

# 표적 산란점 정보 추출을 위한 모델링 기법 연구

남덕진<sup>†</sup> · 황인성

## A study on Modeling Method to Extract some Information for Scatterer Points of a Target

Dukjin Nam<sup>†</sup> · Inseong Hwang

### ABSTRACT

Inverse synthetic aperture radar (ISAR) image is a powerful tool to show the major scattering regions (scatterer points) on the target. It is normally used to identify and classify targets. Finding information for the scatter points of ISAR image plays an important role in modeling the features of targets. In this paper, we propose a modeling method to extract some information about the scatterer points by minimizing approximating error. Here, the extracted information include not only the location of scatterer points but also some statistical data about the error of the their location. These extracted data can be used to implement the randomness of the location of the scatterer points. Furthermore, we reconstruct an image from the extracted data for scatterer points obtained by our proposed method. And we show that the reconstructed ISAR image is well approximated to the original ISAR image in order to justify our proposed modeling method.

**Key words** : ISAR image, Scatterer Points, Radar, Modeling and Simulation

### 요약

역합성개구면레이다(ISAR) 영상은 표적의 주요 산란 부위를 보여주는 강력한 도구이다. 표적을 식별 및 분류하는데 주로 사용된다. ISAR 영상의 산란점 정보를 찾는 것은 표적 특징을 모델링하는데 중요하다. 본 논문에서는 ISAR 영상 데이터와 모델링 함수와의 근사오차를 최소화함으로써 산란점 정보를 추출하는 모델링 방법을 제안한다. 여기서 추출된 산란점 정보는 시물레이션에서 사용될 표적의 산란점 위치뿐만 아니라 표적 산란점의 오차요소를 고려하는 시물레이션에 사용될 수 있는 표적 산란점 위치오차의 통계적 정보도 포함한다. 또한 제안된 방법에 의해서 얻어진 산란점 정보로부터 영상을 재구성하고 원래의 ISAR 영상을 잘 근사하는지 확인하였다.

**주요어** : 역합성개구면레이다 영상, 산란점, 레이더, 모델링 & 시물레이션

## 1. 서론

레이더는 표적정보를 획득하는 대표적인 센서로서, 안테나를 통하여 전자기파를 방사하고 산란되어 수신되는 신호를 해석하여 표적의 위치나 속도를 판별한다. 이러한 레이더는 원거리의 표적을 기상상황에 따른 큰 성능

저하가 없이 전천후로 운용할 수 있기 때문에 국방 분야에 폭 넓게 쓰이고 있다(Skolnik, 2006; Edde, 1992; Blackman, 1999).

과거 레이더 기술은 표적의 위치나 속도와 같은 기본적인 정보를 도출하였으나, 최근 하드웨어 및 신호처리 기술의 발달에 따라 표적에 대한 레이더 영상을 획득하여 이를 활용하여 표적의 종류나 형상과 같은 추가적인 정보를 도출하는 것이 가능하게 되었다(Berizzi et al., 1996; Wessling, 2002; Ha et al., 2014; Li et al., 2010; Chen et al., 2007). 표적에 대한 레이더 영상은 기상상태와 관계없이 표적의 고유 특성을 반영하기 때문에 표적

**Received:** 14 February 2020, **Revised:** 23 November 2021,  
**Accepted:** 25 November 2021

**† Corresponding Author:** Dukjin Nam  
E-mail: mole33@naver.com  
Agency for Defense Development

에 대한 보다 많은 그리고 신뢰성 있는 정보를 도출하는데 도움을 준다.

레이다 영상은 다양한 방법으로 산출될 수 있는데 이 중에 ISAR 영상은 이동하는 표적에 대한 레이다 수신 신호를 이용하여 생성된 1차원 혹은 2차원으로 표현되는 표적 영상 정보 데이터이다. 이러한 ISAR 영상에서는 전자기파가 산란되어 수신되는 신호의 세기가 크게 나타나는 지점인 산란점이 존재하며, 이는 표적의 특성을 나타내는 주요 지표가 된다. 따라서, ISAR 영상을 대표하는 산란점 정보의 추출은 표적 특성을 모델링하는데 중요한 역할을 수행한다. 또한, 추출된 산란점 정보를 통하여 원래의 ISAR 영상을 보다 적은 데이터로 표현할 수 있으므로, 산란점 정보로부터 ISAR 영상이 복원되어질 수 있다면 이러한 산란점 정보는 ISAR 영상을 다루는데 있어서 강력한 도구가 될 수 있다.

ISAR 영상으로부터 산란점을 추출하는 것은 고해상도의 레이더 영상을 유한개의 산란점으로 분해하는 과정이며 CLEAN, MUSIC, ESPRIT, Matrix Pencil 등과 같은 다양한 기법들이 개발되어 왔다. 이러한 기법들은 주로 산란점의 위치를 추출하는데 초점이 맞춰져 있다. 그러나 오차요소가 고려되는 교전 시뮬레이션과 같이, 표적 모델링에 있어서 산란점의 위치 및 그 위치에서의 신호 세기 만이 아니라 해당 산란점 위치의 오차수준을 제시하는 통계적 정보가 필요한 경우, 위에서 언급한 다양한 방법들을 적용하기에는 어려움이 따른다.

본 논문에서는 ISAR 영상 데이터로부터 산란점 위치 뿐만 아니라 산란점 위치 오차 수준과 같이 관련된 부가 정보를 추출하는 모델링 기법을 제안한다. 산란점 정보를 추출하기 위한 문제가 ISAR 영상과 모델링 함수와의 근사오차를 최소화해야 함을 보이고, 이러한 최적화 문제의 해를 구하기 위해 비선형 SQP(Sequential quadratic programming) 알고리즘을 이용한다. 또한, 비선형 SQP 알고리즘을 적용하는데 있어서 중요한 부분인 초기 추정값을 결정하는 방법을 소개한다.

이렇게 얻은 표적 산란점 위치 오차 정보는 오차요소를 고려하는 교전 시뮬레이션에서 표적의 위치에 대한 불확실성을 구현하는데 적용될 수 있다. 뿐만 아니라, 이러한 추출된 산란점 정보는 원래의 ISAR 영상에 비해서 가지는 정보의 양이 극히 적는데, 이는 표적 정보로 ISAR 영상을 이용하는 교전 시뮬레이션을 위한 산란점 모델링의 주된 목적 중의 하나이다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 ISAR 영상과 관련된 이론적 배경을 소개한다. 3장에서는 산란점 정

보 추출을 위한 모델링 방법을 기술하고 모델링 방법을 적용한 결과를 보여주도록 하며, 4장에서는 결론을 맺는다.

## 2. 이론적 배경

ISAR 영상은 range와 cross-range의 2차원 평면에 표적을 영상화 한 것으로 볼 수 있다. 그러므로 range 프로파일과 cross-range 프로파일의 의미를 아는 것이 중요하다(Özdemir, 2011).

### 2.1 1차원 range 프로파일

Range 프로파일의 물리적인 의미는 다음과 같이 기술되어질 수 있다. 송신파는 표적 상의 산란 중심 부위들에 맞고 레이더로 반사되어 되돌아오게 된다. 이 산란 중심들이 레이더로부터 다른 range 거리에 위치해 있다면, 레이더 수신기에 다른 시각에 도달할 것이고 1차원 range 프로파일에서 구분되어질 수 있다. range 방향으로  $N$ 개의 산란점이 있고 그 위치가  $x_i (i = 1, \dots, N)$ 라고 가정하자. 그러면 far-field에서의 산란된 전기장  $E^s$ 은 다음과 같이 근사되어 질 수 있다.

$$\begin{aligned} E^s(f) &\cong \sum_{i=1}^N A_i \cdot e^{-j2k \cdot x_i} \\ &= \sum_{i=1}^N A_i \cdot e^{-j2\pi \left(\frac{2f}{c}\right) \cdot x_i} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서,  $A_i$ 는  $x_i$ 에서의 산란점에 대한 산란 전기장의 세기이고  $k = 2\pi f/c$ 는 주파수  $f$ 에 해당하는 파동수이다. 또한  $c = 3 \times 10^8 (m/s)$ 는 광속을 의미하는 상수이고, 지수부분에 있는 숫자 2는 레이더와 표적의 산란점사이의 양방향 이동을 의미한다. 이렇게 주파수 도메인에서 표현된 것을 역푸리에 변환을 통해서 range 프로파일을 만들어낼 수 있다.

$$\begin{aligned} E^s(x) &= F^{-1}\{E^s(f)\} \\ &= \sum_{i=1}^N A_i \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{j2\pi \left(\frac{2f}{c}\right)(x-x_i)} d\left(\frac{2f}{c}\right) \\ &= \sum_{i=1}^N A_i \cdot \delta(x-x_i) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서,  $E^s(x)$ 은 range 프로파일을 range  $x$ 의 함수로

써 표현한 것이다. 식 (2)에 있는 결과는 무한대 대역폭에 대해서 유효하다. 그러나 실제로는 산란파 데이터는  $f_L$  부터  $f_H$ 까지의 유한한 대역폭의 주파수들로 구성되어 있다. 그러면 식 (2)의 적분범위가

$$E^s(x) = \sum_{i=1}^N A_i \cdot \int_{f_L}^{f_H} e^{j2\pi\left(\frac{2f}{c}\right)(x-x_i)} d\left(\frac{2f}{c}\right) \quad (3)$$

와 같이 변경되어야 한다. 식 (3)에 있는 적분을 계산하고 중심주파수  $f_c = (f_L + f_H)/2$ 와 주파수 대역폭을  $B = f_H - f_L$ 로 정의한다면, 식 (3)은

$$E^s(x) = \left(\frac{2B}{c}\right) \sum_{i=1}^N A_i \cdot e^{j2k_c(x-x_i)} \cdot \text{sinc}\left(\frac{2B}{c}(x-x_i)\right) \quad (4)$$

과 같이 간단해 질 수 있다. 여기서,  $k_c = 2\pi f_c/c$ 는 중심 주파수  $f_c$ 에 해당하는 파동수이다. 식 (4)에 있는 지수함수는 위상과 관련되고 크기가 1인 부분이다. 그리고 산란점  $x_i$ 에서의 신호세기의 모양을 결정하는 부분이 sinc 함수로 표현된 항이다. 그러므로 range 방향으로의 산란 중심은  $x_i$ 들이고 신호세기의 크기는 그에 해당하는  $A_i$ 들이 된다. 푸리에 이론에 의하면, range 프로파일 패턴에 있는 산란 중심 주위의 sinc 함수 효과, 즉 초점을 흐리는 효과는 레이다 신호의 유한한 대역폭 때문에 생기는 피할 수 없는 현상이다.

### 2.2 1차원 cross-range 프로파일

하나의 시선각에 다양한 주파수들에 대한 산란반사파를 이용해서 range 프로파일을 얻어낼 수 있는 반면, 하나의 주파수에 다양한 시선각들에 대한 산란반사파를 이용하여 cross-range 프로파일을 얻을 수 있다.

$P$ 개의 서로 다른 위치의  $(x_i, y_i)$  산란점이 있다고 가정한다. 서로 다른 시선각에 대한 far-field에서의 산란되어 반사된 전기장은

$$E^s(\phi) = \sum_{i=1}^P A_i \cdot e^{-j2\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_i} \quad (5)$$

과 같이 근사되어 질 수 있다. 여기서,  $A_i$ 는 각 산란점에 관한 반사된 신호 세기이고  $\mathbf{r}_i$ 는 원점에서 산란점  $(x_i, y_i)$ 까지의 벡터이다. 식 (5)에 있는  $\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}_i$  항은 다음

과 같이 표현될 수 있다.

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_i = k \cos(\phi) \cdot x_i + k \sin(\phi) \cdot y_i \quad (6)$$

그러므로 산란된 반사파 전기장은

$$E^s(\phi) = \sum_{i=1}^P A_i \cdot e^{-j2k \cos(\phi) x_i} \cdot e^{-j2k \sin(\phi) y_i} \quad (7)$$

으로 다시 표현될 수 있다. 작은 시선각들에 대해서  $\cos(\phi)$ 는 1로 근사될 수 있고  $\sin(\phi)$ 는  $\phi$ 로 근사될 수 있다. 따라서 식 (7)로 표현된 전기장은

$$E^s(\phi) = \sum_{i=1}^P B_i \cdot e^{-j2\pi\left(\frac{2f}{c}\right)\phi y_i} \quad (8)$$

과 같은 식으로 근사되어 질 수 있다. 여기서  $B_i = A_i \cdot e^{-j2k x_i}$ 이다. 식 (8)에 1차원 역 푸리에 변환을 취하면 다음과 같은 식을 이용하여 cross-range 방향으로 분석할 수 있다.

$$\begin{aligned} E^s(y) &= \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \sum_{i=1}^P B_i \cdot e^{-j2\pi\left(\frac{2f}{c}\phi \cdot y_i\right)} \right] e^{j2\pi\left(\frac{2f}{c}\phi \cdot y\right)} d\left(\frac{2f}{c}\phi\right) \\ &= \sum_{i=1}^P B_i \cdot \delta(y-y_i) \end{aligned} \quad (9)$$

여기서  $E^s(y)$ 는 cross-range 프로파일을 나타내는  $y$ 의 함수이다. 따라서 식 (9)는 cross-range 프로파일도 서로 다른  $y_i$ 들에 대해서 정확히 그 점에서 산란점을 갖는다는 것을 의미한다. 식 (9)는 무한개의 시선각에 대해서만 성립하는 식이지만, 실제로는 불가능한 일이다. 그러므로 식 (9)의 적분의 범위를 다음과 같이  $-\Gamma/2$ 에서  $\Gamma/2$ 까지의 유한한 각도로 제한한다.

$$E^s(y) = \sum_{i=1}^P B_i \cdot \int_{-\Gamma/2}^{\Gamma/2} e^{j2\pi\left(\frac{2f}{c}\phi\right) \cdot (y-y_i)} d\left(\frac{2f}{c}\phi\right) \quad (10)$$

앞 절의 1차원 range 프로파일 경우에서와 같이, 식 (10)은

$$E^s(y) = \left(\frac{2f}{c}\Gamma\right) \sum_{i=1}^P B_i \cdot \text{sinc}\left[\frac{2f}{c} \cdot \Gamma(y-y_i)\right] \quad (11)$$

과 같이 간단해 질 수 있고, 적분에 대한 유한한 각도 범위 때문에 반사파 전기장이 Dirac-delta 함수로 표현되어서 산란점에서만 산란 반사파 전기장이 나타났던 것이 sinc 함수로 인한 산란점 주위로 퍼져서 보이는 왜곡되어 보임을 알 수 있다.

### 2.3 2차원 프로파일

2차원 ISAR 영상은 한 축으로 range 프로파일을 다른 한 축으로 cross-range 프로파일을 보여주는 것이기에 때문에, 2차원 ISAR 영상을 얻기 위해서는 다양한 주파수들과 시선각들에 대한 산란 반사파 전기장이 수집되어야 한다.

먼저 하나의 산란점  $P(x_o, y_o)$ 에 대해서 2차원 ISAR 영상 데이터를 얻을 수 있을지 알아본다. 방위각이  $\phi$ 인 far-field 산란 반사파 전기장은

$$E^s(k, \phi) \cong A_o \cdot e^{-j2k \cdot \mathbf{r}_o} \quad (12)$$

와 같이 근사되어질 수 있다. 여기서  $A_o$ 는 산란 반사파 전기장 세기의 크기이고,  $\mathbf{k}$ 는 산란파의 전파방향으로의 파동 수 벡터이다. 그리고  $\mathbf{r}_o$ 는 산란점  $P$ 를 가리키는 위치벡터이다. 또한 벡터  $\mathbf{k}$ 는 다음과 같이 표현 될 수 있다.

$$\mathbf{k} = k \cdot \hat{\mathbf{k}} = k \cdot (\hat{\mathbf{x}} \cos(\phi) + \hat{\mathbf{y}} \sin(\phi)) \quad (13)$$

여기서  $\hat{\mathbf{k}}, \hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{y}}$ 는 각각  $k, x, y$ 방향의 단위벡터이다. 그러면 식 (12)에 있는 지수함수의 지수부분의 위상항은

$$\begin{aligned} \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_o &= k \cdot (\hat{\mathbf{x}} \cos(\phi) + \hat{\mathbf{y}} \sin(\phi)) \cdot (\hat{\mathbf{x}} x_o + \hat{\mathbf{y}} y_o) \\ &= k_x x_o + k_y y_o \end{aligned} \quad (14)$$

과 같이 표현될 수 있다. 그러므로 식 (12)는 다음과 같이 다시 표현되어질 수 있다.

$$E^s(k, \phi) = A_o \cdot e^{-j2k \cos(\phi) x_o} \cdot e^{-j2k \sin(\phi) y_o} \quad (15)$$

1차원 프로파일을 얻어낼 때와 마찬가지로, 중심주파수  $f_c = (f_L + f_H)/2$ 와 주파수 대역폭을  $B = f_H - f_L$ 로 정의하고 중심주파수  $f_c$ 에 관한 파동수  $k_c = 2\pi f_c / c$ 를 고려한다. 또한 작은 시선각들에 대해서  $\cos(\phi)$ 는 1로 근사될 수 있고  $\sin(\phi)$ 는  $\phi$ 로 근사될 수 있다. 그러면

식 (15)는 다음과 같은 식으로 근사되어질 수 있다.

$$E^s(k, \phi) = A_o \cdot e^{-j2\pi \left(\frac{2f}{c}\right) x_o} \cdot e^{-j2\pi \left(\frac{k_c \phi}{\pi}\right) y_o} \quad (16)$$

이제 위 식에 2차원 역 푸리에 변환을 수행하면

$$F_2^{-1}\{E^s(k, \phi)\} = A_o \cdot F_1^{-1}\left\{e^{-j2\pi \left(\frac{2f}{c}\right) x_o}\right\} \cdot F_1^{-1}\left\{e^{-j2\pi \left(\frac{k_c \phi}{\pi}\right) y_o}\right\} \quad (17)$$

$$E^s(x, y) = A_o \cdot \delta(x - x_o, y - y_o) \quad (18)$$

여기서,  $\delta(x, y)$ 는  $x - y$ 평면상에서의 2차원 Dirac-delta 함수를 나타낸다. 식 (18)은 산란점  $(x_o, y_o)$ 에 대한 산란된 반사파 전기장이 세기가  $A_o$ 인 그 점에서의 2차원 Dirac-delta 함수로 표현된다는 것을 보여주고 있다.

1차원 경우에서와 같이, 실제로는 유한한 대역폭과 유한한 시선각에 대해서 데이터가 수집될 수밖에 없기 때문에 식 (17)에 있는 적분범위가 유한할 수밖에 없다. 따라서 실제 ISAR 영상은 Dirac-delta 함수에서 sinc 함수로 왜곡되어 퍼져서 보이게 된다. 그러나 sinc 함수의 특성 때문에, 산란점에서 신호세기의 최대값을 가짐을 알 수 있다.

### 3. 산란점 정보 추출을 위한 모델링

산란점 모델링의 주된 아이디어는 ISAR 영상으로 표현되는 표적으로부터 반사되어 되돌아오는 산란된 전기장이 유한개의 표적 산란점으로부터 오는 산란된 전기장의 합으로 근사되어질 수 있다는 사실에 기반을 두고 있다. 이 모델에서는 이러한 유한개의 산란점들에서 반사되어 되돌아오는 에너지의 합이 모든 산란된 에너지를 대변한다고 가정한다. 산란된 전기장은 다음과 같은 유한개의 이산화 된 산란점에 의해서 매개변수화 될 수 있다.

$$E^s(k, \phi) \cong \sum_{n=1}^N A_n \cdot e^{-j2k \cdot \mathbf{r}_n} \quad (19)$$

여기서,  $E^s(k, \phi)$ 는 수집된 반사파 전기장이다.  $A_n > 0$ 은  $n$ 번째 산란점의 복소수 amplitude를 나타내는 매개변수이고,  $\mathbf{r}_n = x_n \cdot \hat{\mathbf{x}} + y_n \cdot \hat{\mathbf{y}} \in \Omega$ 은  $n$ 번째 산란점의 위치벡터를 나타내는 매개변수이다.  $\Omega \subset R^2$ 는 ISAR

영상이 정의된 2차원 공간이다.

식 (19)는 전체 산란 전기장은 서로 다른 위치  $(x_n, y_n)$ 에서의  $N$ 개의 다른 산란점의 합으로 표현될 수 있음을 의미한다. 그러나 앞 절에서 기술한 바와 같이 ISAR 영상은 산란점 주위에서 sinc 함수 효과로 인해서 퍼져 보이는 특징을 갖는다. 따라서 ISAR 영상을 근사하기 위해서는 산란점 주위의 sinc 함수 효과를 표시할 수 있는 매개변수  $\alpha_n > 0$  또한 필요하다.

### 3.1 최적 산란점 정보

본 논문에서는 산란점의 위치, 산란점의 세기, 산란점 주위의 퍼짐 정도 등과 같이 그 산란점을 나타내는데 있어서 필요한 정보들을 산란점 정보라 하고, 아래에 정의될 오차를 최소화하는 최적화 문제를 만족하게 하는 산란점 정보를 최적 산란점 정보라고 정의한다. 최적 산란점 정보 추출을 위한 문제는 식 (19)와 같은 근사식으로부터 계산되는 근사오차를 최소화하는 문제로 정의될 수 있다.  $n$ 번째 산란점과 관련된 전기장을 표현하는 함수  $f_n$ 는

$$f_n = f_n(x, y; \mathbf{r}_n, A_n, \alpha_n) \quad (20)$$

와 같이 그 산란점과 관련된 정보인 3개의 매개변수  $\mathbf{r}_n, A_n, \alpha_n$ 를 갖는 2차원 함수로 표현될 수 있다. 우리는 3N개의 매개변수를 갖는 모든 산란점의 영향을 합한 함수

$$f(x, y; \mathbf{r}_n, A_n, \alpha_n) = \sum_{n=1}^N f_n(x, y; \mathbf{r}_n, A_n, \alpha_n) \quad (21)$$

를 고려하고, 산란된 전기장  $E^s(x, y)$ 와의 오차함수

$$Err(\mathbf{r}_n, A_n, \alpha_n) = \|E^s(x, y) - f(x, y; \mathbf{r}_n, A_n, \alpha_n)\|_{L^2(\Omega)}^2$$

를 정의한다. 만일 이 오차함수를 최소화하는 매개변수를 찾을 수 있다면, 산란된 전기장  $E^s(x, y)$ 를 근사하는 최적의 해를 구하게 되는 것이다. 오차함수 최소화 문제는 다음과 같은 비선형 매개변수 최적화 문제로 정식화된다.

$$\min_{n=1, \dots, N} Err(\mathbf{r}_n, A_n, \alpha_n), \quad (22)$$

$$\text{s.t. i) } \mathbf{r}_n = x_n \cdot \hat{\mathbf{x}} + y_n \cdot \hat{\mathbf{y}} \in \Omega,$$

$$\text{ii) } A_n > 0,$$

$$\text{iii) } \alpha_n > 0.$$

### 3.2 Gaussian 함수를 이용한 산란점 정보 추출 최적화

ISAR 영상은 Dirac-Delta 함수처럼 산란점으로만 표현되는 것이 아니라, 산란점 주위의 sinc 함수 효과와 같이 퍼짐 정도도 고려되어 있다. 본 논문에서는 sinc 함수를 쓰는 대신에 Gaussian 함수를 이용하여 산란점 주위의 퍼짐 효과를 모델링하는 방법을 제안한다. sinc 함수는 중심이 되는 점에서 멀어져도 영향을 주는 반면, Gaussian 함수는 중심이 되는 점 근방에서 sinc 함수와 유사한 특성을 보이고 그 근방에서 멀어지면 급하게 0으로 감소한다. 따라서 우리는 특정 산란점에 대한 국부적인 산란점 근방을 모사하는 함수로 sinc 함수 대신에 Gaussian 함수를 사용한다. 우선 1차원 경우에 대해서 생각한다. 특정 산란점의 위치가  $x = m$ 이고 산란점 신호 세기가  $k > 0$ 라고 가정했을 때, 그 산란점 주위의 신호세기를 모사하는 다음과 같은 Gaussian 함수를 고려한다.

$$G(x; m, k, \sigma) = k e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} \quad (23)$$

이 모델링 함수  $G$ 는 매개변수로  $k, m, \sigma$ 를 갖고 이 매개변수들에 의해서 결정된다. 여기서  $\sigma > 0$ 는 산란점 주위의 퍼짐 효과를 나타내는 매개변수로,  $\sigma$  값이 커짐에 따라서 함수  $G(x)$ 는 산란점 주위에 좁게 분포된다. 반면  $\sigma$  값이 0에 가까워지면 함수  $G(x)$ 는 보다 넓게 퍼져 보이는 성질을 가지고 있다.

이제 본 논문에서 주로 다루는 2차원 ISAR 영상과 관련한 2차원 모델링을 고려한다. 앞에서 다루었던 1차원에서의 개념을 다음과 같은 함수를 사용하여 2차원으로 확장하도록 한다. 2차원 Gaussian 함수

$$g(x, y) = k \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\left(\frac{x-\mu_X}{2\sigma_X}\right)^2 + \left(\frac{y-\mu_Y}{2\sigma_Y}\right)^2\right]\right\} \quad (24)$$

을 고려한다. 여기서  $(\mu_X, \mu_Y)$ 는 산란점의 위치,  $k$ 는 산란점 신호 세기를 나타내는 매개변수이다. 식 (24)에 있는 함수는

$$g(x, y; \mu_X, \mu_Y, k, \sigma_X, \sigma_Y) = G_X(x; \mu_X, k, \sigma_X) \cdot G_Y(y; \mu_Y, k, \sigma_Y), \quad (25)$$

$$\text{where } g_X(x; \mu_X, k, \sigma_X) = \sqrt{k} e^{-\frac{(x-\mu_X)^2}{2\sigma_X^2}} \quad (26)$$

$$g_Y(y; \mu_Y, k, \sigma_Y) = \sqrt{k} e^{-\frac{(y-\mu_Y)^2}{2\sigma_Y^2}} \quad (27)$$

와 같이 변수  $x, y$ 에 대하여 1차원 Gaussian 함수의 곱으로 표현될 수 있다. 1차원 경우일 때는 모델링 함수를 결정하는 매개변수는  $k, m, \sigma$  이렇게 3개 이었다. 유사하게 2차원의 경우에는 5개의 매개변수  $k, \mu_X, \mu_Y, \sigma_X, \sigma_Y$ 에 의해서 모델링 함수가 결정됨을 알 수 있다. Figure 1은 특정한 매개변수 값에 대해서 2차원 모델링함수가 가지는 모양을 보여준다.

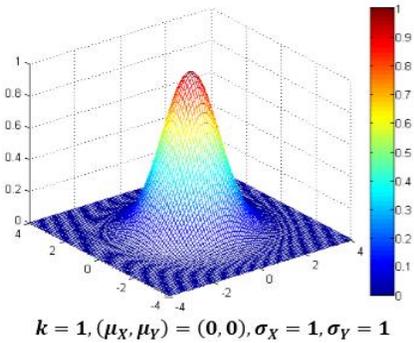


Fig. 1. 2D modeling function with some special parameters

여기서,  $x, y$ 축은 각각 range 방향, cross-range 방향 위치이고,  $z$ 축은 그 위치에서의 신호 세기를 의미한다.

ISAR 영상 데이터에서 산란점의 위치와 산란점에서의 신호 세기는 mask 방법(Tahk 등, 2014)이라는 알려진 방법을 이용하여 뽑아낼 수 있다. mask 방법을 대략적으로 설명하면 다음과 같다. ISAR 영상 데이터의 일부인  $M \times M$  크기의 데이터를 고려한다. 이것을 mask라고 정의한다. 이  $M \times M$  크기 mask의 정 가운데에 있는 원소의 값이 그 mask 상의 최대값과 같다면, 다시 말해서 정 가운데에 있는 점이 peak point라면, 그 때의 정 가운데에 있는 점이 추출되어 산란점이 될 수 있다. 이 mask를 하나씩 이동하여 ISAR 영상 전체를 훑어서 산란점들을 추출하게 된다. 자세한 것은 Tahk 등(2014)을 참조한다. 우리는 이렇게 추출된 산란점들의 위치 좌표  $(x, y)$  값과 그 점에서의 신호의 세기 값을 알려진 정보로 가지게 된다.

이상으로 문제 (22)의 최적화 문제는 다시 쓰면 다음과 같다.

Find  $\sigma_{X_n} > 0$  and  $\sigma_{Y_n} > 0$  such that

$$\min_{\sigma_{X_n}, \sigma_{Y_n}} \| E^s(x, y) - f(x, y; \sigma_{X_n}, \sigma_{Y_n}) \|_{L^2(R^2)}^2 \quad (28)$$

for  $n = 1, \dots, N$ .

여기서, 모델링 함수  $f$ 는 각 산란점에 대응되는 2차원 Gaussian 함수의 합으로 표현된다. 다시 말해서,

$$f(x, y; \sigma_{X_n}, \sigma_{Y_n}) = \sum_{n=1}^N g_n(x, y; \sigma_{X_n}, \sigma_{Y_n}). \quad (29)$$

산란된 전기장  $E^s(x, y)$ 이 ISAR 영상에 의해서 구체화된다고 한다면, ISAR 영상은 2차원 Gaussian 함수의 합  $f$ 로 모델링되고, 이 모델링 함수  $f$ 가 갖는 정보의 양은 원래의 ISAR 영상 데이터 정보에 비해서 극히 적은 양이다. 이는 산란점 정보를 추출하는 중요한 목적 중의 하나임을 주목한다. 또한, 각 산란점에 대응하는 모델링 함수  $g_n$ 이 갖는 매개변수  $\sigma_{X_n}, \sigma_{Y_n}$ 가 최적화 문제 (28)을 만족하게 해서 원래의 ISAR 영상에 가장 근접하게 모델링을 수행한다.

### 3.3 SQP 알고리즘을 적용한 최적 산란점 정보 추출

구속조건이 있는 비선형 매개변수 최적문제를 풀기 위하여 문헌상에서는 많은 방법들이 제시되어 있다 (Fletcher, 1987). 그 방법들 중에서 본 연구에서는 비선형 SQP (Sequential quadratic programming) 알고리즘을 적용하여 그 해를 산출하였다. 비선형 SQP 알고리즘은 비선형 함수를 2차함수로 근사하여 최적해를 산출하는 방법으로, 매개변수들의 미소한 변화에 따른 목적함수와 구속조건의 변화율을 계산하고 난 후에 최적화 방향으로 반복한다. 이 방법은 매개변수 값들의 연속성이 보장됨으로써 정확한 값을 구할 수 있다는 장점을 지니고 있다. 또한 비선형 SQP 알고리즘은 다른 최적화 기법과 비교하여 효율적이고 신뢰성이 높으며 접근하기 쉬운 최적화 방법 중 하나로 알려져 있다.

SQP 알고리즘을 적용하기 위해서는 초기에 적절한 매개변수를 추정하는 것이 중요하다. 이러한 초기치를 산정하기 위하여 본 논문에서는 산란점 주위의 ISAR 영상 데이터를 이용하여 통계치를 산출하고, 이 통계치를 최적 산란점 정보를 추출하는 문제 (28)의 매개변수인  $\sigma_{X_n}, \sigma_{Y_n}$ 들의 초기 추정값으로 사용한다.

산란점 주위의 ISAR 영상 데이터를 이용한 통계치 산

출 방법은 다음과 같다. 우선 1차원 경우에 대해서 생각한다.

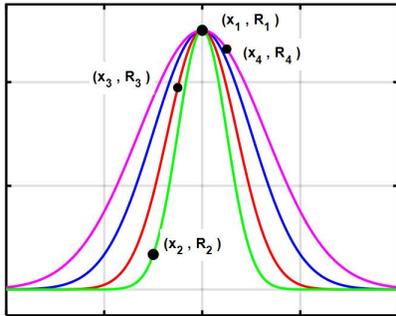


Fig. 2. Some functions for near points of scatterer

산란점  $x = m$ 에서 최대값  $k$ 를 갖는 종모양의 곡선인 Gaussian 함수를 가정하고, 산란점 주위의 신호 세기를 이용하여 아직 결정되지 않는  $\sigma$ 값을 계산한다. 산란점 주위의  $l$ 개의 주어진 점들  $(x_i, R_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, l$ )은

$$R_i = k e^{-\frac{(x_i - m)^2}{2\sigma^2}} \quad (30)$$

과 같이 식 (23)을 만족한다고 가정한다. 예를 들어, Figure 2는 산란점 주위에 있는 4개의 데이터  $(x_1, R_1)$ ,  $(x_2, R_2)$ ,  $(x_3, R_3)$ ,  $(x_4, R_4)$ 들이 Gaussian 함수로 모델링되는 방식을 보여준다. 식 (30)을  $\sigma$ 에 관하여 풀면,

$$\sigma_i^2 = -\frac{(x_i - m)^2}{2 \ln\left(\frac{R_i}{k}\right)} \quad (31)$$

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_i^2}, \quad (i = 1, \dots, l) \quad (32)$$

따라서  $l$ 개의  $\sigma_i$ 값을 얻게 되고, 이 값들의 평균과 분산을 계산하여 이  $\sigma$ 값들을 대표하는 통계치를 얻어낸다.

$$\sigma \text{의 평균 } \bar{\sigma} = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l \sigma_i \quad (33)$$

$$\sigma \text{의 표준편차 } \sigma_{\bar{\sigma}} = \sqrt{\frac{1}{l} \sum_{i=1}^l (\sigma_i - \bar{\sigma})^2} \quad (34)$$

이렇게 계산한  $\bar{\sigma}$ 를 이용하여, 산란점 근방의  $l$ 개의 점을 근사하는 모델링 함수  $\bar{f}$ 를 얻는다.

$$\bar{f}(x; m, k, \bar{\sigma}) = k e^{-\frac{(x-m)^2}{2\bar{\sigma}^2}} \quad (35)$$

이렇게 해서 얻은 모델링 함수  $\bar{f}$ 는 특정 산란점과 그 특정 산란점 주위의 정보를 대표한다고 볼 수 있다.

특히  $\bar{\sigma}$ 는 교전 시물레이션에서 표적 산란점 위치의 불확실성을 구현하는데 이용될 수 있다. 산란점의 위치가 정규분포  $N(m, \bar{\sigma}^2)$ 를 따른다고 가정하여 불확실한 산란점의 위치를 결정할 수 있다.

다음으로 2차원의 경우로의 확장을 고려한다. 앞에서 기술한 바와 같이 본 논문에서 고려하는 특정 산란점 근방을 표현하는 2차원 Gaussian 함수는 서로 독립적인 2개의 1차원 Gaussian 함수의 곱으로 표현된다.

$$f(x, y; \sigma_X, \sigma_Y) = f_X(x; \sigma_X) \cdot f_Y(y; \sigma_Y), \quad (36)$$

where  $f_X(x; \sigma_X) = \sqrt{k} e^{-\frac{(x-\mu_X)^2}{2\sigma_X^2}}, \quad (37)$

$$f_Y(y; \sigma_Y) = \sqrt{k} e^{-\frac{(y-\mu_Y)^2}{2\sigma_Y^2}} \quad (38)$$

따라서 앞에서 논의된 1차원 경우에 대한 방법을 각각 적용하여 독립적으로 매개변수를 산출한다. 다시 말하면, 각 방향에 대한 1차원 Gaussian 함수의 매개변수  $\bar{\sigma}_X$ 와  $\bar{\sigma}_Y$ 를 식 (33)에서와 같이 각각 산출한다.

원래의 ISAR 영상에서  $N$ 개의 산란점이 추출되었다고 가정한다면, 각각의 산란점 근방은  $N$ 개의 Gaussian 함수  $f_1(x, y; \bar{\sigma}_{X_1}, \bar{\sigma}_{Y_1}), f_2(x, y; \bar{\sigma}_{X_2}, \bar{\sigma}_{Y_2}), \dots, f_N(x, y; \bar{\sigma}_{X_N}, \bar{\sigma}_{Y_N})$ 에 의해서 표현되어질 수 있다. 식 (21)에서와 유사하게, 추출된  $N$ 개의 모든 산란점의 영향을 고려하는 함수  $\bar{f}$ 를

$$\bar{f}(x, y) = \sum_{n=1}^N f_n(x, y; \bar{\sigma}_{X_n}, \bar{\sigma}_{Y_n}) \quad (39)$$

와 같이 산란점 근방을 표현하는 Gaussian 함수  $f_n(x, y; \bar{\sigma}_{X_n}, \bar{\sigma}_{Y_n})$ 들의 합으로 정의한다. 이렇게 해서 얻어진  $\bar{f}(x, y)$ 는 2차원 평면상에서  $N$ 개의 peak 점을 갖는 2차원 Gaussian 함수들의 합인 함수로, 산출된 산란점의 위치, 산란점 신호의 세기, 산란점 주위의 sinc 함수 효과를 나타내는 매개변수들에 의해서 재구성된 ISAR 영상을

의미한다. 그 peak 점들의 위치가 본래의 ISAR 영상으로부터 추출된 산란점들의 위치와 같다. 그러므로 산란점들에서는 본래의 ISAR 영상의 신호의 세기와 재구성된 2차원 영상의 신호의 세기가 같아지고, 이 두 영상의 차이는 없다. 즉, 각 산란점의 위치에서는 오차가 없음을 의미한다. 따라서  $\bar{f}(x,y)$ 를 nonlinear SQP 알고리즘을 적용하는데 있어서 필요한 초기 추정값으로 사용한다.

### 3.4 최적 산란점 정보 추출 결과

식 (39)의  $\bar{f}(x,y)$ 를 nonlinear SQP 알고리즘의 초기 추정값으로 이용하여 산출한 최적 산란점 정보에 관한 결과는 다음과 같다.

우선, RCS 해석을 위한 상용 프로그램에서 서로 다른 반경을 갖는 구를 배치한 후, RCS 해석을 통하여 ISAR 영상을 얻었다. 본 논문에서는 고각  $0^\circ$ , 방위각  $0^\circ$ 일 때와 고각  $0^\circ$ , 방위각  $10^\circ$ 일 때의 ISAR 영상을 얻어 산란점 정보를 추출하는 데에 사용하였다.

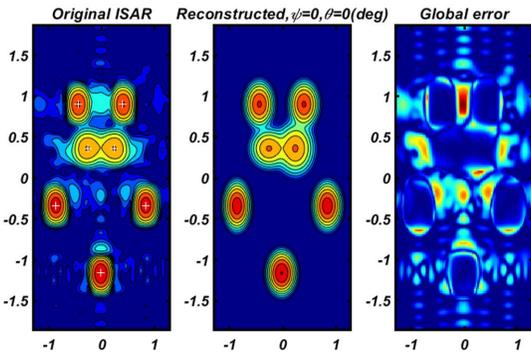


Fig. 3. Comparison ISAR image with reconstructed image ( $\psi = 0^\circ, \theta = 0^\circ$ )

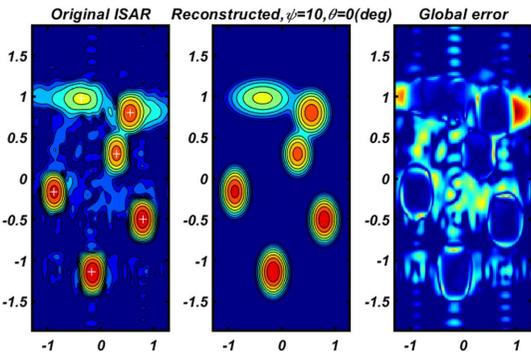


Fig. 4. Comparison ISAR image with reconstructed image ( $\psi = 10^\circ, \theta = 0^\circ$ )

Figure 3, 4는 상용 프로그램으로부터 얻은 ISAR 영상, 그 영상 데이터로부터 추출된 최적 산란점 정보를 이용하여 얻은 재구성된 영상, 그리고 앞의 두 영상사이의 차이를 보여주는 영상으로 구성되어 있다. 추출된 산란점 정보는 앞에서 기술한 최적화 방법을 이용하여 산출된 결과이다. Figure 3, 4의 비교 결과는 추출된 산란점 정보를 이용하여 재구성된 영상이 원래 ISAR 영상을 산란점 근방에서 잘 근사하고 있음을 보여준다.

Table 1은 재구성된 영상 데이터와 원래의 ISAR 영상 데이터 간의 차이를 보여준다. 이를 위해서 영상 데이터가 정의된 직사각형  $\Omega = [-1.3, 1.3] \times [-1.86, 1.86] \subset R^2$  상에서의  $L_2(\Omega)$ -norm과  $L_\infty(\Omega)$ -norm을 계산한다.

Table 1. Distances between ISAR and reconstructed image

Angles	$\  \cdot \ _{L_2(\Omega)}$	$\  \cdot \ _{L_\infty(\Omega)}$
$\psi = 0^\circ, \theta = 0^\circ$	0.13902	0.06915
$\psi = 10^\circ, \theta = 0^\circ$	0.17182	0.06580

Figure 3, 4에서 ISAR 영상과 재구성한 영상 사이의 차이가 발생하는 곳은 산란점 근방이 아닌 영역으로, Table 1에 있는 오차는 그 차이를 무시할 수 있는 수준임을 보여준다.

## 4. 결론

본 논문에서는 표적에 대한 ISAR 영상으로부터 산란점 정보를 추출하는데 있어서, 수학적 모델링을 적용하여 산란점의 위치, 신호세기 뿐만 아니라 산란점 위치 오차 수준과 같이 관련된 부가 정보를 추출하는 모델링 기법을 제안하였다. 이러한 통계적 정보를 포함하는 산란점 정보는 오차요소를 고려하는 시뮬레이션에서 산란점 위치의 불확실성을 구현하는데 있어서 사용될 수 있다.

또한, 근사오차를 최소화하는 비선형 매개변수 최적화 문제를 정의하고, 최적화 문제의 해를 구하는 방법으로 비선형 SQP 알고리즘을 적용하였다. 제안된 산란점의 통계적 정보 추출 방법을 비선형 SQP 알고리즘의 초기 추정치로 사용하였다. 최적 산란점 정보 추출을 수행한 후, 추출한 정보들을 이용하여 영상을 재구성하였다. 끝으로 재구성된 영상을 원래의 ISAR 영상과 비교하여 산란점 근방에서 원래의 ISAR 영상을 잘 근사함을 보였다.

## References

- Berizzi, F. and Corsini, G. (1996), "Autofocusing of inverse synthetic aperture radar images using contrast optimization," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic System*, 32(3), 1185-1191.
- Blackman, S. (1999), "Multiple-target tracking with Radar Applications", Artech House.
- Chen, V. C. and Martorella, M. (2007), "On bistatic inverse synthetic aperture radar," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic System*, 43(3), 1125-1134.
- Edde, B. (1992), "Radar : Principles, Technology, Applications", Prentice Hall PTR.
- Fletcher, R. (1987), "Practical Methods of Optimization", John Wiley & Sons Inc., NY.
- Ha, H. J., W. Park, S. S. Park and Ryoo, C. K. (2014), "FMCW Seeker Measurement modeling using ISAR image", *Korean Society for Aeronautical & Space 2014 Spring Conference*, 487-490.
- Li, Y., Fu, Y. and Le-wei, L. (2010), "ISAR imaging of multiple targets using particle swarm optimization - adaptive joint time frequency approach", *IET Signal Processing*, 4(4), 343-351.
- Özdemir, C. (2011), "Inverse Synthetic Aperture Radar Imaging with MATLAB Algorithms", John Wiley & Sons Inc., NJ.
- Skolnik, M. I. (2006), "Introduction to Radar Systems", 2<sup>nd</sup> ed. McGraw-Hill.
- Tahk, M. J., Ryoo, C. K., Choi, H. L., Shim, S. W., Seo, M. G., Hong, S. M., Cho, D. H., Park, S. S. and Park, K. K. (2014), "A study on Seeker Based Fuzing Algorithm to Maximize KE Rod Warhead Effect", *ADD technical report*.
- Wessling, A. (2002), "Radar Target Modelling Based on RCS Measurements", Linkopings Tekniska Hogskola.



**남 덕 진** (ORCID : <https://orcid.org/0000-0002-2810-590X> / mole33@naver.com)

1997 한양대학교 수학과 이학사  
 1999 한양대학교 수학과 MS  
 2008 미국 Texas A&M University, Mathematics, Ph.D  
 2011~ 현재 국방과학연구소 선임연구원

관심분야 : 국방 M&S, Missile Defense



**황 인 성** (ORCID : <https://orcid.org/0000-0001-8715-7323> / ishwang@add.re.kr)

1989 연세대학교 기계공학과 공학사  
 1994 한국과학기술원 기계공학과 공학석사  
 1994~ 현재 국방과학연구소 책임연구원

관심분야 : 국방 M&S, Missile Defense