은 문헌 연구를 통해 개발된 교수학습 자료들을 좀 더 적극적으로 실험 연구로 연결하는 노력이 필요할 것으로 보인다.

또 다른 특징은 주로 고등학교 이상에서 연구가 이루어진 주제들이 있다는 것이다. 조합과 세기는 18편 중 10편이, 독립성과 조건부확률은 27편 중 11편이, 확률분포와 기댓값은 13편 중 7편이 고등학교 이상을 대상으로 연구가 이루어졌다. 조합과 세기와 독립성과 조건부확률은 초등학교 수준에서도 의미 있게 다루어질 수 있으며, 다룰 필요가 있다는 연구자들의 주장(예를 들어, Batanero et al., 2016; English, 2005; Maher, Powell, & Uptegrove, 2010; Tarr & Jones, 1997; Tarr & Lannin, 2005; Watson, 1995)에 비추어 볼 때, 두 주제에 대한 연구 방향에 대해서는 좀 더 자세히 살펴볼 필요가 있을 것으로 생각된다.

먼저 조합과 세기에 관한 국내연구는 초등학생을 대상으로 한 연구 2편, 중학생을 대상으로 한 연구 1편, 고등학생을 대상으로 한 연구 7편, 예비교사를 대상으로 한 연구 3편, 그리고 조합과 세기와 관련된 문헌을 분석한 연구는 5편인 것으로 나타났다. 이들 연구는 크게 학생들의 순열과 조합 문제 해결 과정을 분석한 연구와 확률 단원의 교과서 분석연구로 나눌 수 있다. 학생들을 대상으로 한 전자의 연구들에 초점을 두어 그 내용을 살펴보면, 순열과 조합 문제해결 과정에서 나타나는 고등학생들의 오류를 분석한 연구(김원경, 홍갑룡, 이종학, 2011), 선택, 배열, 분할과 같은 여러 유형의 조합 문

제를 이해하는 과정에서 고등학생들이 겪는 어려움을 조사한 연구(이지현, 이정연, 최영기, 2005), 조합 문제 사이의 구조적 동형에 대한 고등학생들의 이해를 조사한 연구(이주영, 김서령, 박혜숙, 김완순, 2006), 고등학생들이 중복조합과 중복순열 과제들을 해결하는 과정에서 중복 개념을 어떻게 대상화하는지와 그 과정에서 학생들이 겪는 어려움을 무엇인지를 분석한 연구(구나영, 이경화, 2014), 조합과 관련된 모델링 과제를 활용한 수업에서 고등학생들의 메타수준 학습 참여 과정을 분석한 연구(박진형, 이경화, 2014)들이 있다. 또한, 순열과 조합 과제들을 해결하는 과정에서 나타나는 예비교사의 어려움이나 교사 지식을 분석한 연구들(옥보명, 한혜숙, 2020; 최인용, 조한혁, 2016; 김서령, 박혜숙, 김완순, 2007)도 수행되었다. 박진형, 김동원(2017)의 경우, 초등 영재 학생들을 대상으로 원순열 과제를 해결하는 과정을 분석하기도 하였다. 이들 연구의 대상이 초등학생이기는 하지만 영재 학생들이나 보니 일반 초등학생에게는 다소 어려울 수 있는 원순열 과제를 다루었다.

다음으로 조건부확률과 독립성 관련 연구는 총 27편으로, 이 중 학생들을 대상으로 한 경우는 16편, 교과서 분석 및 문헌 관련 연구는 11편으로 나타났다. 학생들을 대상으로 하는 경우, 초등학생을 대상으로 하는 연구 4편, 중학생을 대상으로 하는 연구 1편, 고등학생을 대상으로 하는 연구 4편, 예비교사 및 현직교사를 대상으로 하는 연구는 7편으로 나타났다. 초등학생 및 중학생을 대상으로 하는 연구들은 한 편(나귀수, 한대희, 이경화, 송상현, 2007)을 제외하고는 학생들의 확률적 이해 및 추론을 확인하는 연구에서 부분적으로 조건부확률에 대한 이해 및 추론을 보는 연구들이었다(윤혜영, 이광호, 2011; 김태욱, 남승인, 2005; 박지운, 이경화, 2009 등). 예를 들어 윤혜영, 이광호(2011)의 연구에서는 초등학교 3, 4, 5학년 학생들을 대상으로 여섯 가지 개념, 즉 공평성, 표본공간, 사건의 확률, 확률 비교, 독립성, 조건부확률에 대한 이해를 조사하였는데 조건부확률과 독립성이 하위 조사 개념으로 포함된 것이다. 이에 비해 나귀수 외(2007)의 경우, 조건부확률에만 초점을 맞춰 초등 수학 영재 학생들이 어떻게 조건부확률 문제를 해결하는지 사례 연구를 통해 보고하였다. 아직 조건부확률 개념을 학습하지 않은 초등 영재 학생들의 문제 해결 방법을 세 가지로 범주화하고, 문제에 포함된 맥락에 따라 학생들의 사고 수준 및 문제 해결 방법이 다르게 나타남을 확인하였다. 고등학생, 대학생, 교사들을 대상으로 하는 연구들은 전반적인 확률적 이해 및 추론의 일부로 조사한 연구보다는(예를 들어, 김창일, 전영주, 2018), 고등학교에서 다루어지는 조건부확률의 개념에 맞춰 이해를 확인하는 연구가 많았다. 이정연, 우정호(2009)와 조차미(2010)의 연구에서는 조건부확률 개념의 교수학적 분석을 하고 각각 고등학생과 대학생, 고등학생과 현직교사를 대상으로 이해 수준을 보았다. 구나영, 탁병주, 최인용, 김현영(2019; 2020)의 연구에서는 예비교사 및 수학교사들이 조건부확률과 관련된 교육과정 자료를 어떻게 해석하는지에 주목하였다. 또한 신보미(2017)는 독립성에 대한 수업 장면에서 수학교사가 사용하는 발문을 유형과 내용별로 해석하기도 하였다.

V. 논의

살펴본 바와 같이, 조합과 세기와 조건부확률에 주목한 국내 선행연구들은 주로 고등학생과 대학생들을 대상으로 이루어지고 있으며, 초등학생이나 중학생을 대상으로 이루어진 연구는 매우 적다는 것을 알 수 있다. 이는 현재 우리나라 수학과 교육과정에서 이 개념을 고등학교에서 형식적인 방식으로 처음 도입하기 때문으로 보인다. 아래에서는 각각에 관한 국외 선행연구들을 살펴보고 어린 학생들을 대상으로 각 주제들이 어떻게 다루어지고 있는지 확인하여 우리나라 확률교육 연구 방향에 주는 시사점을 확인하고자 한다.

1. 조합과 세기

English(2005)는 조합이 초기 확률 아이디어의 발달에 도움이 되기 때문에 초등학교 교육과정에서부터 조합과 관련된 내용을 다룰 필요가 있다고 주장한 바 있다. 실제로 English(1991)는 4-9세 아동들에게 조합과 관련된 과제를 제공하고 그들이 어떤 전략을 사용하여 문제를 해결하는지 그 과정을 분석하였다. 아동들에게 제공한 과제는 노랑, 파랑의 상의 2개와 노랑, 파랑, 분홍의 바지 3개를 사용하여 곰 인형에게 입힐 수 있는 가능한 옷의 조합을 모두 구해보도록 하는 것이었다. 그 결과, 4-6세의 비교적 어린 아동들은 가능한 조합을 만들기 위해 대부분 시행착오(trial and error) 전략을 사용한 반면, 7-9세 아동들은 odometer 전략³⁾과 같은 체계적인 조합 절차를 사용한 것으로 나타났다. 이러한 결과는 구체적 조작기 아동들이 조합과 관련하여 형식적인 교육을 받지 않았더라도 $m \times n$ 조합을 만들기 위한 체계적인 방법을 독립적으로 습득할 수 있다는 것을 보여주었으며, 결국 초등학교에서 조합을 다루는 것이 가능함을 시사한다. 이와 유사하게, Zapata-Cardona(2018)는 6-8세 아동들을 대상으로 다른 색깔의 상의 4개와 바지 3개를 가지고 인형의 옷을 입히려고 하는데, 가능한 옷의 조합을 모두 찾으려 하였다. 아동들은 처음에 초보적인 전략을 사용하였는데, 이는 상의 3개와 바지 3개를 각각 하나씩 연결시킨 후 남은 상의는 그대로 남겨두는 방식으로 옷의 조합을 구성하는 것이었다. 즉, 아동들은 가능한 옷의 조합을 더 만들기 위해 한 개의 상의를 다른 바지들과 연결하거나 남은 상의 한 개를 바지 3개와 연결하는 것은 고려하지 않았다. 그러나 연구자가 아동들에게 남은 상의 한 개를 어떻게 할 것인지 질문하였을 때 아동들은 다른 조합의 가능성을 인식하고 새로운 조합을 구성하려고 시도하였다. 즉, 연구자의 질문이 아동들로 하여금 조합을 만들기 위한 새로운 전략을 촉발하였다고 볼 수 있으며, 이러한 결과는 어린 아동들도 교사와의 적절한 상호작용과 지원이 이루어진다면 조합적 추론을 발달시키는 것이 가능하다는 것을 말해준다.

English(1993)는 곰 인형의 상의와 바지를 가지고 가능한 모든 조합을 찾으려 하는 2차원 문제를 3차원으로 확장하여 상의, 바지, 테니스 라켓의 가능한 모든 조합을 찾으려 하는 문제를 7-12세 학생들에게 해결하도록 하였다. 학생들은 시행착오 전략부터 가장 정교한 수준의 odometer 전략까지 다양한 전략들을 사용하였으며, 특히 상의와 바지의 2차원 문제를 odometer 전략으로 해결하였던 학생들의 경험이 3차원 문제 해결 전략(동시에 항목 두 개를 고정하는 전략)으로 전이되는 것으로 나타났다. English는 초등학교 학생들이 구체물 조작을 통해 문제해결 전략을 체계적인 방법으로 발전시켜 나가면서 2차원 조합 문제뿐만 아니라 3차원 조합 문제도 해결 가능하다고 주장하였다. Maher 등(2010) 또한 초등학교 학생들이 조합적 추론이 가능함을 주장하였는데, 이들은 중단 연구(7세~고등학교)를 통해 학생들이 다양한 조합 문제를 해결하면서 사용하는 전략들이 어떻게 변화해 가는지를 조사하였다. 초등학교 시기에 나타나는 조합 문제 해결 전략을 살펴보면, 2학년 학생들은 상의와 바지의 가능한 조합을 찾는 문제를 해결하기 위해 세기 전략을 사용하였지만 모든 가능한 경우들을 찾지는 못하였으며, 가능한 경우들을 찾는 과정에서 주관적인 판단(노랑 상의와 파랑 바지는 어울리지 않기 때문에 가능한 경우에서 배제)이 나타나기도 하였다. 3학년이 되었을 때 학생들은 상의와 바지 조합 문제를 체계적인 세기 방법을 통해 성공적으로 해결하였으며, 가능한 조합을 어떻게 찾았는지를 설명할 수 있었다. 학생들이 4학년이 되었을 때, 연구자들은 학생들에게 좀 더 복잡한 '타워 문제'를 풀도록 하였으며, 학생들은 주어진 큐브를 하나부터 차례대로 개수를 늘려가면서 패턴을 찾는 귀납 추론을 통해 문제를 성공적으로 해결하였다. 이들 연구 결과도 English(1991; 1993)의 연구와 마찬가지로, 조합을 형식적으로 배우지 않은 아동들도 조합 문제를 해결하기 위한 전략을 독립적으로 발전시킬 수 있으며 초등학교

3) Odometer 전략은 아동들이 조합 문제를 해결할 때 한 대상을 고정시킨 후 다른 대상들에 대해 가능한 결과들을 고려하면서 조합을 만드는 체계적인 세기 전략이다.

도 조합적 추론이 가능하다는 것을 보여주었다.

연구자들은(English, 2005; Langrall & Mooney, 2015) 학생들이 가지고 있는 확률에 관한 오개념이 조합적 추론 능력의 부족 때문이라고 지적한 바 있다. 이는 학생들이 확률 학습을 성공적으로 하기 위해서는 조합적 추론 능력의 발달이 수반되어야 함을 말해준다. 앞서 살펴본 국외 선행연구들(English, 1993; 2005; Maher et al., 2010; Zapata-Cardona, 2018)은 구체적 조작기의 초등학교 학생들도 그들의 비형식적 지식을 활용하여 조합 문제를 해결할 수 있으며, 적절한 방식으로 다양한 조합 문제를 다루어보도록 함으로써 학생들의 조합적 추론 능력을 발달시킬 수 있음을 보여주었다. 국외에서는 초등학교 교육과정에서 조합에 관한 아이디어를 다루는 것의 가능성과 중요성에 대한 논의가 지속적으로 이루어지고 있는바, 우리나라에서도 초등학생들에게 조합을 지도하는 것이 가능한지, 또한 초등학교 교육과정에 조합을 포함시킬 필요가 있는지 등에 대한 논의가 국내연구에서도 이루어질 필요가 있다. 이를 위해서는 우선 초등학교 수준에서 사용할 수 있는 조합 과제들을 개발하고, 이러한 과제들을 활용하여 초등학생들의 조합 문제 해결 전략들을 체계적으로 조사하는 연구가 이루어질 필요가 있으며, 더 나아가 초등학생들이 문제를 성공적으로 해결하고 전략을 정교화 해나가는 데 도움을 줄 수 있는 교수학적 전략들을 밝혀내는 연구가 이루어질 필요가 있다.

2. 조건부확률과 독립성

조건부확률의 경우, 다양한 학교급 학생들을 대상으로 이해의 발달수준을 확인한 연구들이 많이 이루어졌다. 대표적으로 Tarr와 Jones(1997)의 연구에서는 4학년부터 8학년까지의 학생들을 대상으로 조건부확률과 독립성에 대한 이해수준 틀을 제시하였다. 주관적 수준, 전환적 수준, 비형식적 양적 수준, 수치적 수준, 네 수준으로 제시하는데, Tarr와 Jones는 조건부확률에 대한 이해 수준과 독립성에 대한 이해 수준이 일관성 있게 나타났다고 보았다. 좀 더 넓은 맥락에서 초중등 학생들의 확률적 사고의 이해 수준을 다룬 Jones 등(1997)의 연구에서는 대부분의 초등학생들이 조건부확률에 대한 비형식적 양적 추론을 할 수 있다고 보았으며, 비복원 추출 상황이 이후 나올 수 있는 결과에 영향을 준다는 것을 인식한다고 하였다.

조건부확률에 대한 직관적 지도가 가능하다고 했을 때 바탕이 되어야 하는 아이디어가 있다. Tarr와 Lannin(2005)은 조건부확률 개념 및 오개념과 관련된 선행연구를 분석한 결과, 조건부확률의 이해를 위해서는 비복원 추출 상황에서 표본공간이 변화한다는 아이디어를 발달시켜야 한다고 보았다. 또한 표본공간을 구성할 때 단순히 일어날 수 있는 사건들로만 보는 것이 아니라 전체 경우의 수에 대응시켜 표본공간을 확인할 수 있어야 한다고 보았다. 독립성과 관련해서는 복원 추출 상황에서 대표성 전략, 즉 표본공간 또는 단일 사건의 결과가 모집단을 반영해야 한다고 보는 것이 잘못 적용되지 않도록 주의할 필요가 있다고 보았다.

이러한 아이디어를 반영하기 위해 조건부확률 및 독립성을 다룰 때 다음과 같은 과제 맥락을 사용할 것을 제안한다. 먼저 조건부확률 및 독립성을 확률보다는 도수를 기반으로 다루는 것이다. 이에 대해 Watson(1995)은 이원표(two-way table)를 적극적으로 사용할 것을 주장하였다. 이원표를 바탕으로 하게 되면 학생들은 그래프 읽기 능력을 바탕으로 좀 더 쉽게 조건부확률에 대해 접근할 수 있으며, 조건부 상황의 개념적 어려움을 단순화시킬 수 있다(Watson & Kelly, 2007). 또한 문제 상황을 구조적으로 파악할 수 있게 해주는 수형도의 사용도 도움이 된다(Diaz, Batanero, & Contreras, 2010, Vogel & Bocherer-Linder, 2018). 수형도를 사용하여 표본공간의 모든 원소들을 나타냄으로써 문제 상황을 시각화하면 학생들은 조건 사건에 해당하는 것이 무엇인지, 그 중에서 결과가 나타날 확률이

어떻게 되는지 쉽게 파악할 수 있다.

도수를 바탕으로 할 때 과제를 제시할 수 있는 다른 방식은 구체물의 사용을 통해 표본공간의 변화를 시각적으로 보여주는 것이다. Jones 등(1999)의 연구와 Tarr와 Jones(1997)의 연구에서는 비복원 추출 상황을 제시할 때 다양한 초콜렛을 사용하여 Milky way 3개, Butterfinger 2개, Snickers 1개가 들어있는 상황에서 Milky Way를 뽑는 과제를 제시하였다. 그리고 나서 학생들이 Milky Way를 뽑은 후 Snickers를 뽑는 확률에 대해 논의하게 하였다. 이는 초콜렛의 전체 개수의 변화를 명확히 보여주며, 다음에 따라 나오는 확률의 변화에도 주목하게 한다. 조건부확률에 대한 이해에서 표본공간의 변화를 인식하는 것이 중요하다는 점을 고려할 때 이러한 과제 설계는 이후 학생들의 조건부확률에 대한 이해에 도움이 된다.

마지막으로 제시할 수 있는 조건부확률 및 독립성 지도에서의 과제 맥락은 수학 외적인 상황, 즉 사회적 맥락을 기반으로 조건부확률과 관련된 언어를 사용하고 해석해보는 것이다. 사회적 맥락의 사용은 때로는 학생들의 맥락적 지식이 인과 관계를 부여하여 어려움을 야기할 가능성도 있으나 (Pollatsek, Well, Konold, Hardiman, & Cobb, 1987), 오히려 조건문에 대한 이해를 통해 선행하는 개념과 따르는 개념을 명확하게 구별할 수 있게 하며 조건부확률 언어의 사용이 발달할 수 있다고도 본다(Watson, 1995).

조건부확률 및 독립성 또한 고등학교 수준에서 형식적으로만 다루어질 것이 아니라 이른 시기부터 도입되어 직관적인 수준으로부터 형식적으로 발달되어야 할 필요성이 나타났다(Batanero et al., 2016; Tarr & Jones, 1997; Tarr & Lannin, 2005; Watson, 1995; Zhu & Gigerenzer, 2006). 어린 아동들을 대상으로 한 조건부확률 및 독립성 이해 수준 연구에서 대부분의 아동들은 비복원 추출 상황에서 조건부확률에 대한 비형식적 양적 추론을 할 수 있었다(Jones et al., 1997). 우리나라에서도 어린 학생들을 대상으로 조건부확률에 관한 과제를 제시했을 때 어떤 이해 수준을 보이는지, 직관적으로 도입하기 위해서는 어떤 과제 또는 맥락이 필요할지에 대한 논의가 필요할 것이다. 특히 국외에서 제시한 조건부확률 및 독립성을 다루는 방법으로 제안된 도수 기반으로 다루기, 이원표를 바탕으로 다루기, 구체물의 사용을 통해 표본공간의 변화를 시각화하여 다루기, 사회적 맥락을 기반으로 조건부확률 다루기 등을 반영하여, 이러한 방법들이 학생들의 직관적 이해에 어떠한 도움을 주는지 확인하는 연구, 그리고 이들을 바탕으로 조건부확률 및 독립성에 대한 어떠한 학습 경로를 설정할 수 있을지 연구가 이루어질 필요가 있다.

VI. 결론

확률교육에 관한 논문의 연도별 분석을 한 결과, 지난 20년 동안 2-3년간의 특정 시기를 제외하고 확률교육에 관한 논문의 양이 상당히 적은 것으로 나타났다. 현대 정보화 사회에서는 확률과 통계교육의 중요성이 지속적으로 강조되고 있으며, 많은 나라들에서 확률 지도를 위한 체계적인 교육과정과 교수학습의 개선을 위한 논의가 활발히 이루어지고 있다(Batanero et al., 2016). 이러한 점을 고려할 때, 우리나라에서도 교육과정과 교수학습 측면에서 확률교육에 대한 반성과 개선 방안 등을 적극적으로 논의할 필요가 있으며, 이를 위해서는 확률교육에 관한 연구의 양적 증대와 질적 향상이 동시에 이루어져야 할 것으로 보인다.

확률교육에 관한 85편의 논문을 연구 대상별로 분류한 결과, 인간 대상 연구논문은 약 61%(52편), 인간 비대상 연구논문은 약 39%(33편)으로 나타나 인간 대상 연구가 인간 비대상 연구 비중보다 좀

더 높다는 것을 알 수 있다. 인간 대상 연구의 비중이 인간 비대상 연구보다 좀 더 높긴 하지만, 인간 비대상 연구논문들에서 시도했던 개념 분석과 다양한 교수학습 자료들을 직접 학생들에게 적용해보는 실험 연구로 이어진다면 학생들의 확률 학습에 대한 좀 더 실제적인 자료를 얻을 수 있으며 이를 토대로 확률교육의 개선에 도움을 받을 수 있을 것으로 생각한다.

확률에서의 핵심 아이디어를 바탕으로 연구들을 분석한 결과, 독립성과 조건부확률이 확률교육 연구에서 가장 많이 다루어진 주제였으며, 다음으로 조합과 세기가 많이 연구된 것으로 나타났다. 이 두 주제를 다시 연구대상별로 분류하고 그 내용을 세부적으로 살펴본 결과, 두 아이디어 모두 대부분이 고등학생 이상을 연구 대상으로 이루어졌으며 초등학생이나 중학생을 대상으로 이루어진 연구는 매우 적다는 것을 확인하였다. 따라서 4장의 논의에서는 두 아이디어에 관한 국외 선행연구들을 살펴보고 어린 학생들을 대상으로 각 주제가 어떻게 다루어지고 있는지 확인하여 우리나라 확률교육 연구 방향에 주는 시사점을 도출하였다. 즉 조합과 세기의 경우 초등학교 수준에서 사용할 수 있는 조합 과제들을 개발하고, 이러한 과제들을 활용하여 초등학생들의 조합 문제 해결 전략들을 체계적으로 조사하는 연구가 이루어질 필요가 있으며, 더 나아가 초등학생들이 문제를 성공적으로 해결하고 전략을 정교화 해나가는 데 도움을 줄 수 있는 교수학적 전략들을 밝혀내는 연구가 이루어질 필요가 있다. 또한 조건부확률과 독립성의 경우에는 국외 연구에서 조건부확률 및 독립성을 다루는 방법으로 제안된 도수 기반으로 다루기, 이원표를 바탕으로 다루기, 구체물의 사용을 통해 표본공간의 변화를 시각화하여 다루기, 사회적 맥락을 기반으로 조건부확률 다루기 등을 반영하여, 이러한 방법들이 학생들의 직관적 이해에 어떠한 도움을 주는지 확인하는 연구, 그리고 이들을 바탕으로 조건부확률 및 독립성에 대한 어떠한 학습 경로를 설정할 수 있을지 연구가 이루어질 필요가 있다.

참고 문헌

- 고은성, 이경화. (2010). 예비교사들의 무작위성 개념 이해 조사. **학교수학**, 12(4), 455-471.
- 구나영, 이경화. (2014). 중복 개념의 대상화 과정 분석: 교사와 학생의 담론을 중심으로. **수학교육학 연구**, 24(1), 67-82.
- 구나영, 탁병주, 최인용, 강현영. (2019). 예비 수학교사들의 교육과정 자료 해석: 조건부확률을 중심으로. **수학교육**, 58(3), 347-365.
- 구나영, 탁병주, 최인용, 강현영. (2020). 고등학교 수학교사들의 교육과정 자료 해석: 조건부확률을 중심으로. **수학교육학연구**, 30(3), 487-508.
- 김서령, 박혜숙, 김완순. (2007). 조합문제에서의 인식론적 장애: 곱의 법칙과 합의 법칙 중심으로. **수학교육**, 46(2), 193-205.
- 김원경, 홍갑룡, 이종학. (2011). 구조적 동형을 활용한 순열과 조합의 교수 학습 효과. **수학교육논문집**, 25(3), 607-627.
- 김창일, 전영주. (2018). 예비 수학교사의 통계와 확률론에서의 몇 가지 오개념. **한국학교수학회논문집**, 21(4), 469-483.
- 김태욱, 남승인. (2005). 초등 수학과 확률적 추론 지도에 관한 연구. **초등수학교육**, 9(2), 75-87.
- 나귀수, 한대회, 이경화, 송상현. (2007). 수학 영재 학생들의 조건부 확률 문제해결 방법. **학교수학**, 9(3), 397-408.
- 신보미. (2017). '사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률' 수업의 발문 분석. **한국학교수학회논문집**, 20(1), 19-42.
- 신보미, 이경화. (2006). 컴퓨터 시뮬레이션을 통한 통계적 확률 지도에 대한 연구. **수학교육학연구**, 16(2), 139-156.
- 박지윤, 이경화. (2009). 중학교 학생들의 확률적 사고 수준 평가 기준 개발: 미국의 사례. **학교수학**, 11(1), 1-15.
- 박진형, 김동원. (2017). 초등 영재학생들의 원순열 과제 해결 분석. **한국초등수학교육학회지**, 21(2), 365-389.
- 박진형, 이경화. (2014). 모델링 활동을 통한 메타수준 학습에 대한 연구. **학교수학**, 16(3), 409-444.
- 옥보명, 한혜숙. (2020). 예비수학교사의 MKT 함양을 위한 프로그램 개발 및 효과에 관한 연구. **수학교육논문집**, 34(3), 257-276.
- 우정호. (2001). **학교수학의 교육적 기초**. 서울: 서울대학교출판부.
- 유윤재. (2009). 확률에서 독립성 개념의 의미 분석. **수학교육**, 48(3), 353-358.
- 윤혜영, 이광호. (2011). 초등학교 3, 4, 5학년 학생들의 확률 이해 실태. **초등수학교육**, 14(1), 69-79.
- 이경화. (2010). 확률적 사고 수준과 영재교육. **영재교육연구**, 20(1), 151-173.
- 이동근. (2019). Mendel(1865)의 연구에서 발견한 수학적 연결고리를 이용한 통합 수업 자료 개발에 관한 연구. **수학교육**, 58(3), 383-401.
- 이소연, 김원경. (2001). 초등학교 확률 학습 프로그램 개발과 적용에 관한 사례 연구: 초등학교 6학년을 대상으로. **수학교육논문집**, 11, 127-144.
- 이영하, 심효정. (2003). 확률·통계 연구에 대한 수학교육학적 고찰 - <수학교육>에 게재된 논문을 중심으로 -. **수학교육**, 42(2), 203-218.
- 이영하, 허지영. (2010). 분포 개념의 연계성 목표 관점에 따른 중학교 확률 단원 분석. **수학교육학연**

- 구, 20(2), 163-183.
- 이정연, 우정호. (2009). 조건부확률 개념의 교수학적 분석과 이해 분석. *수학교육학연구*, 19(2), 233-256.
- 이정연, 이경화. (2010). Simpson의 패러독스를 활용한 영재교육에서 창의성 발현 사례 분석. *수학교육학연구*, 20(3), 203-219.
- 이중학. (2010). 기댓값에 대한 역사적 고찰. *한국수학사학회지*, 23(3), 365-389.
- 이주영, 김서령, 박혜숙, 김완순. (2006). 조합문제 사이의 구조적 동형. *수학교육*, 45(1), 123-138.
- 이지현, 이정연, 최영기. (2005). 순열 조합 문장제의 문제 변인과 오류 분석. *학교수학*, 7(2), 123-137.
- 장대홍. (2007). 제 7차 1-6단계 수학과 교육과정 상의 확률과 통계영역 교과서에 대한 통계적 분석. *수학교육논문집*, 21(3), 361-384.
- 조차미. (2009). 확률의 독립성의 개념 확장과 이중적 관점에 대한 고찰. *수학교육학연구*, 19(2), 257-271.
- 조차미. (2010). 조건부확률에 관한 연구. *수학교육학연구*, 20(1), 1-20.
- 주미경, 박정숙, 오혜미, 김영기, 박윤근. (2013). “의사결정형” 스토리텔링 수학 모델 교과서의 개발 원리: 조건부 확률 단원을 중심으로. *수학교육논문집*, 27(3), 205-220.
- 최인용, 조한혁. (2016). 순열 조합 이해 과제에서의 안구 운동 추적 연구. *수학교육학연구*, 26(4), 635-662.
- 탁병주, 이경화. (2017). 우리나라 통계교육 연구의 동향 분석 - 2000년 이후 발행된 국내 통계교육 연구논문을 중심으로 -. *수학교육학연구*, 27(2), 269-289.
- 허남구. (2019). 연속확률분포의 정의와 도입 방법에 대한 2009개정 교육과정과 2015개정 교육과정의 비교 분석 연구. *수학교육*, 58(4), 531-543.
- Ahlgren, A., & Garfield, J. (1991). Analysis of the probability curriculum. In R. Kapadia & M. Borovcnik, (Eds.) *Chance Encounters: Probability in Education* (pp. 107-134). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Australian Education Council. (1991). *A National Statement on Mathematics for Australian Schools*. Carlton, VIC: Curriculum Corporation.
- Batanero, C., Chernoff, E., Engel, J., Lee, H., & Sánchez, E. (2016) Research on teaching and learning probability. In *Research on Teaching and Learning Probability. ICME-13 Topical Surveys*. Springer, Cham. (https://doi.org/10.1007/978-3-319-31625-3_1)
- Batanero, C., Godino, J., & Roa, R. (2004). Training teachers to teach probability. *Journal of Statistics Education*, 12(1). (jse.amstat.org/v12n1/batanero.html.)
- Batanero, C., Henry, M., & Parzysz, B. (2005). The nature of chance and probability. In G. Jones (Ed.), *Exploring Probability in School: Challenges for Teaching and Learning*, (pp. 15-37). New York: Springer.
- Biehler, R., & Pratt, D. (2012). Research on the reasoning, teaching, and learning of probability and uncertainty. *ZDM*, 44, 819-823.
- Borovcnik, M. (2011). Strengthening the role of probability within statistics curricula. In C. Batanero, G. Burrill, and C. Reading (Eds.), *Teaching Statistics in School Mathematics - Challenges for Teaching and Teacher Education: A Joint ICMI/IASE Study* (pp. 71-83). New York: Springer.
- Borovcnik, M., & Kapadia, R. (2009). Research and developments in probability education.

- International Electronic Journal of Mathematics Education*, 4(3), 113-130.
- Callingham, R., Watson, J., & Oates, G. (2021) Learning progressions and the Australian curriculum mathematics: The case of statistics and probability. *Australian Journal of Education*, 1-14.
- Diaz, C. Batanero, C., & Contreras, M. (2010). Teaching independence and conditional probability. *Boletín de Estadística e Investigación Operativa*, 26(2), 149-162.
- English L. D. (1991). Young children's combinatoric strategies. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 451-474.
- English L. D. (1993). Children's strategies for solving two- and three-dimensional combinatorial problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(3), 255-273.
- English L. D. (2005). Combinatorics and the Development of Children's Combinatorial Reasoning. In G. Jones (Ed.), *Exploring Probability in School: Challenges for Teaching and Learning*, (pp. 121-141). New York: Springer.
- Fischbein, E. (1975). *The Intuitive Sources of Probabilistic Thinking in Children*. Dordrecht, The Netherlands: Reidel.
- Gal, I. (2005). Towards "probability literacy" for all citizens: Building block and instructional dilemmas. In G. Jones (Ed.), *Exploring Probability in School: Challenges for Teaching and Learning*, (pp. 39-63). New York: Springer.
- Garfield, J., & Ahlgren, A. (1988). Difficulties in learning basic concepts in probability and statistics: Implications for research. *Journal for research in Mathematics Education*, 19(1), 44-63.
- Heitele, D. (1975). An epistemological view on fundamental stochastic ideas. *Educational Studies in Mathematics*, 6, 187-205.
- Jones, G. (2005). Introduction. In G. Jones (Ed.), *Exploring Probability in School: Challenges for Teaching and Learning*, (pp. 1-12). New York: Springer.
- Jones, G., Langrall, C., Thornton, C., & Mogill, T. (1997). A framework for assessing and nurturing young children's thinking in probability. *Educational Studies in Mathematics*, 32(2), 101-125.
- Jones, G., Langrall, C., Thornton, C., & Mogill, T. (1999). Students probabilistic thinking in instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30, 487-519.
- Jones, G. & Thornton, C. (2005). An overview of research into the teaching and learning of probability. In G. Jones (Ed.), *Exploring Probability in School: Challenges for Teaching and Learning*, (pp. 65-92). New York: Springer.
- Koparan, T., & Yilmaz, G. (2015). The effect of simulation-based learning on prospective teachers' inference skills in teaching probability. *Universal Journal of Education Research*, 3(11), 775-786.
- Langrall, C. W. (2018). The status of probability in the elementary and lower secondary school mathematics curriculum: The rise and fall of probability in school mathematics in the United States. In C. Batanero & E. Chernoff (Eds.) *Teaching and Learning Stochastics* (pp. 39-50). ICME-13 Monographs. Springer, Cham.
- Langrall, C. W. & Mooney, E. S. (2005) Characteristics of elementary school students' probabilistic

- reasoning. In G. Jones (Ed.), *Exploring Probability in School: Challenges for Teaching and Learning*, (pp. 95-120). New York: Springer.
- Maher, C. A., Powell, A. B., & Uptegrove, E. (Eds.). (2010). *Combinatorics and Reasoning: Representing, Justifying and Building Isomorphisms*. NY: Springer Publishers.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.
- Pollatsek, A., Well, A., Konold, C., Hardiman, P., & Cobb, G. (1987). Understanding conditional probabilities. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 40, 255-269.
- Stohl, H. (2005). Probability in teacher education and development. In G. Jones (Ed.), *Exploring Probability in School: Challenges for Teaching and Learning*, (pp. 345-366). New York: Springer.
- Tarr, J., & Jones, G. (1997). A framework for assessing middle school students' thinking in conditional probability and independence. *Mathematics Education Research Journal*, 9(1), 39-59.
- Tarr, J., & Lannin, J. (2005). How can teachers build notions of conditional probability and independence? In G. Jones (Ed.), *Exploring Probability in School: Challenges for Teaching and Learning*, (pp. 215-238). New York: Springer.
- Tversky, A., & Kahneman, D. (1974). Judgment Under Uncertainty: Heuristics and Biases. *Science*, 185, 1124-1131.
- Vogel, M., & Bocherer-Linder, K. (2018). The effect of visualizing statistical information in bayesian reasoning problems. In M. A. Sorto, A. White, & L. Guyot (Eds.), *Looking back, looking forward. Proceedings of the Tenth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS 10, July, 2018)*, Kyoto, Japan.
- Watson, J. (1995). Conditional probability: Its place in the mathematics curriculum. *The Mathematics Teacher*, 88(1), 12-17.
- Watson, J., & Kelly, B. (2007). The development of conditional probability reasoning. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 38(2), 213-235.
- Zapata-Cardona, L. (2018). Supporting Young Children to Develop Combinatorial Reasoning. In A. Leavy, M. Meletiou-Mavrotheris, & E. Paparistodemou (Eds.) *Statistics in Early Childhood and Primary Education. Early Mathematics Learning and Development*, (pp. 257-272). Singapore: Springer.
- Zhu, L., & Gigerenzer, G. (2006). Children can solve Bayesian problems: the role of representation in mental computation. *Cognition*, 98(3), 287-308.

An Analysis of Domestic Research Trends of Probability Education

Park, Minsun¹⁾ · Lee, Eun-Jung²⁾

Abstract

In this study, 85 studies on probability education from 2000 to 2020 were analyzed by publishing year, journals, research subjects, and research topics. Especially, fundamental probabilistic ideas presented by Batanero et al.(2016) were applied to examine which topics were dominant in domestic probability education research. As a result, it was found that there has been a few research in probability education in Korea during the past 20 years, and the number of human subject studies was slightly more than the number of non-human subject studies. In addition, the analysis of research topics according to the fundamental probabilistic ideas showed that two topics, conditional probability and independence and combinatorial enumeration and counting, were dominant in domestic probability education research. However, while both conditional probability and independence and combinatorial enumeration and counting are introduced to young children using intuitive manners in international probability education research, subjects related to these topics were primarily high school students and pre and in-service teachers. Based on the results of this study, the implications for the goal and the direction of future probability education research were discussed.

Key Words : Probability education, research trend, fundamental probabilistic ideas, conditional probability and independence, combinatorics

Received October 14, 2021

Revised November 22, 2021

Accepted November 23, 2021

* 2010 Mathematics Subject Classification : 97C99

1) Dwight Morrow High School (minsun26@gmail.com)

2) Gwangju National University of Education (mymel13@daum.net), Corresponding Author