

분말에서 발생하는 Washboarding 현상에 대한 이산요소법을 이용한 수치해석적 연구

이승준*, 박준영*.#

*금오공과대학교 기계설계공학과

A Numerical Analysis for the Washboarding Phenomenon on the Top Surface of Fine Powders Using the Discrete Element Method

Seoungjun Lee*, Junyoung Park*.#

*Department of Mechanical Design Engineering, Kumoh National Institute of Technology

(Received 5 February 2020; received in revised form 15 March 2020; accepted 17 March 2020)

ABSTRACT

Washboarding is a phenomenon in which a wavy shape occurs periodically and naturally on an unpaved road made of soil or gravel. This phenomenon causes high-frequency vibration of the traffic traveling on the road because of the height difference of the wave pattern, which may lead to vehicle failure. Consequently, associated research is needed concerning vehicle safety. Therefore, in this study, a numerical simulation was conducted using the discrete element method, which is often used for powder simulation. In contrast to previous studies, the results of this study demonstrate that washboarding can occur even in an environment of 1.5 m/s or less. However, the amount of washboarding is minimal. The study revealed that washboarding develops over time, such that sufficient development time is required before measurements are taken.

Key Words : Discrete Element Method(이산요소법), Washboarding(와시보딩), Powder(분말)

1. 서 론

Washboarding은 흙이나 자갈로 이루어진 도로에서 물결 모양이 주기적으로 자연스럽게 발생하는 현상이다. Fig. 1에 보인 바와 같이 Washboarding은 일반적으로 교통량이 많은 비포장도로에서 잘 일어난 것으로 알려져 있다^[1]. 이 현상은 물결무늬의 높이 차이 때문에 도로를 지나가는 교통편의 높을 주

파수의 진동을 유발하게 되고 이로 인해서 차량의 고장을 유발할 수도 있어 연구가 필요하다. 이러한 현상은 심지어는 포장된 도로나 기차선로에서도 아주 느리지만 생긴다고 알려져 있다^[2].

일반적으로 Washboard road는 Corrugated road로 불리기도 하며 특정 속도 이상이 되면 바퀴가 비포장도로 주름의 산부면에서 바퀴가 튀어 오르면서 발생하는 것으로 알려져 있다. 따라서, Washboard road에 관한 연구는 대부분 건식 분말이나 알갱이를 사용하여 진행되고 있다^[3]. 하지만, 몇몇 연구에서는 점토와 같은 응집력이 있는 분말에서도 나타

Corresponding Author : pcello@kumoh.ac.kr

Tel: +82-54-478-7377, Fax: +82-54-478-7377

Copyright © The Korean Society of Manufacturing Process Engineers. This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution-Noncommercial 3.0 License (CC BY-NC 3.0 <http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

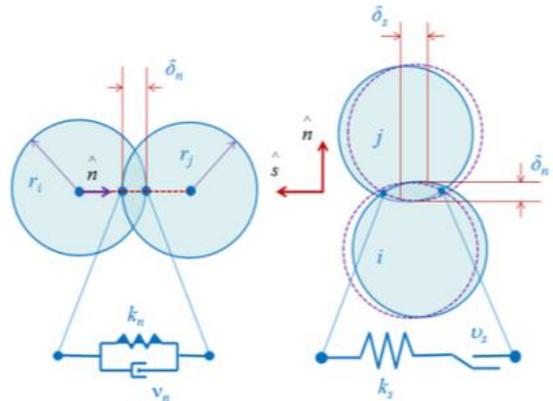


Fig. 1 Typical example of washboard road^[1]

나고 눈 위에서도 나타나는 것으로 보고되고 있다^[4,5].

Washboarding이 발생하는 메커니즘에 대해서는 Mather에 의해서 1963년 최초로 분석됐다^[6] 그는 이 연구에서, washboarding 현상이 도로 표면에서 무작위적인 작은 요동 때문에 바퀴가 튀는 현상이 발생하고 다시 떨어지면서 washboarding이 발생하는 것으로 설명하고 있다. 도로관리자들은 이를 경험적으로 교통량과 속도, 바퀴에 의해서 발생한다는 것을 인지하고 있었으나, 이에 대한 실험실 수준의 연구는 비교적 최근에 행해졌다^[3,4,7].

실험실 수준의 연구에서는 일반적인 바퀴를 회전시킬 수 있는 축에 고정하여 피벗 시켜서 두고, 상하운동을 가능하게 하여준다. 이후에 모래나 자갈이 차 있는 원형 판을 회전시켜 washboard의 발생을 확인하는 방식을 이용하고 있다. 이러한 연구를 통하여, 원형 판의 모래나 자갈과 같은 입자층의 두께, 입자의 크기, 입자의 형상, 바퀴의 크기, 바퀴의 형태, 무게 등을 파라미터로 두고 바꾸어가며 측정하고 있다^[7]. 하지만, 예상과 달리 대부분의 파라미터는 대부분 washboard 현상에 영향을 주지 않고, 바퀴의 질량만이 크게 영향을 주고 있다. 하지만, 원형 판의 회전속도(즉, 바퀴의 속도)는 크게 영향을 주고 있음이 밝혀져 있다. 최근의 연구에서는 바퀴가 아니라 기울어진 판을 사용해서도 washboarding이 가능하다는 것이 발견되었다^[8]. 또한, 메커니즘을 양력과 항력을 사용하여 설명하고



(a) Normal spring (b) Tangential spring
Fig. 2 Force model for particle-particle contact^[6]

있기도 하다.

기존의 연구는 대부분 실험적이나 순수 이론을 사용하여서만 진행됐고, 일부의 연구만이 이산요소법을 이용한 시뮬레이션적인 접근을 택하고 있다^[7,9-14]. 하지만, 이마저도 전부 2차원적인 연구로서 3차원 이산요소법을 사용한 washboard에 관한 연구는 크게 부족한 상황이다^[15]. 따라서, 본 논문에서는 3차원 이산요소법을 사용하여 Washboarding 현상을 구현하고 이를 분석하고자 한다.

2. 이산요소법

2.1 이산요소법 이론

수많은 입자를 다루는 것은 기존의 수치해석 방법을 이용해서는 거의 불가능하다. 즉, 유한요소법이나 전산유체해석들을 이용해서 해석하는 것은 거의 불가능한 것이 잘 알려져 있다. 따라서, 수많은 입자, 즉, 분체를 시뮬레이션하기 위해서 이산요소법이라는 수치해석방법이 제안되어 있다. 이러한 입자들의 해석에서 가장 중요한 것은 입자들의 수많은 접촉을 해결하기 위한 표면력의 일종인 접촉력 계산과 체적력의 일종인 중력의 계산이 가장 중요하다. 해결해야 하는 문제에 따라서는 유체의 항력이나 전자기력 등이 중요해질 수도 있지만, Washboarding에서는 접촉력과 중력만이 중요하기 때문에, 여기서는 접촉력과 중력에 대해서만 알아

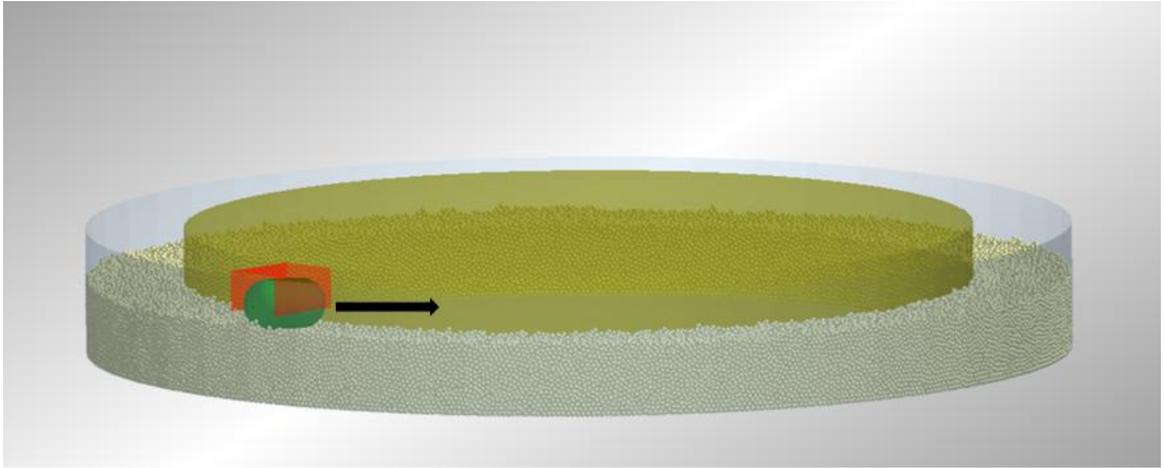


Fig. 3 Initial state of simulation using Discrete Element Method

Table 1 Material properties used in simulation

Materials	Rubber	Sand	Steel
Poisson's Ratio	0.47	0.25	0.25
Shear Modulus (MPa)	1	100	10000
Density (kg/m ³)	1300	2500	7850

본다.

구의 접촉력은 Fig. 2에 나타낸 것과 같이 크게 법선 방향 힘과 접선 방향 힘으로 구분된다. 이산요소법에서는 법선 방향과 접선 방향 모두 스프링-질량 시스템을 이용하여 접촉력을 결정한다. 이때 주로 사용하는 스프링모델은 Hertz-Mindlin 모델이다. Hertz의 접촉이론에서는 마찰을 고려하지 않기 때문에 완전 탄성 충돌이 되지만, 이를 Mindlin이 수정한 식을 사용하면 두 입자의 충돌에서 힘이 소실 된다¹⁶⁾. 이를 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$F_{HM} = \frac{4}{3} E^* \sqrt{R\delta^3} - 2\sqrt{\frac{5}{6}} \beta \sqrt{S_n m^*} \quad (1)$$

$$S_n = 2E^* \sqrt{R^* \delta}, \quad \beta = \frac{\ln e}{\sqrt{\ln e^2 + \pi^2}} \quad (2)$$

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1-\nu_i^2}{E_i} + \frac{1-\nu_j^2}{E_j} \quad (3)$$

$$\frac{1}{m^*} = \frac{1}{m_i} + \frac{1}{m_j} \quad (4)$$

Table 2 Restitution coefficient friction coefficients

	Rubber			Sand			Steel		
	e	f _{stat}	f _{rol}	e	f _{stat}	f _{rol}	e	f _{stat}	f _{rol}
Rubber	0.50	0.50	0.01	0.50	0.50	0.01	0.10	0.00	0.00
Sand	0.5	0.5	0.01	0.5	0.5	0.01	0.5	0.5	0.01
Steel	0.10	0.00	0.00	0.50	0.50	0.01	0.50	0.50	0.01

여기서, δ 는 중첩 거리를 나타내고, R 은 입자의 반지름, e 는 반발계수, m^* 와 E^* 는 상당 질량과 상당 탄성계수이다. 구의 접선 방향 접촉력은 Cundall이나 저자의 이전 논문들을 이용하여 유사한 방법으로 해결할 수 있다¹⁷⁻²⁰⁾.

2.2 이산요소법 시뮬레이션 조건

시뮬레이션을 진행하는 순서는 다음과 같다. 우선 납작한 Steel로 제작된 바깥쪽 반지름 1m 크기에 0.2m의 폭을 가진 환형 용기를 만들고 환형 용기 안쪽에 18만여 개 정도의 같은 크기의 반지름 5mm의 모래 입자를 발생시킨다. 이후에, 중력에 의해서 입자가 다 가라앉아서 안정되도록 둔다. 입자가 완전히 가라앉으면 모래층의 두께는 약 136mm 정도에 해당한다. 입자가 완전히 안정된 후에 반지름 5cm에 길이 20cm의 크기를 가지는 고무로 된 실린더형 바퀴를 모래 위에 얹는다. 이후에 고무바

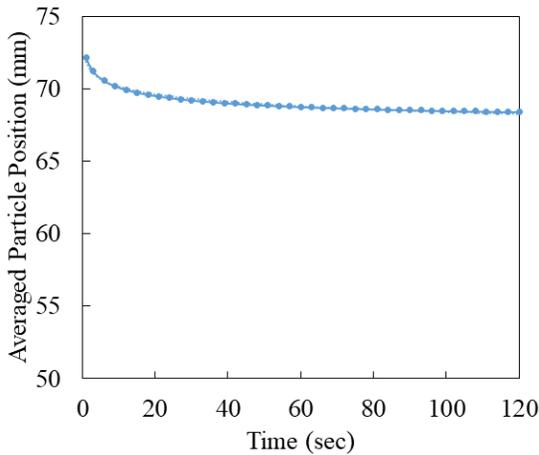


Fig. 4 Averaged particle position according to time

퀴를 앞으로 진행하게 하면서 입자들의 평균 위치 등을 측정한다. 고무바퀴를 진행하게 하기 전 상태를 Fig. 3에 나타내었다. Fig. 3에서 초록색 원형 봉이 고무바퀴이다. 바퀴 위의 빨간색 벽은 가상의 벽으로서 입자와의 마찰은 없고 충돌만을 고려할 수 있게 되어 있다. 따라서, 고무바퀴의 구동력을 가상의 벽을 사용하여 부여하고 있다. 즉, 고무바퀴의 회전과 상하 운동은 구속되지 않고, 고무바퀴의 전진 운동만이 부여된 속도에 의해서 구속돼 있다. 여기서, 속도에 의한 영향을 파악하기 위하여 고무바퀴의 속도를 바꿔가면서 입자들의 위치를 분석하였다.

이산요소법 시뮬레이션을 위해서 사용된 물성값들은 Table 1과 같다. 또한, 이산요소법 시뮬레이션에서는 물질 간의 마찰(정지마찰, f_{stat} 과 구름마찰, f_{roll})과 반발계수, e 가 중요한데, 이는 Table 2에 나타내었다. 시뮬레이션에서 사용된 모든 물성값은 실제 측정된 값이 아닌, 소프트웨어 제작사에서 공급해주는 물질별 기본값을 사용하여 진행하였다. 기존의 연구들에서도 물성값 값에 민감하지 않다는 것이 증명되기도 하였고, 실험과의 정량적인 비교가 아닌 정성적인 비교만을 목표로 하였기 때문에, 기본값만을 사용하여 시뮬레이션을 진행하였다.

모든 시뮬레이션은 Altair 사의 EDEM academic version을 사용하여 진행하였다. 하드웨어는 Geforce 2080Ti GPU 2대를 사용하여 GPU를 기반으로 계산

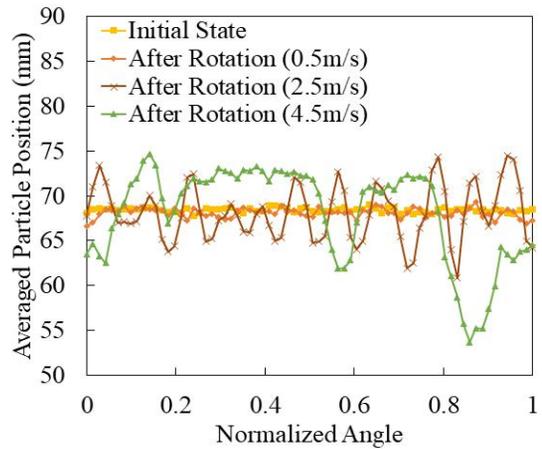


Fig. 5 Averaged particle position after some rotation

하였으며, 모든 계산이 48시간 이내에 끝날 수 있는 정도의 시간을 소요한다.

3. 해석결과 및 고찰

초기에 입자를 발생시킨 직후부터 입자들은 중력에 의하여 가라앉기 시작한다. 따라서, 완전하게 가라앉을 때까지 입자를 안정화하고 그 이후에 시뮬레이션을 진행해야 한다. 이를 위해서 시간이 지속함에 따라서 입자들의 평균 위치가 변화하는 것을 Fig. 4에 나타내었다. 그림에 보는 바와 같이 입자들이 지속해서 안정화 되고 있으나 100sec 이후로는 거의 변화가 없어서, 본 연구에서는 120sec 동안 안정화 후에 모든 시뮬레이션을 수행하였다. 이때의 평균적인 입자의 높이는 약 68mm 정도이다.

또한, 초기의 입자 평균 높이와 고무바퀴를 몇 바퀴 회전시킨 후의 평균 높이를 비교하여 Washboarding의 발생 정도를 측정할 필요가 있다. 따라서, 위치에 따른 입자의 평균 위치를 구해야 한다. 즉, 환형 용기를 70개의 영역으로 각도 분할하고 각각의 각도 분할 영역에서의 입자들의 위치 평균을 구했다. 또한, 각도 분할 영역의 각도를 정규화하기 위하여 360도로 나누었다. 즉, 정규화 각도가 1이면 360도를 의미한다. 입자들의 분할 영역에서의 평균 위치와 정규화 각도를 Fig. 5에 속도별로 나타내었다. 초기 상태(Initial State)는 Fig. 4에서

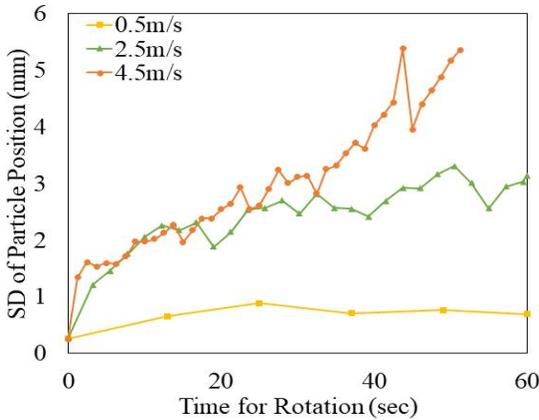


Fig. 6 Standard deviation of particle position according to time

의 마지막 상태로, 대체로 각도에 따른 높이의 차이가 거의 없이 고르게 분포하고 있는 것을 볼 수 있다. 속도가 0.5m/s의 경우에는 높이의 편차가 초기 상태보다는 진폭이 아주 약간 커지는 것과 높이 편차의 주기가 상당히 작은 것을 볼 수 있으나, 상당히 작아서 크게 느낄 수 없는 수준이다. 하지만, 이 속도가 2.5m/s가 되면 편차가 상당히 커진 것을 볼 수 있으며 동시에 주기도 상당히 길어진 것을 볼 수 있다. 마찬가지로 4.5m/s에 도달하면 진폭과 주기가 커지고 길어진 것을 볼 수 있다. 이는 기존의 연구들에서 발견된 것과 같이 Washboarding의 임계속도는 1.5m/s이고, 속도가 빨라질수록 주기가 길어진다는 것은 같은 결과이다⁷⁾. 하지만, 본 연구에서는 기존의 연구들에서 지적된 1.5m/s의 이하인 0.5m/s에서도 washboarding이 발생한다는 것을 발견하였다. 즉, 높이의 편차가 작지만 발생한다는 것이다. 따라서, 1.5m/s 이하에서는 발생하지 않는 것이 아니라 작게 발생하는 것으로 보인다. 이에 관해서는 후속연구를 통하여 보다 명확하게 밝히고자 한다.

washboarding이 발생하였는가를 명확하게 하기 위해서는 입자들의 산과 골을 확인하여야 한다. 그리고, 산과 골이 높고 깊을수록 높이의 표준편차가 커지게 된다. 따라서, 입자들의 높이의 표준편차를 시간에 따라서 계산하여 이를 Fig. 6에 나타내었다. 각 그래프에서의 한 점은 고무바퀴가 환형 용기를 한 바퀴 회전한 것을 나타낸다. 즉, 0.5m/s의 경우

는 총 5바퀴를 회전하였다. 속도가 빨라질수록 같은 시간 동안에 많은 바퀴 수를 돌 수 있으므로 4.5m/s에서는 가장 많은 데이터 포인트를 가지고 있다. 예상되는 바와 같이 고무바퀴가 전진하기 시작하는 초반에는 washboarding현상이 적다가, 즉 표준편차가 적다가, 시간이 갈수록 커지는 것을 확인할 수 있다. 특히 이러한 현상은 시간이 더 지나가면 포화하여서 0.5m/s나 2.5m/s에서는 60초 근방에서 이미 포화하여 있는 것을 볼 수 있다. 하지만, 4.5m/s의 경우에는 아직 포화하지 않고 더 발달될 수 있는 여지가 남아있다. 따라서, 기존의 연구에서는 지적하지 않았던 washboarding현상의 포화 여부를 검사하는 것이 필요하다. 즉, 기존의 연구들은 얼마 동안의 회전 후에 측정하였는가를 나타내지 않았는데, 이럴 때 실제 데이터를 정확하게 측정하였는가를 확인할 방법이 없어 데이터의 신빙성에 문제가 생길 수도 있다.

4. 결론

본 연구에서는 분말에서 발생하는 washboarding현상을 구명하기 위하여, 이산요소법을 이용하여 환형 용기에서의 고무바퀴의 구름을 시뮬레이션하였다. 시뮬레이션을 통하여 다음과 같은 결론에 도달하였다.

1. 기존의 연구들과는 달리, 1.5m/s 이하의 환경에서도 washboarding은 발생할 수 있으며, 그 정도만 작을 뿐이다.
2. Washboarding은 시간에 따라서 발달하기 때문에, 충분한 발달 시간을 부여하고 이후에 모든 측정값을 측정하여야 한다.

후 기

“이 논문은 금오공과대학교 학술연구비 지원에 의하여 연구되었음(2017-104-096)”

REFERENCES

1. “Washboarding,” (2019) <https://en.wikipedia.org/>

- wiki/Washboarding (accessed 14, Mar., 2020)
2. Kurtze, D. A., "The Genesis of Washboard Roads," *International Journal of Modern Physics B*, Vol. 15, No. 15, pp. 3344-3346, 2001.
 3. Bitbol, A.-F., Taberlet, N., Morris, S. and McElwaine, J., "Scaling and dynamics of washboard road," *Physical Review E*, Vol. 79, pp.061308-061308, 2009.
 4. Hewitt, I. J., Balmforth, N. J., & McElwaine, J. N., "Granular and fluid washboards," *Journal of fluid mechanics*, Vol. 692, pp.446-463. 2012.
 5. Ikeda, A., Hashimoto, K., Srimahachota, T., Zheng, H., Kanie, S., "Fundamental study on spontaneous corrugation pattern on dry sand due to moving vehicle," *MATEC Web of Conferences*, Vol. 258, pp.05020-05020, 2019.
 6. Mather, K. B., "Why do roads corrugate?," *Scientific American*, Vol. 208, No. 1, pp. 128-137, 1963.
 7. Taberlet, N., Morris, S. W. and McElwaine, J. N. "Washboard Road: The dynamics of granular ripples formed by rolling wheels," *Physical review letters*, Vol. 99, No. 6, pp.068003-068003, 2007.
 8. Percier, B., Manneville S. and Taberlet, N., "Modelling a washboard road: From experimental measurements to linear stability analysis," *Phys. Physical Review E*, Vol. 87, No. 1, pp. 1-4, 2013.
 9. Shoop, S., Haehnel, R., Janoo, V., Harjes D. and Liston, R., "Seasonal deterioration of unsurfaced roads," *Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering*, Vol. 132, No. 7, pp.311-322, 2006.
 10. Riley, J. G. and Furry, R. B., *Highway Research Record*, National Research Council, Vol.438, pp.54-62, 1973.
 11. Misoi, G. K., & Carson, R. M., "Corrugation of Unmetalled Roads Part 1: Vehicle Dynamics," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, Vol. 203, No.3, pp.205-214, 1989.
 12. Cross, M. C. and Greenside, H., *Pattern Formation and Dynamics in Nonequilibrium Systems*, Cambridge University Press, 2009.
 13. Mays, D. C. and Faybishenko, B. A., "Washboard in Unpaved Highways as a Complex Dynamic System," *Complexity*, Vol. 5, No. 6, pp.51-60, 2000.
 14. Both, J. A., Hong D. C. and Kurtze, D. A., "Corrugation of roads," *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 301, pp.545-559, 2001.
 15. Yun, T., Chung, T. and Shin, H.-S., "Numerical Analysis of the Initiation and Development of Corrugation on a Gravel Road," *International Journal of Highway Engineering*, Vol.20, No.1, pp.9-18, 2018.
 16. Johnson, K. L., *Contact mechanics*, Cambridge Publication, pp. 84-125, 1985.
 17. Cundall, P. A., Strack, O. D. L., "A discrete numerical model for granular assemblies," *Geotechnique*, Vol. 29, No. 1, pp. 47-65, 1979.
 18. Ahn, S. H., Park, J., "A New Rigid Rod Model for the Discrete Element Method to Analyze the Dynamic Behavior of Needle-shaped Powder," *Journal of the Korean Society of Manufacturing Process Engineers*, Vol. 16, No. 2, pp. 149-154, 2017.
 19. Kim, Y., Park, J., "Discrete Element Method using the Superposed Rigid-Rod Model for the Dynamic Behavior of Needle-Shaped Powder with a High Aspect Ratio," *Journal of the Korean Society of Manufacturing Process Engineers*, Vol. 17, No. 3, pp. 22-27, 2018.
 20. Lyu, J., Park, J., "Analysis of Particle Packing Process by Contact Model in Discrete Element Method," *Journal of the Korean Society of Manufacturing Process Engineers*, Vol. 18, No. 3, pp. 59-65, 2019.