

연직 전단 유속 효과를 고려한 입자 이송 기법의 비교

Water
for future
학술/기술 기사
03



신재현

한국건설기술연구원
수자원하천연구본부 박사후연구원
jaehyunshin@kict.re.kr



박인환

서울과학기술대학교
건설시스템공학과 교수
ihpark@seoultech.ac.kr



성호제

한국건설기술연구원
기획조정본부 전임연구원
hoje.seong@kict.re.kr



이동섭

한국건설기술연구원
수자원하천연구본부 연구위원
dsrhee@kict.re.kr

1. 서론

최근 도시화의 영향으로 하천 오염의 가능성이 증가하면서 주변의 수생태계에 부정적인 영향을 미치고 있다. 하천에서의 오염물 확산에 대한 정확한 예측은 사고대응 활동에 중요한 정보를 제공함으로써 오염사고 경감 및 물안전 확보에 도움이 될 수 있다. 과거 국내에서는 독성물질에 의한 수질오염사고가 발생한 바 있으며, 이러한 오염사고 피해를 감소시키기 위해서는 오염물질의 혼합거동을 이해하는 것이 중요하다. 본 연구에서는 지류 및 본류 양안에서 발생할 수 있는 오염물질 유입을 고려하면서, 국내하천이 대부분 하

폭 대 수심비가 크기 때문에 연직 혼합이 짧은 시간 내에 완료되는 이차원 입자 이송 수질 모형을 개발하였다.

2. 입자 이송 기법의 개발

본 연구의 이차원 입자 이송 수질 모형은 기본적으로는 전단류 분산 이론을 따르며, 모형의 혼합 과정은 그림 1을 따른다. 오염물질이 종방향, 횡방향의 전단 유속으로 인하여 늘어나는 동시에, 난류 확산으로 인하여 수심 방향으로의 확산이 발생한다.

입자 이송 기법은 격자기반 오염물질 혼합해석 기법의 대안으로써 격자 기반 모델에서 발생하는 수치진동 및 수치확산에 의한 오차가 발생하지 않는 것으로 알려져 있다(Wong et al., 2008). 또한 입자 이송 방식은 수체 내에서 오염물질의 불연속적 혼합특성을 시뮬레이션 하는데 있어 더 적합한 것으로 알려져 있다(Dimou and Adams, 1993). 본 연구에서는 두 가지 방식의 입자 이송 기법을 활용하는 모형 두 가지를 비교하였는데, 입자 추적 모형(PTM)의 경우 Fick의 법칙을 따르며 분산계수를 활용하기 위해 Fischer의 삼중 적분식이

로 종분산 및 횡분산계수를 산정하여 모형이 구동된다. 입자 분산 모형의(PDM) 경우 단계별 계산 알고리즘을 사용하여 순차적으로 계산한다(Park and Seo, 2018).

입자 추적 모형(PTM)의 경우 방정식은 Fokker-Plank 방정식과 이송-분산 방정식의 수학적 유사성을 통해 다음 식과 같이 전개된다.

$$x_i(t + \Delta t) = x_i(t) + \left(-\bar{u}_i + \frac{D_{ij}}{h} \frac{\partial h}{\partial x_j} + \frac{\partial D_{ij}}{\partial x_j} \right) \Delta t + R \sqrt{2D_{ij}\Delta t}$$

여기서, x_i 는 입자의 위치, Δt 는 계산시간 간격, \bar{u}_i 는 수심평균 유속, D_{ij} 는 2차원 분산계수, h 는 수심, R 은 Gaussian 분포를 따르는 0~1 사이의 난수이다. 위 식에서 분산계수 및 수심의 공간적 변동성이 유속에 의한 공간적 변동성에 비해 낮은 것으로 가정하면 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$x_i(t + \Delta t) = x_i(t) + \bar{u}_i \Delta t + R \sqrt{2D_{ij}\Delta t}$$

위 식에서 오염물질 입자는 수심평균된 2차원 유속분포에 의해 이동되고 다시 2차원 분산계수에 따른 무작위적 운동에 따라 Δt 이후의 위치가 결정된다. 본 연구에서는 유속의 연직분포식을 이용

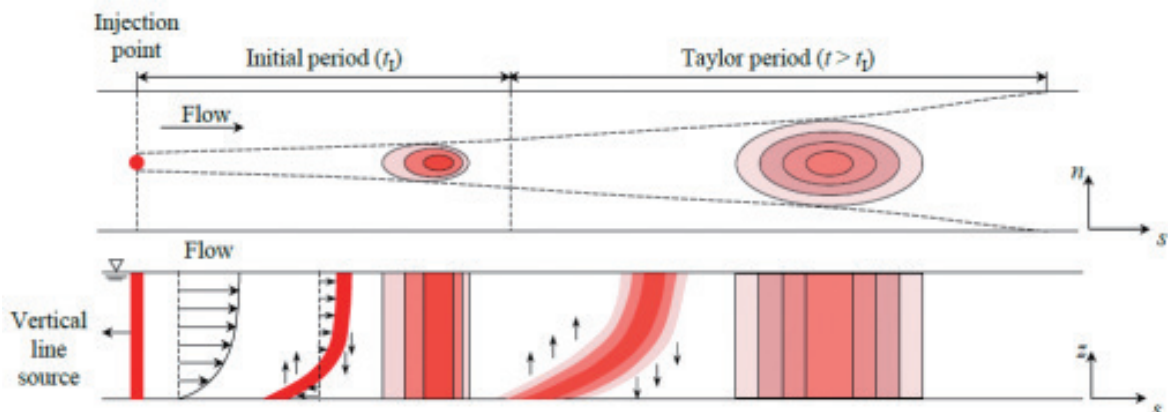


그림 1. 전단류에 의한 입자 이송

하여 다음의 삼중적분식을 통해 분산항에 포함된 2차원 분산계수를 계산할 수 있도록 알고리즘을 개발했다.

$$D_{ij} = -\frac{1}{h} \int_0^h u'_i \int_0^z \frac{1}{\epsilon_z} \int_0^z u'_j dz dz dz$$

여기서, ϵ_z 는 연직난류확산계수, $u'_i = u_i - \bar{u}_i$ 는 유속의 연직분포 $u'(z)$ 에 대한 변동성을 의미 한다. 유속의 연직분포식은 기존의 종방향 (Rozovskii, 1957), 횡방향(Odgaard, 1986) 공식을 사용하였다.

다음으로 입자 분산 모형(PDM)의 경우 단계별 계산 알고리즘을 사용하여 1단계 전단류 이송, 2단계 연직혼합으로 나누어 순차적으로 계산한다. 전단류 이송 단계에서는 다음의 식과 같이 계산한다.

$$x_i(z_1, t + \Delta t) = x(z_1, t) + u_i(z_1) \Delta t + R \sqrt{2\epsilon_h \Delta t}$$

여기서 z_1 은 입자의 초기 위치, ϵ_h 는 수평 확산 계수이다. 유속은 수심적분 유속을 사용하여 2차원 흐름해석모형의 계산결과를 이용하여 계산할 수 있다. 입자 추적 모형의 경우 연직 유속분포식을 분산계수를 산정하는데 이용하였으나, 입자 분산 모형의 경우 연직 유속분포식을 사용하여 생성된 전단류를 이용하여 각 연직경계층에 분포된 오염물질 입자의 전단류 이송을 직접 수행한다.

전단류 이송단계를 마친 후 2단계 연직혼합 단계에서는 다음의 연직혼합 방정식을 사용하여 전단류로 이송된 입자들의 연직 혼합을 수행한다.

$$x_i(z_2, t + \Delta t) = x\left(\frac{ah}{L}, t + \Delta t\right) \text{ for } \beta n_p(x_i, t + \Delta t)$$

위 식에서 β 는 연직 혼합의 진행도를 의미하며,

$\beta\%$ 의 입자들은 여러 개의 계층으로 분리된 모의 구역 내에 고르게 분포된다. 완전 연직 혼합 전 다른 입자들은 다음의 난류 확산 공식을 이용하여 무작위로 이동한다.

$$x_i(z_2, t + \Delta t) = x(z_1 + R \sqrt{2\epsilon_z \Delta t}, t + \Delta t) \text{ for } (1 - \beta) n_p(x_i, t + \Delta t)$$

두 모형의 큰 차이점으로는 입자추적기법을 활용하는 경우 Fick의 법칙이 적용되는 테일러 구간 이후에만 적용이 가능하나, 입자분산기법을 활용하는 경우 초기 및 테일러 구간 전부 적용이 가능하다.

3. 입자 이송 모형의 검증 및 비교

입자 추적 모형과 입자 분산 모형을 비교하기 위하여 직선 수로에서 2차원 이송-분산 모형 해석 해와 결과를 비교하였다. 다음의 2차원 이송-분산 방정식의 해석해와 비교를 진행하였다.

$$C(x, y, t) = \frac{M/h}{4\pi t \sqrt{D_L D_T}} \exp\left[-\frac{(x-x_0 - \bar{u}t)^2}{4D_L t} - \frac{(y-y_0)^2}{4D_T t}\right]$$

위 해석해의 분산계수로 사용되는 D_L 은 Elder(1959)의 연구에 따라 로그분포식을 가정하여 $5.93hu^*$ 으로 계산, D_T 는 $0.15hu^*$ 를 이용하여 계산하였다. 직선수로는 1 m/s의 유속과 0.3 m의 수심을 경계조건으로 하여 모의를 수행하였다. 입자 이송 방식 비교를 위하여 각 모형에서 1 kg의 오염물질을 주입하였으며, 30,000개의 입자를 사용하였다. 이송-확산 이론식과 비교한 결과, 입자 추적 모형의 경우 대체적으로 이론식과 일치하였으며 입자 분산 모형의 경우 초기에 이론식과 차이가 발생하였으나, 농도가 테일러 구간에 진입하

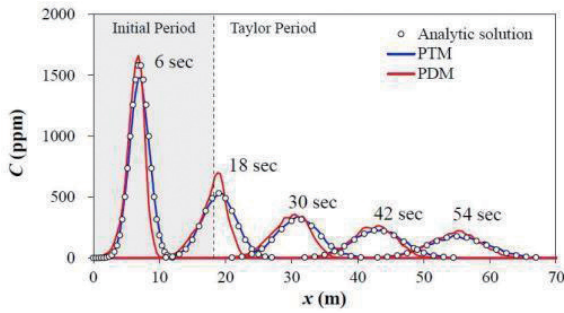


그림 2. 직선수로에서 이론식과 모형결과 비교

면서 이론식과 일치하였다. 이는 입자 추적 모형이 전단 이송과 난류 확산의 균형을 이루면서 모의를 수행하는 반면, 입자 분산 모형의 경우 이러한 균형을 이루는 과정을 직접적으로 계산해서 나오는 차이점에서 발생한다.

위의 모의 결과로부터 도출된 농도-시간 곡선의 통계적 특성을 분석하기 위해 다음 식과 같이 Chatwin의 변수를 계산하였다.

$$\pm \sqrt{t \ln \left(\frac{C_p \sqrt{t_p}}{C \sqrt{t}} \right)}$$

위 식에 따라 이송-분산 방정식의 해석해는 Gaussian 분포를 따르며, 농도-시간 곡선의 Chatwin 변수가 선형적으로 감소하는 특성을 나타낸다. 변수를 이용한 결과, 입자 추적 모형의 경우 모든 지점에서 선형적으로 감소하는 특성을 보여 해석해와 같이 Gaussian 분포를 따른다는 것을 보여주었다. 한편 입자 분산 모형은 초기에는 비대칭 형태로 전개되다가, 이후 테일러 구간에서는 대칭 형태로 변화하는 결과가 나타났다.

다음으로 사행수로에서 수행한 추적자 실험과 각 모형의 결과를 비교하였다. 검증을 위해 2차원 추적자실험(Seo and Park, 2009) 결과와 수치모의 결과를 비교했다. 폭 1 m의 사행수로에서, 유량 0.06 m³/s, 수심 0.3 m, 0.4 m인 수리조건에서 모

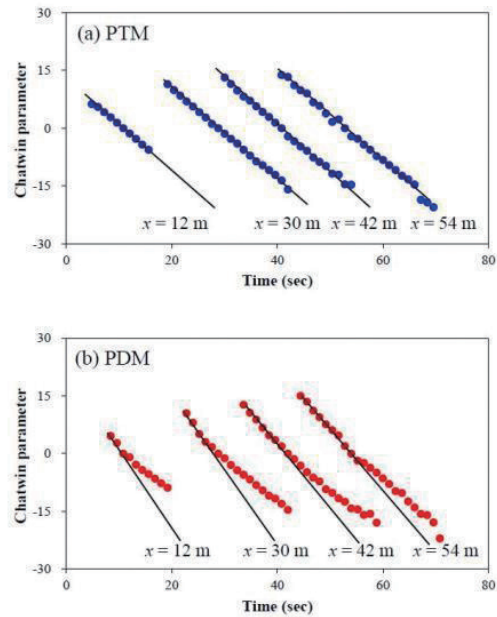


그림 3. Chatwin 변수와 모형결과 비교

의를 수행하였다. 우선 사행수로에서 흐름해석을 수행한 후, 입자 모형을 구동하였다. 기존의 2차원 추적자실험은 주입농도 100,000 ppm의 추적자 주입을 통해 수행됐으며, 모의 시에는 오염물질 혼합해석을 위해 30,000개의 입자를 주입했다. 수치모의 결과, 흐름변화에 따라 오염운의 공간적 변화 거동은 다음 그림과 같이 나타났다.

사행수로의 직선부와 만곡부에서 추적자실험 결과의 농도-시간 곡선과 입자 추적 모형, 입자 분산 모형을 비교한 결과로는 두 모형 다 실험결과의 변

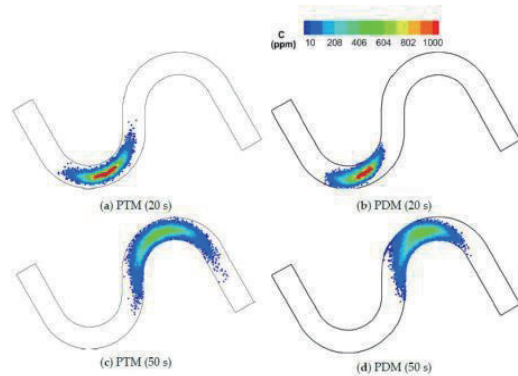


그림 4. 사행수로에서 입자 모형의 거동

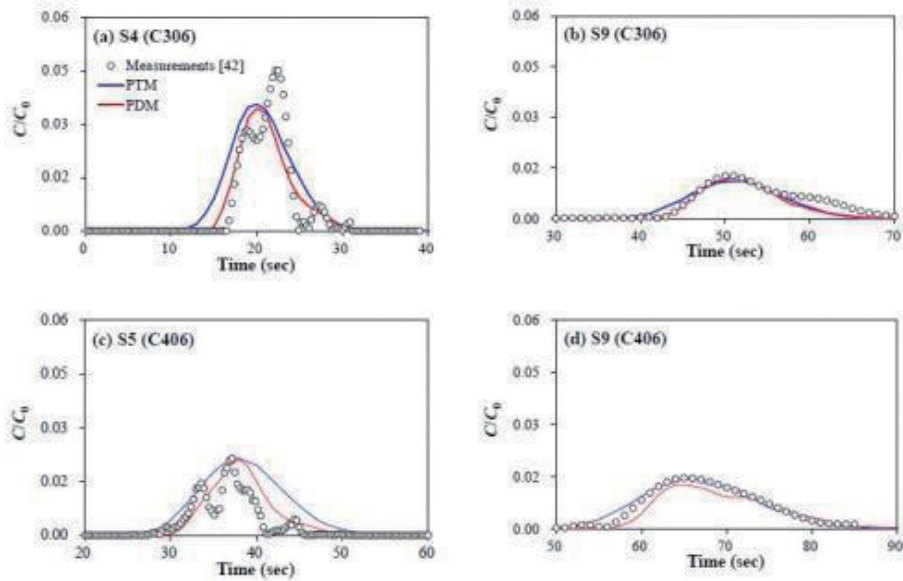


그림 5. 추적자 실험과 입자 모형결과 비교

화를 잘 나타낼 수 있었다. 이 중 입자 분산 모형이 추적자 실험 농도 곡선의 특징인 급격한 상승부와 긴 꼬리를 비교적 더 정확히 구현하였다. 농도장의 비대칭적인 특성은 전단 이송과 난류 확산의 불균형으로부터 발생되며, 이는 Fick의 법칙을 따르는 입자 추적 모형으로는 단계별 계산 알고리즘을 사용하는 입자 분산 모형에 비해 한계점을 보였다. 결론적으로 두 모형은 오염물질의 혼합거동을 비교적 정확히 묘사할 수 있으나, 오염물질의 농도-시간 곡선의 비대칭성의 경우에는 입자 분산 모형이 더 우수한 부분을 보여주었다.

4. 결론

본 연구에서는 두 가지의 입자 모형을 실험의 오염원 및 농도곡선 결과와 비교하였다. 입자 추적 모형의 경우 Fick의 법칙을 따르며 분산계수를 활용하기 위해 Fischer의 삼중적분식으로 종분산 및 횡분산계수를 산정하여 입자를 이송시킨다. 입자

분산 모형의 경우 단계별 계산 알고리즘을 사용하여 1단계 전단류 이송, 2단계 연직혼합으로 나누어 순차적으로 계산한다.

직선 수로에서 이송-확산 이론식과 비교한 결과, 입자 추적 모형의 경우 대체적으로 이론식과 일치하였으며 입자 분산 모형의 경우 초기에 이론식과 차이가 발생하였으나, 농도가 테일러 구간에 진입하면서 이론식과 일치하였다. 그러나 Chatwin 변수와의 비교 결과에서는 입자 추적 모형이 모의결과와 농도곡선을 대칭으로 표출되어 비대칭 결과가 나타나는 입자 분산 모형이 실제 오염원의 거동을 더 잘 표현함을 확인할 수 있었다. 사행수로 실험 결과에서도 추적자 실험의 결과인 농도장의 꼬리 부분에서도 비대칭적인 부분을 입자 분산 모형이 잘 구현함을 볼 수 있었다. 전단류 이송과 연직혼합을 단계별로 계산하는 알고리즘을 도입한 입자 분산 모형이 이송과 난류 확산의 불균형으로부터 발생하는 농도장의 비대칭성을 구현하기에는 더 적합한 것을 확인할 수 있었다.

감사의 글

본 연구는 국토교통부/국토교통과학기술진흥원의 지원으로 수행되었습니다(과제번호 21DPIW-C153746-03).

*본 기사는 아래 논문의 일부 내용을 요약한 것

입니다.

Park, I., Shin, J., Seong, H., & Rhee, D. S. (2020). Comparisons of Two Types of Particle Tracking Models Including the Effects of Vertical Velocity Shear. *Water*, 12(12), 3535.

참고문헌

- Baek, K.O.; Seo, I.W. Empirical equation for transverse dispersion coefficient based on theoretical background in river bends. *Environ. Fluid Mech.*, 2013, 13, pp. 465-477.
- Boxall, J.B.; Guymer, I. Analysis and prediction of transverse mixing coefficients in natural channels. *J. Hydraul. Eng.*, 2003, 129(2), pp. 129-139.
- Chatwin, P.C. On the interpretation of some longitudinal dispersion experiments. *J. Fluid Mech.* 1971, 48(4), pp. 689-702.
- Dimou, K.N.; Adams, E.E. A random-walk, particle tracking model for well-mixed estuaries and coastal waters. *Estuar. Coast. Shelf Sci.*, 1993, 37, pp. 99-110.
- Elder, J.W. The dispersion of marked fluid in turbulent shear flow. *J. Fluid Mech.*, 1959, 5(4), pp. 544-560.
- Fischer, H.B.; List, J.E.; Koh, R.C.Y.; Imberger, J.; Brooks, N.H. *Mixing in inland and coastal waters*, 2nd ed. ;AcademicPress: SanDiego, California,USA,1979; pp.100-107.
- Lee, M.E.; Seo, I.W. 2D finite element pollutant transport model for accidental mass release in rivers. *KSCE J. Civil Eng.*, 2010, 14(1), pp. 77-86.
- Odgaard, A.J. Meander flow model. I: development. *J. Hydraul. Eng.* 1986, 112(12), pp. 1117-1136.
- Park, I.; Seo, I.W. Modeling non-Fickian pollutant mixing in open channel flows using two-dimensional particle dispersion model. *Adv. Water Resour.* 2018, 111, pp. 105-120.
- Park, I.; Song, C.G. Analysis of two-dimensional flow and pollutant transport induced by tidal currents in the Han River. *J. Hydroinform.* 2018, 20(3), pp. 551-563.
- Rozovskii, I.L. *Flow of water in bends of open channels*, Academy of science of Ukrainian SSR, Russia, 1957.
- Seo, I.W.; Baek, K.O.; Jeon, T.M. Analysis of transverse mixing in natural streams under slug tests. *J. Hydraul. Res.*, 2006, 44(3), pp. 350-362.
- Seo, I.W.; Park, S.W. Effect of velocity structures on tracer mixing in a meandering channel. *J. Korean Soc. Civil Eng.*, 2009, 29(1B), pp. 35-45.
- Taylor, G.I. The dispersion of matter in turbulent flow through a pipe. *Proc. R. Soc. Lond. A: Math. Phys. Eng. Sci.*, 1954, 223(1155), pp. 446-468.
- Wong, K.T.M.; Lee, J.H.W.; Choi, K.W. A deterministic Lagrangian particle separation-based method for advective-diffusion problems. *Commun. Nonlinear. Sci.*, 2008, 13, pp. 2071-2090.