한국학교수학회논문집 제 23 권, 제 1호
Journal of the Korean School Mathematics Society
Volume 23, Number 1, 45-65, March 2020
http://doi.org/10.30807/ksms.2020.23.1.003

수학적 모델링 교수·학습에서 중학생들의 담화 분석[1)]

장현석[2)]

이 연구는 수학적 모델링이 반영된 중학생 이차함수 교수·학습 과정에서 발생하는 의사소통을 분석한 것이다. 의사소통의 심층 분석을 위해 Sfard(2008)의 담화 이론과 언어 분석 틀(장현석, 김명창, 이봉주, 2019)을 적용하였다. 이차함수 개념을 학습하고 3개월이 지난 학생을 대상으로, 이차함수 수학적 모델링 교수·학습이 2019년 6월 둘째 주에(1차시) 실시되었다. 그 결과는 다음과 같다. 첫째, 학생 간 이차함수 이외의 선행 지식의 차이로 인해 의사소통-인지적 갈등이 발생하였다. 둘째, 의사소통 과정에서 서로 다른 관점의 문제 해결을 통해 지식을 확장하였다. 이러한 결과는 학생이 이차함수 개념의 이해를 기반으로 의사소통 과정에서 문제점을 명료히 드러내고 학생 간 협동을 촉진할 수 있었던 것으로 해석 가능하다.

주요용어 : 수학적 모델링, 이차함수, 담화 분석, 비고츠키 이론

Ⅰ. 서론

2015 개정 수학과 교육과정에서 강조하는 창의·융합 역량을 함양시키기 위해서는 학생이 단순히 지식을 받아들이는 것이 아니라 학생 스스로가 탐구하고 발견하는 과정을 통해 지식을 구성하고 사고를 발달시킬 수 있는 경험과 기회가 제공될 필요가 있다. 이를 위한 교수·학습 방법으로 수학적 모델링을 들 수 있다(최희선, 한혜숙, 2018). 수학적 모델링 활동은 실생활 맥락 내에서 실제 자료 들을 경험할 수 있는 기회를 학생에게 제공하고, 유연하고 창의적인 사고를 유도한다.

수학적 모델링 활동을 촉진하기 위해서는 학생의 '수학적 의사소통 역량'이 배양되어야 한다. 이와 관련하여, 최경아(2017)는 수학적 모델링은 의사소통 영역과 밀접하게 관련된다고 하였고, 의사소통 역량의 하위 요소를 수학적 표현과 관련된 것과 다른 사람과 생각을 주고받는 것과 관련된 것으로 구분하여 탐색하였다. 그 결과 수학적 모델링 활동에서 의사소통이 잘 일어나기 해서는 담화 지향 수업이 강조된다고 하였다. 이러한 논의는 이러한 의사소통 역량을 기르기 위해서 교사는 학생의 수학적 사고와 그 언어적 표현을 이해하고, 학생의 사고 및 언어적 표현 능력을 증대시키기 위해 효과적인 교수・학습 방법을 연구하는 것이 무엇보다 중요한 것으로 볼 수 있다. 이는 '사고와 언어의 관계'를 밝히는 것을 필요로 한다.

사고와 언어에 관련하여 이 연구에서는 Vygotsky(1987)의 이론과 Sfard(2008)의 담화 이론을 주목

---

* MSC2010분류 : 97C30, 97D70
1) 본 논문은 장현석(2019)의 경북대학교 대학원 박사학위논문의 일부입니다.
2) 울산대학교 교수 (genichang@hanmail.net)

하였다. Vygotsky의 이론에 관한 연구는 근접 발달 영역을 제외하면 그의 저술과 논문을 정리하는 수준에 그치고 있다(Berger, 2004a, 2004b, 2005; Mahn, 2012; Swanson, 2013; Li-Yuan, 2015; Kilakos, 2016). 그러나 Berger(2004c, 2006)는 Vygotsky의 이론에 관한 Sfard(2000)의 연구를 기반으로 설문지를 개발하여 학생의 수학적 개념의 오류 유형을 분석하였고, 최근에 Mhlolo와 Schafer(2013)는 van Hiele(1985) 이론의 단점을 극복할 수 있는 일반화된 대안으로, 다시 말해 기하적 관점과 대수적 관점을 통합할 수 있는 이론으로 Vygotsky의 개념 형성 이론을 소개하였다. 이와 같이 Vygotsky에 관련된 연구는 점점 다양해지고 있다.

학생의 개념 형성과 관련된 연구와 관련하여, Berger(2006)는 "어떻게 복합적 사고 단계에서 개념 단계로 전이가 발생하는가?"라는 물음을 제기하였고, 이에 대해 "Vygotsky에 따르면, 유사개념의 사용을 통해서"라고 제안하였다. 그러나 더 이상의 후속 연구는 찾을 수 없었다. 이는 학생의 언어 사용이 교사와 다른 동료와의 의사소통과정에서 지식의 공동 구성의 촉매제로서의 역할을 한다는 것을 보일 수 있는 실험적 아이디어의 부재에 기인한 것이라 볼 수 있다. 이 연구에서는 이러한 문제를 Sfard의 담화 이론을 반영하여 해결할 수 있을 것이라 보았다.

수학적 모델링과 관련된 국내의 주요 연구 결과를 정리하면 다음과 같다. 수학적 모델링을 이용한 수업 결과 학생에게 함수의 그래프의 개형, 계수 변화와 관계를 파악하는데 도움이 된다는 연구(손홍찬, 류희찬, 2005), 학생의 수학적 신념이 변화하고 성취 수준에 따라 어려움을 느끼는 수학적 모델링 단계가 다르다는 연구(김미영, 강순자, 2007), 학생의 학업성취도, 수학 학습 태도 및 불안도가 향상된다는 연구(안종수, 2012)가 있었다. 더불어 수학적 모델링 과정에서 학생은 다양한 표상체를 통해 현상을 해석하고 재조직하고, 표상체의 잘못된 이해가 수학화의 어려움을 유발할 수 있다는 연구(박진형, 이경화, 2013)와 최근에는 수학적 모델링을 통해 학생은 변환, 이해, 편집 등 정교성 측면에서 수학적 문제제기 능력이 향상된다는 연구(최희선, 한혜숙, 2018)가 있었다. 위 연구들을 살펴보면 수학적 모델링이 학생의 성취도에 미치는 영향과 같은 결과 중심적인 연구에서 수학적 모델링 과정에서 학생의 이해가 다른 수학적 역량에 미치는 영향 등과 같은 과정 중심적인 연구로 전환되는 경향을 볼 수 있다. 그러나 교사와 학생 또는 학생 간 의사소통 과정에서 발생하는 담화의 변화를 분석하는데 초점을 둔 연구는 드물었다.

초등 교육에서는 최근에 수학적 모델링을 교수·학습 과정에 반영하여 의사소통의 수준 변화를 분석한 연구가 있었다(이지영, 김민경, 2016; 김혜진, 2018). 이지영, 김민경(2016)은 수학적 모델링이 학생의 의사소통 능력의 수준과 형태의 발달에 의미 있는 영향을 준다고 보며 동시에, 학생이 모델링 과정에서 드러나는 상호작용 양상에 대하여 보다 깊은 논의가 필요하다고 하였다. 김혜진(2018)도 수학적 모델링을 통해 학생이 의사소통 과정에서 수학적 표현을 정교화하고 긍정적 태도를 보인다고 하였다.

중등 교육에서도 특히, 함수와 수학적 모델링과 관련된 연구를 많이 찾아 볼 수 있다. 먼저, 일차함수와 관련하여 교수·학습 지도안을 개발하거나(홍정희, 1994; 오영순, 2005; 이진경, 2006; 장수영, 2007; 이선미, 2008; 손현정, 2009; 장현진, 2009), 학생의 문제해결 능력에 관련된 연구(김선영, 2009)가 있었다. 이차함수와 관련하여 교수·학습 지도안을 개발하거나(이선미, 2008; 고준호, 2010; 박나래, 2012), 그래픽 계산기를 이차함수 모델링 과정에 활용한 연구(정예나, 2012)가 있었다. 그러나 이차함수 모델링 교수・학습 과정에서 나타나는 의사소통에 관한 연구는 찾아보기가 어려웠다.

이에 이 연구에서는 이차함수에 대한 수학적 모델링 교수·학습 과정에서 나타나는 교사와 학생의 담화 분석을 통해, 의사소통 과정에서 드러나는 지식의 인지적 측면과 사회적 측면의 구성 과정을 탐색하고자 한다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 수학적 모델링

Freudenthal(1991)은 복잡한 현상을 단순화하는 수학화의 방편으로 수학적 모델링을 강조하였다. 학생이 수학적 모델링을 한다는 것은 학생 자신이 가진 수학적 내용을 이용하여 수학적 모델을 구성하는 과정 전체를 의미한다(Swetz & Hartzler, 1991). 더불어 수학적 모델링을 통한 활동의 참여는 형식화하고 일반화할 수 있는 능력을 길러 주고, 이를 통해 다른 모둠 구성원과 수학적 표상(표, 그래프, 차트, 그림)을 공유할 수 있게 하며(English, 2003), 수학적 추론 능력 향상에 도움을 주었다(English & Waters, 2005a, 2005b).

수학적 모델링의 구체적인 절차에 관해, Swetz, Hartzler(1991)은 실세계 현상, 수학적 모델, 수학적 결론, 재해석의 순환적 과정으로 설명한다. NCTM(2007)에서는 실세계 현상, 수학적 모델, 결론 및 예측의 4단계를 제시하였다. 또한 Lesh & Lehrer(2003)는 기술, 조작, 번역, 확인의 수학적 모델링 과정을 제시한 바 있다.

국내에서 김민경, 홍지연, 김혜원(2010)은 수학적 모델링 연구를 통해 수업에 적용 가능한 절차를 제안하였다. 먼저, 실생활 문제와 관련해 학생의 토의를 통한 준비가 이루어지고, 다음으로 소집단 활동을 통해 문제를 단순화(이상화)하면서 시행착오를 거치며 문제 해결을 위한 모델을 구성한다. 마지막으로, 모둠별로 구성된 모델의 발표 및 토론을 통해 모델링 과정에서 사용한 수학적 개념, 원리, 법칙을 교정하게 된다. 이지영, 김민경(2016)은 위 절차를 5학년 분수 개념 학습에 적용하여 수학적 모델링을 통해 학생의 의사소통 능력이 향상됨을 보였고, 모델링 초기 과정에 교사의 설명을 통해 학생이 모델을 구성하게 하였다. 또한, 이들은 수학적 모델링이 학생의 의사소통능력의 수준과 형태의 발달에 의미 있는 영향을 주며, 후속 연구의 필요성을 강조하였다. 더불어 수학적 모델링이 학생의 의사소통 능력의 수준과 형태의 발달에 의미 있는 영향을 준다고 보고함과 동시에, 학생이 모델링 과정에서 드러나는 상호작용 양상에 대하여 보다 깊은 관심과 논의가 필요하다고 제언하였다. 김소희(2018)도 수학적 모델링을 통하여 학생이 의사소통 과정에서 수학적 표현을 정교화하고 바람직한 태도를 함양한다고 보고하였다.

수학적 모델링의 교수·학습 과정에서 학생은 여러 가지 어려움을 가지는 것으로 알려져 있다. 홍정희(1994)는 수학적 모델링을 위해서 수학적 개념을 숙지하고 실생활 상황을 이해하고 이를 적용해야 하는데, 수업 시간이 제한적이기 때문에 모델링 수업을 위해서 특별 활동 수업 시간을 배정하여 학생이 탐구한 후에 발표하도록 해야 한다고 제언하였다. 또한, 이지영, 김민경(2016)은 학생이 실생활과 관련한 복잡한 문제를 접할 때 많은 어려움을 드러낸다고 하였다. 그러나 초등학교 교사들의 수학 모델링에 대한 이러한 인식이 부족하다는 연구 결과도 있었다(김민경, 민선희, 강선미, 2009). 유사한 결과를 중학교 교사의 인식에도 반영해 볼 수 있다. 이에 이 연구에서는 수학적 모델링 교수·학습 과정에서 학생이 느끼는 어려움의 양상이 교수·학습 중 의사소통 과정에서 구체적으로 드러날 것이라 보고 이를 실증적으로 확인해 보았다.

2. Vygotsky의 개념 형성 이론

Vygotsky(1987)는 나이든 어린이 또는 성인이 개념을 형성하기 위하여, 합성적 더미 단계, 복합적

사고 단계, 잠재적 개념 단계와 같이 세 가지 전 개념적 단계를 거친다고 하였다.

합성적 더미(Heap) 사고 단계에서 학생은 객관적으로 관계없는 대상들을 학생의 마음에 있는 주관적 인상(즉, 이미지)에 따라 결합한다. 다시 말해, 대상을 하나의 범주로 분류한다. 예를 들어, 물고기 개념 형성 과정 중 이 단계의 학생은 갈대, 물위를 나는 새와 같은 물속에 있는 것은 모두 물고기로 보고 있다. 이 단계에서 학생은 대상의 성질을 추상화할 수 없고, 단지 대상을 근접성 또는 다른 환경적 이유로 분류하고 있다. 요약하면 이 단계에서는 시행착오를 거치며, 아동 시각 장(시공간적 인접성)의 영향을 받으며, 좀 더 복합적 기준에 근거한 조작을 수행하기 시작한다.

복합적(Complex) 사고 단계에서 학생은 경험을 바탕으로 대상 간에 실제로 존재하는 관계에 기초하여 성질을 추상화 한다. 이 단계에서 아동은 자기중심성을 부분적으로 극복하고, 혼합적 더미 단계보다 더 객관화된 사고가 시작 된다. 그러나 추상화된 성질이 정의와 항상 일치하진 않는다. 더불어 이 단계의 학생은 수학적 기호를 이용하지만 잘못 이용 할 수 있다. 예를 들어, 물고기 개념 형성 과정 중 이 단계의 학생은 물속에 있는 굴, 악어, 고래 등도 물고기로 부른다. 물고기의 성질을 추상화 했지만, 아직 물고기의 완전한 정의와 일치하진 않는다.

잠재적(Potential) 사고 단계에서 학생은 하나 또는 다수의 성질을 이용하여 대상을 분류할 수 있게 된다. 더불어, 복합적 사고 단계와 잠재적 사고 단계의 구분은 실질적으로 쉽지 않다. 이에 Berger (2006)는 각 단계의 구분 보다는 이 단계들에서 학생은 기호를 사용하고 있다는 것을 강조 하고 있고, 이 연구에서도 학생은 '기호(어휘)의 사용'을 통해 완전한 개념을 형성해 간다는 것에 주목하였다. 특히, Berger(2006) 복합적 사고 단계에서 학습자의 수학적 기호의 사용이 템플릿-매칭(Template-matching), 결합(Association), 모방(Imitation), 조작(Operation) 등과 같은 활동에 영향 받는다고 주장하였다.

결합을 이용한 복합적 사고의 예는 다음과 같다. Berger(2006)에 따르면, 함수 $f(x)$의 도함수인 $f'(x)$를 처음 접할 때, 많은 학습자들은 $f(x)$의 속성과 $f'(x)$의 속성을 결합시킨다. 따라서 이러한 학습자는 $f(x)$가 연속이기 때문에 $f'(x)$도 연속이라고 가정한다. 이것은 논리적이지 않고, 수학적으로 부정확하다.

템플릿-매칭을 이용한 복합적 사고(Sfard, 2000)의 예는 다음과 같다. 학생은 주형 $\frac{a}{a}=1, a \in X$을 이용해서, $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=1$ 또는 $\frac{0}{0}=1$이라고 주장한다. 모두 같은 주형을 이용했지만, 후자의 경우는 비논리적이라 볼 수 있다.

Vygotsky는 다섯 가지 다른 종류의 복합적 사고를 구분한다. 그러나 이 연구에서는 이에 대한 자세한 논의는 배제하고, Berger(2006)의 연구에서 제안한 복합적 사고에 영향 받은 학생의 기호(어휘) 사용을 주목하였다. 더불어 이 연구에서는 교사에게 배운 지식을 반복해서 사용하는 것을 모방으로 보았다. 또한, 위에 제시된 예에서 Berger는 수학적 개념 간 속성과 속성의 결합을 말하였지만, 이를 확장하여 실생활 지식과 수학적 용어, 개념을 연결하는 것(예, 길이, 넓이를 x, S로 두는 것 등)을 결합으로 보았다.

3. Sfard의 담화 이론

Sfard(2008)는 수학을 담화로, 학습을 담화의 발달로 규정하였다. 더불어 Sfard는 사고를 개별화된 의사소통의 형식으로 정의한다. 담화 연구에서는 학습의 과정이 중요시된다. Sfard는 수학적 담화에서 워드, 시각적 조정자, 내러티브, 루틴을 구별한다. 먼저, 워드(어휘)는 담화 과정에서 양과 모양이 관련되면 수학적 어휘로 간주하고, 수학적 담화는 수학적 언어가 나타나는 담화이다. 예를 들어, 정다각형,

일·이차함수, 삼각형 등을 들 수 있다. 시각적 조정자는 수학적 의사소통 수단이다. 예를 들어, 일차식, 이차식 등과 같은 수식과 그래프 또는 교구 등을 들 수 있다. 루틴은 반복적인 패턴으로, 담화를 범주화 한다거나 특별한 상황이 구조적으로 같은지 등을 표현한다. 내러티브는 어떤 대상 또는 대상 사이의 관계를 묘사하는 명제이다. 그 예로 정의, 정리와 증명, 수업 시간에 교사에 의해 부여된 문장 등을 들 수 있다.

수학 수업에서 학생은 동일한 개념을 학습하더라도, 개념을 구성하는 인지적인 방식과 사전에 형성된 관련 개념 이미지가 다를 수 있으므로, 의사소통 과정에서 같은 단어를 사용하더라도 다른 의미를 부여할 수 있다. 예를 들어, Lewis(2017)는 학습 부진에 관한 연구에서 19세 학생(Lisa)의 분수개념 습득의 실패의 원인이 넓이 개념을 이용한 분수학습에서 Lisa는 다른 학생과 다른 행동적 관점으로 접근하여 분수 개념을 이해한다는 것을 밝히고, Sfard의 담화 이론을 도입하여 Lisa의 행동적 관점을 조정하기 위해 무게 개념이 반영된 시각적 조정자와 단어를 개발하였다. 이 조정자를 이용하여 재교육한 결과 Lisa는 자신의 담화를 재조정하여 분수 개념을 습득 할 수 있었다. 이 연구는 학습자의 인지구조에 맞는 교수 방법을 개발하여 분수 학습에서 학생이 주관적으로 받아들인 분수의 의미를 표준적인 분수의 의미로 재조정한 사례 연구로 볼 수 있다. Lewis(2017)의 예와 같이, 학생은 동료 또는 교사와 언어적 갈등이 발생할 수 있는데, 이를 Sfard(2007)는 일반적인 인지적 갈등과 구별하여 의사소통-인지적 갈등(Commo-gnitive conflict)이라 명명하였다. 이러한 의사소통-인지적 갈등의 해결은 상대방에 대한 이해를 통해서라고 주장한다.

Sfard(2007)는 일반적인 인지적 갈등과 의사소통-인지적 갈등의 차이를 세 가지로 이야기한다. 첫 번째, 일반적인 인지적 갈등은 자신의 신념과 세상 사이에서 발생하는 것이지만, 의사소통-인지적 갈등은, 담화의 변화와 같은, 다른 사람과의 상호작용으로부터 초래한다고 볼 수 있다. 이러한 후자의 관점은 메타 학습은 부여된 내러티브 사이의 불일치나 어떤 외적 증거가 아니라 대화 상대자의 의사소통의 차이에 기인한다고 본다. 두 번째, 인지적 갈등, 특히, 학생의 오 개념에 관해, 교수학적 선택이 될 수 있지만, 의사소통-인지적 갈등은 메타 수준의 학습에 필수적인 것이다. 학생은 다른 사람의 예시 없이는 즉, 다른 사람의 관점을 알지 못하고는, 자신의 논증 방식을 바꾸기 어려울 것이다. 마지막으로, 일반적 인지적 갈등과 의사소통-인지적 갈등은 갈등을 해결하는 방식이 다르다. 일반적인 인지적 갈등은 비모순의 원리에 근거한다. 다시 말해, 상호 모순적인 두 내러티브는 서로 배타적이고, 그 둘 중 어느 것이 배제되고, 어느 것이 선택되어야 할지의 준거가 존재한다는 것이다. 반면에, 의사소통-인지적 갈등은 갈등을 일으키는 내러티브는 다른 담화 즉, 다른 말의 사용, 다른 실체화의 사용 등에 기인한다. 그런 담화는 양립 할 수 없다(Incompatible)기 보다는 같은 표준으로 잴 수 없는(Incommensurable) 것이다. 다시 말해, 그 담화들은 주어진 내러티브가 부여되어야 할지 말지에 대한 준거를 나누지 않는다. 따라서 일반적 인지적 갈등의 해결은 세상의 이해를 통해서이고, 의사소통-인지적 갈등의 해결은 세상에 대한 다른 사람의 생각을 이해하는 것이다. 요약하면 다음 <표 Ⅱ-1>과 같다.

<표 Ⅱ-1> 일반적 인지적 갈등과 의사소통-인지적 갈등의 비교(Sfard, 2007, p. 12)

구 분	일반적 인지적 갈등	의사소통-인지적 갈등
존재론: 갈등은 ~사이에 있다.	대화 상대자와 세계	같은 표준으로 잴 수 없는 담화들
학습에서 역할	오개념을 제거하기 위한 선택 중 하나	메타 수준 학습을 위해 실재적으로 불가피한
어떻게 해결되는가?	학생의 이성적 노력에 의해	학생의 받아들임과 전문가 대화상대방의 논증 방식의 합리화(개인화)

이 연구에서는 수학적 모델링 과정에서 관련된 기존 내러티브 즉, 선행 지식을 상기하지 못함으로 인해 발생하는 학생 간 의사소통 갈등을 의사소통-인지적 갈등으로 보았다. 다시 말해, 문제 풀이과정에서, 배우고 알고 있는 선행지식을 기억하지 못하는 것 또한 인지적인 능력인 기억력의 부족에 기인한 것으로 보았다. 그 이유는 첫째, 기억의 부재 자체는 학생의 문제로 볼 수 있지만, 사후 면담 결과 알 수 있듯이 학생이 이미 알고 있는 지식이었고, 문제 풀이 과정에서 기억만 해내었다면 더 좋은 협동을 통한 의사소통이 가능했을 것이라 판단하였다. 둘째, 비록 상기하지 못한 원인을 정확히 알 수 없지만, 의사소통의 미숙이거나, 교사의 권위에 의한 억압 등을 생각해 볼 수 있다. 이 역시 의사소통 과정에서 영향 받은 것으로 판단하였기 때문이다.

Ⅲ. 연구 방법

1. 사전 교수·학습

수학적 모델링은 실생활 문제와 관련해 토의, 소집단 활동을 통해 문제를 단순화(이상화)하면서 시행착오를 거치며 문제 해결을 위한 모델을 구성하고, 구성된 모델의 발표 및 토론을 통해 모델링 과정에서 사용한 수학적 개념, 원리, 법칙을 교정하는 과정을 의미한다.

이 연구에서 실시한 수학적 모델링 교수·학습은 실생활 문제 상황을 수학적 문제로 변형하여 제시한 간접적 수학적 모델링으로 볼 수 있다. 더불어 학습 효과를 높이기 위하여, 본 이차함수 수학적 모델링 교수·학습이 실시되기 전에 학생에게 2명씩 모듬을 구성하여 사전 교수·학습을 실시하였고, 이를 모델링 과제 교수·학습이라 부르겠다. 모델링 과제 교수·학습의 실시 이유는 다음과 같다.

선행 연구에서 제기된 수학적 모델링의 두 가지 문제점 즉, 수학적 모델링의 적용 과정에서 새로운 개념을 배우고 시간이 부족한 결과, 학생에게 다음 두 가지 문제를 초래할 것으로 보았다. 첫째, 학생이 가진 오개념이 잘 드러나지 않고 간과될 수 있다. 둘째, 수학적 모델링의 단계별 의사소통 과정에서 학생 간 상호 협력이 잘 안될 수 있다.

이러한 문제를 극복하기 위해, 홍정희(1994)가 해결 방안으로 제기한 ‘학생이 탐구한 후에 발표하도록 해야 한다.’는 제언을 수정하여, 이 연구에서는 학생이 관련 개념을 처음 배우는 경우 모듬을 구성하고 시간을 충분히 가질 수 있도록 과제로 제시하였다. 이지영, 김민경(2016)은 수학적 모델링 과정에서 실생활과 관련한 복잡한 문제를 접할 때 학생이 관련 개념을 처음 배우는 경우 어려움이 커질 것으로 보았다. 이를 이 연구에서는 관련 개념을 배우고 시간이 충분히 지난 후 수학적 모델링을 하도록 하였다.

그리하여 수학적 모델링 교수·학습이 실시되기 3개월 전, 모델링 과제 교수·학습[3]을 실시하였다. 모델링 과제 교수·학습 직후 실시된 성취도(15문항)검사와 면담 분석 결과는 <표 Ⅲ-1>과 같다.

---

3) 사전(2019년 3월에 2주(4차시))에 실시된 모델링 과제 교수·학습의 경우 수학적 모델링은 다음과 같이 적용되었다. 먼저, 주제 탐구 수업은 실제 생활에서의 흥미로운 여러 사회적·문화적 주제 중에서 적당한 주제를 중심으로 2인 이상의 모둠(소집단)이 이미 학습한 수학적 내용이나 개념을 이용해 심층적으로 탐구를 하면서 산출물을 생산해 내는 수업이다(김원경, 이종학, 천선빈, 2017). 이에 두 명씩 모듬을 구성한 하여 수학적 모델링을 과제로 제시하는 이차함수 6차시 교수·학습(설명식 4차시/발표 2차시)이 실시되었다. 그 결과는 다음과 같다. 첫째, 학생 S1은 모방의 오류(표를 이용하여 몇 개의 수치만을 이용해서 최댓값을 판단하고, 수식으로 유도하지 못함)로 인해 잘못된 언어를 사용하였고, 이를 의사소통 과정에서 해결하였다. 둘째, 학생의 모방의 한계(표를 이용해서 이차함수의 의미를 파악하지 못함)가 드러났고, 교사의 개입을 통해 학생은 이를 극복 즉, 사회적 조절을 하게 되었다. 더불어, 수학적 모델링 발표 과정에서 Berger(2006)가 주목한 학생의 기호(언어) 사용을 통한 모방과 결합을 확인할 수 있었다.

<표 Ⅲ-1> 성취도와 면담 분석 결과

구 분(문항)		S1	S2	S3	S4
성취도 검사 결과	이차함수의 의미1 (1) - 정의	○	○	○	○
	이차함수의 의미2 (2) - 미지수 구하기	○	○	○	×
	이차함수의 의미3 (7) - 표준형 구하기	○	○	○	×
	이차함수의 그래프1 (3) - 그래프의 폭	○	○	○	○
	이차함수의 그래프2 (4, 8) - 그래프의 평행이동	○	○	○	△
	이차함수의 그래프3 (5, 6, 10) - 그래프와 계수의 관계	△	△	○	×
	이차함수의 활용1 (9) - x축 과의 관계	○	○	×	×
	이차함수의 활용2 (11) - 축의 방정식	×	×	○	×
	이차함수의 활용3 (12) - 최대·최소	○	○	○	×
면담 결과	이차함수의 기본형	△	△	△	△
	이차함수의 표준형	△	×	△	△
	이차함수의 일반형	△	×	△	△
	이차함수의 꼭짓점의 의미	△	×	○	△
	이차함수의 대칭축의 의미	△	×	○	×
	이차함수의 평행이동의 의미	△	×	○	×
	이차함수의 최대, 최소의 의미	○	×	○	×

○: 명확하게 이해한 경우(다 맞은 경우), △: 불명료한 경우(틀린 문항이 있는 경우),
×: 이해하지 못한 경우(다 틀린 경우)

<표 Ⅲ-1>을 보면, 이차함수 학습 요소별 성취도는 학생 S1, S2, S3이 높고, 상대적으로 S4가 낮은 것으로 드러났다. 그러나 면담 결과 S3이 가장 대답을 잘 한 것으로 드러났다. 다시 말해, 질문에 대한 대답을 구체적으로 잘 표현하였다.

예를 들면, 교사의 "이차함수의 꼭짓점을 찾는 방법을 이야기하시오?"라는 질문에, 학생 S1은 "표준형에서요. $y=(ax+p)^2+q$잖아요. 그러면 거기서 p랑 q로 나타내는 거?"라고, 비록 틀린 대답이지만, 구체적으로 수식으로 대답하였다. 반면에, 학생 S2는 "그래프 그려서..."로 대답하였다. 이에 학생 S2는 성적에 비해 구체적(수식)인 표현력이 약한 것으로 판단하였다. 이러한 결과를 바탕으로 본 연구자는 연구 대상 학생들이 수학적 모델링 교수·학습이 실시되기 전에 이차함수 개념을 어느 정도 이해하고 있다고 판단하였다.

2. 연구 절차

2019년 6월 둘째 주에(1차시) 이차함수 수학적 모델링 교수·학습을 실시하였다. 연구 절차는 [그림 Ⅲ-1]에 제시하였고, 구체적으로 살펴보면 다음과 같다. 이차함수 수학적 모델링 교수·학습 담화 분석을 위해, 가장 먼저 이차함수 교수·학습 과정에 수학적 모델링을 도입하기로 결정하고, 그에 따른 교수·학습 연구 절차를 설계하였다. 다음으로 미리 선정된 연구 대상자에게 수학적 모델링 교수·학습을 실시하고, 교수·학습 과정을 녹화한 후 전사하였다. 또한 전사한 담화를 <표 Ⅲ-2>와 <표 Ⅲ-3>에 따라 코딩하여 분석하였다. 마지막으로 개별 면담을 실시하였다.

3. 교수·학습 절차

선행 연구에서 수학적 모델링의 유형은 다양하게 제시 되었지만, 그 본질적인 측면(이상화, 모델 구성)은 동일한 것으로 보았다. 이에 김민경, 홍지연, 김혜원(2010)이 제시한 수학적 모델링을 수정하여 단계별로 정리하면 다음과 같다. 1단계에서 학생들은 교사의 지도하에 실생활 문제와 관련해 학생의 토의를 통한 준비를 한다. 2단계에서 학생들은 소집단 활동을 통해 문제를 단순화(이상화)하면서 시행착오를 거치며 문제 해결을 위한 모델을 구성한다. 3단계에서 교사의 지도하에서 모둠별로 구성된 모델의 발표 및 토론을 통해 모델링 과정에서 사용한 수학적 개념, 원리, 법칙을 교정한다. 이를 반영한 수학적 모델링 교수·학습 절차를 도식화하면 [그림 Ⅲ-2]와 같다.

1단계	교수·학습 설계 및 대상자 선정
2단계	수학적 모델링 교수·학습 실시, 면담 실시
3단계	녹화 및 전사내용 코딩
4단계	언어 분석 틀의 적용(<표 Ⅲ-2>, <표 Ⅲ-3> 적용)
5단계	담화 심층 분석

[그림 Ⅲ-1] 연구 절차

1단계	실생활 문제와 관련한 교사의 설명과 학생의 토의를 통한 준비	설명/토론
2단계	토론을 통해 문제를 단순화(이상화) 하면서 시행착오를 거치며 문제 해결을 위한 모델을 구성	토론
3단계	담당 교사의 정리와 토론을 통해 모델링 과정에서 사용한 수학적 개념, 원리, 법칙을 교정	설명/토론

[그림 Ⅲ-2] 수학적 모델링 교수·학습 절차

4. 언어 분석 틀

이 연구에서는 Sfard(2008)의 담화 이론에 언어 분석 틀(장현석, 김명창, 이봉주, 2019)을 반영하였다. 언어 분석 틀의 구성을 위해 먼저, 교수·학습 과정에서 학생이 인지적 사회적 동화, 조절을 거쳐 구어적 언어를 수학적 언어로 전환하여 표현하는 사건 또는 상황을 사태라 정의하였다. 즉, 사태는 개념 학습 상황에서 학습자의 의식이 명료한 상태에서 개념적 변화(동화, 조절)가 언어로 표현되는 것을 의미한다. 이러한 사태가 2명 이상 동일한 개념 이해 상황에서 '동의' 또는 '협동'이 발생한 경우에 사회적인 것으로 간주한다. 협동 상황은 공동 행동이나 다른 의견이 발생할 때를 의미한다. 사태는 인지적 동화 사태, 사회적 동화 사태, 인지적 조절 사태, 사회적 조절 사태로 구분한다. 각 사태에서 동화,

조절의 언어적 증거는 동화의 경우 'Grow'이고, 조절의 경우 'Change'의 의미이다. 이 연구에서는 학생의 언어를 분석하기 위해 6개의 술어에 포함된 의미(<표 Ⅲ-2> 참조)가 학생의 언어에 나타나면 동화 또는 조절 사태로 간주하였다.

<표 Ⅲ-2> 언어 분석 틀(장현석, 김명창, 이봉주, 2019, p. 633)

구 분		학생의 언어(말하기)에 포함되어야 할 의미
동화 사태 (인지적, 사회적)	Grow : 성장하다, 자라다, 크다, 증가하다, 늘다	
	재생적동화(반복자, Repeat)	반복하다, 따라하다, 다시 말하다, 되풀이하다
	일반화동화(단순대치, Substitute)	대체하다, 대신, 대용하다, 대리, 대안
	재인적동화(확인자, Confirm)	확인하다, 확정하다, 확신하다, 확실히 하다
	상보적동화(결합적조정자, Combine)	결합시키다, 합치다, 조합되다, 통합하다, 연합시키다
조절 사태(인지적, 사회적)(Change)		변화, 바꾸다, 변경, 달라지다, 전환하다

교수·학습 과정의 담화에서 나타나는 학생의 언어를 분석하기 위하여 Piaget(1959)의 말하기 범주 8가지 중 반복, 독백, 이중적 독백은 각각 R, M, DM으로, 적응적 정보 전달, 비평, 명령·요청·위협, 질문, 대답은 각각 AI, C, CT, Q, A로 코딩하였다. 인지적 동화, 인지적 조절, 사회적 동화, 사회적 조절 사태는 각각 NCA, NCR, NSA, NSR로 코딩하였다. 이를 정리하면 <표 Ⅲ-3>과 같다.

5. 연구 대상

1) 교사

교수·학습을 진행한 교사는 현재 수학교육 박사과정에 재학 중인 학생으로 수업 경력은 10년 이상이다. 교수·학습 교사는 사전에 본 연구자와 수학적 모델링에 대한 논의를 통해 모델링이 교수·학습에 적용되는 방식에 대해 충분히 이해하고, 교수·학습 내용과 일관성 있게 진행될 수 있게 교수·학습을 설계하였다.

<표 Ⅲ-3> 학생의 말하기 코딩

범 주			코드
피아제	자기중심적 말하기	반복	R
		독백	M
		이중적 독백	DM
	사회화된 말하기	적응적 정보 전달	AI
		비평	C
		명령・요청・위협	CT
		질문	Q
		대답	A
신-피아제	인지적 동화		NCA
	인지적 조절		NCR
	사회적 동화		NSA
	사회적 조절		NSR

2) 학생

연구에 참여한 학생은 A광역시 중학교 2학년 여학생 4명으로, '이차함수에 대하여 학습하지 않은 상태'에서 참여하였다. 교수·학습 전에 연구 참여에 대한 동의서를 작성하였다. 학생 본인이 작성한 학교 내신 성적, 성격, 수학 학습 성향 등의 개인 정보와 교수·학습 진행 교사가 판단한 학생의 성향을 토대로 정리한 학생 4명에 대한 정보는 아래와 같다.

학생 S1은 학교의 중간고사와 기말고사 내신 성적 기준으로 학년 전체 상위 5% 정도에 해당하고, 활발한 편이다. 학습 태도는 복습을 자주 하지는 않지만, 재미있거나 어렵지 않은 문제를 해결하는 것을 좋아한다. 도형을 싫어하고, 시험 중에 검토를 해도 가끔 실수를 하며, 문제를 푸는 도중에 잠이 오는 경우가 종종 있다고 자신을 표현하였다. 학생 S2는 학교의 중간고사와 기말고사 내신 성적 기준으로 학년 전체 상위 15% 정도에 해당하고, 활발하지만, 울기도 잘 한다. 학습 태도는 교수·학습 중 잠이 오더라도 참는 편이며, 복습을 하겠다고 항상 결심하지만 실천이 잘 안된다고 표현하였다. 학생 S3은 학교의 중간고사와 기말고사 내신 성적 기준으로 학년 전체 상위 10% 정도에 해당하고, 활발한 편이다. 학습 태도는 집중력이 약하고, 계산 실수가 많지만, 활용하는 것은 재미있다고 하였다. 학생 S4는 학교의 중간고사와 기말고사 내신 성적 기준으로 학년 전체 상위 13% 정도에 해당하고, 꼼꼼하지 못하고 덜렁댄다. 학습 태도는 배운 것을 잘 잊어버리고, 문제를 급하게 푸는 편이며, 평소보다 시험 기간 중에는 열심히 한다고 표현하였다. 마지막으로, 교사는 학생 S1, S3을 외향적 S2, S4를 내향적 성격을 가진 것으로 보았다. 확인 결과, 교사는 학생이 자신의 의사(질문, 대답 등)를 자주 표현하는 것을 기준으로 외향적인지 또는 내향적인지를 판단하고 있었다.

6. 교수·학습 자료 및 면담 내용

수학적 모델링을 교수·학습에 반영하기 위해 선행 연구에서 개발된 모델 네 가지를 선정하였다. '걷는 만큼 땅을 얻는다(고준호, 2010)[4)]'와 '파문의 넓이를 구하자(박나래, 2012)[5)]'는 모델링 과제 교수·학습에 적용하였다. 수학적 모델링 교수·학습에 적용된 '삼각형을 접자(박나래, 2012)', '수조 만들기(박나래, 2012)'의 자료는 <표 Ⅲ-4>와 같다.

<표 Ⅲ-4> 수학적 모델링 교수·학습 자료

삼각형을 접자 (박나래, 2012)	하라는 종이를 접어 삼각형을 만들려고 한다. 삼각형의 가로의 길이를 높이의 $\frac{3}{2}$배가 되도록 할 때, 이 삼각형의 넓이가 $27cm^2$이 되려면 가로의 길이는 몇 cm가 되겠는가?
수조 만들기 (박나래, 2012)	높이가 $5m$인 직육면체의 대형 수조를 만들려고 한다. 수조의 밑면의 둘레를 $20m$라 할 때, 이 수조에 물이 최대로 담기기 위해서는 밑면의 가로의 길이를 몇m라 해야 하는가? 그리고 물은 최대 몇 ml를 담을 수 있는가?

4) 걷는 만큼 땅을 얻는다(고준호, 2010) : (할아버지) 이보게, 우리 집 담장 옆에 있는 공터를 텃밭으로 가꾸어 보지 않겠나? (아저씨) 감사합니다. (할아버지) 자네가 10초 동안 ㄷ자 모양으로 걸어 만들어지는 직사각형 모형의 땅을 무상으로 빌려주겠네. 10초에 $40m$를 걷는 아저씨가 최대한 넓은 땅을 임대받기 위해서는 출발 후 몇 m를 걷다가 왼쪽으로 꺾어야 할까?

5) 파문의 넓이를 구하자(박나래, 2012) : 요섭이는 잔잔한 호수에 돌을 하나 던졌더니 돌이 떨어진 주변으로 파문이 일어났다. 돌이 떨어진 곳을 중심으로 초속 $5m$씩 파문의 반지름이 커져 나간다면, 10초 후의 파문의 넓이는 몇 m^2이겠는가?

면담 내용은 먼저, 수학적 모델링을 과제로 하는 경우와 교수·학습 시간에 할 경우의 차이점, 두 번째, 교수·학습 시간에 모델링을 할 경우 선생님의 설명이 어디까지(예: 상황 설명까지, 식 세우기까지 등) 필요하다고 생각하는가와 세 번째, 교수·학습 시간에 모델링 할 경우 선생님의 설명(표현)이 이해가 잘 되던가를 질문하였다.

7. 자료 수집 및 분석

캠코더를 이용하여 교수·학습 과정을 녹화하고 전사하였다. 학생과의 개별 면담 또한 학생의 동의하에 녹음하고 전사하였다. 전사한 교수·학습 내용은 <표 Ⅲ-2>와 <표 Ⅲ-3>을 토대로 코딩하였다. 코딩한 자료를 토대로 학생별로 교수·학습 과정에서 나타난 언어의 빈도를 산출하였다. 언어 빈도와 에피소드를 중심으로 담화를 심층 분석하였다.

Ⅳ. 연구 결과

1. 언어 분석 결과

이차함수 수학적 모델링 교수·학습의 말하기 중 이차함수 개념과 관련된 학생의 말하기 사태는 136개였다. 이를 언어 분석 틀로 코딩하여 학생의 말하기 횟수를 분석한 결과는 아래와 같다. <표 Ⅳ-1>에서 알 수 있듯이, 동화 사태는 132회, 조절 사태는 4회 발생한 것으로 나타났다.

<표 Ⅳ-1>를 인지적인 측면과 사회적 측면으로 나누어 보면 세 가지 특징을 발견할 수 있다.

첫째, 말하기 사태 총 136회 중 인지적 동화 109회와 조절 4회이고 사회적 동화 23회와 조절 0회이다. 또한, 사회적 동화 중 실질적 의사소통(AI, CT, Q, A)[6] 기능이 있는 말하기 사태 비율은 1회(4%)라는 것을 알 수 있다.

둘째, 수학적 모델링 과정에서 대부분의 의사소통이 학생 S1, S2, S3에 의해 이루어졌다. 하지만 말하기 사태가 가장 많은 S3에게는 조절 사태가 발생하지 않고, 학생 S4에게서 1차례 인지적 조절 사태가 발생하였다. 확인 결과 학생 S4는 대화 참여 과정에서 자신의 의견을 수정한 것이 아니라, 단순히 학생 S3의 제안을 받아들이는 것으로 볼 수 있다. 또한, 1-73의 대답으로 보아 자신의 개념을 조절하지 못한 것으로 볼 수 있다. 그 예는 아래 에피소드 1에서 확인할 수 있다.

셋째, 학생의 성향에 따라 적극적 의사 전달을 위한 말하기(AI, C, CT)의 횟수가 다르다고 할 수 있다. 교사가 외향적인 경향이라고 본 두 학생 S1과 S3의 경우, 교사의 질문에 의한 것이 아닌, 자발적으로 동료 학생이나 교사에게 정보 전달(AI)을 위한 말하기는 각각 4회와 6회로 모두 10회 나타났다. 반면에 내향적으로 본 두 학생 S2와 S4에게서는 자발적인 정보 전달의 말하기는 각각 2회와 0회로 모두 2회 나타났다. 비평-요청-위협(CT)의 경우에도 학생 S1 3회, 학생 S3 3회, 학생 S2 1회, 학생 S4 0회로, 외향적인 성향을 가진 학생이 내향적인 학생보다 상대적으로 더 많은 말하기를 하였다.

---

6) 이 연구에서는 Piaget(1959)의 사회화된 말하기(AI, C, CT, Q, A)를 실질적 의사소통의 기능이 있는 것으로 보았고, 이중 AI, C, CT를 적극적 의사 전달을 위한 말하기로 정의하였다.

<표 Ⅳ-1> 학생의 말하기 횟수

말하기 사태 \ 학생		S1	S2	S3	S4	총합	
R	NCA			2		2	
M	NCA	3	2	4	3	12	26
	NCR		1		1	2	
	NSA	4	3	3	2	12	
DM	NCA	3	5	11	1	20	29
	NCR	1				1	
	NSA	4	1	2	1	8	
AI	NCA	4	2	6		12	
CT	NCA	3	1	3		7	
Q	NCA	1	5	1	4	11	
A	NCA	12	15	19	1	47	49
	NCR	1				1	
	NSA	1				1	
총 합		37	35	51	13	136	

1) 에피소드 1

학생의 이차함수 수학적 모델링 과정 중 선행 지식의 차이 즉, 시각적 조정자($a : b = c : d$)의 부제에 따른 의사소통-인지적 갈등을 드러내는 에피소드 1을 살펴보자. 적극적 참여자인 학생 S3은 이차함수 수학적 모델링 과정에서 비례식의 의미를 학생 S1, S2, S4에게 전달하기 위해 노력하고 있다.

1-13	T	넓이가 27cm가 되려고 하면 가로의 길이는 몇cm가 되어야 되는가?	R	
1-14	S2	나 3 나와.	DM	NCA
1-15	S4	27곱하기 2 인가?	M	NCA
1-16	S3	기다려봐.	C	NCA
1-17	S4	나누기?	M	NCA
1-18	S1	소희야!	CT	
1-19	S3	아니 가로잖아.	C	NCA
1-20	S2	2cm	DM	NCA
1-21	S4	3이라며?	Q	NCA
1-22	S2	x가 3이 나온다고.	A	NCA
1-23	S3	기다려봐.	CT	NCA
1-24	S3	3 : 2	M	NCA
1-25	S1	아 찍어서 해볼까?	M	
1-26	S3	열정적이군.	DM	
1-27	S3	x $3x$ $2x$.. $3x$ 곱하기 $2x$ 나누기 2 = 27	M	NCA
1-28	S3	식 구하는 게 힘들어.	DM	
1-29	T	자 문제 식을 일단 해석하면 어떻게 해석이되?	Q	
1-30	S2	이차 같은데...	M	NCA
1-31	S1	전 아직 못했어요.	CT	
1-32	S2	$\frac{2}{3}x$ 제곱... 아니 $\frac{2}{3}x$	A	NCA
1-33	S3	가로 : 높이가...	DM	NCA

1-34	S2	아 또 $\frac{2}{3}$로 계산했다.	M	NCA
1-35	S3	가로 : 높이는 $\frac{2}{3}$인거야.	A	NCA
1-36	S2	잠깐만 난 $\frac{2}{3}$로 계산했거든.	CT	NCA
1-37	S3	아니 뭐라는 거야. 가로대 높이는 3 : 2인거지.	C	NCA
1-38	S2	$1 : \frac{3}{2}$	A	NCA
1-39	S3	3 : 2	A	NCA
1-40	S4	$27 = x$...	M	NCA
1-41	S2	3 : 2라고?	Q	NCA
1-42	S3	3 : 2지.	A	NCA
1-43	S3	높이의 $\frac{3}{2}$배니까. 가로는 높이 곱하기 $\frac{3}{2}$	CT	NCA
1-44	T	S1은 그림을 그려봤네요. 어떻게 그림을 그렸어요?	Q	
1-45	S1	아! 모르겠어요.	A	
1-46	S1	일단은 높이를 x로 했구요.	A	NCA
1-47	T	높이를 x로 했어요?	R	
1-48	S1	네.	A	
1-49	T	그 다음에 가로는?	Q	
1-50	S1	$\frac{3}{2}x$	A	NCA
1-51	T	자 그러면 넓이는?	Q	
1-52	S1	저 써 봐도 되요?	CT	NCA
1-53	T	네.	A	
1-54	S3	선생님 그러면 가로가 $3x$ 높이가 $2x$가 되는 거죠?	Q	NCA
1-55	S4	왜?	Q	NCA
1-56	S3	3 : 2잖아.	A	NCA
1-57	S4	아...	M	NCR
1-58	S3	나만 이해 못하나?	DM	
1-59	S3	$3x$: $2x$ 맞지.	R	NCA
1-60	S4	$3x$는... 세로가 긴 거 아냐?	Q	NCA
1-61	S1	아니지. 곱하기 2라고 생각하면 되지. $3x$: $2x$ 아니야!	A	NCA
1-62	T	(S1이 보드에 쓰는 걸 보며) 오...	M	
1-63	S2	나 6나와.	AI	NCA
1-64	S3	가로가 9고 높이가 6이자나.	AI	NCA
1-65	T	자 S1이 써놨으니깐 의견을 한번 들어볼까요?	CT	
1-66	S1	일단은요. 높이를 x로 했거든요. 삼각형의 넓이는 가로 곱하기 아! 밑변 곱하기 높이 나누기 2잖아요.	AI	NCA
1-67	S1	얘들이 곱한 거에다가 $\frac{1}{2}$하면은 이렇게 나오거든요. $\frac{3}{4}x^2$ 이게 27이어야 되요.	AI	NCA
1-68	S1	양변에 $\frac{4}{3}$곱해 줘가 하면은 $x = \pm 6$. 여기서 마이너스 될 수 없으니깐 $x = 6$.	AI	NCA

1-13에서 교사는 문제를 제기하고, 학생은 토론을 시작한다. 1-24에서 학생 S3은 비를 도출해 내고, 1-27에서 바로 문자로 대응시키고, 식을 유도해 낸다. 1-30, 1-31에서 S1, S2 학생은 아직 식을 유도하지 못하고, 학생 S3이 도와주며 비를 설명하기 시작한다. 학생 S2는 1-38, 1-41에서 비를 거꾸로 받아들이고 있고, 학생 S3은 1-43

에서 그 이유를 설명하며 교정을 시도하고 있다. 이어 교사는 1-44에서 학생 S1의 대화 참여를 유도하고, 그림을 그리고 식을 유도하려는 학생 S1의 방법에 대한 설명을 권유한다. 학생 S1 역시 높이와 가로를 문자들 도입하고 비율을 잘 적용하고 있다. 이때, 학생 S4에게 학생 S3은 다시 비 관계에 대한 설명을 시도하고, 1-61에서 구체적인 비의 성질을 사용하여 설명하고 있다. 교사는 다시 1-65에서 학생 S1의 설명을 유도하고, 학생 S1은 1-66~1-68에서 최종적인 설명과 해석을 하고 있다. 이어지는 대화에서 교사와 나머지 학생의 확인 과정이 이어진다.

에피소드 1에서는 학생 S1, S3은 적절한 모델링을 하였지만, 학생 S2, S4는 문제에서 주어진 가로와 세로의 관계를 수학적 용어로 연결(결합)하지 못하고, 학생 S3은 1-43, 1-61에서 이들의 관계를 설명한다. 학생 S1은 1-25에서 가로 세로의 비 관계($a : b = c : d$)를 이해하지 못하는 것으로 보이지만, 대화 과정에서 그리고 그림을 그림으로써 식을 유도 할 수 있었던 것으로 보인다. 전반적으로 학생 S3을 제외한 모든 학생이 비 관계를 실제 상황에 적용하는데 어려움을 겪고 있고, 이는 수학적 모델링에 사전 지식의 숙달여부의 중요성을 이야기하는 것으로, 교사는 학생에게 문제 상황과 관련된 사전 지식의 숙달 여부를 확인하는 것이 중요함을 알 수 있다. 또한 학생 S3은 다른 학생에게 비의 의미를 전달하는데 어려움, 다시 말해 의사소통-인지적 갈등을 겪은 것으로 볼 수 있다. 특히, 문제를 푼 학생 S1은 배수 관계를 이용해 식을 구성하는데 성공하지만 이를 비 관계($x : \frac{3}{2}x = 2x : 3x$)로 이해하고 있지 않다. 이에 학생 S1은 학생 S3의 비에 관련된 설명에 대답하지 못했다. 더불어 교사는 2-81에서 학생 간의 비에 대한 의미에 대한 의사소통이 이루어지지 않은 것에 대한 추가적인 설명 없이, 단순히 S3의 풀이를 받아들이고 있고, 이에 다른 학생도 S3의 풀이를 받아들이게 된다. 이는 불충분한 교사의 개입 즉, 권위에 의한 의사소통의 단절을 초래한 것으로 볼 수 있다. 사후 면담 결과 학생 S3은 $a : b = c : d$에 대한 사전 지식을 갖고 있었다. 그러나 문제 해결 과정에서 상기하지 못하였다(문제 상황과 사전 지식의 결합의 실패).

2) 에피소드 2

학생 S3은 대화 참여자로서 주도적으로 의사소통에 참여하고, 대화 과정에서 학생 S2가 표로 제시한 계산상의 오류를 교사와 함께 찾아낸다. 또한 학생 S1의 풀이 방법을 확인 즉, 다른 관점의 풀이 방법을 수용하였다.

1-175	S2	4일 때는 120, 5일 때는 125, 6일 때는 240, 7일 때는 105, 8일 때는...	A	NCA
1-176	T	어쨌든 제일 클 때가 6일 때 나왔네요?	Q	
1-177	S2	네.	A	NCA
1-178	T	자 요렇게 나왔다 자 그 다음에 S3의 생각은?	CT	
1-179	S3	봐 봐요. 저는 가로를 x로 뒀어요.	CT	NCA
1-180	T	가로를 x로 뒀다?	R	
1-181	S3	그러면 세로는요 10-x 잖아요.	AI	NCA
1-182	T	10-x	R	
1-183	S3	그리고 y를 부피로 뒀어요.	AI	NCA
1-184	S1	우와 언빌리버블!!	DM	NSA
1-185	S2	그러면은 $y=(10-x)\times x\times 5$	AI	NCA
1-186	S3	정리를 하면은!	CT	
1-187	S1	우와 띵크어바운인!!!	M	
1-188	S3	$y=-5x^2+50x$	AI	NCA
1-189	S1	우와!!!	M	NSA
1-190	S1	그 담에 완전제곱식.	DM	NCA

1-191	S3	그러니까... -5 묶어내고 $-10x$ 하고 +25 , -25, x=5일 때 최댓값 125...	AI	NCA
1-192	T	(조금 전 학생 S2가 한 표를 보며)5일 때 125 나왔는데	CT	
1-193	S1	저도 그렇게 나왔어요.	A	NSA
1-194	T	(조금 전 학생 S2이 한 표를 보며)여기서는 6일 때 더 크게 나오네?	Q	
1-195	S3	그러게요.	A	NCA
1-196	모두	(침묵)...	M	
1-197	S3	5일 때 125나왔는데...	DM	NCA
1-198	S1	어 나도 5일 때 125.	DM	NSA
1-199	T	5일 때 125가 나왔는데 6일 때는 240...	R	
1-200	T	6일 때 다시 계산 해볼래?	CT	
1-201	S1	120 나와요.	A	NCA
1-202	T	아...	M	
1-203	S3	잘 못 구하셨습니다. 햄님.	C	NCA
1-204	S2	아 6일 때 120 나오는구나.	M	NCR
1-205	모두	짝 짝 짝	DM	NSA
1-206	S1	(박수치며) 우와... 진짜 잼있다.	DM	
1-207	T	가로를 x라 두고 식을 세우고 완전 제곱식으로 만들어 구했다는 거죠?	AI	
1-208	S1	저 완전 제곱식으로 완전 잘해요 해보까요?	CT	NCA
1-209	T	네.	A	
1-210	S1	$y=-5(x-5)^2+125$ 그래서 x=5일 때 최댓값 125	A	NCA
1-211	T	그러면 여기서 묻는 질문에서 가로의 길이가 $5m$일 때 물의 최대 몇 미터?	Q	
1-212	S13	$125ml$	A	NCA
1-213	T	라고 결론이 났네요.	R	
1-214	모두	와우!	M	NSA
1-215	T	다른..?	CT	
1-216	S1	저는 반박하지 않겠습니다.	DM	
1-217	T	다르게 생각한 사람 없어요?	CT	
1-218	모두	없습니다.	A	
1-219	T	여기 S1의 아이디어가 여기 있죠. S1은 여기서 더 못 갔나요? 여기서	Q	
1-220	S1	네 거기서 끝났어요.	A	NCA
1-221	T	여기서 S1은 $x+y=10$ 대신 $y=10-x$로 두면 같은 식이 나오죠.	AI	
1-222	S2	와...하하!	M	NSA
1-223	S1	S3 왜 따라해.	C	
1-224	S2	하하!	M	
1-225	T	자 여기서 문자를 y에 관해 바꿨더라면 같은 식이 나왔겠네요. 그죠.	R	
1-226	S1	음!!	M	NCA
1-227	S1	표로해도 되긴 되네.	DM	NCA
1-228	S2	근데 좀 번거롭잖아. 많이.	A	NCA
1-229	T	표로 하면 자연수는 나타날 수 있겠지만 분수로 하면 나타나지 않을 수도 있겠죠.	AI	

1-175에서 학생 S2는 문제 상황을 표를 이용해서 해석하고, 이어 교사의 제안으로 1-179, 1-181, 1-183에서 학생 S3은 문제 상황을 수학적 용어(문자)로 해석하고 있다. 이에 1-185에서 학생 S2는 학생 S3이 제시한 해석을 통해 이차함수 식을 구성하고, 학생 S3은 이차함수를 정리하여 1-191에서 최댓값을 구한다. 1-169에서 학생 S1은 자신이 구한 최댓값과 학생 S3의 결과가 같음을 확인하고, 1-200에서 교사의 제안을 통해 학생 S1은 표의 계산을 다시 확인하고 학생 S2의 표 계산이 틀림을 확인한다. 1-204에서 학생 S2는 자신의 계산이 틀림을 받아들인다. 1-207~1-214에서 학생 S1을 통해 이차함수 식과 그 의미를 재확인하는 과정을 거치고, 1-219, 1-221에서 교사는 가로를 x로 세로를 y로 두고 그 합을 $x+y=10$으로 둔 학생 S1의 아이디어를 재확인하고, $y=10-x$식의 변형을 통해 문제를 해결한다. 마지막으로 교사는 모델링 과정의 다양함을 이야기하고, 1-229에서 표로 제시될 경우와 수식으로 제시될 경우의 차이를 설명하고, 모델링을 마무리한다.

에피소드 2에서는 모든 학생이 각자의 방식으로 모델링 과정을 거쳤다. 먼저, 적극적 참여자이자 이해력이 가장 높은 학생 S3에 의해 올바른 이차함수 식이 모델링되었다. 학생 S1, S2는 모델링에 실패했지만, 교사의 지도하에 대화와 협력을 통해 이를 극복하는 모습을 보여주었다. 교사는 학생 각각의 접근 방식의 장·단점을 비교하며 모델링을 하도록 유도하였다. 학생 S3은 협동을 통해 표로 제시되는 방식과 다른 수식으로의 접근 방법을 배울 수 있는 기회가 주어진 것으로 볼 수 있다. 학생 S4는 성취도 결과에서도 성적이 가장 낮았고, 마찬가지로 대화 참여 비율도 낮았다.

2. 면담 결과 및 논의

1) 면담 결과

면담은 교수·학습이 종료된 직후 실시하였다. 학생별 면담 결과는 아래와 같다. 첫째, 수학적 모델링을 과제로 하는 경우와 교수·학습 시간에 할 경우의 차이점을 질문하였을 경우, 학생 S1은 “과제로 할 때는 나의 문제해결 능력과 인터넷의 도움을 필요로 하지만 교수·학습 시간에는 친구들과 소통하면서 문제를 해결할 수 있다.” 학생 S2는 “과제는 나의 의견밖에 없어서 다양한 방법으로 문제를 접하지 못하지만 교수·학습 시에는 여러 친구들의 각각 다른 방법으로 문제를 풀 수 있다.” 학생 S3은 “문제가 구체적이고 내가 직접 생각하는 걸 원해서 과제로 할 때는 좀 힘들고 시간이 걸리지만 직접 해나가는 과정이 있는 것 같고 교수·학습 시에 할 때는 선생님에게 의지를 많이 했다.” 학생 S4는 “과제로 할 때에는 2인 1조로 같이 하였기 때문에 한사람의 의견보다는 더 많은 의견으로 문제를 풀어볼 수 있었고 교수·학습 시간엔 우리가 풀 수 있는 곳까지는 풀 수 있으나 조금 부족한 부분을 선생님이 설명해주시니 이해가 더 잘되었습니다.”

둘째, 교수·학습 시간에 수학적 모델링을 할 경우 선생님의 설명이 어디까지(예: 상황 설명까지, 식 세우기까지 등) 필요하다고 생각하는가를 질문하였을 경우, 학생 S1은 “상황 설명까지.” 학생 S2는 “문제를 이해하기까지.” 학생 S3은 “상황 설명은 필요하다고 생각한다.” 학생 S4는 “선생님의 설명은 문제 해결까지가 좋다고 생각합니다.”

셋째, 교수·학습 시간에 수학적 모델링을 할 경우 선생님의 설명(표현)이 이해가 잘 되는가를 질문했을 경우, 네 명 학생 모두 “선생님의 표현은 저희를 이해 시켜주시려고 노력해주셨고 이해가 잘되었습니다.”라고 대답하였다.

2) 논의

면담과 관련하여 첫 번째 질문의 경우, 수학적 모델링이 과제로 제시되는 경우는 인터넷의 도움과 시간을 투자해서 고민 할 수 있다는 의견이 있었고, 교수·학습 시간에 모델링을 할 경우는 학생은 동료, 교사와의 의사소통이 도움이 된다는 의견을 가지고 있었다. 두 가지 방법의 차이는 문제가 발생할 경우 바로 해결할 수 있는가와 시간을 투자해서 고민해야 하는 것으로 볼 수 있다. 이는 교수·학습 시간에 모델링을 하는 경우 학생이 모델링의 단계를 거쳐 가는 과정에 대해 충분한 시간적 여유가 필요하다는 것으로 볼 수 있다. 두 번째 질문의 경우, 성적이 우수한 학생 S1, S3의 경우는 도입까지만 교사의 설명을 요구하였고, 성적이 상대적으로 낮은 학생 S2, S4의 경우는 교사의 도움을 적극적으로 필요로 하는 것으로 나타났다. 세 번째 질문의 경우, 교수·학습 시 교사는 가급적 설명을 자제하였고, 학생의 참여를 유도하였다. 그리고 학생의 참여가 필요할 때, 약간의 설명을 병행하였다. 이는 교사의 최소한의 참여가 학생의 긍정적인 반응을 유도한 것으로 볼 수 있고, 이는 학생 S1, S3의 적극적인 대화 참여의 결과로 이어진 것으로 볼 수 있다.

에피소드 1에서 학생 S3를 제외한 모든 학생이 비 관계를 실제 상황에 적용하는데 어려움을 겪고 있고, 이는 수학적 모델링에 사전 지식의 숙달여부의 중요성을 이야기한다. 학생 S3은 비록 비 관계는 알고 있었지만, 다른 학생에게 비의 의미를 전달하는데 어려움을 겪었다. 다시 말해, 학생 간 의사소통-인지적 갈등을 경험했다. 에피소드 2에서 모든 학생이 다른 모델링 과정을 거쳤으며, 이차함수 모델링에 성공한 학생 S3 역시 다른 이차함수 모델링 접근 방법을 배울 수 있는 기회가 주어졌다.

요약하면, 이차함수 개념이 학생에게 사전에 이해되어 있기 때문에, 적극적 참여자의 발생과 모델링 과정에서 학생의 사전 지식의 중요성이 드러났다(에피소드 1). 또한, 모든 학생이 협력 과정에서 서로 다른 관점의 문제 해결(에피소드 2)을 통해 지식을 확장할 수 있었다.

Ⅴ. 결론 및 제언

이 연구에서는 수학적 모델링의 적용 과정에서 새로운 개념을 배우고 시간이 부족한 결과, 학생이 가진 오개념이 잘 드러나지 않고 간과되고, 의사소통 과정에서 학생 간 상호 협력이 잘 안될 수 있다고 보았다. 이에 이차함수 개념을 배우지 않은 학생을 대상으로 사전 교수·학습을 실시하고 수학적 모델링을 과제로 부과하였다. 그 결과, 수학적 모델링 발표 과정에서 학생이 가진 오개념이 명료하게 드러났다. 3개월 후, 학생이 이차함수 개념이 어느 정도 이해된 상태에서 이차함수 수학적 모델링 교수·학습을 실시하였다. 그 결과는 다음과 같다.

첫째, 언어 분석 틀의 분석을 통해 학생의 성향을 확인할 수 있었다. 특히, 외향적 성격이라고 판단된 학생은 언어 분석 결과 다른 학생들과 비교하여 적극적으로 자신의 의사를 전달한 것으로 드러났다. 사전 파악된 학생의 성향이 언어 분석을 통해 동일하게 확인된 것은 연구 결과의 타당성을 높여준다고 볼 수 있다.

둘째, 이차함수 수학적 모델링 활용 교수·학습 과정에서 교사와 학생의 지식의 공동 구성을 위한 참여자로서의 역할을 확인하였다. 특히, 이차함수 개념이 학생에게 사전에 이해되어 있기 때문에, 능력 있는 학생은 참여자로서의 역할을 수행할 수 있었다. 이는 참여를 통해 의사소통 과정에서 개개인의 담화가 상대방에게 영향을 미치고, 교사와 학생은 변화를 감지하며, 개념의 확대와 인식의 교정이 이루어짐을 시사한다.

셋째, 수학적 모델링 과정에서 학생 간 이차함수 개념 이외의 사전 지식의 차이로 인해 의사소통-

인지적 갈등이 발생하였다. 그러나 교사의 지도와 이차함수 개념의 사전에 이해로 발생한 적극적 참여자의 도움으로 학생 간 협력을 통해 문제를 해결할 수 있었다. 더불어 서로 다른 관점의 문제 해결을 통해 지식을 확장 할 수 있었다. 면담 결과 모든 학생은 수학적 모델링에 대해 전반적으로 긍정적인 태도를 보이고 있었다. 특히, 시간적으로 부족함을 느끼고 있지 않았다.

넷째, 주의해야 할 사항으로, 학생이 의사소통과정에서 적극적으로 수업에 참여 하더라도 수학적 개념에 대한 어느 정도의 '사전 이해'를 바탕으로 하지 않으면, 수학적 모델링의 결과를 보장할 수 없다는 것을 유념하여야 한다.

요약하면, 교사는 의사소통 과정에서 담화를 촉진시킬 수 있는 적극적 참여자를 발생시키기 위한 교수·학습 방안을 마련하여야 한다. 더불어 교사는 이러한 교수·학습 방안의 효과를 극대화시키기 위한 환경, 조건은 무엇인지 파악하는 것이 필요하다. 이에 이 연구에서는 이차함수 수학적 모델링 담화의 변화를 위한 적극적 참여자를 발생시키기 위한 교수·학습의 조건을 학생의 이차함수 개념의 이해로 보았다.

이 연구와 관련한 제언은 다음과 같다.

첫째, 수학적 개념이 이해되지 않은 경우에는 과제로 제시하여 충분한 시간적 여유를 주고 수학적 개념과 모델링 사이의 관계를 학습할 수 있게 교수·학습을 설계하기를 제언한다. 이러한 시간적 여유는 오개념이 형성 되더라도 명료하게 드러날 수 있도록 만들어 줄 것이다.

둘째, 수학적 개념이 이해된 경우에는 수학적 모델링과 관련된 사전 개념을 확인하고, 모든 학생이 자신의 의견을 표현할 수 있는 기회가 주어지도록 교수·학습을 설계할 것을 제언한다. 이는 교수·학습 과정에서 교사와 학생의 의사소통-인지적 갈등을 줄일 수 있는 토대가 될 수 있을 것이다.

셋째, 이 연구의 결과가 수학적 모델링이 반영되지 않은 교수·학습 상황에서도 유사하게 발생하는지에 대한 추가적인 연구도 필요한 것으로 보인다.

참고 문헌

고준호 (2010). **수학적 모델링을 활용한 수학지도에 관한 연구(함수 단원 중심으로)**. 석사학위논문, 인천대학교 교육대학원.

교육부 (2015). **수학과 교육과정**. 교육부 고시 제2015-74호 [별책 8].

김미영, 강순자 (2007). 수학적 모델링 학습을 위한 자료 개발과 적용(8-가 부등식과 함수 단원을 중심으로). **전남대학교 과학교육저널, 31**(1), 11-24.

김민경, 민선희, 강선미 (2009). 초등 교사들의 수학적 모델링에 관한 인식 조사 연구. **한국학교수학회 논문집, 12**(4), 411-431.

김민경, 홍지연, 김혜원 (2010). 수학적 모델링 적용을 위한 문제 상황 개발 및 적용. **수학교육, 49**(3), 313-328.

김원경, 이종학, 천선빈 (2017). '수학 과제 탐구' 과목의 수업을 위한 교수·학습 자료 개발 연구. **수학교육, 56**(3), 319-340.

박나래 (2012). **수학적 모델링 활용에 관한 학습 자료 개발 및 지도 방안(중등 수학 함수 단원)**. 석사학위논문, 인천대학교 교육대학원.

박진형, 이경화 (2013). 수학적 모델링 과정에서 수학화의 기호학적 분석. **수학교육학연구, 23**(2), 95-116.

손홍찬, 류희찬 (2005). 함수 지도와 수학적 모델링 활동에서 스프레드시트의 활용. **수학교육학연구, 15**(4), 505-522.

안종수 (2012). 함수 단원의 수학적 모델링 자료를 활용한 수업이 학생의 학습능력 향상에 미치는 영향. **한국학교수학회논문집, 15**(4), 747-770.

이선미 (2008). **수학적 모델링을 통한 함수 지도**. 석사학위논문, 숙명여자대학교 교육대학원.

이지영, 김민경 (2016). 초등학생의 수학적 모델링 적용과정에서 나타나는 의사소통에 관한 연구: 5학년 수와 연산을 중심으로. **수학교육, 55**(1), 41-71.

정예나 (2012). **그래핑 계산기를 활용한 수학적 모델링 과정에 관한 연구: 중학교 함수 단원을 중심으로**. 석사학위논문, 아주대학교 교육대학원.

장현석, 김명창, 이봉주 (2019). 중학생의 일차함수 개념 형성 과정 담화 분석. **학습자중심교과교육연구, 18**(14), 755-782.

최경아 (2017). 수학 교과 역량에서의 수학적 모델링에 관한 선행 연구 탐색. **한국학교수학회논문집, 20**(2), 187-210.

최희선, 한혜숙 (2018). 수학적 모델링 기반 수업이 중학교 1학년 학생의 수학적 문제제기 능력에 미치는 영향. **학습자중심교과교육연구, 18**(14), 755-782.

홍정희 (1994). **수학적 모델링을 활용한 수학 탐구수업 효과의 고찰**. 석사학위논문, 이화여자대학교 교육대학원.

Berger, M. (2004a). Heaps, complexes and concepts (part 1). *For the Learning of Mathematics, 24* (2), 2-6.

__________ (2004b). Heaps, complexes and concepts (part 2). *For the Learning of Mathematics, 24* (3), 11-17.

__________ (2004c). The functional use of mathematical sign. *Educational Studies in Mathematics, 55,* 81-102.

__________ (2005). Vygotsky's theory of concept formation and mathematics education. *29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Melbourne: PME, 153-160.

__________ (2006). Making mathematical meaning: From pre-concepts to pseudo concepts to concepts. *Pythagoras, 63*, 14-21.

English, L. D. (2003). Reconciling theory, research, and practice: A models and modeling perspective. *Educational Studies in Mathematics 54*, 225-248.

English, L. D., & Watters, J. J. (2005a). Mathematical modeling in the early school years. *Mathematics Education Research Journal 16*(3), 58-79.

________________________________ (2005b). Mathematical modeling with 9-year-olds. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education 2*, 297-304, Melbourne: PME.

Freudenthal. H. (1991). *Revisiting mathematics education*. Dordrecht: Kluwer.

Kilakos, D. (2016). How could Vygotsky inform an approach to scientific representations? *Epistemology and Philosophy of Science, 47*(1), 140-152.

Lesh, R., & Lehrer, R. (2003). Models and modeling perspectives on the development of students and teachers. *Mathematical Thinking and Learning, 5*(2), 109-130.

Lewis, K. E. (2017). Designing a bridging discourse: re-mediation of a mathematical learning disab ility. *Journal of the Learning Sciences, 26*(2), 320-365. https://doi.org/10.1080/10508406.20 16.12 56810

Li-Yuan, W. (2015). Thinking and concepts: Vygotsky's theory of child concept formation. *Review of Global Management and Service Science, Vol. 5.*

Mahn, H. (2012). Vygotsky's analysis of children's meaning making process. *International journal o f educational psychology, 1*(2), 100-126.

Michael Kainose Mhlolo & Marc Schafer (2013). 'The Area of a Triangle is 1800C'-An Analysis of Learners′ Idiosyncratic Geometry Responses through the Lenses of Vygotsky′s Theory of Concept Formation. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Ed ucation, 17*:1-2, 83-93.

National Council of Teachers of Mathematics (2007). *Principles and standards for school mathemat ics*(류희찬 외), 서울: 경문사. (원저 2000년 출판)

Piaget, J. (1959). *The language and thought of the child(3rd ed.).* London: Routledge & Kegan Pau l.

Sfard, A. (2000). 'Symbolizing mathematical reality into being or how mathematical discourse and mathematical objects create each other', in P. Cobb, E. Yackel, K. Mc Clain (eds.), Symbolizin g and Communicating in Mathematics Classrooms: Perspectives on Discourse, Tools, and Instr uctional Design, *Lawrence Erlbaum, Mahwah, N.J.,* 37-98.

________ (2007). When the rules of discourse change, but nobody tells you: Making sense of mat hematics learning from a commo-gnitive standpoint. *The Journal of the Learning Sciences, 16* (4), 567-615. https://doi.org/10.1080/10508400701525253

________ (2008). *Thinking as communication.* New York: Cambridge University Press.

Swanson, D. (2013). Vygotskian scientific concepts and connectionist teaching in mathematics.

Swetz, F., & Hartzler, J. S. (1991). *Mathematical modeling in the secondary school curriculum: A resource guide of classroom exercises.* Reston, VA: NCTM.

Van Hiele, P. M. (1985). *The child's thought and geometry.* In D. Geddes & R. Tischler (Eds.), English translation of selected writings of Dina van Hiele-Geldof and Pierre M. van Hiele (p. 24 3-252), Brooklyn: Brooklyn College, School of Education (Original work published 1959).

Vygotsky, L. S. (1987). *Thinking and Speech.* In R. W. Rieber & A. C. Carton (Eds.), The collecte d works of L. S. Vygotsky (Vol. 1, pp. 39-285). New York: Plenum Press.

A Discourse Analysis of Middle School Students in Mathematical Modeling Teaching and Learning

Chang, HyunSuk[7)]

Abstract

This research is an analysis of communication that occurs during the quadratic function teaching and learning process of middle school students, which reflects mathematical modeling. For an in-depth analysis of the communication, Sfard(2008)'s discourse theory and language analysis framework were applied. A quadratic function mathematical modeling teaching and learning were conducted for the week second (1 hour) in June 2019 for students who studied the concept of a quadratic function and who passed a specified period (3 months). The results are as follows. First, The commo-gnitive conflict occurred because of differences in prior knowledge other than quadratic function among students. Second, in the course of communication, knowledge was expanded through problem-solving from different perspectives. These results can be interpreted as allowing students to clearly reveal problems in the communication process based on their understanding of the concept of quadratic functions and to facilitate cooperation among students. of the concept of quadratic functions and to facilitate cooperation among students.

Key Words : mathematical modeling, quadratic function, discourse analysis, Vygotsky theory

Received January 13, 2020
Revised February 17, 2020
Accepted February 19, 2020

* 2010 Mathematics Subject Classification : 97C30, 97D70
7) University of Ulsan (genichang@hanmail.net)