

초등학교 1학년과 2학년 수학교과서가 제공하는 평면도형의 학습기회에 대한 기호학적 분석

조진우¹⁾

본 연구는 초등학교 1학년과 2학년 수학교과서가 제공하는 평면도형에 대한 학습 기회를 기호학적 관점에서 분석한 결과를 보고한다. 2015 개정 수학과 교육과정에서 초등학교 1~2학년에 포함된 평면도형에 대한 학습은 학교에서 다루어지는 기하교육의 기초가 된다는 점에서 특히 중요하다. 수학학습은 의미의 문제와 관련된 의미에 관한 활동은 기호 활동으로 볼 수 있다는 점에서 그리고 기호학적 분석은 의미에 대한 문제를 정교하게 기술하고 기회를 제공할 수 있다는 점에서 기호학의 관점과 도구를 채택하고, 사용한다. 교과서 활동이 요구하는 기호작용에 대한 분석을 통해 교과서 활동이 제공하는 학습기회의 의미를 드러내 기술할 수 있고, 겉으로 유사해 보이는 학습기회가 어떻게 다른지를 파악할 수 있음을 확인하였다. 분석 결과를 바탕으로, 1학년과 2학년 수학교과서에서 제공되는 학습기회 사이의 연계성에 대해서 논의하였다. 마지막으로 본 연구의 결론 및 시사점 그리고 후속연구를 제안하였다.

주제어: 평면도형, 수학교과서, 학습기회, 기호작용

I. 서 론

학교수학의 한 내용영역인 기하에서는 3차원 이하의 공간과 이 공간에서 정의되는 도형 그리고 이들에 관한 구조, 관계, 성질들을 다룬다. 공간과 공간에서의 대상에 대한 경험은 일상에서 시작되고, 경험된 바는 관찰과 조작 그리고 실험을 통해 탐구되며, 탐구된 바는 논리에 의해 조직된다. 이 여정을 통해 학교수학에서 기하의 직관적인 면과 논리적인 면이 모두 강조된다. 기하교육을 통해 학생들은 공간에 대한 직관과 이해를 얻을 수 있고, 이는 수학적·과학적 탐구의 기초가 된다는 점에서 기하교육은 중요하다(우정호, 2017).

초등학교에서 기하교육은 공간 그 자체보다는 도형을 중심으로 논리적이고 형식적이기 보다는 직관적이고 비형식적으로 다루어진다. 초등학교 기하에서 도형은 평면도형과 입체도형으로 구분되고, 저학년과 중학년에서는 평면도형이, 고학년에서는 입체도형이 주로 다루어진다. 다만, 입체도형은 1학년 1학기에 그리고 평면도형은 1학년 2학기에 다루어진다는 점에서 비형식적인 대상으로서는 입체도형이 먼저 도입됨을 확인할 수 있는데, 이는 우리가 일상적으로 접하는 대상들이 우선적으로 3차원 대상이라는 점을 고려하면 자연스럽다. 그러나 1학년을 제외하고, 저학년과 중학년에서 공간도형이 다루어지지 않으므로,

1) 경인교육대학교, 강사

초기 기하교육은 평면도형을 중심으로 이루어진다고 할 수 있다.

학교교육의 지향과 목표 그리고 내용과 방법을 안내하는 자료인 교육과정과 교과서는 교사의 교수학적 결정에 많은 영향을 미친다(Thompson et al., 2012). 특히, 수학교과서는 많은 교실에서 교수·학습 활동을 위해 실제로 사용되는 교재로, 다른 자료들 보다 수학 수업에 직접적인 영향을 미친다(Begle, 1973). 또한, 교육과정과 교과서에 대한 정확한 이해는 교사의 수업 실천과 수업 내에서의 교수학적 결정을 교육과정과 일관되도록 하고, 교육과정과 교과서의 교육적 의도를 충분하게 구현할 수 있게 하는 기초를 제공한다는 점(Schmidt et al., 2001)에서 강조될 필요가 있다.

한편, 동일한 교육과정과 교과서를 사용한다고 해서 동일한 수업이 진행되는 것은 아니다(Thompson & Senk, 2014). 수학 수업은 교사, 학생, 수학 등 다양한 수업 요소들과 이들 간의 상호작용에 의해 이루어지는 것으로(Cohen et al., 2003), 교과서는 수업을 구성하는 일부로서 다른 요소들과의 관계에 따라 다양한 방식으로 교실에서 구현된다(Rezat & Sträßer, 2012). 특히, 문서화된 교육과정으로서 교과서는 교사에 의해 매개되어 학생의 학습기회를 만드는 방식으로 실행된다(Remillard, 2005; Tarr et al., 2006). 비록 교과서 분석이 실제 수학 수업을 예측하고, 설명하는 데는 한계가 있지만, 다루어지는 수학적 내용의 범위, 교과서에 포함된 활동이나 문제, 설명문 등에 대한 분석을 통해 교과서의 특징을 기술하거나 교과서가 제공하는 학습기회를 파악하는 것은 가능하다(Thompson et al., 2012).

초등학교 수학의 기하 영역에서 교육과정과 교과서에 대한 국내 연구는 여러 연구자들에 의해 다양한 방향에서 이루어져 왔다. 예를 들어, 구체적인 교수학습 방법에 대한 고찰과 제안을 다룬 연구(김수미, 정은숙, 2005; 강문봉, 김정하, 2015), 기하학습과 관련된 특정 활동에 주목한 연구(최수임, 김성준, 2012), 교과서 국제 비교 연구(최병훈 외, 2006), 수학교과서의 지도 내용의 비판적 분석에 대한 연구(권석일, 박교식, 2011), 수학교과서의 수학 용어에 대한 학생들의 인식을 조사한 연구(권유미, 안병곤, 2005), 삼각형에 대한 학생들의 개념 이미지를 조사한 연구(김지원, 2016) 등이 수행되어 왔다. 그러나 이 연구들 중 다수는 초등학교 중학년 이후의 기하교육에 초점을 두고 있고, 저학년에서의 평면도형 지도를 초점으로 한 연구는 거의 수행되지 않았다. 예외적으로 권유미와 안병곤(2005) 그리고 김지원(2016)이 1~2학년을 대상으로 한 연구를 수행하였지만, 이들은 교과서가 제공하는 학습기회가 아닌 학생들의 인식에 주목했다는 점에서 본 연구와는 차이가 있다.

본 연구는 초등학교 1~2학년에서의 평면도형에 대한 학습이 이후 기하교육의 기초가 된다는 점과 수학교과서에 대한 정확한 이해의 중요성을 고려하여 초등학교 1~2학년에서 제공하는 평면도형에 대한 학습기회에 주목하였다. 특히 교과서가 제공하는 기회가 학생들이 물체나 모양을 원, 삼각형, 사각형 등의 평면도형으로 조직하는 추상화 과정에 기여하는 바를 구체적으로 확인하고자 교과서 활동에 포함되어 있는 기호작용을 분석하고자 하였다. 기호작용에 주목한 것은 기호를 사용하는 것이 수학 학습의 일부일 뿐 아니라, 수학 학습을 그 자체로 기호화와 해석화의 연속적인 과정으로 볼 수 있다는 것(김선희, 이종희, 2003)을 고려한 것으로, 교과서 활동에서 요구하는 기호작용을 분석하는 것은 이 활동을 통해 학생들이 무엇을 어떻게 배우게 되는지를 기술하고 분석할 기회를 제공할 수 있다. 이에 본 연구에서는 먼저 2015 개정 수학과 교육과정과 교과서 그리고 교사용 지도서를 중심으로 1~2학년에서의 평면도형 지도 관련 내용을 전반적으로 살펴본다. 다음으로, 1학년 2학기 수학교과서와 2학년 1학기 수학교과서에 포함되어 있는 평면도형에 대한 학습기회 중 일상적인 사물에서 평면도형으로의 추상화와 관련된 일부 사례들을 기호학의

관점과 도구로 분석한 결과를 제시한다. 이를 바탕으로 1학년과 2학년 수학교과서에서 제공되는 학습기회 사이의 연계성에 대해 논의하고, 본 연구의 결론과 시사점을 제시한다.

II. 이론적 배경

1. 학습기회와 수학교과서

학습기회(Opportunity to Learn)는 학습과 평가 사이의 일관성을 기술하고, 측정하기 위해 도입된 용어로(McDonnell, 1995), 초기에는 학생들이 평가에 포함된 문제를 해결하기 위해 필요한 내용과 방법을 학습할 기회를 제공받았는지를 뜻했다. 이후 학생들에게 적절한 학습기회를 제공해야 한다는 것이 강조되어 평가와의 일관성을 측정하는 맥락 이외에서도 학습기회라는 용어가 사용되기 시작했고, 현재는 교육과정, 수업의 질, 수업에서 사용되는 자료 등을 포함하는 개념으로 확장되었다(Banicky, 2000). 학습기회는 개념적으로 교수와 학습 사이에 위치하여, 교수와 학습 사이의 관계를 학습기회에 매개된 구도로 볼 기회를 제공하고, 교육과정과 수업 자료 등의 잠재성을 다룰 수 있게 한다.

수학교과서는 교육과정의 일부이자 수업에서 사용되는 주된 자료로서 교사의 수업과 학생의 학습에 큰 영향을 미친다(Schmidt et al., 1997; Stein et al., 2007; Thompson & Huntley, 2014). 교육과정과 교과서는 무엇을 어떤 순서로 어떻게 가르칠지를 안내하여 수업의 기본 “골격(Skeleton)”을 제공하고(Schmidt et al., 1997), 수학교사의 수업에 관한 의사결정 과정에 영향을 미친다. 특히, 교과서는 교육과정보다 직접적인 역할을 한다(Reys et al., 2004). 예를 들어, 교사는 가르칠 내용을 확인하고 지도 순서와 수업 활동 그리고 학생들에게 제시할 과제를 결정하는데 교과서를 활용하고(Grouws et al., 2004; Li, 2000), 이 과정에서 교과서는 교사의 의사결정을 안내한다. 또한, 교과서는 교사와 학생 모두에게 수학적 개념, 정리, 법칙, 성질 등에 대한 표준을 제공하며, 학생들이 참고하고 해결할 예제와 문제를 제공한다. 이와 같은 방식으로, 교과서는 교수학습 과정에 관여한다(Törnroos, 2005). 그러나 교과서는 수업의 다양한 측면들을 부분적으로 결정하고, 교사의 의사결정 과정을 매개하는 것을 통해 학생들의 학습에 관여하지만, 학습을 보장하거나 결정하지는 못한다. 이에, 본 연구에서는 수학교과서가 제공하는 활동은 학습에 대해 어떤 잠재성을 갖는 것으로 보고, 이를 수학교과서의 학습기회라는 용어로 표현한다.

수학 교수·학습 과정에 직·간접적으로 관여하는 교과서의 중요한 역할을 고려하여, 수학교과서를 분석하는 여러 가지 방법들이 제안되어 왔다(Van Dormolen, 1986; Schmidt et al., 1997; Valverde et al., 2002; Pepin & Haggarty, 2001; Charalmbous et al., 2010). 이 방법들은 우선 수학교과서를 분석하기 위한 범주를 구분하고, 각 범주에 대한 분석을 수행하는 것으로 구성된다. 예를 들어, Van Dormolen(1986)은 수학교과서 분석을 위한 범주로 이론적 측면, 알고리즘적 측면, 방법론적 측면, 의사소통적 측면을 구분하였고, Valverde et al. (2002)은 교과서에 제시된 교실 활동, 교과서에서 다루어지는 내용의 양과 제시 방식, 내용의 순서, 교과서의 물리적 특성, 요구수준의 복잡도로 구분하였다. Charalmbous et al. (2010)은 제안된 방법들을 분석하여, 교과서 분석을 위한 접근을 수평적 분석, 수직적 분석, 맥락적 분석의 세 가지 범주로 구분하였다. 이들에 따르면, 수평적 분석은 교과서의 일반적인 특성을 분석하는 것으로, 특정 내용영역과 특정 주제가 다루어진 쪽수, 교과서 내용의 조직 방식 등을 분석하는 것을 포함한다. 수직적 분석은 수학적

내용을 깊이 있게 분석하는 것으로, 교과서가 특정 내용을 어떻게 제시하고 다루는지를 확인한다. 마지막으로, 맥락적 분석은 실제 수업에서 교과서가 어떻게 사용되는지를 분석하는 것으로 수업 맥락에서 교과서의 사용을 분석하는 것이다.

수학교과서의 학습기회를 분석하는 것은 Charalambous et al.(2010)의 범주에서 수평적 분석과 수직적 분석에 해당된다. 선행연구들은 수학교과서의 학습기회를 특정 내용의 학습을 위해 제공되는 기회의 양과 그 성격에 주목하여 분석하였다(Charalambous et al., 2010; Ding & Li, 2010; 김구연, 전미현, 2017). 이 연구에서는 교과서와 교사용 지도서를 중심으로 1~2학년에서 제공하는 평면도형에 관한 학습 내용을 살펴보는 것으로 수평적 분석을 시행하고, 이 중 특정 사례에 대해 이 학습기회에 포함되어 있는 기호작용을 분석함으로써, 수직적 분석을 실시한다. 수학 학습을 일종의 기호 활동으로 볼 수 있다는 점과 기호학적 관점에서의 분석이 특정 교과서 활동이 어떤 학습기회를 제공하는지를 분명히 기술할 수 있도록 한다는 점을 고려하여 해당 활동에 내재한 기호작용을 분석함으로써 학습기회의 내적 구성을 살펴본다.

2. 기호학적 관점과 삼원적 관계로 본 기호작용: Peirce와 Frege

수학은 언어, 다이어그램, 수학 기호 등 기호를 사용하는 것을 포함하고, 수학 학습은 기호 사용의 학습을 포함한다. Duval(2008)에 따르면, “수학적 사고는 항상 기호학적 표현을 다른 기호학적 표현으로 변환하여 사용하는 것을 포함한다.” 그리고 수학과 수학 학습에서 기호의 중요성과 역할은 단순히 수학적 내용을 표현하는 것을 넘어선다. 이는 다음과 같이 다른 영역과 구분되는 수학의 지적 대상이 갖는 고유한 특성 그리고 사고와 기호 사이의 일반적인 관계에서 비롯된다. 수학적 대상은 기호 사용 없이 접근할 수 없으며(Duval, 1995), 기호는 사고를 표현하고 의사소통하는 역할을 넘어 사고와 의사소통의 분리 불가능한 일부로서 그 역할을 갖는다(Vygotsky, 2011). 기호학적 관점에서 학습기회를 보는 것은 수학 학습에서 기호와 기호작용의 역할을 드러내 줌으로써 수학 학습 과정을 이해하는 추가적인 길을 열어줄 수 있다.

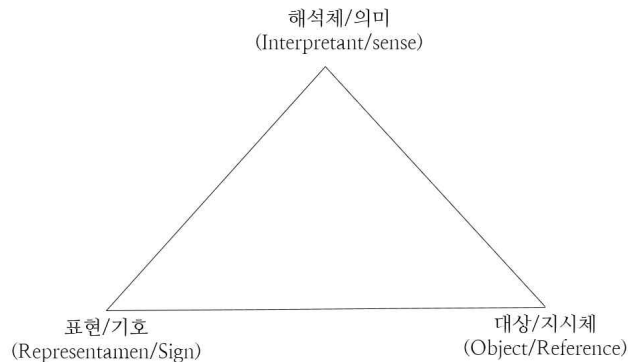
수학 교육에서 기호학적 접근은 구조적 수학에 대한 분명한 대안으로 ...
교실에서 담론과 지향적 이해뿐만 아니라 수학적 사고의 수단과 도구를 동등하게 강조하고 ... 기호학적 접근은 암묵적 학습의 문제를 새롭고 유망한 방법으로 다루는 것을 가능하게 한다(Seeger, 2008, pp. 14-15).

Peirce는 기호작용을 세 가지 요소인 대상(object), 표현(representamen 또는 sign), 해석체(interpretant)를 이용한 삼원적 모델로 설명한다(Peirce, 1998). 삼원적 모델은 역동적인 기호의 해석 과정과 사용 과정을 분석하는 데 유용하여(김선희, 이종희, 2003). 선행연구에서는 수업에서의 교수·학습 과정을 분석하는 데 활용되어 왔다(김선희, 이종희, 2003; 김수민, 김선희, 2018; 박진형, 이경화, 2013; 최병철, 2017). 구체적으로, 삼원적 모델에서 해석체를 분석하는 것을 통해 학생들의 개념 발달 과정을 분석할 수 있고, 표상체의 역할과 기능을 규명하고 그 변화를 확인하는 것을 통해 수학적 탐구가 이루어지는 메커니즘을 확인할 수 있도록 한다(박진형, 이경화, 2013; 최병철, 2017).

기호작용을 세 가지 요소로 기술하는 것은 Frege의 관점에서도 확인할 수 있는데, 이 방식은 Peirce와 유사하다(Iori, 2017). Frege는 기호의 의미(sense, Sinn)와 기호의 지시체

(Reference, Bedeutung)을 구분하는데 이는 Peirce의 해석체와 대상에 각각 대응되는 것으로 볼 수 있다. 즉, Peirce은 대상과 표현의 두 항에 해석체라는 항을 추가함으로써, Frege는 의미라는 항을 추가함으로써 기호작용에 대한 분석을 삼원적 모델로 확장한 것이라 할 수 있다. 이에, 문장 또는 기호작용에 대한 분석에서 Peirce의 해석체는 Frege의 의미와 비슷한 역할을 수행한다. 기존 선행연구에서 기호학적 관점은 주로 수업에서의 교수·학습 과정을 분석하기 위해 도입되었고, Peirce의 삼원적 모델을 주로 사용하였다. 본 연구는 실제 교수·학습 과정이 아닌 수학교과서의 학습기회를 분석하기에, 단어와 문장의 의미를 주로 분석하고자 한 Frege의 삼원적 모델을 함께 사용한다.²⁾

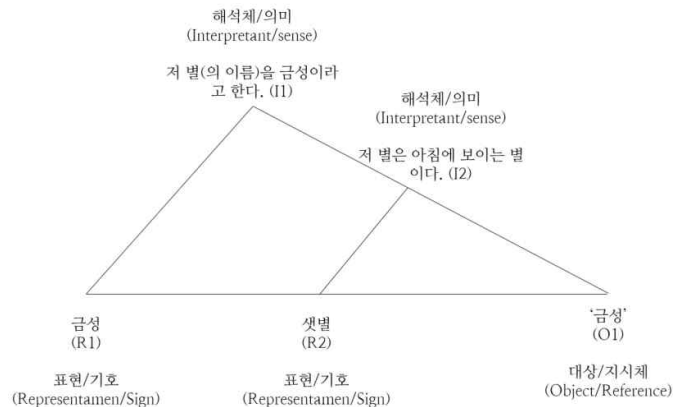
기호를 기표와 기의의 이원적 모델로 기술하는 Saussure의 관점과 달리 세 가지 요소로 기술하는 이와 같은 방식은 동일한 대상에 대해 상이한 표현과 의미를 고려할 수 있도록 하고 동일한 대상과 동일한 표현에 대해서도 다른 의미를 생각할 수 있는 공간을 마련해 준다는 점에서 이점이 있다. 예를 들어, Frege는 기호의 의미(sense, Sinn)와 기호의 지시체(Reference, Bedeutung)를 구분함으로써(Frege, 1948), “금성은 셋별이다.”와 같은 문장을 분석할 수 있도록 하였다. 이 문장에서 사용된 금성과 셋별은 서로 다른 단어지만 공통적으로 ‘금성’이라는 대상을 지시체로 가리키는 표현이다. “금성은 셋별이다.”라는 문장은 금성이 아침에 보이는 별이라는 의미를 진술하는데, 이를 설명하기 위해서 셋별이 ‘금성’을 지시한다는 것 외에 다른 정보가 필요하다. Frege는 표현의 의미와 지시체를 구분하여, 셋별이라는 표현의 지시체는 ‘금성’이지만, 셋별이라는 표현의 의미는 아침에 보이는 별이라고 됨으로써, “금성은 셋별이다.”라는 문장이 어떻게 그 의미를 갖게 되는지를 설명할 수 있게 한 것이다. 또한, 이로부터 ‘금성’을 가리키는 표현 중 하나인 금성이라는 기호에 동일한 지시체를 가리키면서 그 의미와 표현이 다른 기호들이 문장에서 결합함으로써 ‘금성’에 대한 다양한 의미가 창출될 수 있게 된다.³⁾ 삼원적 관계로 본 기호작용은 다음 [그림 1]과 같이 표현할 수 있다.



[그림 1] 삼원적 관계로 본 기호작용

- 2) 본 연구에서 수학교과서에 대한 기호학적 분석은 텍스트를 분석하는 것과 이 텍스트를 학생이 읽었을 때 발생할 것으로 기대되는 인식 과정의 두 측면을 고려한다. 전자는 Frege의 관점에 그리고 후자는 Peirce의 관점에 부합한다.
- 3) 이는 “셋별은 개밥바라기이다.”라는 문장을 분석할 때 더 잘 드러난다. 왜냐하면, 이는 새벽에 뜬 별과 저녁에 뜬 별이 모두 동일하게 금성이라는 천문학적 사실을 가리키는 동일성 문장이기 때문이다. 이에 대한 자세한 설명은 박정일(2013)에서 확인할 수 있다.

위 도해를 이용하여 금성, 셋별, 개밥바라기의 관계를 다시 살펴보면, 어떻게 “금성은 셋별이다.” 라는 문장이 “금성은 아침에 보이는 별이다.” 라는 의미를 얻게 되는지를 좀 더 분명히 확인할 수 있다. 금성과 셋별이라는 기호는 모두 동일한 지시체인 행성으로서의 ‘금성’에 대한 서로 다른 표현으로 각각 다른 해석체/의미를 가진다. 결과적으로 [그림 2]에서 볼 수 있는 바와 같이, 서로 다른 두 기호작용이 동일한 지시체를 통해 연결되어, 금성과 셋별이라는 표현이 각각 뜻하는 서로 다른 의미들이 결합될 수 있는 것이다. 이를 통해 “금성은 셋별이다.” 라는 문장은 “금성은 아침에 보이는 별이다.” 를 뜻할 수 있게 된다.



[그림 2] 삼원적 관계로 분석한 문장 “금성은 셋별이다.”의 기호작용

Ⅲ. 2015 개정 수학과 교육과정과 이에 따라 1학년과 2학년 수학교과서에서 다루는 평면도형에 관한 내용

초등학교 수학의 지도 내용과 방법은 교육과정 문서와 교과서 그리고 교사용 지도서에서 확인할 수 있다. 교육과정 문서는 성취기준과 교수·학습 방법 및 유의사항을 제시하여 각 학년군에서 다루어지는 지도 내용과 방법을 규정한다. 1~2학년에서 다루는 평면도형에 대한 내용은 평면도형과 그 구성요소에 관한 것으로, <표 1>에 제시된 세 가지 성취기준을 포함한다. 첫 번째 성취기준인 [2수02-03]은 주변 사물에서 기본적인 평면도형의 모양을 찾고 꾸밀 수 있어야 함을, 두 번째 성취기준인 [2수02-04]는 기본적인 평면도형을 이해하고 그릴 수 있어야 함을, 세 번째 성취기준인 [2수02-05]는 삼각형과 사각형의 공통점을 일반화하여 오각형과 육각형을 알고 구분할 수 있어야 함을 제시한다. 교과서를 보면, 이 세 성취기준은 1학년 2학기의 3단원인 여러 가지 모양에서 그리고 2학년 1학기의 2단원인 여러 가지 도형에서 다루어진다. 교사용 지도서에서는 1학년 2학기에는 첫 번째 성취기준을 목표로 하고, 2학년 1학기 2단원에서는 첫 번째 성취기준을 포함해 세 성취기준 모두를 목표로 함을 명시하고 있다(교육부, 2017a, 2017b). 다만, 두 학년 모두에서 다루어지는 성취기준인 [2수02-03]은 학년에 따라 다소 다른 활동들이 교과서에서 제시된다. 그러나 교육과정 문서와 교과서 그리고 지도서에 성취기준 [2수02-03]이 어떻게 다르게 취

급되는지에 대해서 정확하게 기술되어 있지 않다. 1~2학년에 다루는 평면도형에 대한 교수·학습 방법 및 유의사항은 다음 <표 1>과 같다(교육부, 2015).

<표 1> 1~2학년에서 평면도형에 관한 성취기준과 교수·학습 방법 및 유의사항

	내용
성취기준	<p>② 평면도형과 그 구성 요소</p> <p>[2수02-03] 교실 및 생활 주변에서 여러 가지 물건을 관찰하여 삼각형, 사각형, 원의 모양을 찾고, 그것들을 이용하여 여러 가지 모양을 꾸밀 수 있다.</p> <p>[2수02-04] 삼각형, 사각형, 원을 직관적으로 이해하고, 그 모양을 그릴 수 있다.</p> <p>[2수02-05] 삼각형, 사각형에서 각각의 공통점을 찾아 말하고, 이를 일반화하여 오각형, 육각형을 알고 구별할 수 있다.</p>
교수·학습 방법 및 유의사항	<p>입체도형의 모양이나 평면도형의 모양을 다룰 때 모양의 특징을 직관적으로 파악하여 모양을 분류하고, 분류한 모양을 지칭하기 위해 일상용어를 사용하게 할 수 있다.</p> <p>입체도형의 모양과 평면도형의 모양을 이용한 모양 만들기과 꾸미기의 주제는 학생들에게 친근한 소재인 동물, 탈 것, 건물 등으로 다양하게 제시한다. 평면도형의 모양을 이용한 모양 꾸미기 활동에서는 스티커, 잡지에서 오려낸 모양 종이 등을 활용하게 할 수 있다.</p> <p>삼각형, 사각형, 원은 예인 것과 예가 아닌 것을 인식하고 분류하는 활동을 통하여 직관적으로 이해하게 한다.</p> <p>삼각형과 사각형에 대한 직관적 이해를 통하여 도형의 이름과 변 또는 꼭짓점의 개수와의 관계를 파악하고, 그 관계를 일반화하여 오각형과 육각형을 구별하여 이름 지을 수 있게 한다.</p>

교수·학습 방법 및 유의사항을 간략하게 살펴보면, 교실과 생활 주변의 다양한 친숙한 소재를 사용하되 평면으로의 추상을 돕는 것을 선택해야 한다는 것 그리고 직관적인 파악과 이해라는 표현에서 반추할 수 있는 바와 같이 직관을 강조해야 한다는 것을 확인할 수 있다. 이와 같은 강조점과 관련하여 두 가지 문제가 있다. 첫 번째는 소재로부터 평면도형을 어떻게 추상하도록 할 것인가의 문제이고, 두 번째는 직관을 강조하는 것과 관련된 것으로 직관을 강조한다는 것의 의미와 그 의미를 구체화하는 것에 관한 문제이다. 이와 같은 강조점과 관련된 문제가 어떻게 다루어지는 지는 교육과정 문서가 아닌 교과서와 교사용 지도서를 확인하는 것을 통해 확인할 수 있다. 먼저, 1~2학년에서 평면도형의 지도와 관련되는 1학년 2학기 3단원과 2학년 1학기 2단원의 학습 목표는 <표 2>에 제시된 것과 같다.

<표 2> 수학 1-2 3단원과 수학 2-1 2단원의 평면도형과 관련된 학습 목표

	단원 학습 목표
1-2 3단원	<ol style="list-style-type: none"> 1. 일상생활이나 교실에서 ■, ▲, ● 모양을 찾을 수 있다. 2. 여러 가지 물건의 일부분으로서 ■, ▲, ● 모양을 이해할 수 있다. 3. 물건이나 모양 조각을 같은 모양끼리 분류할 수 있다. 4. 본뜨기, 찌기, 자르기 등을 통해서 ■, ▲, ● 모양을 만들 수 있다. 5. ■, ▲, ● 모양을 이용하여 여러 가지 모양을 만들 수 있다. 6. 잡지나 전단지에서 오려 낸 ■, ▲, ● 모양을 이용하여 대상을 꾸밀 수 있다.
2-1 2단원	<ol style="list-style-type: none"> 1. 원, 삼각형, 사각형을 직관적으로 이해하고, 그 모양을 그릴 수 있다. 2. 삼각형과 사각형에서 꼭짓점과 변을 알고 찾을 수 있다. 3. 삼각형과 사각형에서 각각의 공통점을 찾아 말하고, 이를 일반화하여 오각형, 육각형을 알고 구별할 수 있다.

교육과정 문서에서 제시한 성취기준과 교과서 및 지도서에서 확인할 수 있는 두 단원의 학습 목표를 함께 보면, 어떤 학습 목표가 어떤 성취기준과 연결되는지를 확인할 수 있다(교육부, 2015; 교육부, 2017a, 2017b, 2017c, 2017d). 1학년 2학기 수학교과서 3단원의 여섯 가지 학습 목표들은 성취기준 [2수02-03]과, 2학년 1학기 수학교과서 2단원의 세 가지 학습 목표들 중 첫 번째 학습 목표는 성취기준 [2수02-04]와 그리고 두 번째 학습 목표와 세 번째 학습 목표는 성취기준 [2수02-05]와 연결된다. 그렇지만 각각의 학습 목표들이 하나의 성취기준에만 기여하는 것은 아니다. 1학년 2학기 수학교과서 3단원의 두 번째, 세 번째, 네 번째 학습 목표들은 단순히 모양을 찾고, 찾은 모양을 이용하여 다른 모양을 꾸미는 것뿐만 아니라 모양을 분류하고 모양을 이해하는 것과 관련되기 때문에 성취기준 [2수02-04]를 달성하는 데 기여할 수 있다.

교육과정 문서에 제시된 것과 위의 단원 학습 목표에 비추어 수학교과서의 두 단원을 상세히 확인해 볼 수 있다. 교과서의 각 단원은 도입, 본 차시, 놀이 수학, 평가, 탐구 수학으로 구성되어 있고, 각 차시는 하위 활동들로 이루어져 있다. 그리고 여기에서 각 활동들은 교사에 의해 교실에서 구현되고, 구현된 활동은 학생들에게 학습기회를 제공한다. 예를 들어, 수학 1-2 교과서의 3단원은 여러 가지 모양을 찾아볼까요, 알아볼까요, 꾸며 볼까요라는 세 차시를 포함하는데, 첫 번째 차시의 주제인 여러 가지 모양을 찾아볼까요에는 여러 가지 음식 그림에서 ■, ▲, ● 모양을 찾아보게 하는 것, 교실에서 ■, ▲, ● 모양을 찾아 분류해 보게 하는 것, ■, ▲, ● 모양의 특징을 바탕으로 이름을 정해 보게 하는 것, ■, ▲, ● 모양의 특징을 찾아서 말해 보게 하는 것의 네 가지 활동들이 포함된다. 이를 포함하여 수학 1-2 교과서 3단원의 차시들과 하위 활동들 그리고 수학 2-1 교과서 2단원의 차시들과 하위 활동들은 다음 <표 3>에 제시된 바와 같다.

<표 3> 수학 1-2 교과서 3단원과 수학 2-1 교과서 2단원의 본 차시와 하위 활동

본 차시 및 하위 활동	
1-2 3단원	<p>1차시: 여러 가지 모양을 찾아볼까요</p> <p>여러 가지 음식 그림에서 ■, ▲, ● 모양을 찾아보게 하는 것 교실에서 ■, ▲, ● 모양을 찾아 분류해 보게 하는 것 ■, ▲, ● 모양의 특징을 바탕으로 이름을 정해 보게 하는 것 ■, ▲, ● 모양의 특징을 찾아서 말해 보게 하는 것</p> <p>2차시: 여러 가지 모양을 알아볼까요</p> <p>본뜨기, 찌기, 자르기 등 여러 가지 방법을 이용해 ■, ▲, ● 모양에 대해 알아보고 다른 점을 말하게 하는 것 ■, ▲, ● 모양을 몸으로 나타내보게 하는 것 동료학생의 이야기를 듣고 어떤 모양인지 맞춰 보게 하는 것</p> <p>3차시: 여러 가지 모양을 꾸며볼까요</p> <p>■, ▲, ● 모양을 이용해 꾸밀 모양을 계획하고 말해보게 하는 것 실제로 꾸며보게 하는 것 꾸민 모양을 동료학생들에게 설명하게 하는 것 꾸민 모양에서 ■, ▲, ● 모양의 개수를 세는 것</p>
2-1 2단원	<p>1차시: ○을 알아볼까요</p> <p>○ 모양을 찾고, 이와 같은 모양을 원이라고 약속하는 것 여러 가지 크기의 원을 그리고, 원에 대해 알게 된 점을 말해보게 하는 것 예인 것과 예가 아닌 것이 모두 포함된 그림과 주변에서 원을 찾게 하는 것 원으로 그림을 그려보게 하는 것</p> <p>2차시: △를 알아볼까요</p> <p>주어진 그림에서 △를 찾고, 이와 같은 모양을 삼각형이라고 약속하는 것 여러 가지 삼각형을 만들거나 그려보고, 변과 꼭짓점을 약속하고 세어 본 후, 삼각형에 대해 알게 된 점을 말해보게 하는 것 예인 것과 예가 아닌 것이 모두 포함된 그림에서 삼각형을 찾고 그 이유를 말해 본 후, 주변에서 삼각형을 찾아보게 하는 것 삼각형으로 그림을 그려보게 하는 것</p> <p>3차시: □를 알아볼까요</p> <p>주어진 그림에서 □를 찾고, 이와 같은 모양을 사각형이라고 약속하는 것 여러 가지 사각형을 만들거나 그려보고, 변과 꼭짓점을 약속하고 세어 본 후, 사각형에 대해 알게 된 점을 말해보게 하는 것 예인 것과 예가 아닌 것이 모두 포함된 그림에서 사각형을 찾고 그 이유를 말해 본 후, 주변에서 사각형을 찾아보게 하는 것 삼각형과 사각형으로 모양을 만들고 만든 모양을 설명하게 하는 것</p>

	<p>4차시: 칠교판으로 모양을 만들어볼까요</p> <p>칠교판에 대해서 알아보는 것</p> <p>칠교판의 조각 중 두 개를 이용해 삼각형과 사각형을 만들어 보게 하는 것</p> <p>칠교판의 조각 중 세 개를 이용해 삼각형과 사각형을 만들어 보게 하는 것</p> <p>일곱 개의 조각으로 여러 가지 모양을 만들어 보게 하는 것</p> <p>5차시: ◻과 ◻을 알아볼까요</p> <p>빨대를 이용해 여러 가지 모양을 만들어 보게 하는 것</p> <p>만든 모양의 변과 꼭짓점의 수를 세고, ◻과 ◻의 이름을 약속한 후, 그와 같이 약속한 이유를 말하게 하는 것</p> <p>오각형과 육각형을 그려 보게 하는 것</p> <p>주어진 그림에서 도형을 찾아 이름을 적게 하는 것</p>
--	--

2015 개정 수학과 교육과정과 이를 따르는 교과서 및 교사용 지도서에서 1~2학년에 다루는 평면도형에 대한 내용들이 어떻게 전개되는지를 살펴보는 것은 학생들에게 제공되는 학습기회들의 순서를 확인하고, 학생들이 해당 내용을 배우게 되는 구조를 고려할 기회를 제공한다. 예를 들어, 기본적인 세 가지 평면도형을 이해하고 그리는 것에 대한 성취기준인 [2수02-04]는 1학년 2학기 수학교과서 3단원의 3가지 학습 목표 그리고 2학년 1학기 수학교과서 2단원의 2가지 학습 목표와 관련되는데, 이는 각 본 차시의 하위 활동들이 수행되는 것을 통해 여러 가지 측면에서 점진적으로 그리고 위계적으로 달성된다.

교육과정 문서에서는 삼각형, 사각형, 원의 예와 비-례(non-example)를 인식하고 분류하는 활동을 통해 삼각형, 사각형, 원을 직관적으로 이해하도록 할 것을 안내하고 있는데, 이 직관적인 이해에는 세 도형이 평면도형이라는 것을 아는 것이 포함되어야 한다. 각 차시들과 이것의 하위활동을 살펴보면, 구체적인 사물 또는 사진과 그림에서 찾은 모양을 평면 위의 것으로 파악하는 과정은 두 학년에 걸쳐서 수행됨을 알 수 있다. 분뜨기, 찍기, 자르기 등의 방법으로 ● 모양을 만들어 내는 활동과 원을 그리는 활동은 평면으로 전환하는 기회를 제공하는데, 이는 다음 [그림 3]과 같이 1학년과 2학년 모두에 걸쳐서 제공된다.



[그림 3] 1학년과 2학년 수학교과서에서 평면에 주목할 기회를 제공하는 예 (왼쪽과 가운데 그림, 교육부, 2017a, pp. 60, 62, 오른쪽 그림, 교육부, 2017b, p. 31)

원의 예와 비-례를 인식하고 분류하는 활동은 주로 2학년 1학기 수학교과서 2단원의 1차시에서 이루어진다. 예와 비-례를 분류하는 활동에는 원 모양 또는 원의 특징에 대한 학생들의 인식이 사용될 수 있다. 원의 특징을 언어적으로 기술할 기회는 1학년과 2학년 모두에 걸쳐서 제공된다. 1학년 2학기 수학교과서 3단원에서는 ■, ▲, ● 모양을 찾아서 말하도록 하는 것, 학생들이 서로에게 모양에 대한 설명을 하고 이를 맞추는 것 등의 활동을 포함하고 있는데 이는 원의 특징을 언어적으로 표현하도록 하는 것이다. 또한, 2학년 1학기 수학교과서 2단원에서는 원을 그리고 원에 대해 알게 된 점을 말하도록 하는 활동이 포함되어 있는데 이 또한 원의 특징을 언어적으로 표현하도록 하는 것으로, 이와 같은 일련의 활동들은 원의 예와 비-례를 인식하고 분류하는 활동의 바탕이 된다고 할 수 있다.

IV. 1학년과 2학년 수학교과서가 제공하는 평면도형의 학습기회에 대한 기호학적 분석

수학교과서의 각 단원과 차시에서 제공하는 수학적 활동들은 기호작용을 포함하고 있고 (Duval, 2008), 1학년과 2학년 수학교과서의 평면도형에 관한 단원들에서 제공되는 수학적 활동 모두 기호학적 관점에서 분석하는 것은 가능하다. 다만, 이 논문에서는 평면도형으로의 추상화 과정과 관련된 수학적 활동을 중심으로, 기호학적 분석이 추가적인 이해를 제공할 수 있는 특정 사례들에 대한 분석 결과만 제시한다. 이 장에서 제시되는 사례들은 주변에서 기본도형의 모양을 찾도록 하는 1학년 2학기 수학교과서의 활동과 2학년 1학기 수학교과서의 활동에 대한 교과서 부분이다.

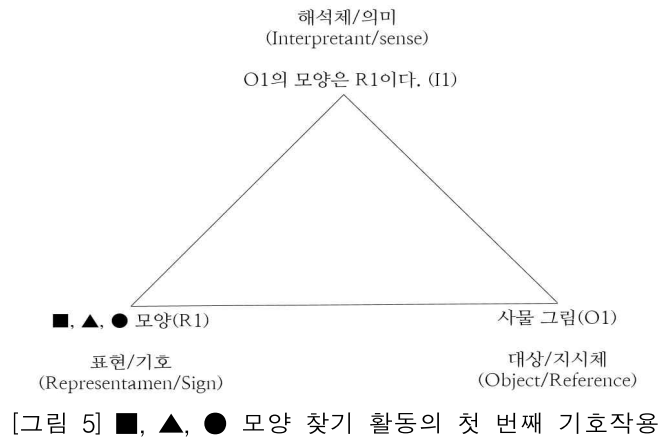
1. 사물그림의 테두리를 따라 그리는 행위는 어떤 학습기회를 제공하는가?

1학년 2학기 수학교과서에서 평면도형에 대해 제공하는 첫 번째 학습기회는 2차시의 첫 번째 수학적 활동으로, 이 활동의 주요 내용은 다양한 사물들이 그려져 있는 그림에서 ■, ▲, ● 모양을 찾는 것이다. [그림 4]에서 볼 수 있듯이 각 사물 그림의 테두리에는 색연필로 그릴 수 있는 부분이 있다. 이 활동을 수행하면서 학생들은 색연필을 이용하여 사물 그림의 테두리의 해당 부분을 따라 그리는 과정을 경험하게 된다.

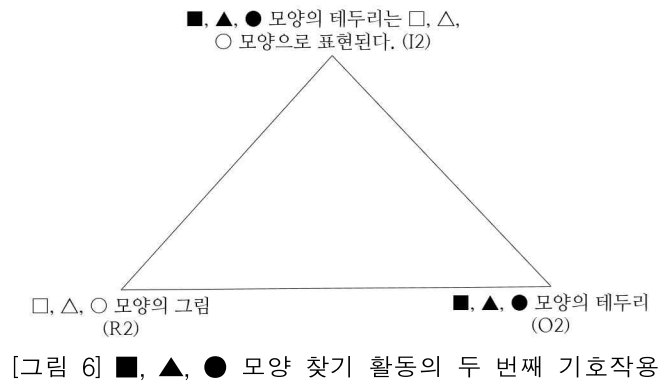


[그림 4] 초등학교 1-2 수학 교과서의 평면도형에 대한 수학적 활동(교육부, 2017b, p. 60)

이 신체적 활동을 통해 학생들은 ■, ▲, ● 모양에 대한 표현을 생성하게 된다. 그리고 이 신체적 활동에 내재된 중요한 기호작용은 사물 그림에서 찾은 ■, ▲, ● 모양에 대해 그 테두리를 그림으로써 발생하는 것으로, 이 활동은 학생들에게 ■, ▲, ● 모양을 △, □, ○ 모양으로 전환하는 경험을 제공한다. 이 활동의 수행 과정을 (1)사물들이 제시된 그림에서 ■, ▲, ● 모양을 찾는 것, (2)■, ▲, ● 모양으로 인식된 사물 그림의 테두리를 색연필을 이용해 그리는 것으로 구분할 수 있다. 첫 번째 과정에서 요구되는 기호작용은 [그림 5]와 같다.



두 번째 과정에서 요구되는 기호작용이 무엇인지를 파악하는 것은 첫 번째 과정에 비해 복잡하다. 이를 파악하기 위해 다음 질문에 대해 답할 필요가 있다. ■, ▲, ● 모양으로 인식된 사물 그림의 테두리를 그리는 활동에서 대상, 해석체, 표현은 무엇인가? 주어진 테두리를 따라 그리는 과정에서 표현이 발생한다. 따라서 이 활동에서 표현은 그리는 신체적 활동에 의해 그려진 테두리(□, △, ○ 모양의 그림)가 된다. 신체적 활동에 의해 그려진 테두리 표현은 ■, ▲, ● 모양의 테두리를 지시하기 때문에, 이 기호작용에서 대상은 ■, ▲, ● 모양의 테두리가 된다. 의미는 표현이 지시체를 제시하는 방식으로 이해될 수 있으므로(Frege, 1948), 이 활동에서의 의미는 ■, ▲, ● 모양의 테두리를 따라 그리면 □, △, ○ 모양의 그림이 만들어진다는 것이 된다. 이상을 정리하면 [그림 6]과 같다.



비교적 단순해 보임에도 불구하고, 이 기호작용은 사물(또는 사물그림)에서 평면도형으로의 추상과 관련되고, 그렇기에 기본적인 평면도형인 원, 삼각형, 사각형에 대한 직관적인 이해를 형성하는데 기여할 수 있다. 1학년 2학기 수학교과서 3단원의 학습목표는 ■, ▲, ● 모양을 찾는 것과 이 모양들을 이해하는 것으로 기술되어 있다. 이 목표를 달성하기 위해 제안된 수학적 활동이지만, 테두리를 그리게 하는 신체적 활동을 포함함으로써 2학년에 배우는 학습 내용과 연결될 수 있는 장치를 마련해둔 것이다. 즉, 이 수학적 활동에서 제공되는 학습기회는 1학년과 2학년의 학습 내용을 연결시켜 주는 데 추가적인 의의가 있다고 할 수 있다.

2. 기호학적 분석을 통해 유사해 보이는 학습기회를 구분하기

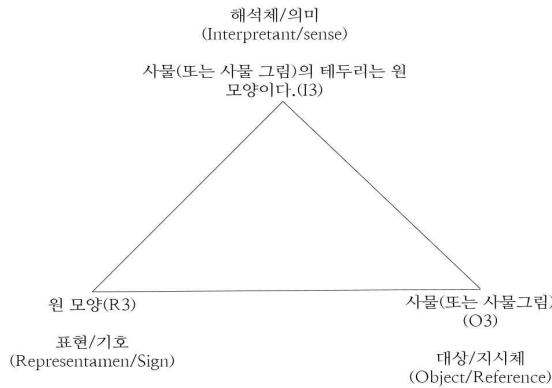
사물 그림의 테두리에 주목하도록 하는 활동은 1학년 2학기 수학교과서 뿐만 아니라, 2학년 1학기 수학교과서에서도 제공된다. 2학년 교과서에서는 원, 삼각형, 사각형을 찾아보도록 하는 활동이 제공되는데, 각 차시에는 사물그림을 주고 주변에서 원, 삼각형, 사각형을 찾아보도록 요구하는 활동이 포함되어 있다(그림 7).



[그림 7] 2-1 수학교과서의 주변에서 평면도형 찾기 활동(교육부, 2017b, pp. 32, 36, 40)

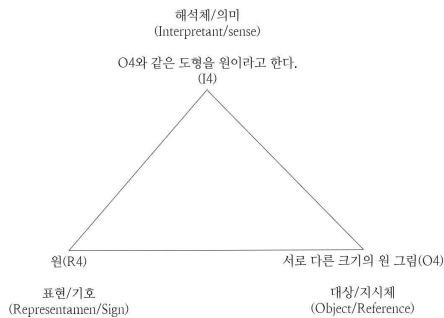
[그림 7]의 활동들은 ■, ▲, ● 모양을 찾는 활동과 유사해보이지만, 이 활동에 내재되어 있는 기호작용을 삼원적 관계로 기술해보면 그 차이를 확인할 수 있다. 1학년 교과서와 2학년 교과서에서 제공되고 있는 사물그림을 비교했을 때, 1학년에서는 그림으로 그려진 것을 2학년에서는 실물을 사진으로 찍은 것을 사용했다는 점을 제외하고 사물그림은 유사하다는 것을 알 수 있다. 1학년 교과서의 사물그림에 테두리가 표시되어 있는데, 2학년 교과서 또한 마찬가지로 테두리가 표시되어 있다. 제공된 사물그림이 유사함에도 불구하고, 두 활동은 다르다. 먼저 [그림 4]에서의 활동은 모양을 찾고, 따라 그리는 것을 모두 요구하는 반면, [그림 7]에서의 활동은 찾는 것만을 요구한다는 점에서 다르다. 다음으로, 공통적으로 포함된 모양을 찾는 활동에서도 차이가 있다. 이를 드러내기 위해 사물그림을 주고 원을 찾아보도록 요구하는 왼쪽 활동을 삼원적 관계로 기술해 보고자 한다. 앞의 분석에서와 마찬가지로, 사물 그림을 주고 원 모양을 찾는 활동에서 대상, 해석체, 표현은 무엇인가?의 질문에 답하고, 이를 바탕으로 기호작용을 도해화할 수 있다. 이 기호작용에서 대상은 1학년 교과서 활동과 마찬가지로 주변의 사물(또는 사물 그림)이다. 그런데 표현에서는 분명한 차이가 있다. 1학년 교과서 활동은 ■, ▲, ● 모양이 대상을 지시하는 표현인데 반해, 2학년 교과서 활동은 언어적 표현인 원 모양이 대상을 지시하는 표현이 된다. 시각적 표현을 표현으로 하는 것과 언어적 표현을 표현으로 하는 것은 표현-대상

사이의 관계를 다르게 만든다. 전자는 시각적 유사성에 바탕을 두어 해당 모양인지를 판단할 수 있는 반면, 후자는 언어적 표현의 의미에 비추어야만 해당 사물(또는 사물그림)이 원 모양인지 아닌지를 판단할 수 있다. 즉, 언어적 표현을 사용함으로써 다른 기호작용을 추가적으로 요구하게 된다. 마지막으로, 이 활동의 해석체는 사물(또는 사물 그림)은 원 모양이다 혹은 사물(또는 사물 그림)의 테두리는 원 모양이다가 된다. 이를 도해화하면 [그림 8]과 같다.



[그림 8] 원 모양 찾기 활동의 기호작용

앞에서 기술한 것과 같이 [그림 5]와 [그림 8]에서 표현의 차이는 표현-대상 사이의 관계를 다르게 만드는데, 이 차이는 해석체에서 드러난다. [그림 5]에서의 해석체가 시각적 유사성에 기초한 판단인 반면, [그림 8]의 기호작용에서 해석체는 원 모양이라는 단어에 의해 매개되는 상징적 관계([그림 9])에 기초한다. 이 상징적 관계는 다음 [그림 10]에서 확인할 수 있는 수학적 활동을 통해 수립된 것이다.



[그림 9] 원 도입 활동의 기호작용

○을 알아봅시다.
 • ○ 모양을 찾아보세요.

• 찾은 모양을 무엇이라고 할까요? 원

그림과 같은 모양의 도형을 원이라고 합니다.

[그림 10] 2-1 수학교과서에서의 원 도입 (교육부, 2017b, p. 30)

3. 서로 다른 학년에서 제공되는 학습기회를 연결하기

앞의 분석을 통해 서로 다른 학년에서의 수학적 활동이 제공하는 학습기회에 포함되어 있는 기호작용을 확인하였다. 또한, 각 학습기회에 포함된 기호작용들이 어떤 측면에서 유사하고, 다른지를 확인하였다. 이상의 분석 결과를 바탕으로 동일한 주제에 대해 서로 다른 학년에서 제공되는 학습기회들이 어떻게 연결할 수 있는지를 생각해 볼 수 있고, 이는 기호학적 분석의 의의와 관련된다.

주변 사물 또는 사물그림에서 평면도형으로 조직될 수 있는 모양을 찾는 활동은 1학년과 2학년 모두에서 제공된다([그림 4]와 [그림 7]). 이 두 수학적 활동은 유사하지만, 기호학적 분석을 통해 2절에서 확인한 바와 같이 표현과 해석체의 측면에서 다르며, 특히 추가적으로 요구되는 기호작용의 유무에 의해 구분됨을 알 수 있다. [그림 7]의 수학적 활동은 [그림 10]에서의 수학적 활동을 전제로 하고 있다. 다르게 말하면 [그림 10]의 수학적 활동을 수행하기 위해서는 [그림 7]의 수학적 활동을 통해 원이라는 언어적 표현과 ‘서로 다른 크기의 원 그림’이라는 대상 사이의 상징적 관계를 만들고, 이를 사용해야 한다.

본 연구에서 분석한 세 가지 수학적 활동들은 서로 밀접한 관계를 맺고 있다. 1학년 2학기 수학교과서에서 제공하는 수학적 활동은 [그림 7]의 수학적 활동에 대한 사전 경험을 제공해주는데, 이는 [그림 10]의 수학적 활동에서 수립된 기호작용과 연결되어야 사전 경험으로서 의미 있는 역할을 할 수 있다. 반대로, [그림 7]의 수학적 활동은 이전에 경험한 두 수학적 활동의 학습 결과를 연결하게 하는 기회를 제공할 수 있다. 즉, [그림 7]의 활동이 앞의 두 활동과 잘 연결되어 수행되었을 때, 학생은 단순히 주변 사물 또는 사물그림에서 원모양을 찾는 것이 아니라, 평면도형인 원으로 주변을 조직하는 경험을 하게 될 수 있다. 평면도형으로서의 원이 사물에서 사물의 일부에 주목하고, 평면 위 모양에서 모양의 테두리 모양에 주목하여 분류하고, 이름붙이는 과정을 통해 조직된 것임을 인식할 수 있게 되는 것이다.

또한, 이 연구에서 분석된 세 수학적 활동들을 기호의 생성과 사용의 관점에서 해석해 볼 수 있다. 기호작용에 대한 분석들([그림 6, 8, 9])을 함께 보면, 1학년 2학기 때 사물 그림의 테두리를 그림으로써 학생들에 의해 생성된 □, △, ○ 모양의 그림들은 원을 도입하는 활동에서 원이라는 또 다른 표현으로 조직되는 대상이 된다. 그리고 이렇게 연쇄적인 기호작용으로 생성된 원이라는 수학적 용어는 주변 사물에서 원 모양을 찾는 활동에서 표현으로 새롭게 사용되는데, 기호학적 분석은 이러한 여정을 드러내 줄 수 있다. 결과적으로 이는 수학교과서에 포함된 학습기회들을 연결하는 데 도움을 줄 수 있을 것이다.

요약하면, 기호학적 관점에서의 분석은 수학적 활동에 의해 제공되는 학습기회에 포함된 기호작용을 드러내게 하고, 이를 바탕으로 학습기회를 분석할 수 있게 함으로써, 학습 기회 사이의 관계와 수학적 활동 사이의 관계를 볼 수 있도록 돕는다. 그리고 이렇게 기호학적 관점에서의 분석을 통해 얻을 수 있는 학습기회 사이의 관계는 학습기회들을 연결하는 데 사용될 수 있다.

V. 결 론

본 연구에서는 기호학적 관점에서 제공하는 도구를 이용하여 1학년 2학기 수학교과서와 2학년 1학기 수학교과서가 제공하는 평면도형에 대한 학습기회를 분석하였다. 분석 결과

는 교육과정 문서에서 제시하는 1~2학년에서 평면도형에 관한 성취기준이 달성될 수 있는데 중요한 수학적 활동들을 식별하고, 그것의 의의를 확인할 수 있도록 하였다. 주변의 사물 또는 사물의 그림에서 평면도형을 추상하는 과정은 입체에서 평면으로, 평면에서 다시 평면도형으로의 이동을 요구하는데, 본뜨기, 찍기 등과 같은 전형적인 활동뿐만 아니라 사물 그림의 테두리를 따라 그리는 것과 같은 사소해 보이는 활동도 입체에서 평면에 그리고 평면 위 모양의 테두리, 즉 평면도형에 주목하게 하는 기회를 제공한다는 것을 확인하였다.

또한, 기호학적 관점에 따른 분석은 본뜨기, 찍기 등을 이용해 ■, ▲, ● 모양을 만드는 것과 본뜨기 혹은 자를 이용하여 원을 그리는 것의 차이점을 드러내주는 등 유사해 보이는 활동의 차이를 식별할 수 있게 한다는 것을 확인하였다. 마지막으로 학습기회의 의의를 확인하고, 유사해 보이는 학습기회를 구분하는 것은 교과서에서 제공하는 수학적 활동 사이의 관계를 생각해 볼 기회를 제공한다는 것을 확인하였고, 이를 바탕으로 1학년 2학기 수학교과서와 2학년 1학기 수학교과서에서 제공되는 평면도형의 학습기회들이 어떻게 연계될 수 있는지에 대해서 생각해 볼 수 있음을 확인하였다.

본 연구에서는 이상의 분석 결과와 논의를 바탕으로, 수학교과서에서 제공하는 학습기회를 기호학적 관점과 도구로 분석하는 것이 가능하다는 것과 이와 같은 분석이 교육과정 및 교과서 개발자와 수학교사에게 추가적인 정보를 제공할 수 있음을 알 수 있었다. 본 연구의 결론과 시사점은 다음과 같다.

첫째, 4장에서 분석을 통해 주변 사물 또는 사물 그림에서 도형을 찾는 활동이 평면도형으로의 추상에 기여한다는 점에서 원, 삼각형, 사각형과 같은 수학적 용어를 도입하고, 예와 비-례를 구분하도록 하는 활동 못지않게 중요하다는 것을 확인할 수 있었다. 이는 수학교과서에서 제공하는 학습기회를 기호학적 관점과 도구로 분석하는 것은 간과되기 쉽지만 의미 있는 활동을 드러내 줄 수 있음을 시사한다.

둘째, 수학교과서는 평면도형으로 추상되는 과정이 다양한 기호작용의 결합을 통해 점진적으로 일어나도록 설계되어 있음을 다시 확인할 수 있었다. 구체적으로 평면도형으로의 추상화는 입체에서 평면으로, 평면 위의 모양에서 도형으로의 이동을 요구하는데, 교과서에서 이 추상화의 기회들은 초등학교 1학년과 2학년 수학교과서 모두에 걸쳐서 제공되고 있음을 확인하였다. 이와 관련하여 교사는 평면도형으로 추상되는 과정이 어떤 단원의 어떤 활동에서 그 기회를 제공하는지 그리고 각각의 기회를 어떻게 연결하여 활용할지에 고민할 필요가 있고, 교사 교육자는 이를 안내할 필요가 있다는 시사점을 얻을 수 있다.

구체적으로, 수학교과서를 기호학적 관점에서 분석하여 학습기회들의 관계를 파악하고 연결하는 것은 학생들에게 어떤 이전 활동을 생각해보도록 요구할지 그리고 이전 활동을 현재의 활동에 어떻게 연결시킬지에 대한 교사의 판단을 도울 수 있고, 교사는 새로운 활동에서 학생들이 마주치는 어려움의 원인을 탐색하는 데 이와 같은 분석 결과를 활용할 수 있을 것이다.

셋째, 교육과정 또는 교과서 개발 과정에서 기호학적 관점과 도구를 이용할 것을 고려할 필요가 있다. 기호학적 관점과 도구를 이용하는 것은 수학 학습기회를 상세하게 기술하고, 분석하는 것을 가능하게 하고, 이는 수학적 활동에 포함되어 있는 기호작용의 복잡성을 드러낼 기회를 제공한다. 기호학적 관점과 도구를 이용하여 수학적 활동에 포함되어 있는 기호작용을 분석하는 것은 수학교과서의 활동들을 배치하는 데 필요한 정보를 제공할 수 있을 것이다.

본 연구의 결론과 시사점은 초등기하의 특정한 내용만을 분석했다는 점에서 그리고 평

면도형의 학습기회에 대해 일부 사례를 중심으로 분석했다는 점에서 제한적이다. 상대적으로 시각적 표현의 사용이 적고, 상징적 표현의 사용이 두드러지는 초등산술 혹은 중등수학의 대수 영역에서도 기호학적 관점과 도구의 사용이 유용한 결과를 도출할 수 있는지를 확인할 필요가 있다.

참고문헌

- 강문봉, 김정하 (2015). 평면도형의 넓이 지도 방법에 대한 고찰: 귀납적 방법 대 문제해결식 방법. **수학교육학연구**, 25(3), 461-472.
- 교육부 (2015). **수학과 교육과정**. 교육부 고시 제215-74호(별책8)
- 교육부 (2017a). **수학 1-2**. 서울: 천재교육.
- 교육부 (2017b). **수학 2-1**. 서울: 천재교육.
- 교육부 (2017c). **수학 교사용 지도서 1-2**. 서울: 천재교육.
- 교육부 (2017d). **수학 교사용 지도서 2-1**. 서울: 천재교육.
- 권석일, 박교식 (2011). 우리나라 초등학교 수학 교과서에서의 입체도형 관련 지도 내용에 대한 분석과 비판. **수학교육학연구**, 21(3), 221-237.
- 권유미, 안병곤 (2005). 초등 수학 교과서에 사용되고 있는 수학 용어에 대한 학생들의 이해도 분석-도형 영역을 중심으로. **한국초등수학교육학회지**, 9(2), 137-159.
- 김구연, 전미현 (2017). 중학교 수학교과서가 학생에게 제공하는 함수 학습기회 탐색. **학교수학**, 19(2), 289-317.
- 김선희, 이종희 (2003). 통계 자료의 정리와 표현에서 중학생들의 기호화와 해석화 과정 분석. **수학교육학연구**, 13(4), 463-483.
- 김수미, 정은숙 (2005). 범례 제시를 통한 도형 개념 지도 방안. **수학교육학연구**, 15(4), 401-417.
- 김수민, 김선희 (2018). 수학 문제 해결 과정의 의사소통에 대한 기호학적 분석. **학교수학**, 20(1), 131-147.
- 김지원 (2016). 초등학교 2학년 학생들의 삼각형에 대한 개념 이미지 분석. **학교수학**, 18(2), 425-440.
- 박정일 (2013). 전기 비트겐슈타인의 프레게 의미이론 비판. **논리연구**, 16(3), 347-380.
- 박진형, 이경화 (2013). 수학적 모델링 과정에서 수학화의 기호학적 분석. **수학교육학연구**, 23(2), 95-116.
- 우정호 (2017). **학교수학의 교육적 기초 (중)**. 서울: 서울대학교출판문화원.
- 최병훈, 방정숙, 송근영, 황현미, 구미진, 이성미 (2006). 한국과 싱가포르의 초등 수학 교과서 비교 분석: 도형과 측정 영역을 중심으로. **학교수학**, 8(1), 45-68.
- 최병철 (2017). 개념 형성 과정에 관여하는 표현의 기호학적 분석. **수학교육학연구**, 27(4), 663-678.
- 최수임, 김성준 (2012). 정의하기와 이름짓기를 통한 도형의 이해 고찰-초등학교 4학년 도형 영역을 중심으로. **한국학교수학회논문집**, 15(4), 719-745.
- Banicky, L. (2000). Opportunity to learn (Education Policy Brief, vol. 7). College of Human Resources, Education, and Public Policy, University of Delaware.

<http://udspace.udel.edu/bitstream/handle/19716/2446/opp%20to?sequence=1> 에서
2020년 1월 15일 인출.

- Begle, E. G. (1973). Some lessons learned by SMSG. *Mathematics Teacher*, 66(3), 207-14.
- Charalambous, C. Y., Delaney, S., Hsu, H. Y., & Mesa, V. (2010). A comparative analysis of the addition and subtraction of fractions in textbooks from three countries. *Mathematical Thinking and Learning*, 12(2), 117-151.
- Cohen, D. K., Raudenbush, S. W. & Ball, D. L. (2003). Resources, instruction, and research. *Educational Evaluation and Policy Analysis* 25(2), 119-142.
- Ding, M., & Li, Xiaobao. (2010). A comparative analysis of the distributive property in U.S. and Chinese elementary mathematics textbooks. *Cognition and Instruction*, 28(2), 146-180.
- Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine*. Berna: Peter Lang.
- Duval, R. (2008). Eight problems for a semiotic approach in mathematics education. In *Semiotics in mathematics education* (pp. 39-61). Brill Sense.
- Frege, G. (1948). Sense and reference. *The Philosophical Review*, 57(3), 209-230.
- Grouws, D., Smith, M., & Sztajn, P. (2004). The preparation and teaching practices of United States mathematics teachers: Grades 4 and 8. In P. Kloosterman & F. Lester (Eds.), *Results and interpretations of the 1990 through 2000 mathematics assessments of the national assessment of educational progress*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Li, Y. (2000). A comparison of problems that follow selected content presentations in American and Chinese mathematics textbooks. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(2), 234-241.
- McDonnell, L. M. (1995). Opportunity to learn as a research concept and a policy instrument. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 17(3), 305-322.
- Peirce, C. S. (1998). *The essential Peirce: selected philosophical writings*. Vol. 2 (1893-1913). (Peirce Edition Project, eds). Bloomington: Indiana University Press.
- Pepin, B., & Haggarty, L. (2001). Mathematics textbooks and their use in English, French and German classrooms. *ZDM*, 33(5), 158-175.
- Remillard, J. T. (2005). Examining key concepts in research on teachers' use of mathematics curricula. *Review of Educational Research*, 75(2), 211-246.
- Reys, B. J., Reys, R. E., & Chávez, Ó. (2004). Why Mathematics Textbooks Matter. *Educational Leadership*, 61(5), 61-66.
- Rezat, S. & Strässer, R. (2012). From the didactical triangle to the socio-didactical tetrahedron. *ZDM*, 44(5), 641-651.
- Schmidt, W. H., McKnight, C. C., Valverde, G. A., Houang, R. T., & Wiley, D. E. (1997).

- Many visions, many aims: A cross-national investigation of curricular intentions in school mathematics.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Schmidt, W. H., McKnight, C. C., Houang, R. T., Wang, H., Wiley, D. E., Cogan, L. S., & Wolfe, R. G. (2001). *Why schools matter: A cross-national comparison of curriculum and learning.* San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- Seeger, F. (2008). Intentionality and sign. In L. Radford, G. Schubring, & F. Seeger (Eds.), *Semiotics in mathematics education: Epistemology, history, classroom and culture* (pp. 1-18). Rotterdam: Sense Publishers.
- Stein, M. K., Remillard, J., & Smith, M. S. (2007). How curriculum influences student learning. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 319-369). Greenwich, CT: Information Age Publishing.
- Tarr, J. E., Chávez, Ó., Reys, R. E., & Reys, B. J. (2006). From the written to the enacted curricula: The intermediary role of middle school mathematics teachers in shaping students' opportunity to learn. *School Science and Mathematics, 10*(4), 191-201.
- Thompson, D. R., Senk, S. L., & Johnson, G. J. (2012). Opportunities to learn reasoning and proof in high school mathematics textbooks. *Journal for Research in Mathematics Education, 43*(3), 253-295.
- Thompson, D. R., & Huntley, M. A. (2014). Researching the enacted mathematics curriculum: learning from various perspectives on enactment. *ZDM, 46*(5), 701-704.
- Törnroos, J. (2005). Mathematics textbooks, opportunity to learn and student achievement. *Studies in Educational Evaluation, 31*(4), 315-327.
- Valverde, G. and L. Bianchi and R. Wolfe and W. Schmidt and R. Houang, (2002), *According to the book: using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbooks*, London: Kluwer Academic Publishers.
- Van Dormolen, J., (1986), Textual Analysis, In Christiansen, B and A.G. Howson and M. Otte, *Perspectives on mathematical education.* Dordrecht: Reidel, 141-171.
- Vygotsky, L. S. (2011). The dynamics of the schoolchild's mental development in relation to teaching and learning. *Journal of Cognitive Education and Psychology, 10*(2), 198-211.

<Abstract>

A Semiotic Analysis of Opportunity to Learn about Plane Figures in Grade 1 and 2 Mathematics Textbooks

Cho, Jinwoo⁴⁾

This study reports the results of analyzing the learning opportunities about the plane figures provided by the first and second grade mathematics textbooks. The plane figures that students learn during this period are important in that it serves as the basis for the later geometric education. With assumptions that mathematics learning is related to the problem of meaning and that meaning-related activity can be viewed as a symbolic activity, it adopts and uses the perspectives and tools of semiotics to analyze the learning opportunities provided by the mathematics textbook. The analysis of the semiotic process of the textbook activities revealed the significance of learning opportunities and helped to distinguish the seemingly similar learning opportunities. Based on the results of the analysis, I discussed the link between learning opportunities provided by grade 1 and grade 2 mathematics textbooks. Finally, the paper concludes with suggestions and conclusions and suggestions for further research.

Key words: plane figures, mathematics textbooks, opportunity to learn, semiotic process

논문접수: 2020. 01. 16

논문심사: 2020. 01. 29

게재확정: 2020. 02. 07

4) jinwoo1987@hanmail.net