

2차원 라이다 센서 데이터 분류를 이용한 적응형 장애물 회피 알고리즘

이나라 · 권순환 · 유혜정⁺

Adaptive Obstacle Avoidance Algorithm using Classification of 2D LiDAR Data

Nara Lee, Soonhwan Kwon, and Hyejeong Ryu⁺

Abstract

This paper presents an adaptive method to avoid obstacles in various environmental settings, using a two-dimensional (2D) LiDAR sensor for mobile robots. While the conventional reaction based smooth nearness diagram (SND) algorithms use a fixed safety distance criterion, the proposed algorithm autonomously changes the safety criterion considering the obstacle density around a robot. The fixed safety criterion for the whole SND obstacle avoidance process can induce inefficient motion controls in terms of the travel distance and action smoothness. We applied a multinomial logistic regression algorithm, softmax regression, to classify 2D LiDAR point clouds into seven obstacle structure classes. The trained model was used to recognize a current obstacle density situation using newly obtained 2D LiDAR data. Through the classification, the robot adaptively modifies the safety distance criterion according to the change in its environment. We experimentally verified that the motion controls generated by the proposed adaptive algorithm were smoother and more efficient compared to those of the conventional SND algorithms.

Keywords: Obstacle avoidance, Reactive navigation, Nearness diagram, Logistic regression, Softmax function, Classification, 2D LiDAR point cloud

1. 서 론

전역 경로 계획 알고리즘은 사전에 작성된 지도를 바탕으로 안전한 경로를 계산하는 것이다. 반면, 지역 경로 계획 혹은 장애물 회피 알고리즘은 실시간으로 획득되는 센서 데이터를 이용하여 지도에 등록되어 있지 않은 장애물을 회피하기 위한 속도 제어 입력을 계산한다[1-3].

리액티브 (reactive) 기반 장애물 회피 알고리즘 중 하나인 nearness diagram(ND) 알고리즘은 로봇이 직면할 수 있는 환경 상황을 여러 개로 나눈 후 각 상황에 적합한 안전한 속도 제어 액션(action)을 계산한다[4-10]. 이 때, 서로 근접한 장애물 간의 불연속성을 나타내는 갭(gap) 정보를 활용한다. nearness diagram+

(ND+) 알고리즘은 ND 알고리즘에 안전성이 낮지만 목표 지점에 도달할 수 있는 상황을 추가하여 상황이 전환될 때 액션의 부드러움을 상대적으로 증가시켰다[11].

Smooth nearness diagram (SND) 알고리즘은 이전 알고리즘들과 달리 상황을 분류하지 않고 한 가지의 액션 계산식만을 사용한다[12]. 또한, 장애물까지의 거리 중 가까운 정보만 이용하는 것이 아니라, 주변의 모든 정보를 사용한다. 따라서, SND 알고리즘은 이전 알고리즘들보다 부드러운 이동 경로를 생성할 수 있다. 이 때, SND 알고리즘의 액션은 사전 정의된 안전거리 내에 존재하는 장애물의 분포에 결정적인 영향을 받는다. 따라서, 장애물 분포 상황에 적합한 안전거리를 설정해주는 것이 중요하다. 로봇이 장애물 회피 중 직면할 수 있는 장애물 분포 상황을 다수의 클래스(class)로 분류하고 이를 학습시킨 후, 현재 센서 데이터에 의한 장애물 분포가 어떤 클래스에 속하는지 인식할 수 있다면 부드러운 액션 계산을 위한 안전거리 설정이 가능하다.

이항 로지스틱 회귀(binomial logistic regression)는 독립 변수의 선형 결합을 이용하지만 종속 변수가 클래스로 분류되는 통계 기법이다[13]. 다항 로지스틱 회귀(multinomial logistic regression)는 이항 로지스틱 회귀 모델을 다중으로 사용하여 두 가지가 아닌 그 이상의 클래스에 속할 확률을 구하는 것이다[14, 15]. 특정 클래스와 그 클래스가 아닌 것을 구분하는 함수를 클

⁺ 강원대학교 메카트로닉스공학과(Mechatronics Engineering, Kangwon National University)

Eng. 6-112, 1, Kangwondaehak-gil, Chuncheon-si, Korea

[~]Corresponding author: hjryu@kangwon.ac.kr

(Received: Sep. 4, 2020, Revised: Sep. 22, 2020, Accepted: Sep. 24, 2020)

This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

래스의 수보다 하나 적은 수만큼 구하여 합하고 이를 통해 해당 클래스에 속할 확률을 구한다. 즉, N개의 클래스를 분류하는 다항 로지스틱 회귀 모델은 N-1개의 이항 로지스틱 회귀 모델을 사용하여 설계된다. 소프트맥스 (softmax) 함수는 여러 로지스틱 회귀 결과를 정규화 (normalization) 시킨다[16]. 다중 로지스틱 회귀에 소프트맥스 함수를 적용하면 각 클래스에 속할 확률의 합이 1이 되며, 소프트맥스 회귀는 다중 분류 문제를 해결하기 위한 확률 모델을 의미한다.

본 논문에서는 실험을 통해 획득된 2차원 라이다 (2D LiDAR) 센서 데이터 분석을 통해 안전거리 변수가 SND의 장애물 회피 성능에 미치는 영향을 고찰하고, 각 장애물 분포 상황에 적합한 안전거리 설정의 필요성을 제기한다. 소프트맥스 회귀 알고리즘을 이용하여 2차원 라이다 센서 데이터를 장애물 분포 상황에 따라 분류하고, 분류된 클래스를 이용하여 SND의 안전거리를 계산하는 방법을 제안한다. 제안된 장애물 분포 상황 적응형 SND 알고리즘이 기존의 ND 기반 알고리즘보다 부드러운 이동 액션을 생성할 수 있음을 실험을 통해서 보여준다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 안전거리 변수가 SND 성능에 미치는 방법을 분석하고, 소프트맥스 회귀 알고리즘을 이용한 2차원 라이다 센서 데이터 분류 방법을 제안한다. 3장에서는 장애물 회피 실험을 통해 기존 알고리즘과 제안된 적응형 SND 알고리즘의 성능을 비교한다. 4장에서는 결론을 기술한다.

2. 연구 방법

2.1 안전거리 변수가 smooth nearness diagram 성능에 미치는 영향

2.1.1 안전거리를 이용한 smooth nearness diagram의 액션-목표 방향 계산 방법

SND 알고리즘에서 센서를 통해 측정된 거리가 안전거리(D_s) 이하인 장애물은 당장 회피해야 할 대상으로 인식된다. 본 논문에서 장애물까지의 거리는 2차원 라이다 센서를 통해 획득된 포인트 클라우드 (point cloud) 정보를 이용하여 계산된다.

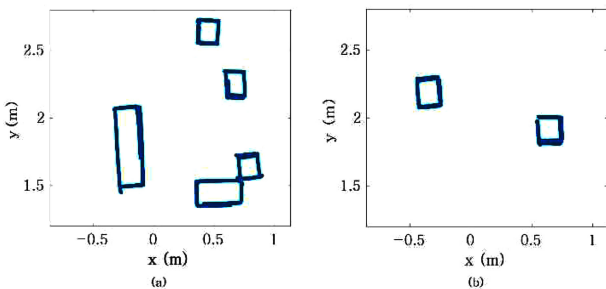


Fig. 1. 2D LiDAR point cloud data; (a) high obstacle density, (b) low obstacle density.

Laser Range Finder : Rplidar A3

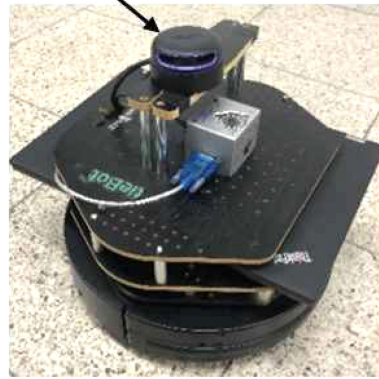


Fig. 2. Experimental setup

로봇의 액션 생성을 위한 목표 각도(θ_{traj})는 다음과 같다.

$$\theta_{traj} = \theta_d + \Delta_{avoid} \quad (1)$$

θ_d 는 주변 장애물로부터 계산된 목표 방향을 의미한다. θ_{avoid} 는 장애물까지의 거리가 D_s 이하인 가까운 장애물을 회피하기 위한 회전 각도이다. D_s 이하로 가까워진 장애물 즉, 라이다 포인트 클라우드가 존재할 때에만 0이 아닌 값이 된다. Δ_{avoid} 는 다음의 식으로 계산된다.

$$\Delta_{avoid} = \sum_{i=1}^N \frac{s_i^2}{s_{total}} \delta_i \quad (2)$$

이 식에서 s_i 는 다음과 같다.

$$s_i = \text{sat}_{[0,1]} \left(\frac{D_s + R - D_i}{D_s} \right) \quad (3)$$

식 (2)에서 N 은 한 번에 획득된 라이다 포인트 클라우드 내부의 전체 포인트 개수이고, s_{total} 은 s_i^2 의 총 합이며, δ_i 는 s_i 와 '목표 방향(식 (1)의 θ_d)과 현재 로봇 방향(heading angle) 사이의 각도 차'의 곱이다. 즉, 로봇이 장애물을 회피하기 위한 회전 각도를 나타낸다. 식 (3)에서 R 은 로봇 반경 D_i 는 로봇 중심에서 장애물 즉, 포인트까지의 거리이다. 또한, $\text{sat}_{[0,1]}$ 함수는 괄호 안의 계산 결과를 0과 1사이로 세채레이션 (saturation)시킨다. 식 (3)에서 장애물이 D_s 거리 이내로 들어온 경우, θ_{traj} 는 현재 위치에서 측정된 여러 장애물의 분포보다 D_s 거리 이내로 들어온 장애물까지의 거리에 더 큰 영향을 받는 것을 확인할 수 있다.

2.1.2 안전거리와 장애물 분포 상황에 따른 smooth nearness diagram의 장애물 회피 성능 실험

SND 알고리즘은 D_s 이내의 장애물이 인식된 경우, 장애물까지의 거리가 D_s 값보다 커질 때까지 해당 장애물과 멀어지려고 하는 특성을 보인다. 따라서, 장애물의 밀도가 높은 환경(Fig.

1(a)에서는 당장의 최 근접 장애물을 회피하기보다 큰 D_s 를 사용하여 주변 장애물들로부터 동시에 멀어질 수 있는 이동 액션을 생성해야 한다. 반면, 장애물의 밀도가 낮은 환경(Fig. 1(b))에서는 작은 D_s 를 사용하여 근접 장애물을 최단 경로로 회피해야 한다. 좁은 통로 환경은 로봇이 주행 중 빈번히 직면할 수 있는 높은 장애물 밀도의 대표적인 예이며 넓은 홀 환경은 장애물 밀도가 낮은 환경에 해당된다. 안전거리와 장애물 밀도 사이의 상관관계 분석을 위한 실험은 좁은 통로와 넓은 홀 환경에서 수행되었다.

실험에 사용된 로봇 베이스는 유진로봇의 Kobuki이다. 로봇의 최대 선 속도는 0.15 m/s이고, 최대 각속도는 0.3 rad/s이다. 로봇의 반지름 R 은 0.175 m이며, 안전거리 D_s 는 R 의 배수로 설정되었다. 최 상단에 SLAMTEC의 2차원 라이다 센서 RPLIDAR-A3가 탑재되어 있어 장애물까지의 거리 정보 계산을 위한 포인트 클라우드 데이터를 획득한다(Fig. 2).

실험 I은 좁은 통로 환경에서 수행되었으며 통로의 폭은 0.9 m, 길이는 2 m이다. Fig. 3에서 가로축은 시간, 세로축은 로봇의 각속도를 나타낸다. 아래의 그래프일수록 D_s 가 증가한다. 각 그래프로부터 로봇의 실제 이동 특성을 확인할 수 있다. 통로의 폭보다 D_s 작을 경우에는 불규칙하고 급격한 움직임을 보였다. 반면, 통로의 폭과 비슷한 $D_s=2R$ 에서 $D_s=15R$ 로 증가할수록 최종 목표 지점에 도달하는 데에 걸리는 시간이 감소하며 차이가 급격하지 않은 부드러운 주행 패턴을 확인할 수 있다. 이를 통해 장애물의 밀도가 높은 환경에서는 D_s 가 커야 부드러운 주행 패턴을 생성할 수 있다는 사실을 확인할 수 있다.

실험 II는 장애물이 적은 넓은 환경에서 진행되었으며 장애물은 이동 경로의 좌측과 우측에 각각 하나씩 위치시켰다. Fig. 4에서는 D_s 가 증가할수록 로봇의 회전 이동 횟수가 증가하고 도

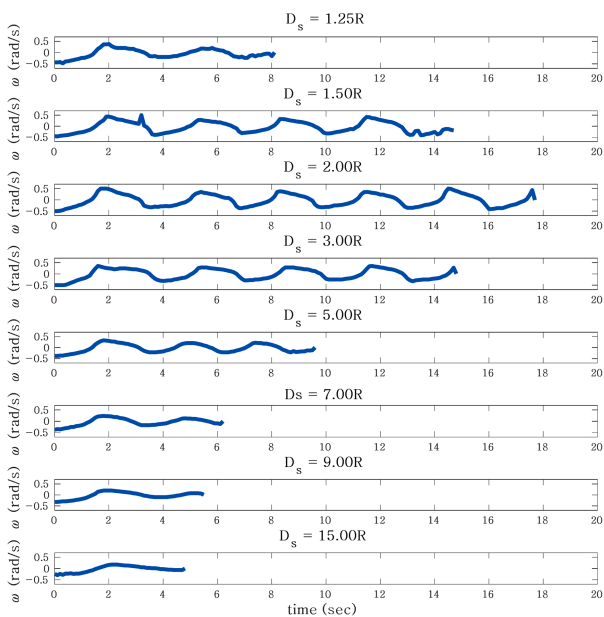


Fig. 3. Results of Experiment I in a narrow aisle

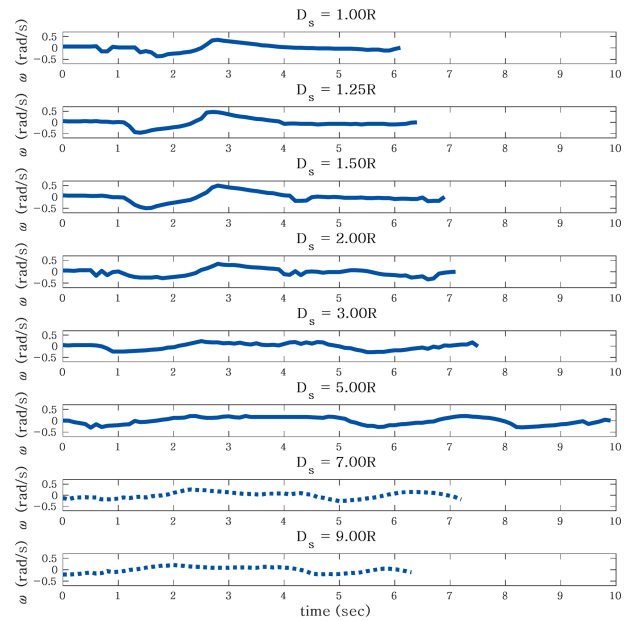


Fig. 4. Results of Experiment II in an environment with low obstacle density

착 시간도 길어지는 것을 확인할 수 있다. $D_s=5R$ 이상에서는 목표 지점에 도달하지 못하고 SND의 문제인 교착 상태에 빠지는 것을 확인할 수 있다[17]. 이 결과를 통해서 만약 실험 I의 통로 환경에 대하여 적용했던 큰 D_s 를 실험 II 환경에도 동일하게 적용한다면 로봇은 성공적으로 목표 지점에 도달하기 어렵다. 즉, 환경의 장애물 분포 상황에 따라 장애물 회피에 적합한 D_s 가 매우 다르다는 것을 확인할 수 있다. 따라서, 본 논문에서는 장애물 회피 시작부터 종료까지 동일한 안전거리가 설정되는 기존 SND 알고리즘의 단점을 극복하기 위하여 라이다 센서로부터 획득된 장애물 분포 상황 정보에 따라 안전거리가 변경되는 상황 적응형 알고리즘을 제안한다.

2.2 소프트웨어 맥스 회귀를 이용한 2차원 라이다 데이터 분류

주행 중 실시간으로 획득되는 2차원 라이다 센서 데이터를 장애물의 분포 상황에 따라 분류하기 위하여 소프트웨어 맥스 회귀 알고리즘을 적용하였다. 장애물의 분포 상황에 대한 클래스는 크게 좁은 통로 환경과 같은 ‘장애물 밀도가 높은 환경’과 넓은 홀과 같은 ‘장애물 밀도가 낮은 환경’으로 나눌 수 있다. 장애물 밀도가 높은 환경은 장애물의 기하학적인 구성을 고려하여 '1. 직선 통로', '2. 왼쪽으로 꺾인 통로', '3. 오른쪽으로 꺾인 통로'로 분류된다. 장애물 밀도가 낮은 환경은 '4. 왼쪽 장애물', '5. 오른쪽 장애물', '6. 정면 장애물', 그리고 '7. 적은 장애물' 클래스로 분류하였다.

2차원 라이다 센서를 이용하여 포인트 클라우드 데이터를 수집한 다음 이를 격자 지도로 변환하여 소프트웨어 맥스 회귀 알고리즘을 위한 학습 데이터를 구축하였다. SND 성능과 안전거리 간

의 상관관계 분석 실험에서 사용했던 것과 동일한 라이다 센서를 사용하였다. 이 때, 획득된 360° 전방향의 포인트 클라우드를 모두 사용하지 않고 최대 0.5 m 거리 이내, 전방 180°범위에 존재하는 포인트 클라우드만을 이용하여 격자 지도를 생성하였다. 한 격자의 크기는 0.02 × 0.02 m 이며 전체 격자 지도의 크기는 100 × 100 픽셀이다. 최초로 작성된 격자 지도 이미지들을 영역 보간법 (bilinear Interpolation)을 이용하여 보간한 후 임계값을 적용하여 28 × 28 크기로 축소된 특징 이미지로 만들었다. 이 특징 이미지가 소프트맥스 회귀 모델의 입력으로 사용된다.

Fig. 5는 각 클래스에 해당되는 초기 격자 지도(좌)와 보간을 통해 크기를 줄인 특징 이미지(우)를 보여준다. 100 × 100 픽셀 크기의 초기 격자 지도 보다 보간을 통해 크기를 줄인 28 × 28 픽셀의 특징 이미지가 장애물 분포의 특징을 더 간결하고 명확하게 나타내는 것을 확인할 수 있다. 따라서, 28 × 28 픽셀의 특징 이미지가 소프트맥스 회귀 모델의 입력 데이터로 더 적합하다.

앞서 정의한 일곱 가지 클래스의 학습을 위하여 각 클래스에 대한 80개 데이터에 장애물이 없는 환경 데이터 80개를 추가하여 총 640개의 데이터를 사용하였다. 학습된 모델의 분류 성능 검증을 위해 학습 데이터와 중복되지 않는 240개의 테스트 데이터를 사용하였다. 분류 성공률의 평균은 약 97.14 %이며 각 클래스에 대한 분류 성공률은 Table 1과 같다.

Table 1을 살펴보면 오른쪽, 왼쪽 꺾인 통로의 분류 성공률이 각각 93.33%와 96.67%이며 정면 장애물의 분류 성공률은 90%로 상대적으로 낮은 수치를 갖는다. 꺾인(#2,3) 통로와 정면 장애물(#7)과의 기하학적 모호성으로 인해 두 클래스 모두 상대적으로 낮은 분류 성공률을 보였고 특히 정면 장애물의 경우 꺾인 통로에 비해 특징이 적어 더 낮은 분류 성공률을 보이는 것을 확인했다.

실제 실시간 장애물 회피를 위해서는 장애물 밀도가 높고 (#1, 2, 3) 낮은(#4, 5, 6, 7) 두 가지 클래스가 사용될 수 있는데, 이 때 두 가지 클래스의 분류 성공률이 적응형 SND 성능에 더욱 결정적인 영향을 미친다. Table 2는 두 가지 클래스에 대한 분류 성공률을 보여준다. 장애물의 밀도가 높은 경우 97.78%의 분류 성공률을, 장애물의 밀도가 낮은 경우 99.33%의 분류 성공률을 보인다. 이는 실제 실시간 장애물 회피 알고리즘을 위해

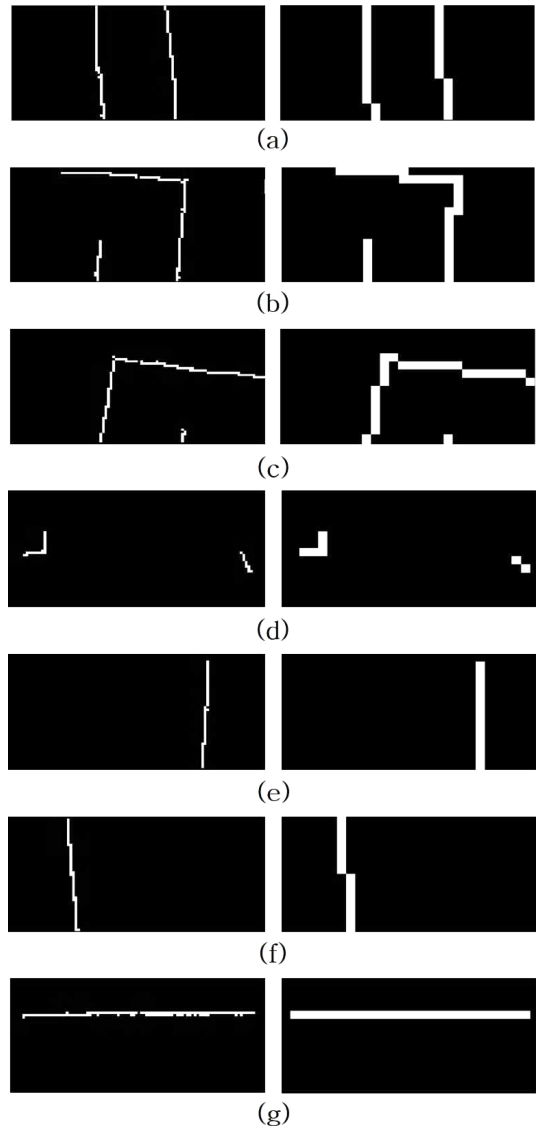


Fig. 5. Initial grid map(100 × 100 pixel) and resized feature grid map (28 × 28 pixel) for softmax regression ; (a) straight aisle, (b) left curved aisle, (c) right curved aisle, (d) less obstacle, (e) right obstacle, (f) left obstacle, (g) front obstacle.

적합한 수치라고 판단할 수 있다.

3. 결과 및 고찰

3.1 실험 환경 구성

기존의 SND 알고리즘과 제안된 장애물 분포 상황 적응형 SND 알고리즘의 성능 비교를 위한 실험을 수행하였다. 기존의 SND 알고리즘에 대해서는 안전거리 D_s 가 큰 경우와 작은 경우, 두 가지 실험을 수행하였다. 즉, 모두 세 가지 실험이 동일한 장애물 구성 환경에서 수행되었다. 실험 환경은 길이 8 m, 폭 3

Table 1. Matching rate

#	Class	Matching rate (%)
1	Straight aisle	100.00
2	Left curved aisle	96.67
3	Right curved aisle	93.33
4	Less obstacle	100.00
5	Right obstacle	100.00
6	Left obstacle	100.00
7	Front obstacle	90.00

m인 복도 환경이며, 환경의 일부는 길이 2 m, 폭 0.9 m인 통로로 구성되었다. 또한, 통로가 끝난 이후 박스형 장애물을 양쪽에 설치하였다. Fig. 6에서 파란색 점들이 장애물에 해당하는 2차원 라이다 센서 데이터의 포인트 클라우드를 나타낸다. 즉, 실험 환경은 두 종류의 장애물 분포 클래스가 연속적으로 결합된 환경이며 효율적인 장애물 회피를 위해 각각 다른 D_s 가 설정되어야 한다. 이 환경에서의 실험 결과를 통해 고정된 D_s 를 설정하여 사용하는 기존의 SND와 장애물 분포 상황을 인식하여 D_s 를 변화시키는 제안된 상황 적응형 SND의 성능을 비교할 수 있다. 이때, D_s 는 두 종류의 장애물 분포 클래스에 따라 미리 설정된 두 개의 값들 중 하나로 변경된다. ‘장애물 밀도가 낮은 클래스’에서는 $2R$, ‘장애물 밀도가 높은 클래스’에서는 $10R$ 로 D_s 를 설정하였다.

로봇의 목표 지점은 시작 지점에서 길이 방향으로 약 4m 앞 정면에 설정되었으며 장애물이 없다면 로봇이 직선 경로를 따라 주행하여 도달할 수 있는 위치이다.

첫 번째 실험은 큰 안전거리 D_s 가 설정된 기존 SND 실험이며 장애물 밀도가 적은 상황에서 발생하는 문제를 확인할 수 있다. 두 번째 실험은 작은 안전거리가 설정된 기존 SND 실험이며 통로 환경 즉, 장애물 밀도가 큰 상황에서 발생하는 문제를 확인할 수 있다. 세 번째 실험은 제안된 장애물 분포 상황 적응형 SND 실험이며 변화된 안전거리가 적용되어 부드러운 주행 패턴을 보여주는 것을 확인할 수 있다.

3.2 소프트맥스 회귀를 이용한 상황 적응형 smooth nearness diagram 알고리즘과 기존 알고리즘의 성능 비교

Fig. 6(a)는 첫 번째 실험 결과 획득된 로봇의 이동 경로를 보여준다(빨간색 점). 통로 환경에서는 근접 장애물보다 여러 장애물 분포에 영향을 받아 여러 장애물인 양쪽 벽으로부터 동시에 멀어질 수 있는 지점을 따라 이동한다. 반면, 장애물이 적은 영역에서 충분히 회피할 수 있는 안전한 상황임에도 불구하고 여러 장애물로부터 동시에 멀어지는 지점을 찾아 멀리 돌아가는 비효율적인 움직임을 보인다.

Fig. 6(b)는 두 번째 실험 결과 획득된 로봇의 이동 경로를 보여주며 통로 영역을 주행할 때 지나치게 좌우로 진동하는 것을 확인할 수 있다. 이는 안전거리 내에 장애물이 존재하지 않을 때까지 근접 장애물을 회피하는 기존 SND의 특성 때문에 발생한다. 즉, D_s 가 작기 때문에 당장 한 쪽의 장애물을 회피한다고 해도 또 다른 방향의 장애물이 D_s 보다 안쪽으로 진입하게 되며 이를 회피하더라도 앞의 과정이 환경을 벗어날 때까지 반복된다.

Fig. 6(c)는 제안된 장애물 분포 상황 적응형 SND 실험 결과이다. 소프트맥스 학습 모델을 이용하여 주행 중 획득된 2차원 라이다 센서 데이터를 장애물 밀도가 큰 환경과 적은 환경으로 분류한다. 인식된 환경 상황에 따라 다른 D_s 가 적용된다. 따라서, 좁은 통로 환경에서는 큰 D_s 와 유사한 이동 경로를 보이며

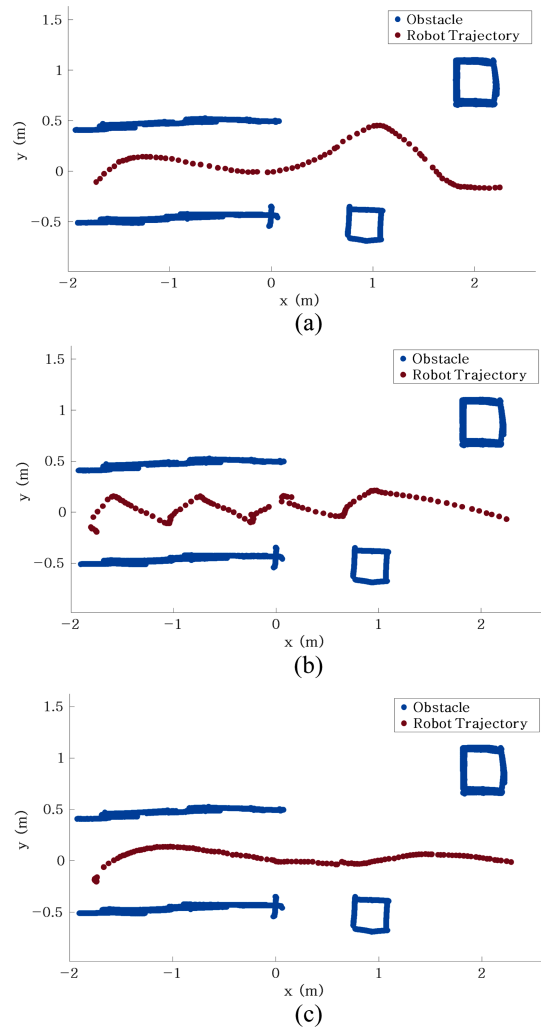


Fig. 6. Experimental results ; (a) SND with large $D_s=10R$, (b) SND with small $D_s=2R$, (c) the proposed adaptive SND using 2D LiDAR data classification

넓은 환경에서는 작은 D_s 와 유사하지만 방향의 변화가 적은 부드러운 이동 경로를 보인다. 따라서, 기존 SND 알고리즘에 비해 상대적으로 단 거리를 주행하여 목표 지점에 도달할 수 있었다. 즉, 제안된 상황 적응형 SND 알고리즘을 이용하여 장애물 회피 성능이 주행 거리와 주행 패턴 측면에서 향상되었다는 것을 확인할 수 있다.

4. 결 론

본 논문에서는 SND알고리즘을 이용한 효율적인 장애물 회피를 위해 장애물의 밀도가 높은 환경과 낮은 환경에서 서로 다른 안전거리 설정이 필요하다는 것을 실험을 통해 확인했다. 소프트맥스 회귀 학습을 이용하여 장애물 분포 상황을 일곱 가지 클래스로 분류하고, 분류된 결과로부터 다른 안전거리를 설정할

수 있는 상황 적응형 SND를 제안하였다. 기존 SND와의 성능 비교 실험을 통해 제안된 알고리즘을 이용한 장애물 회피 경로가 기존 SND 알고리즘에 의한 경로보다 부드러운 주행 패턴을 보이며 동시에 목표 지점까지 더 짧은 거리를 이동하여 도달할 수 있다는 것을 확인했다.

향후 추가 연구를 통해 한 번에 획득된 2차원 라이다 센서 데이터에 존재하는 장애물의 개수 및 그들 사이의 간격을 안전거리 설정에 반영할 수 있는 방법을 개발할 예정이다.

감사의 글

이 연구는 산업통상자원부의 재원으로 로봇산업핵심 기술개발사업(10073166)의 지원을 받아 수행되었습니다.

REFERENCES

- [1] S. H. Lee, H. C. Lee, and B. H. Lee, "Implementation of a sensor fusion system for autonomous guided robot navigation in outdoor environments", *J. Korean Sens. Soc.*, Vol. 19, No. 3, pp. 246-257, 2010.
- [2] M. H. Son, and Y. T. Do, "Vision-Based Mobile Robot Navigation by Robust Path Line Tracking", *J. Sens. Sci. and Technol.*, Vol. 20, No. 3, pp. 178-186, 2011
- [3] O. S. Kwon, "Fish-eye camera calibration and artificial Landmarks detection for the self-charging of a mobile robot", *J. Korean Sens. Soc.*, Vol. 14, No. 4, pp. 278-285, 2005
- [4] J. Minguez, and L. Montano, "Nearness diagram (ND) navigation: Collision avoidance in troublesome scenarios", *IEEE Trans. Rob. Autom.*, Vol. 20, No. 1, pp. 45-59, 2004.
- [5] M. Mujahed, and H. Jaddu, "Smooth and safe Nearness-Diagram (SSND) Navigation for autonomous mobile robots", *Adv. Mater. Res.*, Vol. 403-408, pp. 4718-4726, 2012.
- [6] M. Mujahed, H. Jaddu, D. Fischer, and B. Mertsching, "Tangential closest gap based (TCG) reactive obstacle avoidance navigation for cluttered environments", *IEEE Int. Symp. On Saf. Secur. Rescue Rob., Linköping, Sweden*, pp. 1-6, 2013.
- [7] M. Mujahed, D. Fischer, and B. Mertsching, "Admissible gap navigation: A new collision avoidance approach", *Rob. Auton. Syst.*, Vol. 103, pp. 93-110, 2018
- [8] M. Mujahed, D. Fischer, and B. Mertsching, "Safe gap based (SG) reactive navigation for mobile robots", *Eur. Conf. Mob. Robot.*, pp. 325-330, Barcelona, Spain, 2013.
- [9] M. Mujahed, D. Fischer, and B. Mertsching, "Tangential Gap Flow (TGF) navigation: A new reactive obstacle avoidance approach for highly cluttered environments", *Rob. Auton. Syst.*, Vol. 84, pp. 15-30, 2016.
- [10] F. Bonin-Font, J. A. Tobaruela, A. O. Rodriguez, and G. Oliver, "Vision-based mobile robot motion control combining T² and ND approaches", *Robotica*, Vol. 32, No. 4, pp. 591-609, 2014.
- [11] J. Minguez, J. Osuna, and L. Montano, "A "divide and conquer" strategy based on situations to achieve reactive collision avoidance in troublesome scenarios", *IEEE Int. Conf. on Robot. Autom.*, pp. 3855-3862, New Orleans, LA, 2004.
- [12] J. W. Durham, and F. Bullo, "Smooth Nearness-Diagram Navigation", *Int. Conf. on Intell. Robot. Syst.*, pp. 690-695, Nice, France, 2008.
- [13] D. R. Cox, "The Regression Analysis of Binary Sequences", *J.R. Stati. Soc. Series B Stat. Methodol.*, Vol. 20, No. 2, pp.238-238, 1958.
- [14] J. Engel, "Polytomous logistic regression", *Stat. Neerl.*, Vol. 42, No. 4, pp. 233-252, 1988.
- [15] S. H. Walker and D. B. Duncan, "Estimation of the probability of an event as a function of several independent variables", *Biometrika*, Vol. 54, No. 1-2, pp. 167-179, 1967.
- [16] J. W. Gibbs, *Elementary Principles in Statistical Mechanics.*, Yale University Press, New Haven, Conn., pp. 32-45, 1902.
- [17] M. Mujahed, D. Fischer, B. Mertsching, and H. Jaddu, "Closest Gap based (CG) reactive obstacle avoidance navigation for highly cluttered environments", *Proc. IEEE/RSJ Int. Conf. Intell. Robot. Syst.*, pp. 1805-1812, Taipei, Taiwan, 2010.