

시간영역 유도분극 자료로부터 Cole-Cole 변수 산출

김연정¹ · 조인기^{2*}

¹강원대학교 지구물리학과

²강원대학교 지질, 지구물리학과

Extraction of Cole-Cole Parameters from Time-domain Induced Polarization Data

Yeon-Jung Kim¹ and In-Ky Cho^{2*}

¹Department of Geophysics, Kangwon National University

²Division of Geology and Geophysics, Kangwon National University

요약

주파수 및 시간영역 유도분극 탐사는 지하 매질의 분광 정보를 포함하고 있다. 분광 특성의 분석은 주로 주파수영역 유도분극 탐사에서 연구되어 왔으나, 근래에 시간영역 유도분극에서도 연구가 활발하게 이루어지고 있다. 이 연구에서는 반무한 균질 공간을 가정하고 측정된 2차 전위 및 전기비저항으로부터 Cole-Cole 변수를 추정하는 역산법을 개발하였다. 충전성, 완화시간 및 주파수 승수로 구성되는 Cole-Cole 변수들은 비독립적이기 때문에 통상적인 비선형 역산을 적용할 경우 느린 수렴속도, 적정 초기 모델 설정의 어려움, 지역 극소점, 발산 위험 등의 다양한 문제점이 발생한다. 이 연구에서는 격자 탐색법을 도입하여 참 모델에 근접한 초기 모델을 설정하는 효과적인 역산법을 개발하였다. 마지막으로 다양한 역산 실험을 통하여 개발된 역산법의 타당성을 검증하였다.

주요어

시간영역 유도분극, Cole-Cole parameters, 역산

ABSTRACT

Frequency-domain and time-domain induced polarization methods can provide spectral information about subsurface media. Analysis of spectral characteristics has been studied mainly in the frequency-domain, however, time-domain induced polarization research has recently become popular. In this study, assuming a homogeneous half-space model, an inversion method was developed to extract Cole-Cole parameters from the measured secondary potential or electrical resistivity. Since the Cole-Cole parameters of chargeability, time constant, and frequency index are not independent of each other, various problems, such as slow convergence rate, initial model problem, local minimum problem, and divergence, frequently occur when conventional nonlinear inversion is applied. In this study, we developed an effective inversion method using the initial model close to the true model by introducing a grid search method. Finally, the validity of the developed inversion method was verified using inversion experiments.

KEYWORDS

time-domain induced polarization, Cole-Cole parameters, inversion

서론

시간영역 유도분극 탐사(time-domain induced polarization)는 광물 자원 탐사는 물론 토목 및 환경 분야 등에 적용이 증가하고 있는 물리탐사법이다. 시간영역 유도분극 탐사는 매립

지 조사(Gazoty *et al.*, 2012a), 암중 구분(Gazoty *et al.*, 2012b; Johansson *et al.*, 2015; Johansson *et al.*, 2017), 금속 광물 자원 탐사(Van Voorhis *et al.*, 1973; Tarasov and Gurin, 2016), 이산화 탄소 저장 부지 모니터링(Fiandaca *et al.*, 2015; Doetsch *et al.*, 2015a), 동토대 조사(Doetsch *et al.*, 2015b), 유

Received: 29 September 2021; Revised: 8 November 2021; Accepted: 17 November 2021

*Corresponding author

E-mail: choik@kangwon.ac.kr

Address: 1 Gangwondaehak-gil, Chuncheon, Gangwon-do, 200-701, Korea

©2021, Korean Society of Earth and Exploration Geophysicists

This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

류 오염대 조사(Vanhala, 1997) 등 다양한 분야에 널리 적용되고 있다. 최근에는 유도 분극과 지하 매질의 수리 특성 사이의 관련성 규명을 위한 연구도 수행된 바 있다(e.g. Titov *et al.*, 2002; Titov *et al.*, 2010).

유도분극은 전도성 지하 매질에 직류 전류를 주입하다가 차단해도 과도 전압이 나타나는 현상을 가리킨다. 초기에 시간영역 유도분극 자료의 해석은 유도분극 감쇠곡선으로부터 계산되는 구간 적분 충전성을 역산하는 방법이 사용되었다(Oldenburg and Li, 1994). 그러나 이 방법은 시간영역 유도분극 탐사 자료에 포함된 부분 정보인 충전성 해석만이 가능하다. 이후 수치 모델링을 통하여 모든 지연 시간에서의 측정값을 사용하여 Cole-Cole 변수(Cole-Cole parameters, CCP) (Cole and Cole, 1941; Pelton *et al.*, 1978) 등과 같은 분광 정보(spectral information)를 추정하는 방법이 개발되었다(Yuval and Oldenburg, 1997; Johnson, 1984; Honig and Tazken, 2007; Tarasov and Titov, 2007; Fiandaca *et al.*, 2013).

지연 시간에 따른 전기비저항 시계열 자료로부터 Cole-Cole 변수의 추정은 전형적인 비선형 문제이다. 유도분극 자료로부터 Cole-Cole 변수의 추정을 위해서는 반복적 최소 제곱 역산법(iterative least-squares method)이 널리 사용되어 왔다(Yuval and Oldenburg, 1997; Kemna, 2000; Xiang *et al.*, 2003). 그러나 최소 제곱 역산법에 의한 Cole-Cole 변수의 추정은 수렴 속도가 느리며, 최종 결과가 초기 모델에 좌우될 뿐 아니라, 지역 극소점(local minimum) 문제에도 자유롭지 못하다. 특히 전기비저항을 제외한 충전성, 완화시간 및 주파수 승수는 일정 범위내의 값을 가지므로 부등식 제한이 요구되며, 각 변수간의 공분산(covariance)이 커 상, 하한 값에 수렴하는 경우도 종종 발생한다.

이 연구에서는 이러한 문제점을 해결하기 위하여 단순한 격자 탐색(grid search)법을 사용하여 초기 모델을 설정하는 역산 방법을 통하여 빠르고 정확하게 Cole-Cole 변수를 추정하고자 하였다.

시간영역 유도분극

유도분극 탐사에서 Cole-Cole 변수를 추정하기 위한 방법론의 설명을 위하여 균질 반무한 공간(homogeneous half-space)을 가정하자. 주파수영역 유도분극 탐사에서 신호원의 주파수가 ω 일 때, 복소 전기비저항 $\rho(i\omega)$ 은 Cole-Cole 완화모델(relaxation model)을 가정하면 다음과 같이 정의된다(Pelton, *et al.*, 1978).

$$\rho(i\omega) = \rho_0 - \rho_s(i\omega), \text{ where } \rho_s(i\omega) = \rho_0 m \left(1 - \frac{1}{1 + (i\omega\tau)^c} \right). \quad (1)$$

식 (1)에서 ρ_0 는 직류 전기비저항, $\rho_s(i\omega)$ 는 2차 전위(secondary potential)에서 얻어지는 2차 복소 전기비저항(secondary complex resistivity), τ 는 완화 시간(relaxation time), c 주파수 승수(frequency exponent), i 는 단위 순허수이다. Cole-Cole 변수 τ 와 c 는 충전성 m 과 함께 중요한 물성으로 광중, 입도 및 그 분포 양상 등에 관한 유용한 정보를 제공한다. 따라서 유도분극 탐사에서 얻어진 자료로부터 이들 Cole-Cole 변수를 정확히 추정하는 것은 해석 결과의 신뢰도 향상을 위해 필수적이다.

주파수영역 유도분극 탐사의 경우에는 주파수를 변화시키면서 $\rho(i\omega)$ 를 측정하며, 이를 역산하여 Cole-Cole 변수를 추정할 수 있다. 반면 시간영역 유도분극의 경우에는 Fig. 1에 주어진 것처럼 전류를 주입하다가 갑자기 차단한 다음, 지연 시간에 따른 과도 전위(off-time potential, V_{off}), 즉 2차 전위의 시계열로 주어지는 감쇠곡선(decay curve)을 측정한다. 만약 균질 반무한 공간을 가정하면 이들 전위 시계열에 전극배열에 따른 거리 계수(geometric factor)를 곱하면 복소 전기비저항 $\rho_s(i\omega)$ 를 얻을 수 있다. 이 연구에서 전위를 전기비저항으로 변환한 이유는 우선 식 (1)과 부합하고, 차후의 2차원 역산 즉 전기비저항 시계열 모델을 구축하고 Cole-Cole 변수를 추정하는 2단계 역산법에서 직접 사용 가능하기 때문이다. Fig. 1에

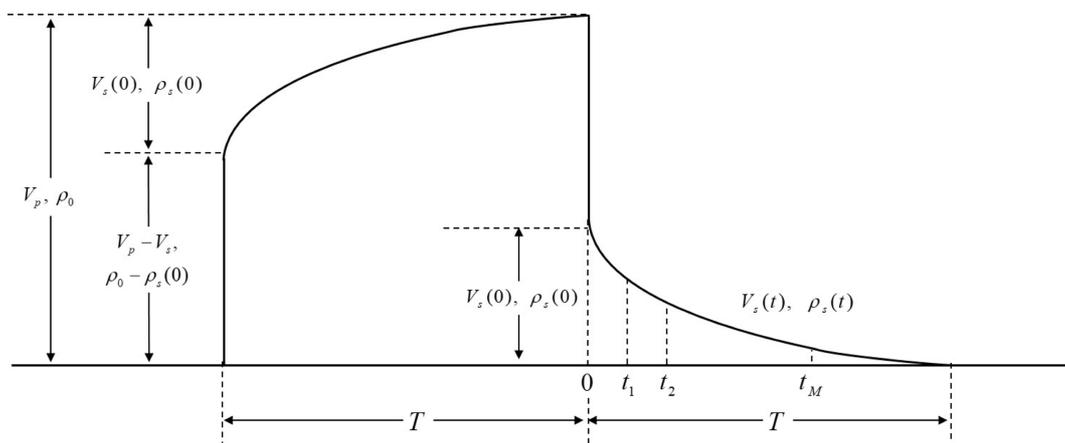


Fig. 1. The secondary potential and resistivity decay curve in time-domain induced polarization measurement.

서 1차 전위 V_p 는 충분히 긴 시간(T)에 걸친 전류 주입을 통하여 지하 매질이 완전히 충전된 상태에서 측정되는 전위값을 의미하며, 이 값에 전극 배열에 따른 거리 계수를 곱하면 직류 전기비저항 ρ_0 를 얻을 수 있다. 즉 ρ_0 는 $w=0$ 일 경우의 전기비저항을 의미한다.

이론적으로 Cole-Cole 모델에 의한 $\rho_s(t)$ 는 복소 전기비저항 $\rho_s(i\omega)$ 를 푸리에 역변환하여 구할 수 있다. 즉 식 (1)을 이용하여 광대역 주파수에 대한 $\rho_s(i\omega)$ 를 계산하고 이를 푸리에 역변환하면 시간영역에서의 전기비저항 $\rho_s(t)$ 를 계산할 수 있다. 이때 시간영역 유도분극 반응은 음의 계단 반응(negative step response)이므로 시간영역 전기비저항

$$\rho_s(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\text{Im} \rho_s(i\omega)}{\omega} \cos \omega t d\omega \quad (2)$$

로 주어진다. 식 (2)의 푸리에 역변환은 급수 전개법(Pelton *et al.*, 1978), 필터링 법(Guptasarma, 1982)을 통하여 계산될 수 있으나, 이들은 정밀 계산이 가능한 시간 대역이 제한된다. 이 연구에서는 주파수 10^{-3} 에서 10^3 Hz까지 10의 배수(decade) 당 5개씩 31개의 주파수영역 복소 전기비저항을 계산하고, RLAGF0 프로그램(Anderson, 1975)을 사용하여 푸리에 역변환을 수행하였다.

2차 전기비저항의 특성

이제 시간영역 유도분극에서 얻어지는 $\rho_s(t)$ 의 특성에 대하여 알아보자. $\rho_s(t)$ 는 전류를 차단한 상태에서 측정되는 2차 전위에 거리 계수를 곱하여 얻어지는 값이므로 2차 전위와 동일한 변화 양상을 보인다. 따라서 이 값은 매우 작으며 지연 시간에 따라 급격히 감소하여 0에 수렴하는 특성을 보인다. 한편, 시간영역 유도분극 탐사에서 측정 기술의 한계로 인하여

전류를 차단한 직후 전기비저항 $\rho_s(0)$ 의 측정은 불가능하다. 그러나 이론적으로

$$\rho_s(0) = \lim_{t \rightarrow 0} \rho_s(t) = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \rho_s(i\omega) = \rho_0 m \quad (3)$$

로 정의된다. 즉 전류 차단 직후의 2차 전기비저항 $\rho_s(0)$ 은 직류 전기비저항 ρ_0 와 충전성 m 에 비례한다. 또한 식 (1)에 주어진 바와 같이 $\rho_s(t)$ 는 지연 시간에 관계없이 m 에 비례한다. 시간영역 유도분극 탐사에서 ρ_0 는 충분히 긴 시간 동안 전류를 주입하면 측정이 가능하다. 따라서 시간영역 유도분극 탐사 자료의 해석은 측정 자료인 2차 전기비저항 시계열 $\rho_s(t)$ 로부터 Cole-Cole 변수, 즉 m , τ 및 c 를 정확히 추정하는 문제로 귀착된다.

시간영역 유도분극 탐사에서 식 (1)에 주어진 바와 같이 $\rho_s(t)$ 는 m 에 정비례하며, τ 와 c 의 함수로 주어진다. 충전성 m 은 0과 1.0 사이의 값을 가지며, 광종에 따라 달라진다. τ 는 지하를 구성하는 광물 입자의 크기(particle size)가 커지면 증가하며, $10^{-3} \sim 10^3$ 사이의 값을 나타낸다(Pelton *et al.*, 1978; Vanhala and Peltoniemi, 1992; Seigel *et al.*, 1997). 반면 c 는 입도 분포(particle size distribution)의 균질성(uniformity)에 의해 결정된다(Wong, 1979). 이론적으로 c 는 0 ~ 1 사이의 값을 가지며, 대개의 지하 매질에서 0.2 ~ 0.6 사이의 값을 나타낸다. 따라서 τ 와 c 는 m 과 함께 광종, 입도 및 그 분포 파악을 위한 중요한 정보를 제공해 준다.

Fig. 2는 $\rho_0 = m = 1.0$ 으로 고정하고 τ 와 c 의 변화에 따른 2차 전기비저항의 감쇠곡선을 나타낸 것이다. Fig. 2a는 $\tau = 0.01$ 일 경우 c 값에 따른 $\rho_s(t)$ 의 감쇠곡선이다. 식 (1)에 나타난 바와 같이 c 가 큰 값을 보일 경우에는 $\rho_s(t)$ 는 급격하게 감소하며, 작은 경우에는 완만한 감쇠 양상을 보이고 있다. 특이한 점은 초기 지연 시간에서는 c 가 클수록 $\rho_s(t)$ 도 큰 값을 보이다가, 후기 지연 시간에서는 크기가 역전되는 현상이 나타나

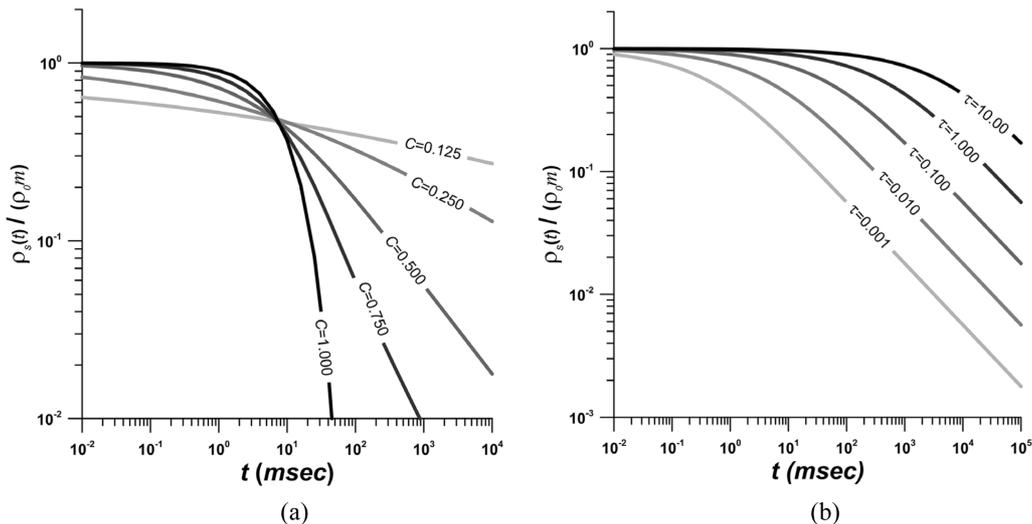


Fig. 2. Decay curves of the normalized secondary resistivity for various τ and c . (a) $\tau = 0.01$ and (b) $c = 0.5$

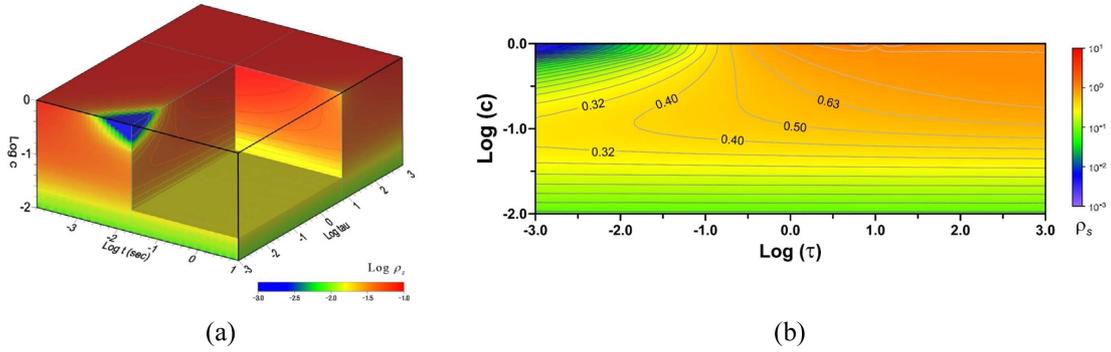


Fig. 3. (a) Distribution of normalized secondary resistivity in t, τ, c and (b) in τ, c domains at $t = 130$ ms.

고 있다. 특히 $c > 0.25$ 일 경우에는 $t = 10^{-0.25} \tau$ 근처에서 c 값에 관계없이 $\rho_s(t)$ 가 거의 일정한 값을 보인다. 비록 그림에 나타내지는 않았으나 이러한 현상은 $c < 0.1$ 이하가 되면 사라지며, $\rho_s(t)$ 는 점차 증가하다가 다시 감소하는 복잡한 양상을 보인다. Fig. 2b는 $c = 0.5$ 일 때 τ 값에 따른 $\rho_s(t)$ 의 감쇠곡선이다. 초기 지연 시간에서는 거의 변화를 보이지 않다가, 일정 시간이 경과한 후에 거의 일정한 속도로 감쇠하는 양상을 보이고 있다.

Fig. 3a는 t, τ, c 값에 따른 $\rho_s(t, \tau, c)$ 의 변화 양상을 나타낸 것이다. 우선 지연 시간이 증가함에 따라 $\rho_s(t, \tau, c)$ 는 그 감쇠 속도는 다르지만 항상 감쇠하는 특성이 나타나고 있다. 식 (1)에서 $\omega \rightarrow 0$ 일 경우, $\rho_s \rightarrow 0$ 에 수렴하며, $\omega \rightarrow \infty$ 일 경우, $\rho_s \rightarrow m\rho_0$ 에 수렴하는 것을 알 수 있다. 따라서 시간영역에서의 $\rho_s(t)/m\rho_0$ 도 0과 1 사이의 값을 보이게 된다. 또한 $c \rightarrow 0$ 일 경우에는 $\rho_s(t)/m\rho_0/2$ 에 수렴하게 된다. Fig. 3a에서 τ 가 작은 경우에는 $\rho_s(t)$ 는 $c = 1$ 에서 매우 작은 값을 보이며, c 가 감소함에 따라 점차 증가하다가 다시 감소하는 복잡한 변화 양상을 보인다. 반면 τ 가 큰 경우에는 c 가 감소하면 $\rho_s(t)$ 도 감소한다. 비록 그림에 나타내지는 않았지만 c 가 더 감소하여 10^{-3} 보다 작아지면 $\rho_s(t)$ 는 t 와 τ 값에 관계없이 다시 증가하여 $m\rho_0/2$ 에 수렴한다. 그러나 실제 지하 매질에서 c 는 0.2~0.6 사이의 값을 보이므로 이러한 재 증가 현상을 기대하기는 어렵다. 또한 초기 시간대에서는 c 와 τ 에 무관하게 $\rho_s(t)$ 가 거의 일정한 값을 나타낸다. 이러한 $\rho_s(t)$ 의 복잡한 거동 특성은 Fig. 3b에 나타난 $t = 130$ ms에서의 2차원 단면에서 보다 명확하게 확인할 수 있다.

이상에서 기술한 바와 같이 시간영역 유도분극 탐사에서 측정 자료인 $\rho_s(t)$ 는 t, τ, c 에 따라 매우 복잡한 양상으로 변화한다. 특히 특정 영역에서는 $\rho_s(t)$ 가 t, τ, c 에 무관하게 거의 일정한 값을 보이기도 한다. 이러한 $\rho_s(t)$ 의 거동 특성은 역산의 안정성을 저하시키고, 지역 극소값에 수렴하는 등의 다양한 문제점을 유발하므로, 시간영역 유도분극 탐사 자료로부터 Cole-Cole 변수 추정을 어렵게 하는 요인인 것으로 판단된다.

비선형 역산

2차 전기비저항 시계열 $\rho_s(t)$ 로부터 Cole-Cole 변수를 추정하기 위해서는 대개 반복적 최소 제곱 역산법이 적용된다. 이 역산에서 자료벡터는

$$\mathbf{d} = (\rho_{s1}, \rho_{s2}, \dots, \rho_{sM}) \quad (4)$$

로 주어지며, 이때 M 은 시간영역 유도분극 탐사에서 적용된 측정 채널수를 나타낸다. 모델 변수는 Cole-Cole 변수로 이루어진다.

$$\mathbf{p} = (m, \tau, c). \quad (5)$$

시계열 $\rho_s(t)$ 자료의 역산은 측정 자료와 추정 모델에 대하여 계산된 이론 자료 사이의 오차의 L2 norm으로 주어지는 다음의 목적 함수 S 를 최소화하는 모델 변수를 반복적 방법으로 추정하게 된다.

$$S = \|\mathbf{W}_d(\mathbf{e} - \mathbf{J}\Delta\mathbf{p})\|^2 + \|\lambda\Delta\mathbf{p}\|^2. \quad (6)$$

식 (6)에서 \mathbf{e} 는 측정 자료와 이론 자료 사이의 오차 벡터, $\Delta\mathbf{p}$ 는 모델 증분 벡터, \mathbf{J} 는 감도 행렬, \mathbf{W}_d 는 자료 가중 행렬, λ 는 라그랑지 곱수이다. 식 (6)에 주어진 목적 함수를 증분 벡터로 편미분하여 0으로 놓고, 해를 구하면 $\Delta\mathbf{p}$ 는

$$\Delta\mathbf{p} = (\mathbf{J}^T \mathbf{W}_d^T \mathbf{W}_d \mathbf{J} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{W}_d^T \mathbf{e} \quad (7)$$

로 계산되며, 여기서 \mathbf{I} 는 단위 행렬이다.

한편 역산에서 가장 중요한 감도 행렬의 계산은 우선 주파수영역 감도를 계산하고 이를 푸리에 역변환하여 시간영역 감도로 변환한다. Cole-Cole 변수에 대한 주파수영역 감도는 식 (1)로부터 각각 다음과 같이 유도된다.

$$J_m(i\omega) = \frac{\partial \rho_s(i\omega)}{\partial m} = \frac{\rho_s(i\omega)}{m}, \quad (8)$$

$$J_\tau(i\omega) = \frac{\partial \rho_s(i\omega)}{\partial \tau} = \frac{c}{\tau} \frac{\rho_s(i\omega)}{1 + (i\omega\tau)^c}, \quad (9)$$

$$J_c(i\omega) = \frac{\partial \rho_s(i\omega)}{\partial c} = \rho_s(i\omega) \frac{\ln(i\omega\tau)}{1+(i\omega\tau)^c}. \quad (10)$$

이상과 같이 계산된 주파수영역 감도는 푸리에 역변환을 통하여 시간영역 감도로 변환된다.

그러나 이상의 반복적 최소 제곱 역산은 비선형 역산 문제에서 일반적으로 나타나는 비유일해 문제에 자유롭지 못하며, 지역 최소값 문제가 상존한다. 더욱이 이 역산은 수렴 속도가 느리다는 문제점이 있으며, 추정된 Cole-Cole 변수들이 모두 일정 범위내의 값을 가져야 한다는 제약이 있다. 이 연구에서는 이러한 문제점의 해결을 위하여 부등식 제한을 가하였으며, 초기 모델을 거의 참 모델에 근접하게 설정하는 방법을 고안하였다.

최소제곱 역산에서 적정 초기 모델의 설정은 매우 중요하다. 특히 여기에 주어진 문제와 같이 각 모델 변수가 독립적이지 못하고 비선형성이 클 경우, 구해지는 해는 초기 모델에 좌우되며, 경우에 따라서는 지역 극소점에 수렴하거나 발산하는 문제점이 나타나기도 한다. 따라서 적정 초기 모델의 설정은 수렴 속도의 향상은 물론 정확한 모델 변수 추정을 위하여 필수적이다.

식 (1)에 주어진 바와 같이 $\rho_s(t)$ 는 ρ_0 와 m 에 비례한다. 따라서 $\rho_s(t)$ 의 감쇠곡선은 τ 와 c 가 같은 경우 모든 지연 시간에서 일정한 비로 감쇠하며, 그 크기만 ρ_0 와 m 에 비례한다. 즉 $\rho_s(t)$ 감쇠곡선의 형태는 같으며, 그 크기만 상하로 수직 이동하게 된다. 따라서 측정 $\rho_s(t)$ 감쇠곡선과 동일한 형상(shape)을 보이며, 그 크기만 다른 (τ, c) 모델을 찾게 되면, 해당 τ 와 c 는 참 값에 근접한다. 만약 τ 와 c 가 참 값과 다를 경우, 이론적으로 계산된 감쇠곡선은 측정 감쇠곡선과 다른 형상을 나타낸다. 또한 τ 와 c 가 참 값일 경우에는 모든 지연 시간에서 이론 자료에 대한 측정 자료의 비는 다음과 같이 일정한 값 $\rho_0 m$ 을 보인다.

$$r_i = \frac{\rho_s^{FLD}(t_i)}{\rho_s^{CAL}(t_i)} = \rho_0 m, \text{ for all } t_i. \quad (11)$$

이 연구에서는 이러한 조건을 만족하는 τ 와 c 를 찾기 위해서 격자 탐색(grid search)법을 적용하였다. 이를 위하여 우선 측정 자료를 ρ_0 로 나눈 2차 전기비저항 시계열, 즉 $\rho_0 = 1.0$ 인 경우의 측정 시계열 $\rho_s^{FLD}(t_i)$ 을 계산한다. 다음 $\rho_0 = m = 1.0$ 으로 고정하고, τ 와 c 를 로그축 상에서 등 간격으로 변화시키면서 이론 시계열 $\rho_s^{CAL}(t_i, \tau_i, c_k)$ 를 계산한다. 만약 특정 τ 와 c 가 참 값이면, 식 (11)에 주어진 이들의 비 r 은 모든 지연 시간에서 일정한 값을 보여야 한다. 따라서 지연 시간에 따른 r 의 분산(variance) σ_r 이 최소가 되는 (τ_j, c_k) 를 참 값에 근접한 (τ, c) 로 볼 수 있다. 최종적으로 충전성은 다음과 같이 $r(\tau_j, c_k)$ 의 평균값을 전기비저항으로 나누어준 값으로 주어진다.

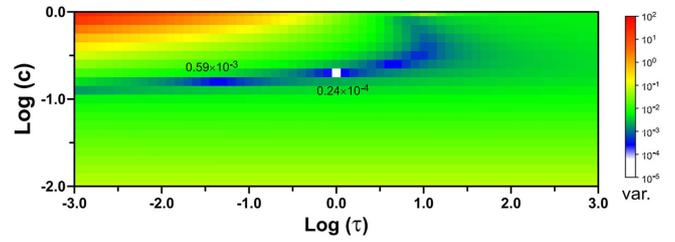


Fig. 4. Distribution of variance σ_r in the $\tau - c$ plane. The point at which the variance exhibits its minimum value approaches the true (τ, c) .

$$m = \frac{1}{\rho_0 M} \sum_{i=1}^M r_i(\tau_j, c_k). \quad (12)$$

제안된 초기 모델 설정법의 효과를 검증하기 위하여 수치 실험을 실시하였다. 우선 $(\rho_0, m, \tau, c) = (1.0, 0.1, 1.0, 0.2)$ 인 모델에 대한 이론 시계열 자료를 계산한 다음, 이를 측정 자료로 가정하고 격자 탐색을 수행하였다. 모델링에서 샘플링 지연 시간은 60 ms ~ 1,590 ms 까지 11개로 설정하였다. Fig. 4는 격자 탐색을 위하여 τ 와 c 를 변화시키면서 계산된 이론 시계열 자료와 측정 시계열 비인 r 의 분산 σ_r 을 $\tau - c$ 평면에 나타낸 것이다. 그림에 나타난 바와 같이 σ_r 은 τ 와 c 값에 따라 달라지며, 일반적인 관계식으로 표현하기 어렵다. 또한 주변에 비하여 작은 편차를 보이는 고립된 극소점이 산발적으로 나타나고 있으며, 이는 최소 제곱 역산에서 추정값이 지역 극소점에 수렴할 가능성을 시사한다.

격자 탐색 실험에서 σ_r 의 최소값(0.24×10^{-4})은 $\tau = 1.0$, $c = 0.1995$ 에서 나타나며, 이는 참 Cole-Cole 변수값인 $\tau = 0.1$, $c = 0.2$ 와 거의 일치한다. c 값이 정확히 일치하지 않는 이유는 격자 탐색을 위하여 τ 와 c 를 로그 스케일 상에서 등 간격으로 변화시키면서 $\rho_s^{CAL}(t, \tau_j, c_k)$ 을 계산하므로 격자점과 참 (τ, c) 점이 일치하지 않기 때문이다. 따라서 샘플링 간격을 더욱 작게 설정하면 보다 정확한 추정이 가능하지만, 이는 탐색 시간이 증가하는 문제점을 유발한다. 이 연구에서는 $\tau = [10^{-3}$

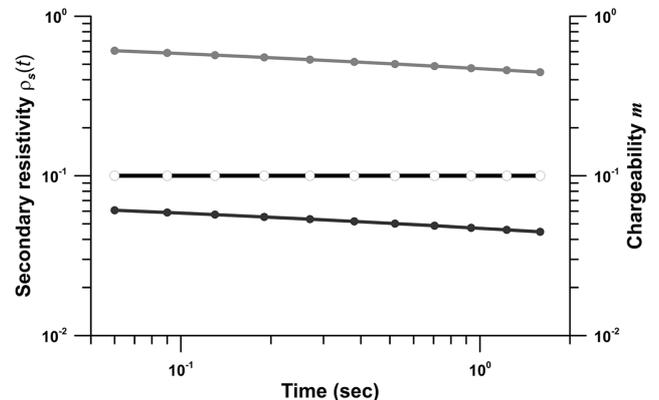


Fig. 5. The measured and calculated secondary resistivity curves and estimated chargeability.

Table 1. Cole-Cole parameters (m, τ, c) from the grid search and least-squares inversion. The (m, τ, c) from the grid search is used as an initial model for least-squares inversion.

	(m, τ, c) by Grid search	Inverted (m, τ, c)	True (m, τ, c)
1	(0.1000, 1.000, 0.1995)	(0.100, 1.000, 0.200)	(0.100, 1.000, 0.200)
2	(0.1999, 10.00, 0.5012)	(0.200, 10.00, 0.500)	(0.200, 10.00, 0.500)
3	(0.4647, 0.3162, 0.3162)	(0.500, 0.200, 0.300)	(0.500, 0.200, 0.300)
4	(0.6982, 31.623, 0.7943)	(0.700, 50.00, 0.700)	(0.700, 50.00, 0.700)

$\sim 10^3$], $c = [10^{-2} \sim 1.0]$ 의 구간 내의 값을 갖는다고 가정하고, τ_j 와 c_k 를 10의 배수 당 10개의 점에서 $\rho_s^{CAL}(t, \tau_j, c_k)$ 을 계산하고, 이를 측정 자료와 비교하였다.

Fig. 5는 측정 자료를 ρ_0 로 나누어준 $\rho_s^{FLD}(t)$, 격자 탐색에서 구해진 $m = 1.0, \tau = 1.0, c_k = 0.1995$ 일 경우의 $\rho_s^{CAL}(t, \tau_j, c_k)$ 및 그 비로 주어지는 충전성을 나타낸 그래프다. 우선 $\rho_s^{CAL}(t, \tau_j, c_k)$ 는 $\rho_s^{FLD}(t)$ 를 아래로 수직 이동한 형태를 보이고 있으며, 이들의 비는 모든 지연 시간에서 거의 일정한 값, 즉 참 충전성인 $m = 0.1$ (100 mV/V)과 일치하고 있다. 한편 현장 자료의 경우에는 잡음 등에 의하여 추정된 충전성이 차이를 보일 수 있으나, 그 크기가 작아 무시할 수 있다. 필요에 따라서는 각 지연 시간에서 구해진 충전성의 평균값을 충전성으로 사용하면 된다.

격자 탐색법으로 추정된 Cole-Cole 모델 변수는 거의 참 모델 변수에 근접한 결과를 추정한다. 여기서 사용된 격자 탐색법은 발산하지 않으며, 주어진 범위내의 모델 변수를 효과적으로 추정할 수 있다. 그러나 격자 탐색을 통하여 추정된 초기 모델의 정확성은 샘플링 간격에 의해 결정된다. 샘플링 간격이 작을수록 정확한 모델 추정이 가능하지만, 이는 계산 시간이 증가한다는 문제점이 있다. 또한 현실적으로 샘플링 간격을 아무리 작게 해도 정확한 참 모델의 추정에는 한계가 있다. 이 연구에서는 격자 탐색을 통하여 구해진 초기 모델을 사용하는 최소 제곱 역산을 통하여 정확한 모델을 추정할 수 있었다. 앞서 설명한 자료에 대한 최소 제곱 역산을 수행한 결과 반복 계산 회수 3회 이내에서 정확한 Cole-Cole 변수, 즉 (m, τ, c) = (0.1, 1.0, 0.2)를 추정하는 것을 확인하였다. 또한 Table 1에 나타낸 바와 같이 Cole-Cole 변수를 다양하게 변화시키면서 수행한 모든 역산 실험에서 발산 위험 없이 안정적으로 참 모델에 수렴하는 것을 확인하였다.

결론 및 토의

근래에 유도분극 탐사는 광대역 주파수영역으로 확대 발전하면서 기존의 주파수 효과나 충전성을 해석하는 단계에서 보다 다양한 지하 정보의 추정이 가능한 단계로 발달하고 있다. 따라서 광대역 주파수영역 유도분극 탐사는 광중 구분, 입도 및 그 분포 양상, 수리적 특성 등의 연구에 확대 적용되고 있다. 그러나 시간영역 유도분극 탐사의 경우에는 측정 기기의

발달로 후기 지연 시간까지도 측정이 가능해졌음에도 불구하고, 그 해석은 단순히 구간 충전성을 추정하는 방법이 주로 사용되고 있다. 이 연구에서는 시간영역 유도분극 탐사에서 측정되는 2차 전기비저항 시계열 자료로부터 Cole-Cole 변수를 추정하는 효과적인 방법을 제시코자 하였다.

시간영역 유도분극 탐사에서 측정되는 $\rho_s(t)$ 는 그 크기가 작을 뿐 아니라, 측정 시간 대역에 제한이 있어 주파수영역으로의 변환이 쉽지 않다. 따라서 획득된 자료를 주파수영역으로 변환하여 Cole-Cole 변수를 추정하는 방법으로 해석하기 어렵다. 이 연구에서는 $\rho_s(t)$ 를 역산하여 Cole-Cole 변수를 추정하는 방법을 개발하였다. 격자 탐색법을 적용하여 초기 모델을 설정하는 방법을 통하여 역산의 안정성을 확보하고, 계산 시간을 절감할 수 있었다. 또한 부등식 제한을 통하여 의미있는 Cole-Cole 변수를 추정하도록 강제하였다. 다양한 값을 보이는 Cole-Cole 변수에 대한 많은 역산 실험을 통하여 개발된 역산법이 Cole-Cole 변수를 정확하고 안정적으로 추정함을 확인하였다.

한편 이 논문에서 제안된 방법은 균질 반무한 공간에 대하여 직류 전기비저항 ρ_0 및 시간영역 유도분극 반응 $\rho_s(t)$ 를 획득한 경우를 가정하고 있다. 그러나 실제 현장 조사는 2/3차원 불균질 매질에서 이루어진다. 이 연구에서 제안된 방법을 2/3차원 해석에 적용하기 위해서는 각 시계열 자료에 대한 전기비저항 역산을 통하여 각 역산 블록에서의 2차 전기비저항 시계열을 먼저 구해야 하지만, 이 논문에서는 전기비저항 역산에 대한 설명은 지면 관계상 생략한다.

시간영역 유도분극 탐사에서 ρ_0 의 정확한 측정을 위해서는 장시간의 전류 주입이 요구된다. 그러나 실제 현장 탐사의 경우에는 전류 주입 시간이 제한되므로, ρ_0 의 정확한 측정이 이루어지지 못한다. 이러한 문제점에도 불구하고 개발된 역산법의 적용에는 큰 무리가 없을 것으로 판단된다. 이는 $\rho_s(t)$ 의 크기가 $\rho_0 m$ 에 선형적으로 비례하고, τ 와 c 값에 거의 무관하기 때문이다. 또한 충전성 m 은 일정 부분 과/저 평가되지만, 다수의 $\rho_s(t)$ 에 대한 역산을 수행할 경우에는 상대적인 값을 추정하게 되므로 크게 문제되지 않을 것으로 판단된다.

References

Anderson, W. L., 1975, *Improved digital filters for evaluating Fourier and Hankel transform integrals*, USGS-GD-75-012, <https://doi.org/10.3133/70045426>

Cole, K. S., and Cole, R. H., 1941, Dispersion and absorption in dielectrics: 1. Alternating current fields, *J. Chem. Phys.*, **9**, 341-351, <https://doi.org/10.1063/1.1750906>

Doetsch, J., Fiandaca, G., Auken, E., Christiansen, A. V., and Cahill, A. G., 2015a, Field-scale time-domain spectral induced polarization monitoring of geochemical changes induced by injected CO₂ in a shallow aquifer, *Geophysics*, **16**, WA113-

- WA126, doi:10.1190/geo2014-0315.1
- Doetsch, J., Ingeman-Nielsen, T., Christiansen, A. V., Fiandaca, G., Auken, E., and Elberling, B., 2015b, Direct current (DC) resistivity and induced polarization (IP) monitoring of active layer dynamics at high temporal resolution, *Cold Reg. Sci. Technol.*, **119**, 16-28, doi:10.1016/j.coldregions.2015.07.002
- Fiandaca, G., Doetsch, J., Vignoli, G., and Auken, E., 2015, Generalized focusing of time-lapse changes with applications to direct current and time-domain induced polarization inversions, *Geophys. J. Int.*, **203**, 1101-1112, doi:10.1093/gji/ggv350
- Fiandaca, G., Ramm, J., Binley A., Gazoty, A., Christiansen, A. V., and Auken, E., 2013, Resolving spectral information from time domain induced polarization data through 2-D inversion, *Geophys. J. Int.*, **192**, 631-646, https://doi.org/10.1093/gji/ggs060
- Gazoty, A., Fiandaca, G., Pedersen, J., Auken, E., and Christiansen, A. V., 2012a, Mapping of landfills using time-domain spectral induced polarization data: the Eskelund case study, *Near Surf. Geophys.*, **10**, 575-586, https://doi.org/10.3997/1873-0604.2012046
- Gazoty, A., Fiandaca, G., Pedersen, J., Auken, E., Christiansen, A. V., and Pedersen, J. K., 2012b, Application of time domain induced polarization to the mapping of lithotypes in a landfill site, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, **16**, 1793-1804, https://doi.org/10.5194/hess-16-1793-2012, 2012
- Guptasarma, G., 1982, Computation of the time-domain response of a polarizable ground, *Geophysics*, **47(11)**, 1574-1576, https://doi.org/10.1190/1.1441307
- Honig, M., and Tezkan, B., 2007, 1D and 2D Cole-Cole inversion of time-domain induced polarization data, *Geophys. Prospect.*, **55**, 117-133, doi:https://doi.org/10.1111/j.1365-2478.2006.00570.x
- Johansson, S., Fiandaca, G., and Dahlin, T., 2015, Influence of non-aqueous phase liquid configuration on induced polarization parameters: conceptual models applied to a time-domain field case study, *J. Appl. Geophys.*, **123**, 295-309, https://doi.org/10.1016/j.jappgeo.2015.08.010
- Johansson, S., Sparrenbom, C., Fiandaca, G., Lindskog, A., Olsson, P. I., Dahlin, T., and Rosqvist, H., 2017, Investigations of a Cretaceous limestone with spectral induced polarization and scanning electron microscopy, *Geophys. J. Int.*, **208(2)**, 954-972, https://doi.org/10.1093/gji/ggw432
- Johnson, I. M., 1984, Spectral induced polarization parameters as determined through time-domain measurements, *Geophysics*, **49(11)**, 1993-2003, https://doi.org/10.1190/1.1441610
- Kemna, A., Binley, A., Ramirez, A., and Daily, W., 2000, Complex resistivity tomography for environmental applications, *Chem. Eng. J.*, **77**, 11-18, https://doi.org/10.1016/S1385-8947(99)00135-7
- Oldenburg, D. W., and Li, Y., 1994, Inversion of induced polarization data, *Geophysics*, **59**, 1327-1341, https://doi.org/10.1190/1.1443692
- Pelton, W. H., Ward, S. H., Hallof, P. G., Sill, W. R., and Nelson, P. H., 1978, Mineral discrimination and removal of inductive coupling with multifrequency IP, *Geophysics*, **43**, 588-609, https://doi.org/10.1190/1.1440839
- Seigel, H. O., Vanhala, H., and Sheard, S. N., 1997, Some case histories of source discrimination using time-domain spectral IP, *Geophysics*, **62**, 1394-1408, https://doi.org/10.1190/1.1444244
- Tarasov, A., and Titov, K., 2007, Relaxation time distribution from time-domain induced polarization measurements, *Geophys. J. Int.*, **170**, 31-43, https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2007.03376.x
- Tarasov, A., and Gurin, G., 2016, Spectral induced polarization of the ore zone of the gold deposit Sukhoi Log, in *IP2016/4th International Workshop on Induced Polarization*, Aarhus, Denmark.
- Titov, K., Komarov, V., Tarasov, V., and Levitski, A., 2002, Theoretical and experimental study of time-domain induced polarization in water saturated sands, *J. Appl. Geophys.*, **50**, 417-433, doi:10.1016/S0926-9851(02)00168-4
- Titov, K., Tarasov, A., Ilyin, Y., Seleznev, N., and Boyd, A., 2010, Relationships between induced polarization relaxation time and hydraulic properties of sandstone, *Geophys. J. Int.*, **180**, 1095-1106, https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2009.04465.x
- Vanhala, H., 1997, Mapping oil-contaminated sand and till with the spectral induced polarization (SIP) method, *Geophys. Prospect.*, **45**, 303-326, https://doi.org/10.1046/j.1365-2478.1997.00338.x
- Vanhala, H., and Peltoniemi, M., 1992, Spectral IP studies of Finnish ore prospects, *Geophysics*, **57**, 1545-1555, https://doi.org/10.1190/1.1443222
- Van Voorhis, G. D., Nelson, P. H., and Drake, T. L., 1973, Complex resistivity spectra of porphyry copper mineralization, *Geophysics*, **38**, 49-60, https://doi.org/10.1190/1.1440333
- Wong, J., 1979, An electrochemical model of the induced-polarization phenomenon in disseminated sulfide ores, *Geophysics*, **44**, 1245-1265, https://doi.org/10.1190/1.1441005
- Xiang, J., Cheng, D., Schlindwein, F., and Jones, N., 2003, On the adequacy of identified Cole-Cole models, *Comput. Geosci.*, **29**, 647-654, doi:10.1016/S0098-3004(03)00032-3
- Yuval, and Oldenburg, D. W., 1997, Computation of Cole-Cole parameters from IP data, *Geophysics*, **62(2)**, 436-448, https://doi.org/10.1190/1.1444154