

## 난류 파이프 유동 내 다섯 개의 영역

안준선<sup>†</sup> · 황진율<sup>\*</sup>

### Five layers in turbulent pipe flow

Junsun Ahn<sup>†</sup>, Jinyul Hwang<sup>\*</sup>

**Abstract** Five layers in mean flow are proposed by using the direct numerical simulation data of turbulent pipe flow up to  $Re_\tau = 3008$ . Viscous sublayer, buffer layer, mesolayer, log layer and core region are investigated. In the buffer layer, the viscous force is counterbalanced by the turbulent inertia from the streamwise mean momentum balance, and a log law occurs here. The overlap layer is composed of the mesolayer and the log layer. Above the buffer layer, the non-negligible viscous force causes the power law, and this region is the mesolayer, where it is the lower part of the overlap layer. At the upper part of the overlap layer, where the viscous force itself becomes naturally negligible, the log layer will appear due to that the acceleration force of the large-scale motions increases as the Reynolds number increases. In the core region, the velocity-defect form is satisfied with the power-law scaling.

**Key Words :** Turbulent pipe flow(난류 파이프 유동), Mean flow(평균 유동), Direct numerical simulation(직접수치모사)

### 1. 서론

난류 이론에 따르면, 벽 난류 유동(wall-bounded turbulent flows)의 평균 유동은 벽으로부터 크게

3개의 영역(층)으로 구분된다: inner, outer, and overlap layers.<sup>(1)</sup> 유체 점성의 영향은 벽과 밀접한 곳에서 지배적이고 벽으로부터 멀어질수록 영향은 점점 감소한다. 점성의 영향이 강한 벽 근처와 점성의 영향이 거의 없는 유동의 코어 부근에서는 평균 유동에 대한 scaling이 잘 알려져 있다. 하지만, inner layer와 outer layer가 겹치는 overlap layer에 대한 scaling은 여전히 의견이 분분하다.<sup>(2)</sup> Inner layer를 표현하는 길이 스케일(inner length scale)은  $v/u_\tau$  ( $v$ : 유체의 동점성계수,  $u_\tau$ : 마찰속도)이고, outer layer를 표현하는 길이 스케일(outer length scale)은 파이프 유동의 경우 반지름  $R$ 이다. 두 영역은 다른 길이 스케일로 표현되지만, 속도 스케일은 모두 마찰속도로 표현된다. Overlap layer에서는 inner와 outer layer의

---

<sup>†</sup> Department of Railway Vehicle System Engineering, Korea National University of Transportation, 157 Cheoldobangmulgwan-ro, Uiwang-si, Gyeonggi-do 16106, Korea, Assistant Professor  
E-mail: junsunahn@ut.ac.kr

<sup>\*</sup> School of Mechanical Engineering, Pusan National University, Geumjeong-gu, Busan 46241, Korea, Assistant Professor  
E-mail: jhwang@pusan.ac.kr

스케일링이 모두 만족한다고 알려져 있다.

Overlap layer를 표현하는 대표적인 스케일링은 로그 법칙(log law)이다.  $U^+ = 1/\kappa_1 \log(y^+) + B_1$  ( $U$ : 주 유동방향 평균 속도,  $y$ : 벽으로부터 떨어진 거리,  $\kappa_1$ : von Kármán 상수,  $B_1$ : 추가 상수,  $+$ : 속도는 마찰속도로, 길이는  $v/u_\tau$ 로 무차원을 표현한다.) 로그 법칙이 만족하는 층을 로그 영역이라고 하며, 벽 난류 유동에서는 모두 로그 영역이 존재한다고 알려져 있다. 매우 높은 레이놀즈 수(Reynolds number)에서는 로그 법칙의 성립은 자명하며, 많은 연구들은 낮은 레이놀즈 수에서도 성립한다고 보고하였다.<sup>(3)</sup> 하지만, overlap layer에서 로그 법칙이 아닌 멱 법칙(power law,  $U^+ = C(y^+)^\gamma$ ,  $C$ ,  $\gamma$ 는 상수)이 성립한다고 연구 결과가 보고되었다.<sup>(4)</sup> 특히 난류 파이프 유동의 실험<sup>(5)</sup> 및 계산 연구<sup>(6)</sup>에서  $Re_\tau (=u_\tau R/\nu) < 5000$  인 경우에는 멱 법칙이 이보다 높은 경우에는 멱 법칙이 성립하고 이어서 순차적으로 로그 법칙이 성립한다고 주장하였다.

로그 법칙과 멱 법칙 성립의 차이는 점성의 영향과 관련이 있다. Overlap layer에 점성의 영향이 미비할 경우에는 로그 법칙이 성립하고, 점성의 영향을 무시할 수준이 아니라면 멱 법칙이 성립하게 된다. Overlap layer에서 점성의 영향이 여전히 남아있는 영역을 mesolayer라고 명하였다.<sup>(7)</sup> Mesolayer에서는 inner length scale과 outer length scale의 영향이 각각 절반씩 차지하게 되며, 때문에 로그 법칙은 성립하지 않는다. 즉, overlap layer의 스케일링은 유체 점성의 영향과 밀접한 관련이 있으며, 이를 효과적으로 분석하기 위해서 streamwise mean momentum equation을 이용한 힘의 평형 분석 기법이 도입되었다.<sup>(8)</sup> Streamwise mean momentum equation은 viscous force, turbulent inertia, pressure gradient로 구성되며, 힘의 평형을 이용해서 각 힘이 미치는 영향을 상대적으로 분석할 수 있다.

본 연구에서는 직접수치모사 기법을 사용하여 얻은 난류 파이프 유동 결과를 토대로 평균 유동 내 존재하는 여러 영역을 규명한다. 난류 이론에서 시작된 로그 법칙과 멱 법칙의 성립을 살펴보고, streamwise mean momentum equation을

이용한 상대적인 힘의 영향을 확인한다. 또한, 난류 구조의 크기에 따라 Reynolds shear stress와 turbulent inertia에 미치는 영향을 분석하여 평균 유동을 해석한다.

## 2. 직접수치모사

본 연구에서는 직접수치모사 기법으로 얻은  $Re_\tau = 180, 544, 934, 3008$ 의 난류 파이프 유동 결과를 사용한다.<sup>(6,9)</sup> 완전 발달한 난류 파이프 유동을 모사하기 위해서 원통 좌표계로 표현된 Navier-Stokes 방정식과 연속방정식을 지배방정식으로 사용하였다. 지배방정식의 차분을 위해 staggered 격자와 공간과 시간에 대해 2차 정확도의 중심 차분 기법과 Crank-Nicolson 기법을 이용하였다. 속도와 압력을 분리하기 위해서는 fully implicit fractional step method를 사용하였다.<sup>(10)</sup> 벽에서는 미끄럼 방지 조건을, 유동 방향과 원주 방향으로서는 주기 조건을 적용하였다. 파이프 유동의 길이( $L_x$ )는 반지름의 30배로 모든 유동 구조를 표현하기에 충분히 길다. 원통 좌표계에서는 반지름 방향, 유동 방향, 원주 방향의 길이는 각각  $r, z, \theta$ 로 표현되고, 각 방향의 속도는  $u_r, u_z, u_\theta$ 로 표현한다. 하지만, 편의 상 본 논문에서는 직교 좌표계로 변환하였고, 각 표현은 다음과 같다: 유동 방향, 벽 높이 방향, 횡 방향의 길이:  $x = z, y = 1 - r, z = r\theta$ , 각 방향의 속도:  $u = u_z, v = -u_r, w = u_\theta$ .

## 3. 결과 및 고찰

난류 유동 내 존재하는 여러 영역의 scaling은 유동의 평균 속도로부터 시작한다. Fig. 1는 레이놀즈 수에 따라 난류 파이프 유동의 평균 속도( $U^+$ )와 중심 속도와의 차이(velocity-defect form;  $U_c^+ - U^+$ ,  $U_c$ : 중심 속도)를 나타낸다. Fig. 1(a)의 평균 속도는 모두 벽에서부터  $y^+ \approx 90$ 까지 일치하는 경향을 보인다. 특히, 벽에 근접한 영역에서는 점성의 영향이 매우 크기 때문에,  $U^+ = y^+$ 의 선형 관계가 나타나고, 이 영역을 viscous sublayer라고 한다.  $Re_\tau = 180$ 의 그래프

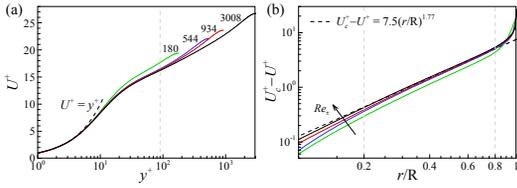


Fig. 1. Profiles of the (a) mean velocity and (b) mean velocity-defect form.

는  $y^+ \approx 10$  정도까지만 일치하고 차이를 보이는데, 이는 매우 낮은 레이놀즈 수이기 때문이다. 이런 이유로, 이 값에 대해서는 이후 결과에서는 다루지 않는다. Fig. 1(b)의 중심 속도와 평균 속도의 차이는 벽으로부터 떨어진 거리( $y$ )가 아닌 파이프 중심으로부터의 거리( $r$ )로 표현되었다. 그 결과, 파이프 코어 영역(core region)은 Oberlack<sup>(11)</sup>이 Lie group analysis를 이용하여 제시한 scaling 식으로 표현될 수 있음을 확인하였다. 특히, 가장 높은 레이놀즈 수인  $Re_\tau = 3008$ 의 그래프는  $0.2 < r/R < 0.8$  ( $0.2 < y/R < 0.8$ )의 영역에서 일치하는 결과를 보인다.

레이놀즈 수가 증가하면, inner layer와 outer layer가 겹쳐서 생기는 overlap layer의 영역은 늘어난다. Overlap layer를 면밀히 살펴보기 위해서 로그 법칙과 멱 법칙이 성립한다는 가정 하에 각 법칙의 indicator function을 Fig. 2에서 살펴보았다. 만약, 각 법칙이 성립한다면, 그 영역에서 각 indicator function은 일정한 상수 값을 가지게 된다. 로그 법칙과 멱 법칙의 indicator function은  $\Xi = y^+ \partial U^+ / \partial y^+$  and  $\Gamma = y^+ / U^+ \partial U^+ / \partial y^+$  으로 표현된다. Fig. 2(a)의 로그 법칙 indicator function에서는  $Re_\tau = 180$ 를 제외하고는 모든 그래프는 벽으로부터  $y^+ \approx 50$ 까지 일치하는 것을 볼 수 있다. 하지만, 모든 구간에서 일정한 상수 값을 나타내지 않았다.  $Re_\tau = 3008$ 의 그래프를 보면,  $y^+ \approx 70$ 에서부터 멀어질수록 2개의 기울기(가파른 기울기와 덜 가파른 기울기; 경계는  $y^+ \approx 165$ )가 존재하는 것을 확인하였다. 더 높은 레이놀즈 수에서는 덜 가파른 기울기가 감소하여 평평해지고, 결국 로그 법칙이 성립하는 구간이 될 것이라 추측된다. 또한 만약 로그 법칙이 성립한다면, 로그 법칙의 기울기인 von Kármán 상수

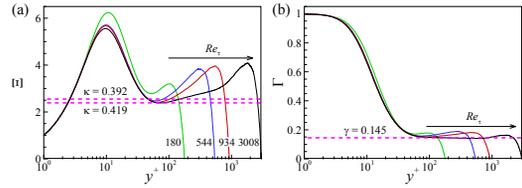


Fig. 2. Profiles of the (a) log law and (b) power law indicator functions.

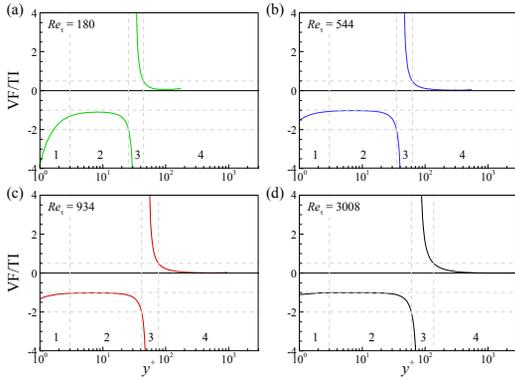
값은 기울기가 변하는 지점의 값인  $\kappa_1 = 0.392$ 가 될 것으로 추정된다.

Fig. 2(a)의 멱 법칙 indicator function에서는 벽으로부터  $y^+ \approx 80$ 까지 모든 그래프가 일치하는 것을 볼 수 있다. 그리고, 이후에는  $90 < y^+ < 200$ 의 영역에서  $\gamma = 0.145$ 의 상수 값을 가지는 것을 확인하였다.<sup>(6)</sup> 이 구간은 앞서 관찰한 로그 법칙 indicator function에서 나타나는 가파른 기울기 영역과 매우 유사하다. 즉, 이를 토대로 overlap layer의 앞 쪽에서는 멱 법칙이 성립하고, 뒤 쪽에서는 로그 법칙이 성립할 것이라고 추론할 수 있고, 이는 McKeon et al.<sup>(6)</sup>의 주장을 뒷받침하는 결론이다. 또한, 멱 법칙이 성립하는 영역은 overlap layer임에도 여전히 점성의 영향이 존재하기 때문에 mesolayer가 된다.

유체 점성의 상대적인 영향을 살펴보기 위해서 streamwise mean momentum equation을 확인하였다. 이 식을 inner scale로 무차원하면

$$0 = \frac{d\langle -u'v' \rangle^+}{dy^+} + \frac{d^2 U^+}{dy^{+2}} + \frac{1}{R^+} \text{로 표현되고, 각 항은}$$

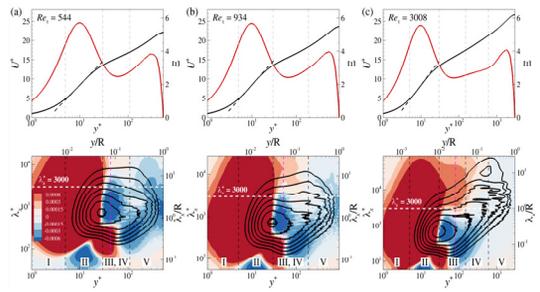
turbulent inertia (TI), viscous force (VF), pressure gradient (PG)를 의미한다. PG는 레이놀즈 수를 나타내는데, 각 레이놀즈 수에 따라 고정되는 값이므로 실제로 streamwise mean momentum equation은 각 높이에 따른 TI와 VF에 의해서 힘의 평형을 이루게 된다.<sup>(8)</sup> Fig. 3 각 레이놀즈 수에 대한 VF와 TI의 비율(VF/TI)을 나타낸다. VF는 모든 영역에서 음의 값을 가지며 벽에서 멀리 떨어진 곳에서 그 크기는 매우 작다. 하지만, TI는 벽으로부터 멀어질수록 양의 값에서 음의 값으로 바뀌게 된다. 이런 이유로 layer 3에서 VF/TI는 무한대의 값을 가지면서 갑자기 부호가 바뀐다. Overlap layer에서 로그 법칙이 성립하는 이유는



**Fig. 3.** Ratio of the VF to the TI for  $Re_\tau =$  (a) 180, (b) 544, (c) 934 and (d) 3008.

벽으로부터 먼 곳에서 점성의 영향이 무시할 수 있을 정도로 작기 때문이다(layer 4). 벽으로부터 멀어질수록 VF는 TI에 비해 감소하는 속도가 빠르기 때문에, VF/TI 역시 0에 가까워진다. 하지만, 벽 부근에서는 VF/TI = -1의 영역(layer 2)이 존재하는 것을 발견하였다. 이는 streamwise momentum equation 상에서 VF는 TI로 완벽하게 상쇄되며, VF/TI = -1 영역에서 또 다른 로그 법칙이 만족할 수 있음을 시사한다. 이 결과는 Afzal<sup>(12)</sup>이 three-layer 이론을 토대로 벽 근처에 또 다른 로그 법칙이 존재하는 영역이 있음을 보인 결과와 일치하는 내용이다. 두 번째 로그 법칙은  $U^+ = 1/\kappa_2 \log(y^+) + B_2$  ( $\kappa_2 = 0.177$ ,  $B_2 = 4.556$ )은 평균 속도에 근사하여 구하였고, 이는 Fig. 5의 평균 속도와 함께 표시하였다.

Streamwise mean momentum equation에서 볼 수 있듯이 VF는 TI와 밀접한 관련이 있다. Fig. 4에서는 평균 속도와 관련이 있는 VF가 아닌 TI에 대해서 살펴보았다. TI는 Reynolds shear stress의  $y$  방향 미분 값이다. TI에 영향을 주는 난류 구조(turbulence structure)를 분석하기 위해서 Reynolds shear stress의 스펙트럼( $k_x \Phi_{-u'v'}^+$ )과 TI의 스펙트럼(net force spectra,  $k_x \partial \Phi_{-u'v'}^+ / \partial y^+$ )을 구하였다.<sup>(13)</sup> 그리고 평균 속도 및 로그 법칙 indicator function과 비교하였다. Net force spectra는 Reynolds shear stress에 영향을 주는 구조들의 accelerating force와 decelerating force를 보여준다.



**Fig. 4.**  $Re_\tau =$  (a) 544, (b) 934 and (c) 3008. Upper row: the mean velocity and the log law indicator function; the dashed line indicates the log law for the buffer layer. Lower row: color and line contours indicate the net force spectra of the turbulent inertia and the pre-multiplied streamwise energy spectra of the Reynolds shear stress, respectively.

이를 통해 난류 구조가 layer III과 IV로 이루어진 overlap layer에 미치는 영향을 확인하고자 한다.

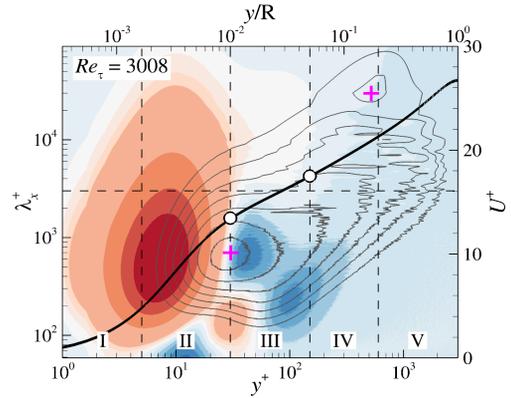
Reynolds shear stress의 스펙트럼과 net force spectra를 보면, 레이놀즈 수에 상관없이 벽 부근인  $y^+ = 30$  아래 높이에서는 일치한다. 즉, 레이놀즈 수에 상관없이 layer I과 II에서 난류 구조가 평균 유동에 미치는 영향은 동일하다.  $y^+ = 30$  위치는 inner site가 존재하는 곳이다. Inner site는 통계적으로 벽 근처 작은 난류 구조(small-scale motion)의 sweep ( $u' > 0$  &  $v' < 0$ ) 및 ejection ( $u' < 0$  &  $v' > 0$ )에 의한 에너지가 집중되는 지점이면서, 동시에 net force spectra에서 부호가 바뀌는 지점이다. Layer III는 난류 구조들이 TI에 미치는 영향이 변하는 지점인 inner site가 위치하는  $y^+ = 30$ 에서부터 시작한다.

레이놀즈 수가 높아질수록,  $\lambda_x^+ = 3000$ <sup>(13, 14)</sup> ( $\lambda_x$ : 난류 구조의 유동 방향 크기,  $\lambda_x = 2\pi/k_x$ ,  $k_x = 2\pi n/L_x$ ,  $n =$  정수)보다 큰 구조들( $\lambda_x^+ > 3000$ , 대형 난류 구조)의 accelerating force가 벽으로부터 멀리 떨어진 영역까지 뻗어 나가는 걸 볼 수 있다. Accelerating force는 outer site가 위치한  $y/R = 0.18$ 까지 이어진다. Outer site는 벽으로부터 멀리 떨어진 곳에 대형 난류 구조(large-scale motion)의 에너지가 집중되는 지점이다. 낮은 레이놀즈

수에서는 대형 난류 구조의 영향이 작아서 outer site를 확인하기 어렵지만,  $Re_\tau = 3008$ 에서는 확인이 가능하다. 대형 난류 구조의 accelerating force의 영향이 끝나는 지점인 outer site의 위치 ( $y/R = 0.18$ )가 layer IV의 끝점이 될 것으로 추정된다.<sup>(13)</sup> 이는 최근 파이프 유동 내 존재하는 attached-eddy 분석으로부터 도출된 로그 영역 끝점의 위치  $y/R = 0.18$  와 일치한다.<sup>(15)</sup> 다만 고레이놀즈수 파이프 및 난류 경계층 실험에 의하면  $Re_\tau < 20000$ 에선 outer site의 벽으로부터 떨어진 높이가 레이놀즈수에 대해 변하는 결과가 관측되었다.<sup>(16)</sup> 고레이놀즈수 실험의 경우 측정에 사용된 열선유속계의 공간 분해능의 한계가 30-80 wall units 이기에 한계점이 존재한다. 하지만 layer IV와 V의 경계 지점의 정확한 구분을 위해선 더 높은 레이놀즈 수 직접수치모사를 수행하여 outer site의 위치가 파이프 반지름 R로 스케일링 되는지에 대한 추가 연구가 필요하다.

상대적으로 낮은 레이놀즈 수인  $Re_\tau = 544, 934$ 에서는 layer III와 IV의 경계가 불분명하다. 가장 높은 레이놀즈 수인  $Re_\tau = 3008$ 의 경우,  $\lambda_x^+ = 3000$  크기의 난류 구조의 accelerating force는 일정하게  $y^+ \approx 165$  정도까지 이어지게 된다. 이 값은 Marusic et al.<sup>(3)</sup>이 로그 영역의 시작점으로 제시한  $y^+ \approx 165 \approx 3Re_\tau^{1/2}$ 로 표현될 수 있다. 다시 말하면,  $y^+ \approx 3Re_\tau^{1/2}$ 은 layer III (mesolayer)의 끝점이자, layer IV (로그 영역)의 시작점이 된다.

지금까지의 결과를 Fig. 5와 table 1에 정리하였다. 평균 속도는 크게 3가지 영역: inner layer, outer layer, overlap layer으로 나뉜다. Inner layer (layer 1, 2)에는 유체 점성의 영향이 매우 지배적이다. Layer I은 viscous sublayer로서  $U^+ = y^+$ 의 선형 관계로 표현된다. Layer II는 buffer layer로서 유체 점성의 영향인 viscous force는 turbulent inertia에 의해 완벽하게 상쇄되고, 이 영역에서는 두 번째 로그 법칙:  $U^+ = 1/\kappa_2 \log(y^+) + B_2$  ( $\kappa_2 = 0.177, B_2 = 4.556$ )이 성립한다. Overlap layer (layer III, IV)는 유체 점성의 영향이 급격하게 감소하는 영역이다. 하지만, layer III는



**Fig. 5.**  $Re_\tau = 3008$  only. The thick solid line indicates the mean velocity. Color contour: the net force spectra. Grey line contour: the pre-multiplied streamwise energy spectra of the Reynolds shear stress, and the cross symbols indicate the locations of the inner and outer sites at  $y^+ = 30$  and  $y/R = 0.18$ , respectively.

**Table 1.** Five layers in the mean velocity of turbulent pipe flow.

Layer	$y^+$ or $y/R$	Velocity scaling
Viscous sublayer	$y^+ < 5$	$U^+ = y^+$
Inner layer	Buffer layer $5 < y^+ < 30$	$U^+ =$ $1/\kappa_2 \log(y^+) + B_2,$ $\kappa_2 = 0.177,$ $B_2 = 4.556$ for $5 < y^+ < 15$
		Mesolayer $30 < y^+ < 3Re_\tau^{0.5}$
Overlap layer	$3Re_\tau^{0.5} < y^+$ and $y/R$ Log layer < outer site of $k_x \Phi_{uv}^+$ ( $y/R = 0.18$ )	$U^+ =$ $1/\kappa_1 \log(y^+) + B_1,$ $\kappa_1 = 0.392, B_1 = 5$
		Outer layer Core region $y/R > \text{outer site of}$ $k_x \Phi_{uv}^+$

mesolayer로서 여전히 유체 점성의 영향이 남아 있어 로그 법칙이 아닌 멱 법칙:  $U^+ = C(y^+)^{\gamma}$  ( $C = 8.46, \gamma = 0.145$ )이 성립한다. Layer IV는 log

layer로서 유체 점성의 영향은 무시할 수 있고, 로그 법칙:  $U^+ = 1/\kappa_1 \log(y^+) + B_1$  ( $\kappa_1 = 0.392$ ,  $B_1 = 5$ )이 성립한다. 끝으로, outer layer (layer V)는 파이프의 core region이 되고, 중심 속도와 평균 속도의 차이는  $U_c^+ - U^+ = \chi(r/R)^\psi$  ( $\chi = 7.5$ ,  $\psi = 1.77$ )로 표현된다.

#### 4. 결론

본 연구에서는  $180 \leq Re_\tau \leq 3008$ 의 난류 파이프 유동 평균 속도를 5개의 영역을 구분하고 각 영역을 표현하는 스케일링 식을 제안하였다. 벽에서 가장 가까운 곳에는 viscous sublayer가 존재한다. Streamwise mean momentum equation로부터 벽 근처의 강한 VF는 TI에 의해 상쇄되기 때문에 buffer layer에서 두 번째 로그 법칙이 성립하는 것을 확인하였다. 먹 법칙 indicator function을 통해 overlap layer의 앞 쪽에서는 먹 법칙이 성립하는 mesolayer를 발견하였다. 현재 레이놀즈 수에서는 로그 법칙의 성립은 확인할 수 없었다. 하지만, 레이놀즈 수가 더 높아진다면, 로그 법칙 indicator function, Reynolds shear stress의 스펙트럼, net force spectra를 통해 overlap layer의 뒤 쪽에서 attached-eddy 특성을 가지는 대형 난류 구조의 영향으로 인해 log layer가 형성될 것으로 추측한다. 그리고 파이프 core region의 scaling 역시 확인하였다. 더 높은 레이놀즈 수의 계산을 통해 난류 유동 평균 속도의 영역과 scaling을 규명하고, 이를 표면 마찰 저항 예측 기술에 적용하고자 한다.

#### 후 기

이 연구는 부산대학교 기본연구지원사업(2년)에 의하여 수행되었음.

#### REFERENCE

- 1) Tennekes, H. and Lumley, J.L., 1972, "A First Course in Turbulence," MIT Press.
- 2) Bradshaw, P., 1978, "Topics in applied physics," Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH.
- 3) Marusic, I., Monty, J.P., Hultmark, M. and Smits, A.J., 2013, "On the logarithmic region in wall turbulence," J. Fluid Mech. 716, R3.
- 4) Barenblatt, G.I., 1993, "Scaling laws for fully developed turbulent shear flows. Part 1. Basic hypotheses and analysis," J. Fluid Mech. 248, 513–520.
- 5) McKeon, B.J., Li, J., Jiang, W., Morrison, J.F. and Smits, A.J., 2004, "Further observations on the mean velocity distribution in fully developed pipe flow," J. Fluid Mech. 501, 135–147.
- 6) Ahn, J., Lee, J.H., Lee, J., Kang, J.-H. and Sung, H.J., 2015, "Direct numerical simulation of a 30R long turbulent pipe flow at  $Re_\tau = 3008$ ," Phys. Fluids 27 (6), 065110.
- 7) Long, R.R. and Chen, T.C., 1981, "Experimental evidence for the existence of the 'meso-layer' in turbulent systems," J. Fluid Mech. 105, 19–59.
- 8) Wei, T., Fife, P., Klewicki, J. and McMurtry, P., 2005, "Properties of the mean momentum balance in turbulent boundary layer, pipe and channel flows," J. Fluid Mech. 522, 303–327.
- 9) Ahn, J., Lee, J.H., Jang, S.J. and Sung, H.J., 2013, "Direct numerical simulations of fully developed turbulent pipe flows for  $Re_\tau = 180$ , 544, and 934," Int. J. Heat Fluid Flow 44, 222–228.
- 10) Kim, K., Baek, S.-J. and Sung, H.J., 2002, "An implicit velocity decoupling procedure for the incompressible Navier–Stokes equations," Int. J. Numer. Method Fluids 38, 125–138.
- 11) Oberlack, M., 1999, "Similarity in non-rotating and rotating turbulent pipe flows," J. Fluid Mech. 379, 1–22.
- 12) Afzal, N., 1982, "Fully developed turbulent flow in a pipe: an intermediate layer," Ing.-Arch. 52, 355–377.
- 13) Ahn, J., Lee, J. and Sung, H.J., 2017, "Contribution of large-scale motions to the Reynolds shear stress in turbulent pipe flows,"

- Int. J. Heat Fluid Flow 66, 209–216.
- 14) Chin, C., Philip, J., Klewicki, J., Ooi, A., and Marusic, I. 2014, “Reynolds-number-dependent turbulent inertia and onset of log region in pipe flows,” *J. Fluid Mech.* 757, 747–769.
  - 15) Hwang, J. and Sung, H.J., 2019, “Wall-attached clusters for the logarithmic velocity law in turbulent pipe flow,” *Phys. Fluids* 31, 055109.
  - 16) Vallikivi, M., Ganapathisubramani B., Smits, A.J., 2015, “Spectral scaling in boundary layers and pipes at very high Reynolds numbers,” *J. Fluid Mech.* 771, 303–326.