

소프트웨어를 활용한 도형 교육 연구 동향 탐색

김리나¹⁾

소프트웨어의 활용은 학생들의 수학적 이해를 발전시키는데 효과적이다. 다양한 소프트웨어들은 학생들이 수학 개념을 이해하는 데 필요한 기술 및 개념 활동을 제공한다. 이러한 주장을 바탕으로 본 연구에서는 소프트웨어를 활용한 도형 교육이 수학 학습에 어떤 측면에 영향을 주는가라는 주제를 중심으로 국내 선행 연구를 분석하였다. 시각화, 조작, 인지 도구, 의사소통의 촉진제, 사고방식이라는 다섯 가지 범주를 기준으로 국내 연구들을 살펴본 결과, 소프트웨어를 활용한 도형 교육 관련 연구의 수, 범주가 제한적이라는 것을 알 수 있었다. 또한 국내 선행 연구들이 학습자의 수학 학습의 변화 측면 분석보다 소프트웨어 활용 자체에 중점을 두고 이루어져 왔음을 확인할 수 있었다. 이러한 시사점은 향후 소프트웨어 활용 도형 교육과 관련한 수학 교육 연구 방향을 설정하는데 근거 자료로 활용될 수 있다.

주제어: 수학 교육, 도형, 기하, 소프트웨어, 테크놀로지

I. 서 론

테크놀로지의 활용은 교육의 중대한 변화를 일으켰다(Hwa, 2018). 디지털 세계는 실생활의 한계를 넘는 유의미한 수학 학습 환경을 구축할 수 있다(Shafie, & Mansor, 2009). 이와 관련하여 Kop 외(2004)는 디지털 시대에 설명식 수업 방식은 더 이상 의미가 없다고 주장한 바 있다.

디지털 세계는 실생활의 한계를 넘는 유의미한 수학 학습 환경을 구축할 수 있다(Shafie, et al., 2009). 뿐만 아니라 수학 학습에서 테크놀로지의 활용은 수학적 문제 상황을 구현하고 이를 해결하기 위한 적절한 도구를 제공하며 수학적 담론을 활성화시킬 수 있는 환경을 제공한다(Kordaki, & Potari, 2002). 특히 기하학에 있어 테크놀로지의 활용은 현실 세계의 한계를 넘어 교수·학습의 효율성을 극대화 할 수 있다(Crompton, Grant, & Shraim, 2018).

기하는 도형의 속성과 속성 사이의 관계, 변환을 포함하는 개념 체계이다(Crompton, et al., 2018). 도형과 도형을 포함하는 공간에 대한 이해는 구체물 없이 공간과 도형의 변화를 예측하는 것과 관련한 공간 추론 사고(思考)의 기반이 되며(Clement, & Battista, 1994), 학생들로 하여금 그들이 살고 있는 물리적 환경을 더 잘 이해하는데 도움을 준다(Battista, 2007). 교사의 언어적 설명을 중심으로 한 강의식 수학 수업에서 학생들은 기하학적 인식, 공간 추론에 대한 이해 보다 도형에 대한 수학적 정의만을 암기하는 경향이 있다(예.

1) 서울목운초등학교, 교사

Ubuz, & Üstün, 2004). 언어 중심의 설명적 수업에서 학생들은 도형 개념에 대한 관계적 이해를 구축하기 어렵다(Skemp, 1976). 도형 학습에서 가장 중요한 것은 학생들의 주도적 참여이다(Piaget, & Inhelder, 1967; Vygotsky, 1978). 테크놀로지는 학생들이 도형 학습에 있어 피동적 학습자가 아닌 학습의 주체가 될 수 있는 방법을 제공할 수 있다(Crompton, et al., 2018).

이러한 주장을 바탕으로 국내에서도 테크놀로지 활용 기하학습 연구가 꾸준히 이루어져 왔다. 그러나 이러한 국내 연구들의 흐름과 특징을 분석하는 연구는 상대적으로 부족하였다. 이에 본 연구에서는 다양한 학생들의 수학 학습에 있어 테크놀로지가 어떠한 변화를 이끌 수 있는지에 대한 관점을 중심으로 기존의 연구들을 살펴보고자 한다. 특히 본 연구에서는 Crompton 외(2018)가 제시한 테크놀로지를 활용 수학 수업에서 학습에 도움이 되는 다섯 가지 측면을 토대로 국내 선행 연구를 분석한다. 테크놀로지 활용 수학 교육은 학습 뿐 아니라 교수자의 수업, 물리적 교구의 한계 극복 등 다양한 측면에서 활용이 가능하다. 그러나 본 연구에서는 테크놀로지를 기하 학습에 활용하는 근본적인 이유인 학습자의 수학 학습 측면에서 국내 선행 연구를 검토하고자 한다. 수학 교수·학습은 사회·문화적 맥락 속에서 이해되어야 하지만, 국제 연구들에서 논의된 관점으로 선행 연구들을 살펴보는 것은 중요하다(Ball, Thames, & Phelps, 2008). 새로운 관점에서 기존 연구를 바라보았을 때, 연구자들이 놓치고 있는 교수·학습의 중요한 측면들이 나타날 수 있기 때문이다(Kim, & Albert, 2015). 본 연구에서는 테크놀로지 활용 기하학습을 주제로 한 국내 연구들이 수학 학습자의 학습 과정의 어떠한 측면을 중심으로 진행되었는지, 연구 과정에서 간과한 학습 측면은 없는지에 대한 검토를 진행한다.

본 연구에서는 어린 학생들일수록 교수방법의 변화가 수학 학습 결과에 더 쉽게 영향을 줄 수 있다는 주장에 근거하여(예. Hill, 2008; Konstantopoulos, 2011), 테크놀로지를 활용한 수학 교육에 영향을 더 크게 받을 것으로 예측되는 초등학교 학생들을 대상으로 한 문헌에 주목하였다. 또한 본 연구에서는 테크놀로지의 다양한 유형 중 학생들의 수학 학습 내용 구성에 직접적 영향을 주는 소프트웨어 활용에 주안점을 두고 선행 연구를 살펴보았다. 전자 칠판, 태블릿 등의 하드웨어는 학생들의 학습 과정 보다 교사가 수업 내용을 전달하는 방법에 더 큰 영향을 주기 때문이다(Crompton, et al., 2018).

II. 테크놀로지와 수학교육

이 장은 크게 두 부분으로 구성된다. 첫 번째 부분에서는 도형학습과 관련한 소프트웨어의 유형을 살펴본다. 도형 영역에서의 소프트웨어 활용과 관련한 선행 연구를 분석하기 전 도형 영역의 소프트웨어의 종류와 기능을 확인하는 것은 본 연구의 내용을 이해하는데 필요하다. 두 번째 부분에서는 본 연구에서 국내 선행 연구를 분석하는 틀을 제공하는 선행 연구들을 살펴본다. 특히 도형 영역에서 소프트웨어의 활용을 통해 기대되는 학생들의 수학 학습 변화 측면에 대한 문헌 분석 연구들의 결과와 그 시사점을 알아본다.

1. 도형 학습과 관련한 소프트웨어의 이해

도형 학습과 관련한 소프트웨어는 크게 역동 기하 환경²⁾(“Dynamic Geometry Environments”, p. 61)과 로고 기반 환경(“Logo-based Environments”, p.61)으로 구분할

수 있다(Crompton, et al., 2018). 전 세계적으로 약 70 가지의 2 차원 및 3 차원 역동 기하 환경이 있으며, 이 프로그램의 대부분은 Geometer의 Sketchpad, Cabri-Geometre, Geometric Supposer 및 Thales를 기반으로 설계되었다(Laborde, et al., 2006).

1980년대에 등장한 2차원의 역동 기하 환경은 학생들에게 점, 선, 곡선과 같은 도형의 기본 요소와 선 그리기와 같은 기본 도구가 포함된 소프트웨어로 학생들은 이를 이용해 여러 가지 도형을 그리고, 이를 변환시킬 수 있다. 3차원 역동 기하 환경은 2000년 중반 Cabri3D 및 Geogebra3D와 같은 소프트웨어를 통해 구현되었으며, 이러한 프로그램들을 이용해 학생들은 여러 가지 관점에서 도형의 움직임을 관찰 할 수 있게 되었다.

로고는 거북 기하 프로그램과 같은 소프트웨어에 사용되는 기본 프로그래밍 언어를 일컫는다. 거북기하 프로그램은 로고 명령을 사용해서 거북이의 움직임을 제어, 다양한 도형을 만드는 프로그램이다. 이러한 프로그램과 같이 학생들이 도형을 탐색하고 작도할 수 있도록 컴퓨터 안에 구현된 환경을 로고 기반 환경이라 한다(Sarama, & Clements, 2002). 이후 로고형 프로그램은 가상현실 학습 형태의 프로그램으로 발전하였다(Yeh, & Nason, 2004). 최근에는 스마트 폰 및 태블릿 컴퓨터와 같은 모바일 기술을 바탕으로 새로운 역동 기하 환경, 로고 기반 환경 프로그램들이 도형 학습을 위해 개발되고 있다. 이러한 프로그램들은 학습자 중심의 수학 수업을 구현하는데 중요한 역할을 할 수 있다(Crompton et al, 2018). 학생들은 실생활에서 모바일 장치와 그 프로그램을 활용하여 도형의 개념을 더욱 명확하게 인지할 수 있다(Traxler, 2011).

도형 학습과 관련한 소프트웨어는 도형을 자유자재로 변형하고 살펴보는 것을 중심으로 하는 것(역동 기하 환경)과 학습자가 자신의 수학적 지식을 토대로 프로그래밍을 할 수 있도록 도와주는 것(로고 기반 환경)으로 구분할 수 있다. 국내 선행 연구들을 살펴보면 거북 기하와 같이 외국의 소프트웨어를 그대로 활용하는 연구(예. 고영해, 안재호, 박남제, 2011)와 자체적으로 소프트웨어를 개발하여 적용한 연구(예. 박종률, 이현수, 2012)로 구분할 수 있다. 국내 선행 연구들에서 사용한 소프트웨어는 역시 도형을 제시하거나 조작하는 것과 프로그래밍의 두 가지로 구분할 수 있다. 국내 선행 연구에서 활용한 도형 영역 관련 소프트웨어의 사례는 IV장의 연구 결과 제시에서 함께 소개된다.

2. 도형 학습과 관련한 소프트웨어 활용 선행 연구

Laborde, Kynigos, Hollebrands와 Strässer(2006)는 2006년도 기준 지난 30년 발표된 테크놀로지 기반의 기하 관련 교수·학습 연구들을 분석하였다. 연구자들은 (a) 테크놀로지로 구현되는 기하학 요소, (b) 테크놀로지와 기하학 학습의 관계, (c) 기하 학습의 설계 방법, (d) 교사의 테크놀로지 기반 기하 수업의 활용 방법으로 선행 연구를 분류하였다. Zbiek, Heid, Blume과 Dick(2007)은 수학 교육에 있어 테크놀로지 활용에 관한 문헌 연구를 진행하였다. 이 연구는 기하학에 중점을 두지는 않았지만, 테크놀로지 기반 수학 활동, 테크놀로지 활용 수업에서 학생들의 행동, 테크놀로지 활용과 관련한 수학 교육의 문제, 수학 교과 과정과 테크놀로지의 관계 전반에 관한 분석을 제공하였다. 이 연구들은 공통적으로 도형을 포함한 기하학습에 있어 테크놀로지의 유용성을 확인하였지만, 정확히 어떤 측면에서 수학 학습에 도움이 되는지는 규명하지 못하였다(Crompton, et al., 2018).

2) Dynamic Geometry Environments의 번역어가 한국어사전에 등재되어 있지 않은 관계로 선행연구인 조정수, 이은숙(2013)이 Dynamic Geometry Environments를 역동 기하 환경으로 번역한 것을 사용하였음. Logo-based Environments는 로고 기반 환경으로 번역하였음.

Crompton 외(2018)는 이러한 문제점을 토대로 수학 학습에 있어서 테크놀로지가 학습자의 수학적 이해를 어떻게 도울 수 있는지를 중심으로 문헌연구를 진행하였다. Zbiek 외(2007)는 수학 교육에서 테크놀로지의 역할은 기술적 차원과 개념적 차원에서 고려되어야 한다고 지적하였다. 기술적 차원은 소프트웨어의 설계와 성능에 관련된 것이라면, 개념적 측면은 학생들이 수학의 개념과 관계, 구조를 이해하고 의사소통하는 것을 지칭한다(Zbiek, et al., 2007). 이 두 가지 측면은 수학 교육에서의 소프트웨어 활용에서 함께 고려되어야 한다(Borwein, 2005). Crompton 외(2018)는 기술적 측면과 개념적 차원을 중심으로 60개의 선행 연구를 분석하여 소프트웨어를 활용할 때 수학 학습에 도움이 되는 다섯 가지 측면-시각화(“visualization”, p.61), 조작(“manipulation”, p.62), 인지 도구(“cognitive tools”, p.63), 의사소통의 촉진제(“discourse promoters”, p.64) 및 사고방식(“ways of thinking”, p.65)을 범주화하였다.

가. 시각화

시각화란 교사가 컴퓨터 프로그램을 통해 학생들에게 도형을 제공하는 방식, 혹은 학생들이 컴퓨터 프로그램을 이용해 자신이 이해한 도형의 개념을 표현하는 행위를 일컫는다(Crompton, et al., 2018). 컴퓨터를 통해 제공되는 도형의 모습은 종이에 인쇄된 도형의 형태의 한계를 넘어 학습자의 기하 학습을 촉진시킬 수 있다(Clements, & Battista, 1994). 이러한 주장은 여러 실증 연구들의 결과로 뒷받침된다. 예를 들어, Fesaki, Sofronious와 Mavroudi(2011)는 취학 전 아동이 도형에 대해 배울 때 컴퓨터로 구현된 도형의 활용이 학습에 도움이 된다는 것을 발견했다. 그림책, 교과서, 교구 등과 같은 일반적 수학 학습 보조 도구들은 사회·문화의 영향을 받아 학생들에게 특정한 도형의 형태를 주입할 가능성이 있다(Clements, 2004). 뿐만 아니라 선행 연구들은 학생들에게 특정한 도형 형태만 제공하는 것은 중요하지 않은 도형의 속성을 중요한 요소로 간주하게 하는 수학적 오개념을 유발시킬 수 있다고 지적하고 있다(Burger, & Shaughnessy, 1996). 컴퓨터 프로그램은 다양한 형태의 시각적 표현을 구현할 수 있고, 또 이를 조작할 수 있는 도구들을 제공할 수 있다(Ben-Zvi, 2000). 학생들은 컴퓨터 프로그램을 이용해 고정화된 도형의 이미지에서 벗어날 수 있다(Zbiek, et al., 2007).

나. 조작

컴퓨터 프로그램 안에서 학생들이 도형의 기하학적 특성을 유지하면서 도형의 다양한 속성을 변환시키는 것을 조작이라고 한다(Crompton, et al., 2018). 컴퓨터 프로그램 안에서의 조작은 종기와 연필로 표현하는 것의 한계를 넘어 학생들의 기하학적 사고를 증진시키는데 도움을 준다(Laborde, et al., 2006).

다. 인지 도구

인지 도구는 사고, 학습 및 문제 해결 중에 학생들의 인지 능력을 증폭시키는 외부 보조 도구로서의 테크놀로지의 역할을 지칭한다(Lajoie, & Azevedo, 2006). 역동 기하 환경, 로고 및 기타 유사한 도형 프로그램 내에서 제공되는 조작 도구는 학생들에게 도형의 속성과 공간 추론을 이해하기 위한 다양한 접근 방법을 제공한다(Laborde, et al., 2006). 또한 학생들이 컴퓨터 프로그램 안에서 도형을 나타낼 때 다양한 조작도구들은 학생들의 지

시에 따라 기하학적 변화를 나타낸다(Zbiek, et al., 2007). 따라서 컴퓨터 프로그램에서 사용되는 다양한 조작도구는 학생들의 수학적 사고의 연장선상에 이해되어야 한다(Hoyles, & Noss, 2003). 학생들이 사용하는 컴퓨터 프로그램 도구들은 학생들의 수학적 사고와 도형을 연결하는 고리의 역할을 수행하기 때문이다(Hoyles, 1995). 따라서 컴퓨터 프로그램의 조작 도구는 학생들이 수학 과제를 해결하는 방식에도 영향을 준다(Hoyles, & Noss, 2003)

라. 의사소통의 촉진제

컴퓨터 프로그램은 수학적 의사소통의 촉매 역할을 수행할 수 있다(Mariotti, 2000). 수학적 의사소통을 향상시키기 위해서는 학생들은 다른 사람들과 교류하고 수학 아이디어와 결과를 공유할 수 있는 기회가 보장되어야 한다(Chaplin, O'Connor, & Canavan-Anderson, 2009). 컴퓨터 프로그램은 교사 대 학생 또는 컴퓨터 대 학생, 학생 대 학생 사이의 의사소통을 강화하는 촉진제가 된다(Van de Walle, & Lovin, 2006). 뿐만 아니라 다양한 컴퓨터 프로그램들은 종이와 연필로 나타내기 어려웠던 도형의 움직임을 구현하게 함으로써, 수학적 의사소통의 질적 향상을 이끌어 낼 수 있다(Yu, et al., 2009).

마. 사고방식

컴퓨터 프로그램은 학생들에게 새로운 수학적 사고방식들을 가능하게 하여, 학생들이 이를 통해 수학자가 될 수 있다(Crompton, et al., 2018). 기하학은 단순히 도형의 정의, 속성을 암기하는 것이라 기하학적 개념들과 그 개념이 도출된 과정을 이해하고 연결하여 하나의 개념 체계를 완성해나가는 것이다(van Hiele, 1984) 학습자 중심 교육 이론의 관점에서 학생들의 사고 과정은 학생들의 경험과 수학적 현상과의 상호 작용에 의해 변경되므로(Piaget, 1967), 학생들은 그 스스로가 이미 수학자이다(Soto-Johnson, Cribari, & Wheeler, 2009). 이 때 컴퓨터 프로그램은 학생들에게 수학에 대해 가르치는 환경 대신 학생들이 수학자로 참여할 수 있는 환경을 제공 할 수 있다(Papert, 1980). 컴퓨터 프로그램이 제공하는 자율적 학습과정을 통해 학생들은 수학 학습의 주체가 되는 것이다(Clements, & Battista, 1994). 특히, Borwein과 Bailey(2003)는 컴퓨터 프로그램을 활용한 학습은 학생들의 통찰력과 직관력, 새로운 패턴과 관계 발견, 증거를 통한 합리적인 결과 탐색과 같은 수학적 사고방식을 향상시키는데 효과적이라는 것을 밝혔다.

Ⅲ. 연구방법

체계적인 문헌 연구는 기존의 연구들을 포괄적으로 이해하기 위한 과학적 기술이다(Oakley, 2012). 문헌 연구는 선행 연구를 집계하거나 통합하는 두 가지 방식으로 진행된다(Sandelowski, Voils, Leeman, & Crandlee, 2011). 집계 방식은 특정한 주제나 주제와 관련한 구성 요소를 중심으로 기존 연구를 분류하여 그 수를 파악하는 데 중점을 두는 반면, 통합 방식은 선행 연구들을 조합하여 새로운 이론을 도출하는 것을 목표로 한다(Sandelowski, et al., 2011). 본 연구에서는 도형 영역의 소프트웨어 활용 수학 교육과 관련한 국내 연구의 동향을 파악하기 위해 집계 방식의 문헌 연구를 진행하였다. 집계 방식의 연구는 기존 연구의 요약으로 오인될 수 있으나 연구의 동향을 파악하는데 유의미한 방법

이다(Sandelowski, et al., 2011).

문헌 수집을 위해 교육 연구 전문 검색 엔진에서 “도형”, “테크놀로지”를 동시에 검색하였다. 본 연구는 소프트웨어 활용과 관련한 선행 연구 분석을 중심으로 진행되나, 기존 연구에서 연구의 주제가 소프트웨어를 포괄하는 테크놀로지로 제시되어 있는 경우가 일반적이었기 때문이다. 검색 엔진으로는 DBPia, 학술교육원을 사용하였다. 검색된 선행 연구 중 소프트웨어 활용에 있어 교사의 역할과 인식을 중심으로 한 수학 교육 연구(예. 장인옥, 2013), 교사의 수업을 위한 테크놀로지 활용 교수 및 학습 모델 제안 연구는 제외하였다(예. 김계남, 2014; 김태년, 김영미, 황대준, 2004; 이용수, 김동혁, 고병오, 최의인, 2013). 본 연구는 소프트웨어 활용에 의한 수학 학습자의 변화에 대한 문헌 분석을 목표로 하기 때문이다. 또한 분석의 중복, 결과가 명확하게 도출되지 않은 자료를 배제하기 위해 리뷰 또는 학술대회 프로시딩 자료 역시 분석에서 제외하였다. 검색 결과 13편의 국내 논문을 본 연구의 분석의 대상으로 선정하였다. Wayne과 Young(2003)은 문헌 분석 시 문헌의 양보다는 문헌 분석의 의의와 그 시사점이 더 중요하기 때문에 20개 이하의 문헌에 대해서도 문헌 연구가 가능하다고 주장하였으며, 선행 연구의 경우 20개 이하의 문헌으로도 유의미한 분석 결과를 제시한 경우가 있다(예. Kim, 2014). 조사된 선행 연구는 IV장에서 제시된다.

본 연구는 국내 연구 동향을 분석하기 위해 Crompton 외(2018)의 분류를 토대로 집계 방식의 문헌 연구를 실시하였다. Crompton 외(2018)는 문헌연구를 통해 테크놀로지를 활용할 때 수학 학습에 도움이 되는 다섯 가지 측면을 제시하였다. 다섯 가지 측면을 중심으로 국내 선행 연구들을 살펴보는 것은 테크놀로지 활용과 관련에서 우리나라 수학 교육 연구에서 강조되고 있는 부분과 상대적으로 연구가 부족한 부분을 분석하고, 향후 테크놀로지 활용 수학 교육 연구의 방향을 설정하는데 도움을 줄 수 있다. 선행 연구의 분석 결과는 다음 장에 제시된다.

IV. 분석 결과

Wayne 외(2003)는 20개 이하의 문헌 분석 연구의 결과를 제시할 때에는 선행 연구들을 종합하여 결론을 도출하는 것보다 각 연구들의 정보를 세부적으로 안내하는 것이 효과적일 수 있다고 주장하였다. 따라서 이 장에서는 Crompton 외(2018)의 소프트웨어를 활용한 도형 학습의 다섯 가지 측면에 따라 분류된 국내 문헌들의 분석 결과를 제시할 때, 각 범주에 속한 선행 연구들의 대표 사례를 요약하여 함께 소개한다. 문헌 연구의 근거 자료를 제시할 때 연구 방법과 결론이 비슷하게 도출된 논문의 경우 대표 논문의 사례를 자세하게 소개하는 것은 문헌 연구 결과에 대한 이해도를 높일 수 있다(Sandelowski, et al., 2011).

1. 시각화

김은미(2001)는 초등학생 239명을 대상으로 구체적 조작물을 활용한 교실 수업과 웹 기반 가상현실 공간 시각화 학습 프로그램을 이용한 수업의 효과성을 비교하였다. 연구자는 쌓기 나무와 관련한 수업을 진행한 결과 실제 구체물을 가지고 수업과 웹 기반 프로그램을 이용한 수업 모두 학생들의 공간 시각화 능력 향상에 통계적으로 유의미한 효과를 나

타내는 것으로 조사되었다. 이에 연구자는 두 효과가 같다는 것은 물리적 한계가 있는 공간에서 웹 기반 프로그램의 활용은 실제 교실 수업의 효과를 거둘 수 있는 대안적 수업 방법이라 설명하였다.

여러 연구자들은 컴퓨터 프로그램을 이용한 시각화는 학생들의 공간 감각 발달시키는데 효과적이라고 주장하였으며(예. Crompton, et al., 2018; Laborde, et al., 2006), 김은미(2001)의 연구는 이와 같은 주장을 뒷받침 하고 있다. 공간 감각은 학생들이 2 차원 및 3 차원 공간에서 물체의 움직임을 상상할 수 있도록 하는 추상적인 느낌으로(Gutierrez, 1992), 도형을 인지하는 시각적 사고와는 구분된다(Giaquinto, 2007). 컴퓨터 프로그램을 통한 도형의 조작을 통해 학생들은 도형의 움직임을 시각적으로 이해할 수 있기 때문에(Clements & Sarama, 2007), 실생활 물체와 수학적 모델의 움직임을 대응시키는 컴퓨터 프로그램을 통해 학생들은 공간 감각을 향상시킬 수 있다(Miyazaki, et al., 2012).

뿐만 아니라 학생들은 종이와 연필을 사용할 때와 달리 자신들이 이해한 도형의 개념을 컴퓨터 프로그램을 통해 어떻게 구현했는지를 설명할 수 있어야 한다(Papert, 1980). 컴퓨터 프로그램에서는 도형의 작도 과정과 표현을 저장할 수 있으며, 이미 설계한 도형도 다양한 방식으로 조작할 수 있다(Ben-Zvi, 2000). 따라서 실제 세계를 반영한 역동 기하 환경이 학습자의 도형 이해에 효과적일 수 있다(Moyazaki, et al, 2012).

2. 조작

고영해 외(2011)는 로고 기반 환경을 중심으로 한 거북 기하 프로그램을 이용해 초등학교 5학년 35명의 학생을 대상으로 컴퓨터 프로그램을 이용한 도형 조작 활동과 그 효과성을 검증하였다. 고영해 외(2011)의 연구에서 거북기하 프로그램을 이용해 프랙털을 만들어 보는 수업은 총 3차시에 걸쳐 이루어졌다. 연구자들은 1차시 수업에서 학생들의 흥미도와 이해도의 변화가 없었던 반면, 2, 3차시에는 거북기하를 하지 않은 학생들보다 통계적으로 유의미하게 흥미도와 이해도가 증가한 점에 주목해야 한다고 주장하였다. 학생들이 프로그램 조작 방법에 친숙해지는 과정은 어렵지만 이 과정을 거친다면 결국 수학 학습의 효과성을 높일 수 있다는 것이다.

도형을 조작하는 것은 도형 개념의 이해 뿐 아니라 공간 감각 향상을 위해 중요하다(Crompton, et al., 2018). 특히 초등학생들의 도형에 대한 초기 개념은 구체물 조작을 통해 이루어진다(Battista, 2007). 따라서 도형 학습에서 구체물을 조작할 수 있는 충분한 기회를 제공해야 한다(Kamina & Iyer, 2009). 이 때 컴퓨터 프로그램은 학생들에게 실제 상황과 유사한 도형의 조작활동을 제공할 수 있을 뿐 아니라(Sarama & Clements, 2009), 실생활 속에서의 물리적 한계를 넘어 교육 목표에 적합한 다양한 도형 조작 활동을 포함할 수 있다. 또한 학생들은 컴퓨터 프로그램을 통해 자신의 행동을 수학적으로 표현하고 자신의 사고 과정을 체계적으로 반성할 수 있다(Sarama, et al., 2009).

고영해 외(2011)의 연구는 소프트웨어를 활용한 도형의 조작 활동이 학생들의 수학 학습에 긍정적 영향을 나타낸다는 것을 보여준다. 이러한 연구 결과는 실제 상황을 재구성하여 개발된 컴퓨터 프로그램은 학생들의 도형 이해를 촉진시킬 수 있다는 기존 연구의 주장과 동일하다(예. Clements & Sarama, 2007). 뿐만 아니라, Duatepe-Paksu(2009)는 실생활을 모델링하여 개발된 컴퓨터 프로그램을 이용한 도형 조작학습은 학생들이 수학 학습을 흥미롭고 친숙하게 느끼도록 하며, 교사의 설명식 수업 보다 더 효과적으로 수학적 개념을 전달할 수 있다고 이야기하였다. 이러한 주장을 바탕으로 조작 활동의 개념과 적용 범

위, 그리고 그 효과성에 대한 다양한 조사가 진행되어야 할 것이다.

3. 인지 도구

김주창(2009)은 초등학교 5, 6학년 영재학급 2개 반(40명)을 대상으로 GSP를 활용한 도형 인지 수업을 진행하였다. 연구 과정에서 학생들은 GSP를 활용하여, 원, 직사각형, 삼각형 등의 도형을 작도하거나 프랙털 이미지를 만들어보는 활동을 하였다. 연구자는 GSP 수업을 받은 학생들의 학업 성취도는 통계적으로 유의미하게 향상된다고 주장하였다.

인지 도구는 여러 가지 측면에서 학생들의 기하학 학습을 향상시키고 확장시킬 수 있는 잠재력을 가지고 있다(Crompton, et al., 2018). 예를 들어, 컴퓨터 프로그램은 종이와 연필을 이용하는 것보다 더 정확하게 도형을 표현하고 더 빠르게 이해하는 것을 가능하게 한다(Pea, 1987). 또한 컴퓨터 프로그램은 새로운 표현을 제공하고 기하학적 개념을 발견하도록 하며, 의미 없는 시간 소모적 활동을 축소시켜(Sherman, 2002), 학습자의 학습 경험을 풍부하게 한다(Kaput, 1992).

Ben-Zvi(2000)는 수학 소프트웨어가 인지 도구로써 학생들의 학습 활동을 재구성하는 여러 가지 방안을 제시하였다. 도형의 형태를 바꾸거나 도형을 표현하거나 변형, 분석 활동을 집중시키고, 위치 파악 및 개념적 의미 활동 등이 그 사례이다(Ben-Zvi, 2000). Pea(1987) 역시 컴퓨터 프로그램이 도형 개념을 재구성하는 중간자 역할을 수행할 수 있다고 지적하였다. 그러나 인지 도구와 관련한 국내 연구는 그 수와 범위가 작아 충분한 논의가 이루어지지 못하고 있는 실정이다. 따라서 보다 많은 후속 연구가 진행되어야 할 것이다.

4. 의사소통의 촉진제

본 연구의 문헌 조사 범위에서 국내 선행 연구 중 의사소통을 중심으로 도형 수업에 소프트웨어를 적용한 사례는 조사되지 않았다. 컴퓨터 프로그램은 학생들이 자신의 아이디어를 효과적으로 공유 할 수 있는 환경을 제공하며(Yu, et al., 2009), 컴퓨터 소프트웨어를 활용한 의사소통은 수학적 아이디어와 관련한 학생들의 수학 학습 능력을 향상시킨다(Van de Walle, & Lovin, 2006).

Clements와 Battista(1994)는 컴퓨터 프로그램이 다양한 연령과 능력을 가진 학생들 사이의 의사소통을 가능하게 하여 학습의 동기를 높이고, 수학적 토론을 가능하게 하는 매개체로서 중요한 의미를 지닌다고 주장하였다. 또한 컴퓨터 프로그램을 활용한 의사소통은 학생들의 행동과 이해에 대한 주의를 환기시키는 데 유용하다(Mariotti, 2000). 그러나 수학적 의사소통과 관련한 소프트웨어의 활용 방안 및 그 효과성에 대한 연구는 너무나 부족하다. 특히 공간적 제약을 넘어 동시간에 다양한 학습자와 의사소통을 가능하게 하는 테크놀로지의 발달을 고려할 때, 교실 수업과 교실 밖 수업을 연결하는 다양한 수학적 의사소통 방안과 그 효과성에 대한 연구가 시행되어야 할 것이다.

5. 사고방식

박종률 외(2012)는 초등수학 영재학생 18명을 대상으로 GSP를 적용한 수업을 실시한 결과, GSP를 활용하는 것이 학생들이 추상적 규칙을 인식하는데 도움을 준다고 주장하였다. 다만, 연구자들은 연구의 대상이 영재학생임을 감안, 일반 학생들에게도 GSP 활용 수학

교육이 효과적인지에 대해서는 추가 연구가 필요하다고 밝혔다.

성은모(2015)는 초등학교 5,6학년 1,248명(48학급)을 대상으로 스마트미디어 활용능력 요인과 국어, 수학, 과학 교과 태도 및 학업 성취도 사이의 상관관계를 통계적으로 분석하였다. 연구자에 따르면 초등학생의 스마트미디어 활용능력 요인은 스마트미디어 조작 및 앱 활용 능력, 스마트미디어 활용의 긍정적 신념, 그리고 스마트미디어 활용 학습능력 등 3가지 요인으로 정의할 수 있으며, 이러한 능력들과 국어, 수학, 과학 교과태도와 학업성취도에 긍정적으로 영향을 미칠 수 있다고 주장하였다.

도형 프로그램을 활용했을 때 학생들은 더 정확하게 도형의 개념을 이해할 수 있다(Clements, et al., 2001). 그러나 도형의 개념이 무엇이며, 이와 관련한 사고(思考)는 무엇인지에 대한 논의는 부족하였다. 특히 본 연구에서는 사고방식과 관련하여 Crompton 외(2018)의 정의를 활용하였으나 국내 학습자의 도형 학습 특성에 맞는 사고방식에 대한 연구가 필요하다.

V. 결론 및 제언

본 연구는 Crompton 외(2018)가 제시한 학습자의 도형 학습과 관련한 다섯 가지 측면인 시각화, 조작, 인지도구, 의사소통의 촉진제, 사고방식을 기준으로 국내 선행 연구들을 분석하였다. 이 다섯 가지 범주는 학생이 기하학적 개념과 개념을 이해하는 과정을 효과적으로 제시하여 테크놀로지를 수학 학습에 어떻게 연결해야 하는지를 보여준다. 테크놀로지의 활용의 목표는 학습자 중심 수학 수업을 구현하는데 있다(Clements, et al., 1994).

그러나 Jones(2011)가 테크놀로지가 학습에 미칠 수 있는 잠재력에도 불구하고 수학에서의 테크놀로지 활용 교육 방법 연구는 예상보다 훨씬 느리게 진행되고 있음을 지적한 것을 감안하더라도, 이 분야의 연구자와 연구물의 수가 너무나 부족하다. 배운주, 박정아, 김성은, 두민영(2019)에 따르면 2011년부터 2018년 사이 테크놀로지 활용 교육과 관련한 선행 연구물은 모두 258편이며, 그 중 초등학생을 대상으로 한 연구는 34편이다. 그 중 수학과 도형 영역의 연구는 본 연구의 조사 범위에서 13편 밖에 되지 않았다. 물론 Crompton 외(2018)가 제시한 다섯 가지 측면은 선행 연구를 살펴보는 여러 가지 준거 중 하나이다. Crompton 외(2018) 역시 다섯 가지 범주는 학교에서 도형 영역의 교수·학습에서의 테크놀로지를 활용하는데 있어 하나의 접근 방식으로 이해해야 한다고 지적하였다. 그러나 테크놀로지 활용이 단순히 컴퓨터 환경을 넘어 핸드폰, 태블릿 등으로 다양화되고 있는 상황을 고려할 때 의사소통 관련 연구는 본 연구의 검색 범위 안에서 도출되지 않은 점, 의사소통 외의 그 밖의 범주에서도 소수의 논문만이 존재하는 점은 국내 테크놀로지 활용 도형 교육 연구가 보다 다각도에서 진행되어야 하는 것을 보여주고 있다.

학생들의 수학적 이해를 돕기 위해서는 적절한 문제 상황과 수학적 의사소통, 그리고 이를 효과적으로 보조할 수 있는 테크놀로지 환경이 필요하다(Kordaki & Potari, 2002). 국내 연구들 역시 시각화, 조작, 인지도구, 사고 방식의 측면에서 테크놀로지 활용의 긍정적 효과를 강조하고 있다. 그러나 도형 학습과 관련한 테크놀로지 활용 선행 연구들의 대부분이 영재 학급 학생들을 대상으로 진행된 것 역시 고려해야 할 부분이다(예. 김주창, 2009; 이현수, 2011). 테크놀로지 활용 교육은 공교육이 포함하는 모든 학생에게 적용되어야 한다. 특히, 시·공간의 제약을 넘을 수 있다는 테크놀로지 자체의 특성을 고려할 때,

영재학급, 일반학급의 학생 뿐 아니라 별도의 교육적 도움이 필요한 장애학생, 다문화학생을 위한 도형 교육의 일환으로 소프트웨어 적용 방안에 대한 논의가 필요할 것이다.

참 고 문 헌

- 고영해, 안재호, 박남제 (2011). LOGO 교육용 프로그래밍 언어를 이용한 프랙탈 기하이론 기반의 초등학교 컴퓨터교육 지도 방안. **한국정보기술학회논문지**, 9(8), 151-163.
- 권오남, 김도연 (2018). 초등학생의 디지털 테크놀로지를 이용한 유리수 조밀성 탐구 사례 분석: 포괄적 유물론에서의 접근, **초등수학교육**, 21(4), 375-395.
- 김경미 (2004). 객체지향형 교육용 프로그래밍 언어 '두리틀(Dolittle)'의 수학교육 활용. 고려대학교 대학원 석사학위논문.
- 김계남 (2014). 초등수학과 게임의 효과적인 접목을 위한 연구, **만화애니메이션 연구**, 37, 393-411.
- 김은미 (2001). 구체적 조작물과 웹 기반 가상현실 프로그램 중심의 학습이 초등학교 남녀 학생의 공간시각화 능력에 미치는 효과. 이화여자대학교 수학교육학과 대학원 석사학위논문..
- 김주창 (2009). GSP 활용이 초등 수학 영재의 기하 학습에 미치는 효과. 춘천교육대학교 대학원 석사학위논문.
- 김태년, 김영미, 황대준 (2004). LTSA 기반 초등수학 안내시스템 설계에 관한 연구, **정보처리학회논문지A**, 11(2), 223-230.
- 박종률, 이현수 (2012). 초등수학 영재학생의 자연수의 연산을 활용한 원형 디자인 -GSP를 활용한 원 디자인을 중심으로-, **초등수학교육**, 15(1), 31-47.
- 배윤주, 박정아, 김성은, 두민영 (2019). 국내 스마트교육에 대한 연구동향 분석: 2011년 -2018년을 중심으로, **교육문화연구**, 25(3), 319-339.
- 성은모 (2015). 초등학생의 스마트미디어 활용능력 요인과 교과태도 및 학업성취도와의 관계, **교육정보미디어연구**, 21(2), 215-243.
- 이용수, 김동혁, 고병오, 최의인 (2013). 웹을 기반으로 한 자기 주도적 MITS -초등 수학 수와 연산 영역 중심-, **정보교육학회논문지**, 8(3), 335-352.
- 이현수.(2011) **테크놀로지를 활용한 수학 영재교육**. 전남대학교 대학원 박사학위논문..
- 이현수, 박종률, 이광호. (2009) 그래핑 계산기와 CBL을 활용한 1차 함수 탐구 - 초등 영재 아를 중심으로 한 사례연구. **한국학교수학회논문집**, 12(3), 347-364.
- 장인욱 (2013). 테크놀로지를 활용한 영재 교수-학습에서 '공동학습자'로서의 교사 역할, **영재와 영재교육**, 12(3), 117-134.
- 조정수, 이은숙 (2013). 역동기하 환경에서 “끌기(dragging)”의 역할에 대한 고찰, **학교수학**, 15(2), 481-501.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Battista, M. T. (2007). The Development of geometric and spatial thinking. In F. K. Lester, Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and*

- learning* (pp. 843-908). Reston, VA: NCTM.
- Battista, M. T. (2009). Highlights of research on learning school geometry. In T. V. Craine & R. Rubenstein (Eds.), *Understanding geometry for a changing world* (pp. 91-108). Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Ben-Zvi, D. (2000). Towards understanding the role of technological tools in statistical learning. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(1 & 2), 127-155.
- Borwein, J. M. (2005). The Experimental mathematician: The Pleasure of discovery and the role of proof. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 10, 75-108.
- Borwein, J. M., & Bailey, D. H. (2003). *Mathematics by experiment: Plausible reasoning in the 21st century*. Natick, MA: AK Peters.
- Bruner, J. S. (1966). *Toward a theory of instruction*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Brunton, G., Stansfield, C., & Thomas, J. (2012). Finding relevant studies. In S. Oliver, D. Gough & J. Thomas (Eds.), *An introduction to systematic reviews* (pp. 107-134). London, UK: SAGE Publications.
- Burger, W. F., & Shaughnessy, M. (1986). Characterizing the van Hiele levels of development in geometry. *Journal for Research in Mathematics Education*, 17(1), 31-48.
- Chaplin, S. H., O' Connor, C., & Canavan-Anderson, N. (2009). *Classroom discussions: Using math talk to help students learn* (2nd ed.). Sausalito, CA: Math Solutions.
- Clements, D. (2004). *Geometric and Spatial Thinking in Early Childhood Education*. In D. H. Clements, J. Sarama, & A. M. DiBiase (Eds.), *Engaging Young Children in Mathematics: Standards for Early Childhood Mathematics Education* (pp. 267-297). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Clements, D. H., Sarama, J., & DiBiase, A. M. (2003). *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education*. Routledge.
- Clements, D. H., & Battista, M. T. (1994). Computer environments for learning geometry. *Journal of Educational Computing Research*, 10(2), 173-197.
- Clements, D. H., Battista, M. T., & Sarama, J. (2001). Logo and geometry. *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph Series*, 10, 1-177.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2007). Early childhood mathematics learning. In F. K. Lester Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 461-555). New York, NY: Information Age publishing.
- Crompton, H., Grant, M. R., & Shraim, K. Y. (2018). Technologies to enhance and extend children's understanding of geometry: A configurative thematic synthesis of the literature. *Journal of Educational Technology & Society*, 21(1), 59-69.

- Daher, W. M. (2011). Building mathematics cellular phone learning communities. *International Journal of Interactive Mobile Technologies*, 5(2), 9-16. Retrieved from <http://online-journals.org/i-jim/article/viewArticle/1475>
- Dick, T. (2007). Keeping the faith: Fidelity in technological tools for mathematics education. In G. W. Blume & M. K. Heid (Eds.), *Research on technology and the teaching and learning of mathematics: Syntheses, cases, and perspectives* (Vol. 2, pp.333-339). Charlotte, NC: Information Age.
- Duatepe-Paksu, A. (2009). Effects of drama-based geometry instruction on student achievement, attitudes, and thinking levels. *The Journal of Educational Research*, 102(4), 272-286.
- Fesakis, G., Sofroniou, C., & Mavroudi, E. (2011). Using the internet for communicative learning activities in kindergarten: The Case of the "Shapes Planet." *Early Childhood Education Journal*, 38, 385-392.
- Fey, J. T., Atchison, W. F., Good, R. A., Heid, M. K., Johnson, J., & Kantowski, M. G. (1984). *Computing and mathematics: The impact on secondary school curricula*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Gainsburg, J. (2008). Real-world connections in secondary mathematics teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(3), 199-219.
- Giaquinto, M. (2007). *Visual thinking in mathematics: An Epistemological study*. Oxford, UK: Oxford University press.
- Gutiérrez, A. (1992). Exploring the links between van Hiele levels and 3-dimensional geometry. *Structural Topology*, 18, 31-48.
- Hill, H. C. (2008). Mathematical knowledge for teaching and the mathematical quality of instruction: An exploratory study. *Cognition and Instruction*, 430-511.
- Hoyles, C. (1995). Exploratory software, exploratory cultures? In C. Hoyles, A. di Sessa, R. Noss, & L. Edwards (Eds.), *Computers and exploratory learning* (pp. 199-219). Berlin, Germany: Springer Verlag.
- Hoyles, C., & Noss, R. (2003). Digital technologies in mathematics education. In M. A. Clements, A. Bishop, J. Kilpatrick, C. Keitel, & F. Leung (Eds.), *Second international handbook of mathematics education* (pp. 323-350). Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Press.
- Hwa, S. P. (2018). Pedagogical Change in Mathematics Learning: Harnessing the Power of Digital Game-Based Learning. *Journal of Educational Technology & Society*, 21(4), 259-276.
- Johnson-Gentile, K., Clements, D. H., & Battista, M. T. (1994). Effects of computer and noncomputer environments on students' conceptualizations of geometric motions. *Journal of Educational Computing Research*, 11(2), 121-140.

- Jones, K. (2011). The Value of learning geometry with ICT: Lessons from innovative educational research. In A. Oldknow & C. Knights (Eds.), *Mathematics education with digital technology* (pp. 39-45). New York, NY: Continuum.
- Kamina, P., & Iyer, N. N. (2009). From concrete to abstract: Teaching for transfer of learning when using manipulatives. In *Proceedings of the Northeastern Educational Research Association* (pp. 1-9). Rocky Hill, CT: NERA.
- Kaput, J. J. (1992). Technology and mathematics education. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 515-556). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Kim, R. (2014). Elementary teachers' knowledge for teaching mathematics: A review. *Mediterranean Journal of Social Sciences*, 5(9), 428.
- Kim, R., & Albert, L. R. (2015). *Mathematics teaching and learning: South Korean elementary teachers' mathematical knowledge for teaching*. Springer, NY:U.S.A.
- Konstantopoulos, S. (2011). Teacher effects in early grades: Evidence from a randomized study. *Teachers College Record*, 113.
- Kop, R.-P., van den Berg, M. & Klein T. (2004). *Survey naar de toepassing van ICT voor onderwijsdoeleinden in het hoger onderwijs* [A survey into the application of ICT for educational purposes in higher education]. ICT-onderwijsmonitor studiejaar 2002/2003. Leiden: Research voor Beleid.
- Kordaki, M., & Potari, D. (2002). The effect of area measurement tools on student strategies: The role of a computer microworld. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7(1), 65-100.
- Laborde, C., Kynigos, C., Hollebrands, K., & Strasser, R. (2006). Teaching and learning geometry with technology. In A. Gutiérrez. & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 275-304). Rotterdam, Netherlands: Sense Publishers.
- Lajoie, S. P., & Azevedo, R. (2006). Teaching and learning in technology-rich environments. In P. Alexander & P. Winne(Eds.), *Handbook of educational psychology* (2nd ed., pp. 803-821). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Mammana, M. F., Micale, B., & Pennisi, M. (2012). Analogy and dynamic geometry system used to introduce three-dimensional geometry. *International Journal of Mathematical Education in Science & Technology*, 43(6), 818-830.
- Mariotti, M. A. (2000). Introduction to proof: The Mediation of a dynamic software environment. *Educational Studies in Mathematics*, 44(1/2), 25-53.
- Martin-Gutiérrez, J., Gil, F. A., Contero, M., & Saorín, J. L. (2013). Dynamic three-dimensional illustrator for teaching descriptive geometry and training visualisation skills. *Computer Applications in Engineering Education*, 21(1), 8-21.

- Meagher, M. (2006). Theoretical approaches to learning with digital technologies. In J. B. Lagrange, C. Hoyles, L. H. Son, & N. Sinclair (Eds.), *Proceedings of the 17th ICMI Study Conference "Technology Revisited"* (pp. 386-393). Hanoi, Vietnam: Hanoi University of Technology.
- Miyazaki, M., Kimiho, C., Katoh, R., Arai, H., Ogihara, F., Oguchi, Y., Morozumi, T., Kon, M., & Komatsu, K. (2012). Potentials for spatial geometry curriculum development with three-dimensional dynamic geometry software in lower secondary mathematics. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 19(2), 73-79.
- Oakley, A. (2012). Foreword. In D. Gough, S. Oliver, & J. Thomas (Eds.), *An Introduction to systematic reviews* (pp. vii-x). London, UK: SAGE Publications.
- Olive, J., & Lobato, J. (2008). The learning of rational number concepts using technology. In M. K. Heid & G. W. Blume(Eds.), *Research on technology and the teaching and learning of mathematics: Synthesis, cases, and perspectives* (Vol. 1, pp. 1-54). Charlotte, NC: Information Age.
- Papert, S. (1980). *Mindstorms: Children, computers, and powerful ideas*. New York, NY: Basic Books.
- Pea, R. D. (1987). Cognitive technologies for mathematics education. In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp. 89-122). Hillendale, NJ: Erlbaum.
- Piaget, J. (1971). *Biology and knowledge*. Edinburgh, UK: Edinburgh University Press. (Original work published 1967)
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1967). *The Child's conception of space*. (F. J. Langdon & J. L. Lunzer, Trans.). New York, NY: W. W. Norton & Company. (Original work published 1948)
- Sandelowski, M., Voils, C. J., Leeman, J., & Crandlee, J. L. (2011). Mapping the mixed methods- Mixed research synthesis terrain. *Journal of Mixed Methods Research*, 4(4), 317-331.
- Sarama, J., & Clements, D. (2002). Design of microworlds in mathematics and science education. *Journal of Educational Computing Research*, 27(1), 1-3.
- Sarama, J., & Clements, D. H. (2009). "Concrete" computer manipulatives in mathematics education. *Child Development Perspectives*, 3, 145-150.
- Shafie, L. A., & Mansor, M. (2009). The Predicaments of Language Learners in Traditional Learning Environments. *English Language Teaching*, 2(2), 69-74.
- Sherman, M. (2002). *An Examination of the role of technological tools in relation to the cognitive demand of mathematics task in secondary classrooms* (Unpublished master's thesis). University of Pittsburgh, PA.

- Sinclair, N., & Robutti, O. (2013). Technology and the role of proof: The Case of dynamic geometry. In *Third international handbook of mathematics education* (pp. 571-596). New York, NY: Springer.
- Skemp, R. R. (1976/2006). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching in the Middle School, 12*(2), 88-95.
- Soto-Johnson, H., Cribari, R. D., & Wheeler, A. (2009). The Impact of written reflections in a geometry course for preservice teachers. *Quaderni Di Ricerca in Didattica (matematica), 4*(19), 65-73.
- Thomas, J., & Harden, A. (2008). Methods for the thematic synthesis of qualitative reserach in systematic reviews. *BMC Medical Research Methodology, 8*(45), 1-10.
- Thomas, J., Harden, A., & Newman, M. (2012). Synthesis: Combining results systematically and appropriately. In S. Oliver. D. Gough (Ed.), *An introduction to systematic reviews* (pp. 179-226). Thousand Oaks, CA: SAGE Publications.
- Traxler, J. (2011). Context in a wider context. *Medienpädagogik, 19*. Retrieved from <http://www.medienpaed.com/article/view/134>
- Ubuz, B., & Üstün, I. (2004). Figural and conceptual aspects in defining and identifying polygons. *Eurasian Journal of Educational Research, 16*, 15-26.
- Van de Walle, J. A., & Lovin, L. H. (2006). *Teaching student-centered mathematics: Grades 3-5* (Vol. 2). Boston, MA: Pearson.
- van Hiele, P. M. (1984). The Child's thought and geometry. In D. Geddes, D. Fuys, & R. Tishler (Eds.), *English translation of selected writings of Dina van Hiele-Geldof and Pierre M. van Hiele* (pp. 243-252). Brooklyn, NY: Brooklyn College. (Original work published 1957)
- Vérillon, P., & Rabardel, P. (1995). Cognition and artifacts: A Contribution to the study of thought in relation to instrumented activity. *European Journal of Psychology in Education, 9*(3), 77-101.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The Development of higher psychological processes* (A. Kozulin, Trans.). Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Yeh, A. J., & Nason, R. A. (2004, November). *Toward a semiotic framework for using technology in mathematics education: The Case of learning 3D geometry*. Paper presented at the International Conference on Computers in Education, Melbourne, Australia.
- Yu, P., Barrett, J., & Presmeg, N. (2009). Prototypes and categorical reasoning: A Perspective to explain about interactive geometry objects. In T. V. Craine & R. Rubenstein (Eds.), *Understanding geometry for a changing world* (Seventy-first Yearbook ed., pp. 109-125). Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.

-
- Wayne, A. Y., & Young, P. (2003). Teacher characteristics and student achievement gains: A review. *Review of Educational Research, 73*(1), 89-122.
- Zbiek, R. M., Heid, M. K., Blume, G. W., & Dick, T. P. (2007). Research on technology in mathematics education: A Perspective of constructs. In F. K. Lester, Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics in teaching and learning* (pp. 1169-1208). Reston, VA: NCTM.

<Abstract>

Geometry Education and Software: A Review

Kim, Rina³⁾

The use of software is effective in developing mathematical understanding that provides mathematical problems and ensures mathematical communication. In particular, various software may provide all of the skills and conceptual activities students need to understand mathematical concepts. Based on these arguments, I analyze domestic prior studies based on the perspective of how the shape education using software affects mathematics learning. Based on the five categories of visualization, manipulation, cognitive tools, discourse promoters, and ways of thinking, domestic studies have shown that the number and categories of research related to shape education using software are limited. In addition, it was confirmed that previous studies in South Korea have been focused on the application of software rather than analysis of the changing aspects of learners' mathematics learning. These implications might be used as a basis for setting the direction of research on mathematics education related to the education of software utilization in the future.

Key words: mathematics education, geometric shape, geometry, software, technology

논문접수: 2020. 01. 16

논문심사: 2020. 02. 06

게재확정: 2020. 02. 07

3) rina98@naver.com